



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
IEE2393 - REDES INTELIGENTES PARA ENERGÍA SUSTENTABLE

# Tarea 1

2024-1 Profesor Samuel Córdova

**Vicente Goehring - 19637187**  
**Sebastián Villagra - 19636822**



# 1. Problema 1: OPF en Julia

## 1.1. Modelo matemático

En primer lugar, revisando la información de las líneas, barras y generadores, se puede dibujar el siguiente diagrama para representar al sistema.

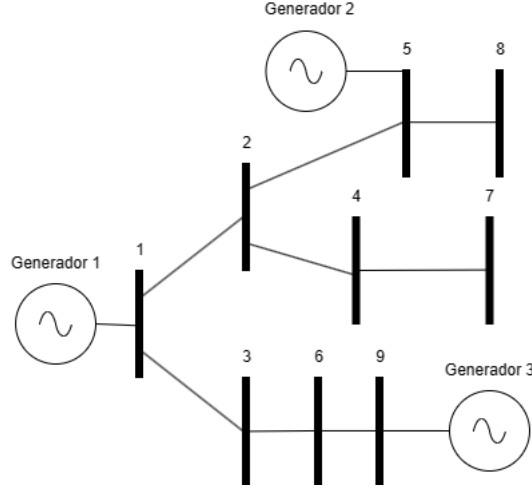


Figura 1: Sistema Eléctrico de Lumina

### 1.1.1. Conjuntos

Se definen los siguientes conjuntos:

- Tiempo:  $t \in \{1, \dots, T\}$ .
- Nodos:  $n \in \{1, \dots, N\}$ .
- Generadores:  $i \in \{1, \dots, I\}$ .
- Generadores en n:  $G_n$ .

Según los datos a utilizar en este caso adoptan los valores  $T = 6$ ,  $n = 9$  e  $I = 3$ .

### 1.1.2. Variables de decisión

Las variables de decisión son:

- La potencia de cada generador  $i$ :  $p_i$ .
- Los ángulos de cada barra que permiten el mejor flujo complementario a la producción de los generadores:  $\theta_n$ .

### 1.1.3. Función objetivo

$$f = \sum_{i=1}^I C_i(p_i)$$

### 1.1.4. Restricciones

#### Equilibrio de potencia

Se incluye el flujo de potencias de cada nodo. Estas se calculan a partir de la relación vectorial:  $[Y]\vec{I} = \vec{V}$ , lo que deriva en el flujo de potencia AC:

$$P_n = \sum_{k=1}^N |V_n| |V_k| [G_{nk} \cos(\theta_{nk}) + B_{nk} \sin(\theta_{nk})]$$

$$Q_n = \sum_{k=1}^N |V_n| |V_k| [G_{nk} \sin(\theta_{nk}) - B_{nk} \cos(\theta_{nk})]$$

Por como se definen estas ecuaciones, una potencia positiva es equivalente a corriente que sale del nodo. Se toma la simplificación DC:

$$P^n = \sum_{k=1}^N B_{kn} (\theta_n - \theta_k)$$

Luego, por equilibrio de potencia, toda la potencia generada en el nodo debe ser igual a la potencia consumida, más la potencia transmitida hacia afuera del nodo. Esta potencia transmitida es la potencia  $P_n$  que si toma un valor negativo, significa que está siendo transmitida desde otras barras hacia el nodo en cuestión. La restricción resulta:

$$\sum_{i \in G_n} p_{i,t} = P_{n,t}^D + \sum_{k=1}^N B_{nk} (\theta_{n,t} - \theta_{k,t}) \quad \forall n \in [1, N], \forall t \in [1, T] \quad (1)$$

### 1.1.5. Potencias Máximas y Mínimas

Los generadores tienen ciertos límites de operación. Si bien muchas veces esta inecuación se define en papel y lapiz en una sola relación por generador, acá se separa en 2 inecuaciones por generador:

$$p_{i,t} \leq P_i^{max} \quad \forall i \in [1, T] \quad (2)$$

$$-p_{i,t} \leq P_i^{min} \quad \forall i \in [1, T] \quad (3)$$

### 1.1.6. Límite líneas de transmisión

Las líneas de transmisión también se encuentran restringidas en cuanto a la cantidad de potencia que pueden mover entre barras. Se tiene desde el flujo DC que la potencia transmitida desde  $n$  hacia  $k$  es:

$$P_{nk} = B_{kn}(\theta_n - \theta_k)$$

Luego, la restricción para cada línea se separa en 2: en caso en que la potencia de flujo sea positiva (dirección  $n \rightarrow k$ ), o en caso de que la potencia sea negativa (dirección  $n \leftarrow k$ ).

