UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo IV MAT 525212/529202

Listado Integrales III

P1 Encuentre todas las posibles series de Laurent alrededor del z_0 indicado para las siguientes funciones. *Hint: Se recomienda expandir en Taylor para algunas.*

1. $f(z) = 1/(1-z)$ con $z_0 = 0$
2. $f(z) = 1/[(z+1)(z+2)^2]$ con $z_0 = 1$
3. $f(z) = 1/(z^2-1)$ con $z_0 = 1$
4. $f(z) = 1/(z^2-iz)$ con $z_0 = 1$
5. $f(z) = \frac{e^z}{z+1}$ con $z_0 = -1$
6. $f(z) = \frac{z}{(z+i)(z-i)^2}$ con $z_0 = 0$
7. $f(z) = \frac{Log(1+2z)}{z}$ con $z_0 = 0$
8. $f(z) = \frac{sin(z^2)}{z}$ con $z_0 = 0$
9. $f(z) = sin(\frac{1}{z})$ con $z_0 = 0$

P2 Considere la serie de Laurent $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n z^n$ para una función $f(z)$ analítica en una región regular $r_1 < |z| < r_2$. Si $|z| = r_0$ es una circunferencia dentro de este anillo muestre que $f(z)$ tiene una expansión en serie de Fourier:

$$f(r_0 e^{i\theta}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{in\theta}, \qquad A_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-in\theta} f(r_0 e^{i\theta})d\theta$$

P3 Verifique las siguientes integrales de contorno

1. (a)
$$\int_0^{2\pi} \sin^{2n}(x)dx = \frac{\pi(2n)!}{2^{2n-1}(n!)^2}$$
2. (b)
$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{a^2 sin^2(x) + b^2 cos^2(x)} dx = \frac{2\pi}{ab}$$

P4 Calcule

1. (a)
$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{2+cos(x)}$$

2. (b)
$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$$

3. (c)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos(x)}{1+x^2}$$