

CÁLCULO IV: cálculo complejo

Tarea Final

Nombre:

Entrega Lunes 21/11/2016

Problema 1.

i) Demuestre las siguientes integrales (asuma que son integrables)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(3x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi(1-e^{-6})}{2} \quad (1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^a}{1+x} dx = \frac{\pi}{2\cos(\pi a/2)}, \quad -1 < a < 0 \quad (2)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2+a^2} dx = \frac{\pi \ln(a)}{2a} \quad 0 < a \quad (3)$$

Hint: Para la segunda y la tercera use el corte de rama $0 < \arg(z) \leq 2\pi$, además se añade como ayuda las imágenes de los contornos usados para la demostración de (2) y (3) a modo de facilitar un poco el trabajo.

Problema 2. Evalúe la siguiente integral usando el teorema de los residuos.

$$\oint_{|z|=1/2} \frac{z^2 e^z}{1-e^{z^4}} dz \quad (4)$$