$$B_{kn}(\theta_n - \theta_k) \leq T_{nk}^{max} \quad \forall n, k \in [1, N] \quad (4)$$

$$-B_{kn}(\theta_n - \theta_k) \leq T_{nk}^{max} \quad \forall n, k \in [1, N] \quad (5)$$

De esta forma Si el flujo es mayor a cero, la restricción (5) se cumplirá siempre, mientras que si es un flujo menor a cero, la restricción (4) también se cumple siempre.

### 1.1.7. Rampas

Existe también un límite de cuánto pueden aumentar y disminuir en la potencia entregada por cada generador. Esto corresponde a la derivada de la potencia respecto al tiempo. Además, en este caso particular el límite en aumento es el mismo que en el descenso.

$$P_{i,t+1} - P_{i,t} \leq r_i \quad \forall i \in [1, I], \forall t \in [1, T - 1] \quad (6)$$

$$-P_{i,t+1} + P_{i,t} \leq r_i \quad \forall i \in [1, I], \forall t \in [1, T - 1] \quad (7)$$

## 1.2. Solución Óptima

Ya implementado el programa, el cual se incluye en los archivos adjuntos, se tiene el siguiente despacho de las centrales generadoras:

<b>Costo Total</b>	<b>107.725 \$</b>
--------------------	-------------------

Potencia generada						
Generador	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5	T=6
1	100	300	600	600	445	145
2	20	160	310	390	240	90
3	40	40	50	250	85	40
<b>Total</b>	<b>160</b>	<b>500</b>	<b>960</b>	<b>1240</b>	<b>770</b>	<b>275</b>

Figura 2: Despacho de unidades

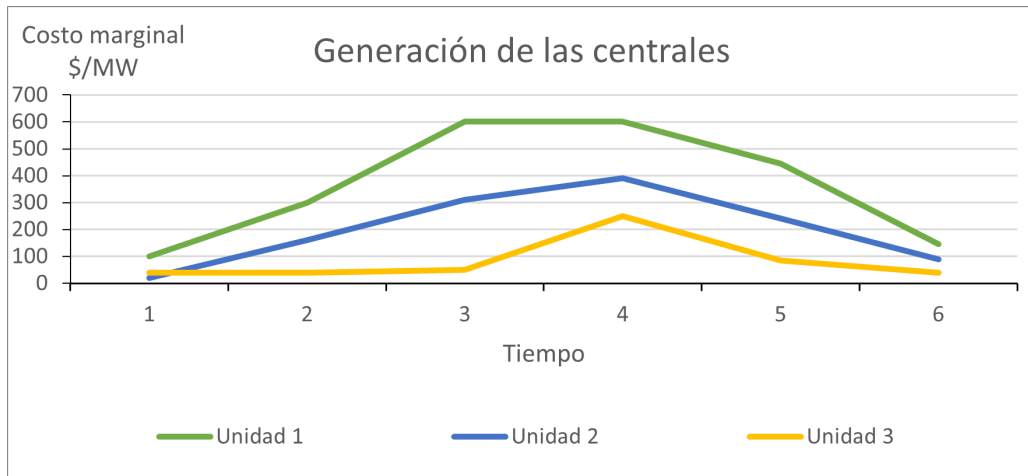


Figura 3: Representación Gráfica del despacho de unidades

Con este despacho optimo, se tiene los siguientes costos marginales.

