UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo IV MAT 525212/529202

Listado No 1.

P1 Esbozar el lugar geométrico del plano complejo determinado por l as siguientes condiciones:

1. $|z| > 1,\ |Arg(z)| < \frac{\pi}{4}$;
2. $|z|Arg(z) = \frac{\pi}{2}$

P2 Encontrar La imagen por $f(z) = e^z$ de los siguiente conjuntos del plano $(0 < A < 2\pi)$

1. $\overrightarrow{P(1,2)Q(3,2)}$;
2. $Fr\{(x,y) : x \leq 0,\ 0 \leq y \leq A\}$.

P3 ¿Cuál de las siguientes funciones son uni valuadas o multivaluadas?

1. $z^{1/3}$;
2. $Arg(\overline{z}^2 + 1)$

P4 Evaluar los siguientes límites.

1. $\lim_{z\to i}\left[\dfrac{z^3 + (2-i)z^2 + (1-i)z + 1 - i}{z - i}\right]$;
2. $\lim_{z\to i}\left(xe^{xy} + i\dfrac{e^{xy}}{1+x}\right)$

P5 Escribir en forma polar o cartesiana el valor principal y los demás valores de las siguientes expresiones.

1. $2^{2/5}$;
2. 3^{1+i};
3. $(\sqrt{3} - i)^{1/4}$;
4. $1^{i/4}$.

P6 Evaluar los siguientes límites

1. $\lim_{z\to i}\dfrac{z(z^2 + (2-i)z - 2i}{z - i}$;
2. $\lim_{z\to 0}\dfrac{\overline{z}}{z}$;
3. $\lim_{z\to -3}\dfrac{z+2}{z^2 + (2-i)z - (3+3i)}$;
4. $\lim_{z\to 0}\dfrac{\overline{z}^2}{z}$.

P7 Evaluar los siguientes límites

1. $\lim\limits_{z\to i}\left(xe^{xy}+i\dfrac{e^{xy}}{x+1}\right)$;
2. $\lim\limits_{z\to i}\left(\dfrac{z^3+(2-i)z^2+(1-i)z-i}{z-i}\right)$;
3. $\lim\limits_{z\to -3}\left(\dfrac{z+3}{z^2+(2-i)z-(3+3i)}\right)$;
4. $\lim\limits_{z\to 0}\left(\dfrac{z^2}{|z|}\right)$;
5. $\lim\limits_{z\to \infty}\left(\dfrac{z}{z^2+1}\right)$;
6. $\lim\limits_{z\to \infty}\left(e^{-x^2}+i\dfrac{y^2}{1+y^2}\right)$;
7. $\lim\limits_{z\to \infty}\left(\dfrac{z^2}{z^2+1}\right)$;
8. $\lim\limits_{z\to 0}\left(\dfrac{z}{|z|}\right)$;
9. $\lim\limits_{z\to 1-i}(z^2+\overline{z}^2)$;

P8 Determinar el dominio de las funciones compuesta $f(g(z))$

1. $f(z)=z+1, \quad g(z)=z^2$;
2. $f(z)=\frac{z}{z+i}, \quad g(z)=\frac{z+i}{z}$;
3. $f(z)=\frac{1}{x}+iy^2. \quad g(z)=z^2$;
4. $f(z)=x+i2y, \quad g(z)=f^2(z)$.

$\left[\text{Recordar que } x=\frac{z+\overline{z}}{2}, \quad y=\frac{z-\overline{z}}{2i}\right]$

P9 Encontrar $f(2i)$ y $f(1-i)$ si

1. $f(z)=\frac{z}{1-\overline{z}}$;
2. $f(z)=\frac{ax+2iy}{y-ix}$;
3. $f(z)=Arg\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)$;
4. $f(z)=\sqrt{x+y}+ixy$.

Observar que $Arg\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)=Arg\left(\frac{z}{|z|^2}\right)=Arg\,(z)$

P10 Escribir las siguientes funciones en términos de z y su conjugado.

1. $f(x+iy)=xy+ix^2$;
2. $f(re^{i\theta})=r^2\cos(\theta)\sin(\theta)+ir^3$;
3. $f(x+iy)=\frac{x+i}{x+y}$;
4. $f(re^{i\theta})=r\cos(2\theta)+isin(2\theta)$.

Observar que $\cos(\theta)=\frac{z+\overline{z}}{2|z|}, \quad \sin(\theta)=\frac{z-\overline{z}}{2i|z|}, \quad \overline{z}^2=\overline{z^2}$ etc.

FPV/fpv.
06 de Septiembre de 2015