UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

TAREA FINAL

ECUACIONES DIFERENCIALES II

ii)hint: Luego de hacer separación de variables $u = v + w$, el principio del máximo revela que $w \equiv 1$ es la única solución para el problema de paisson con la condición de frontera dada (averiguar por qué es así). Para v pasar a a coordenadas polares y buscamos expresiones del tipo

$$V_{rr} + \frac{1}{r}V_r + \frac{1}{r^2}V_{\theta\theta} = rsin(\theta)$$

con $V(1, \theta) = 0$ y V acotado.
Como sugerencia busquen soluciones de tipo $V(r, \theta) = b_1(r)sin(\theta)$ con $b_1(r) = 0$ y b_1 acotada, al sustituir les tiene que dar

$$b_1''(r)sin(\theta) + \frac{1}{r}b_1'(r)sin(\theta) - \frac{1}{r^2}b_1(r)sin(\theta) = rsin(\theta)$$

notar que esta es una simple EDO de tipo Euler que puede ser reducida a coeficientes constantes $s = log(r)$. Ustedes ven como resolver esta EDO. Finalmente

$$b_1(r) = f_1(r) + C_1 f_2(r) + C_2 f_3(r)$$

Con C_1, C_2 arbitrarios pero que como b_1 es acotado, una de ambas constantes se hace cero, la otra la da la condición de frontera. EL resultado es un polinomio, es decir $u \in P_3(\Omega)$, i.e. La solución es un polinomio de grado menor o igual a 3. El cual ustedes deben dibujar en $(x, y) \in [-1, 1]^2$

Concepción, Noviembre 2017
FP/SMS/INJ/sms