Costos marginales						
Barra	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5	T=6
1	25	25	35	35	35	15
2	25	25	35	35	35	15
3	25	25	35	35	35	15
4	25	25	35	40	35	15
5	25	25	35	40	35	15
6	25	25	35	35	35	15
7	25	25	35	40	35	15
8	25	25	35	40	35	15
9	25	25	35	35	35	15

Figura 4: Costos marginales

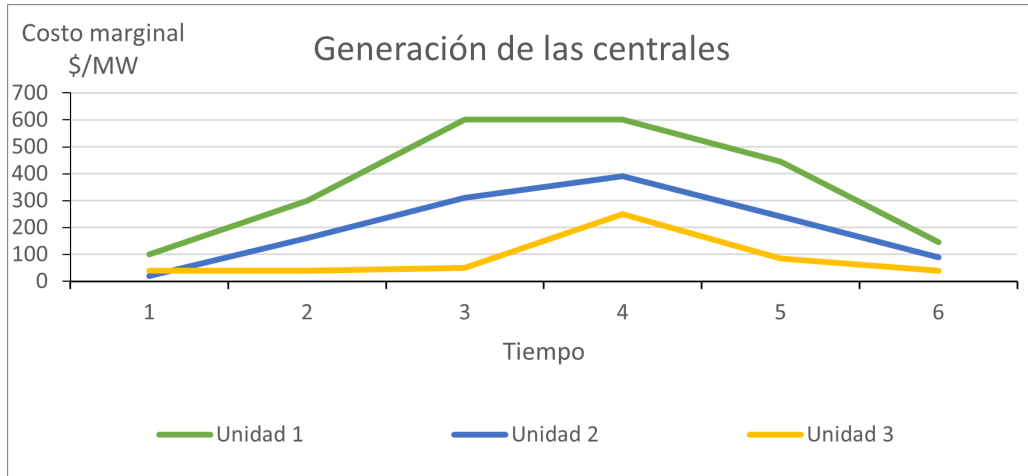


Figura 5: Gráfico costo marginal

## 2. Problema 2: Caso de estudio 1, falla en línea

Para esta parte se modificó la función objetivo, a la cual se le añade un costo por cada unidad faltante de generación.

El detalle se incluye en los archivos adjuntos.

Este parámetro “Faltante” está definido para cada nodo y para cada intervalo de tiempo y justamente corresponde a la diferencia entre lo demandado y lo generado.

Este valor faltante se incluye también en la ecuación de flujo DC.

A la suma de todo el faltante se le multiplica por el valor de la penalización el cual se incluye en la función objetivo.

De esta manera se tiene el siguiente despacho

Potencia generada						
Generador	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5	T=6
1	85	220	425	475	350	140
2	20	20	20	20	20	20
3	40	40	40	40	40	40
Total	145	280	485	535	410	200

Figura 6: Despacho de unidades

Y los costos marginales son:

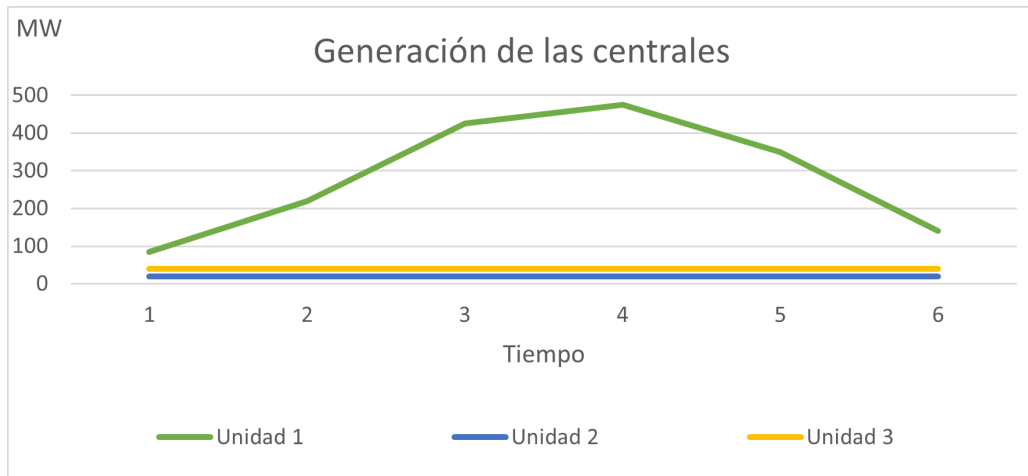


Figura 7: Representación Gráfica del despacho de unidades

Costos marginales						
Barra	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5	T=6
1	25	25	-5	-5	-5	-5
2	30	30	0	0	0	0
3	25	25	0	0	-5	-5
4	30	30	0	0	0	0
5	30	30	0	0	0	0
6	25	25	0	0	-5	-5
7	30	30	0	0	0	0
8	30	30	0	0	0	0
9	25	25	0	0	-5	-5

