

Complemento de Cálculo MAT 521234
Evaluación No 1. (13.05.14-13:15hrs.)

Nombre Completo:

Carrera:

TIEMPO: 100 minutos

P1	P2	P3	Bonus	Puntaje	Nota

FPV/fpv.
13 de Mayo de 2014

P1 1. Evaluar

$$a = \frac{e^{3+i\pi} \operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + 2i\right)}$$

2. Establecer que la siguiente función es analítica en un dominio adecuado. Evaluar $f'(\pi + i)$.

$$f(x + iy) = x + \sin(x) \cosh(y) + i(y + \cos(x) \sinh(y)).$$

3. Encuentre v la armónica conjugada de u . Genere la función analítica correspondiente $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$.

[2.0 puntos]

P2 Evaluar dos de las siguientes tres integrales:

1. $\oint_{\Gamma} \frac{e^{2z} \sin(z^2 - 2i)}{(z - 1 - i)^2} dz$

donde Γ es una curva simple y cerrada que no pasa por $1 + i$. Ind. $(1 + i)^2 = 2i$

2. $\oint_{\Gamma} \frac{z - 4i}{z^4 + 4z^2} dz$

donde Γ es una curva simple y cerrada que no pasa por $z = -2i$ pero encierra a $z = 0$ y $z = 2i$.

3. $\oint_{\Gamma} \frac{e^{iz}}{(z^2 + 1)^2} dz$

donde Γ viene representado por la figura.

[2.0 puntos]

P3 Sean α y β números positivos. Evaluar las siguientes integrales:

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\alpha x)}{x^2 + \beta^2} dx \qquad 2. \int_0^{2\pi} \frac{\alpha \sin(\theta) + \beta \cos(\theta)}{2 - \cos(\theta)} d\theta$$

Ind: En (2) separar las integrales.

[2.0 puntos]

Bonus Encontrar la *Serie de Laurent* de

$$f(z) = \frac{1}{z(z-3)}$$

que sea válida en la región: $|z-3| > 3$.

[1.0 puntos]