

Cálculo IV MAT 525212/529202
Listado Integrales II

P1 Si C es una curva simple, cerrada muestre que el área en su interior es

$$A = -(i/2) \oint_C \bar{z} dz$$

P2 Determine el valor de las siguientes integrales

1. $\oint_{|z|=1} e^{\sin(z^2)}$
2. $\oint_{|z|=1} \tan(z)$
3. $\oint_C \text{Log}(1-z) dz$ con C cuadrado de vertices $\pm \frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}$
4. $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{\bar{z}}$
5. $\oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z^2 + 6}$
6. $\oint_C \csc(z) dz$ Con C la elipse $x^2 + 20(y - 1/4)^2 = 1$

P3 Evaluar $\oint_C f(z) dz$ donde f y C son

1. $f = \frac{1}{(z-1)(z-i)^2}$ $C : |z| = 2$;
2. $f = \frac{z^n}{(z-1)^k}$ Con C la elipse $x^2/4 + y^2/9 = 1$ y k es entero positivo
3. $f = ze^{1/(z-2)}$ con C cuadrado de vertices $\pm 1 \pm i$
4. $f = \frac{1}{1+z^5}$ $C : |z| = 1/2$
5. $f = \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - iz^2 + 4z - 4i}$ con $C : |z - i/2| = 1$
6. $f = \frac{z+2}{z^3 + 3z^2 + 3z + 1}$ con $C : |z| = 10$

$$7. f = \frac{z}{(z^2 + 4)^3} \quad C: |z - 1| = 5$$

- 4 Sea $p(z) = \sum_{k=0}^n c_k z^k$ un polinomio de grado n . Sea C una curva simple y cerrada que encierra a z_0 , un punto dentro de C . Muestre que

$$\oint_C \frac{p(z)}{z - z_0} dz = 2\pi p(z_0)$$

Muestrelo de dos maneras distintas, en la ayudantía se realizará una.

- 5 Calcular $\oint_C f$ siendo $C: z(t) = e^{it} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

$$1. f = \frac{z^2 + 3z - 5}{z}$$

$$2. f = \frac{z^3 + 4}{(z^2 - 2)^2}$$

$$3. f = \sin(z)/z$$

$$4. f = \frac{\cos(z)}{(z - \pi)}$$

$$5. f = \frac{e^{z^2+1}}{z}$$