Figura 8: Costos marginales

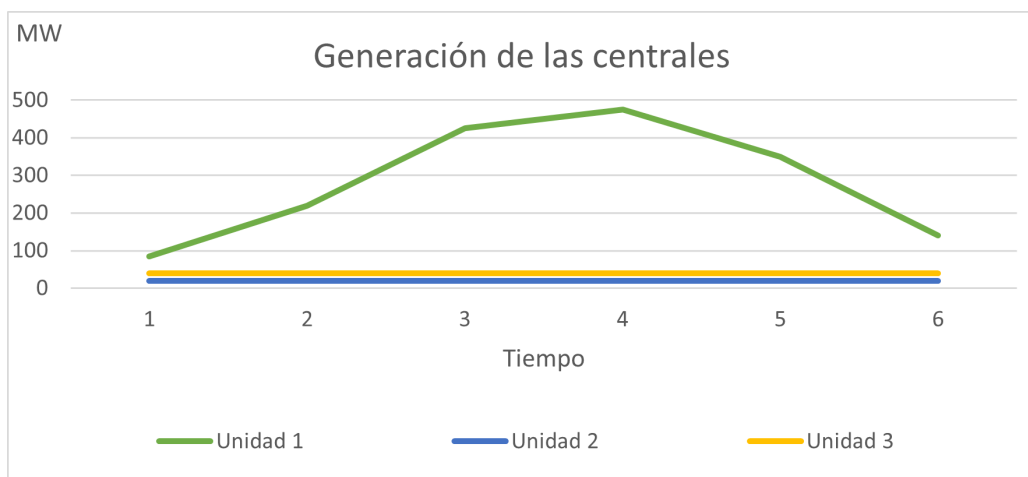


Figura 9: Gráfico costo marginal

Notemos como al tener una reducción de la capacidad de la línea existe desacople, llegando a tener incluso costos marginales negativos.

Notemos también que las centrales con costos variables mayores o iguales a la penalización (30\$/MWh) son despachadas a mínimo técnico. Es posible que la unidad dos genere más, pero el modelo es



### 3. Problema 3: Caso de estudio 2, inclusión de baterías

#### 3.1. Conjuntos y variables nuevas

Para uno de los casos de estudio se considera agregar baterías para almacenar energía (BESS). Se agrega en primer lugar una nuevo conjunto que indica el número del BESS, así como 2 nuevas variables de decisión:

- BESS:  $b \in \{1, \dots, B\}$ .
- BESS en el nodo n:  $B_n$ .
- $e_{b,t}$ : energía almacenada por el BESS en un instante t.
- $pb_{b,t}$ : flujo de enrgía desde la batería a la red ( $pb > 0$ ), o desde la red para cargar la batería ( $pb < 0$ ).

#### 3.2. Almacenamiento de energía y no generación

Se agrega la restricción que impide a las baterías 'crear' energía. De esta forma la suma de la potencia inyectada o recibida en el horizonte temporal debe ser cero.

$$pb_{b,1} = 0,5E_b^{max} \quad \forall b \in [1, B] \quad (8)$$

$$pb_{b,T} = 0,5E_b^{max} \quad \forall b \in [1, B] \quad (9)$$

#### 3.3. Energía almacenada máxima BESS

Además, no se pueden exceder los límites de energía almacenada de cada BESS:

$$e_{b,t} \leq E_b^{max} \quad \forall b \in [1, B], \forall t \in [1, T] \quad (10)$$

#### 3.4. Potencia máxima BESS

De forma análoga a un generador, los BESS tienen una potencia máxima que pueden entregar. De forma adicional se considera también este límite en forma inversa, es decir, tampoco puede cargarse a más potencia que su límite.

$$pb_{b,t} \leq P_b^{max} \quad \forall b \in [1, B], \forall t \in [1, T] \quad (11)$$

$$pb_{b,t} \geq -P_b^{max} \quad \forall b \in [1, B], \forall t \in [1, T] \quad (12)$$

#### 3.5. Dinámica del BESS

Finalmente, se agrega por un lado la dinámica de la batería para almacenar energía:

$$e_{b,t} = pb_{b,t} + e_{b,t-1} \quad \forall b \in [1, B], \forall t \in [2, T] \quad (13)$$

### 3.6. Fijos de potencia por nodo

Con el uso de BESS en este nuevo problema de optimización hay que hacer una pequeña modificación en la restricción (1), es decir, aquella que se refiere a la potencia inyectada por cada generador, la potencia im/exportada y la potencia consumida.

