

CÁLCULO IV: cálculo complejo
TEST III

Nombre:

Es obligatorio contestar el problema 1 y el problema 2. El bonus es opcional, sube 5 décimas si es contestado de manera correcta.

Problema 1.

- i) Sea Γ el círculo unitario recorrido una vez positivamente. Calcular usando la fórmula de Cauchy,

$$I_1 = \int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz$$

luego escribirla como un par de integrales reales y deducir el valor de $I_2 := \int_0^\pi e^{\cos\theta} \cos(\sin(\theta)) d\theta$

Problema 2.

1. Sea $r > 0$ calcule la siguiente integral sobre $\gamma(t) = re^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$

$$\int_{\gamma} \operatorname{Re}(z) dz$$

Y responda a la pregunta ¿La función parte real de z , tiene una función primitiva sobre la circunferencia de centro el origen y radio r ?

BONUS Sea $P(z)$ un polinomio a coeficientes complejos de grado n , sea C una curva simple, cerrada y sea z_0 en el interior de la región encerrada por C Muestre que

$$\oint_C \frac{p(z)}{z - z_1} = 2\pi p(z_0)$$