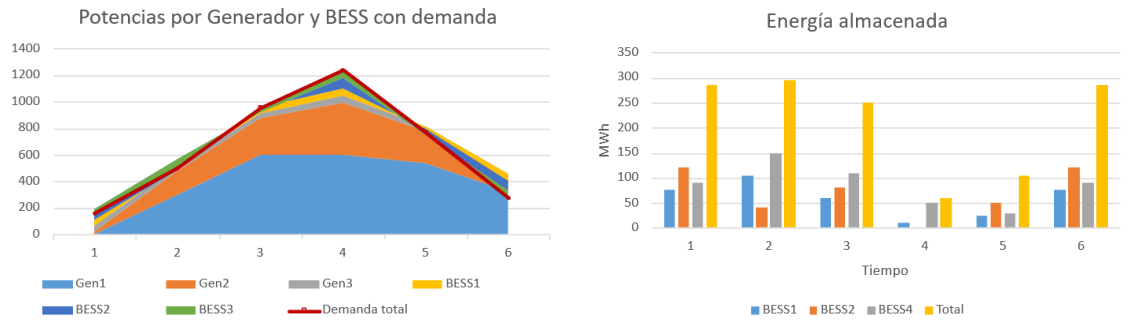
A esta restricción se le agrega ahora la potencia que va dirigida al BESS para almacenar energía, o bien que es entregada por el BESS hacia la red para suplir la demanda. De esta forma, la nueva restricción queda como:

$$\sum_{i \in G_n} p_{i,t} + \sum_{j \in B_n} p_{j,t} = P_{n,t}^D + \sum_{k=1}^N B_{nk}(\theta_{n,t} - \theta_{k,t}) \quad \forall n \in [1, N], \forall t \in [1, T] \quad (14)$$

### 3.7. Resultados del programa

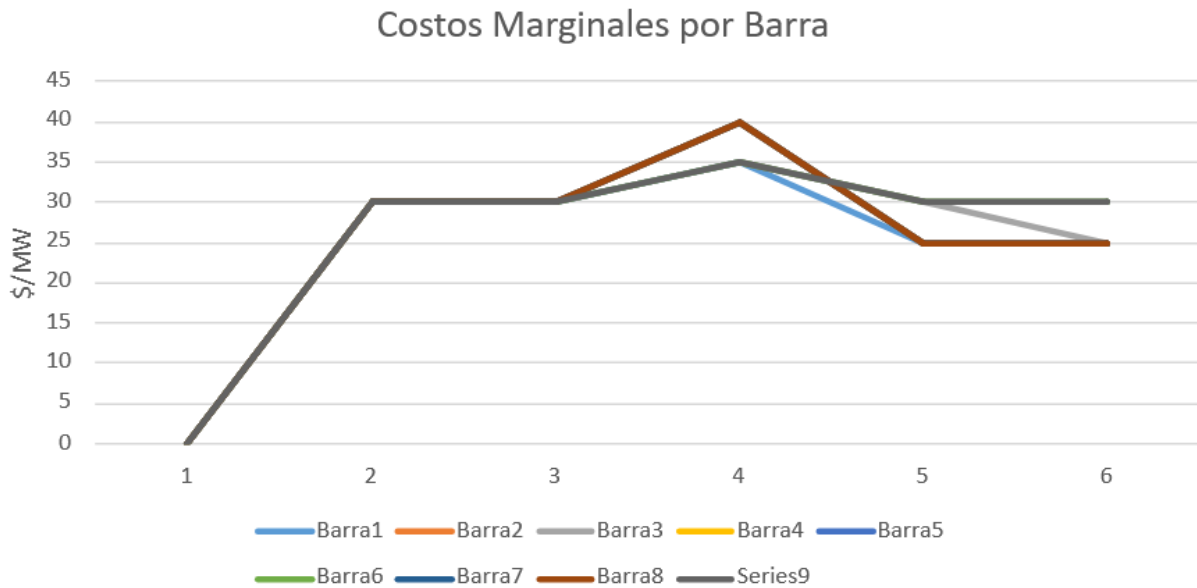
Al correr el programa se tiene un problema factible que es resuelto con el solver *Gurobi*. El problema es resuelto tras 25 iteraciones en menos de 1 segundo. El costo total de operación se tabula a continuación:

<b>Costo Total</b>	<b>103.650 \$</b>
--------------------	-------------------



(a) Generación por unidad.

(b) Energía almacenada por unidad BESS.



(c) Costos marginales por barra.

Figura 10: Principales gráficas sistema con almacenamiento.

Los costos marginales muestran mayor desacople, e incluso a ratos pareciera aumentar. De todas formas hay una disminución en el costo de operación de 5075\$. Como propuesto a seguir profundizando en esta situación se pueden agregar eficiencias para la carga y descarga de cada BESS.

## 4. Problema 4: Caso de estudio 3, impuesto por emisiones

Una manera de implementar una penalización por emisiones de CO<sub>2</sub> en el modelo de Lumina, es incluir la contaminación como valor numérico y sumarlo a los costos variables de las centrales contaminantes. De esta manera, el modelo de optimización preferirá aumentar la generación de aquellas centrales que tienen costos más bajos, y por ende las centrales contaminantes (las más caras, debidos a que sus costos ahora consideran la contaminación) generarán menos (tanto potencia como contaminación). Naturalmente el costo asociado a la contaminación dependerá del tipo de tecnología y combustible de cada central.

En resumidas cuentas, contaminar el medio corresponde a un costo para todos, y el modelo de optimización favorece a aquellas centrales que tienen menos costos.

En Chile está vigente un método similar. El año 2017 está vigente la ley N°20.780, cuyo artículo 8 corresponde a la implementación de un “Impuesto Verde”, el cual multa a aquellas fuentes de contaminación, incluyendo centrales emisoras de CO<sub>2</sub>.

Según la asesoría técnica realizada el año 2018 por Nicolás García, miembro de la Comisión de Minería y Energía del Senado, “el impuesto verde es un instrumento de mitigación”. También explica que “son un instrumento económico que agrava las externalidades producidas por un emisor” y que a través de un pago genera incentivo para que las fuentes contaminantes reduzcan sus externalidades, que en este caso son sus emisiones. Este incentivo, también explica, se basa en el principio de eficiencia económica, en la cual las empresas buscarán reducir su carga tributaria mediante, entre otras cosas, mejoras de procesos o cambio de combustibles.

El cálculo para determinar los costos variables correspondientes al impuesto verde está descrito en la Resolución Exenta N°659 del año 2017, desarrollada por la Comisión Nacional de Energía. El calculo corresponde al total de impuesto anual, incluyendo todos los tipos de contaminantes, cuyo valor es calculado por el SII según estipula el artículo 8 de la ley 20.780, dividido por la generación anual total neta de la central. De esta manera se tiene un parámetro en pesos por kilowatt-hora, lo que corresponde justamente a un costo variable, el cual se añade a los costos variables de operación convencionales, para luego incluirse en el modelo de despacho.

## Referencias

<https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1067194&idParte=9509251&idVersion=2023-01-01>

[https://obtienearchivo.bcn.cl/obtienearchivo?id=repositorio/10221/26723/1/BCN\\_\\_Implementacion\\_de\\_Impuesto\\_Verde\\_en\\_Chile.pdf](https://obtienearchivo.bcn.cl/obtienearchivo?id=repositorio/10221/26723/1/BCN__Implementacion_de_Impuesto_Verde_en_Chile.pdf)

[https://www.cne.cl/wp-content/uploads/2017/04/Res.-Exta.-N%C2%B0-659\\_17-11-2017.pdf](https://www.cne.cl/wp-content/uploads/2017/04/Res.-Exta.-N%C2%B0-659_17-11-2017.pdf)