

Modelación y Simulación

Laboratorio 04

Parte 1 - Ejercicio Teórico**Tasks 1**

Suponga que en un escenario totalmente ficticio existe un virus conocido como el virus T . Se ha descubierto que este existe en el 0.5% de la población, y a la vez se ha desarrollado una prueba que es efectiva detectando el 97% de las veces si una persona está infectada. Pero, esta prueba da un falso positivo el 0.1% de las veces. Considerando esto conteste

a. Si una persona resulta con una prueba positiva para el virus T , ¿cuál es la probabilidad de realmente tener dicho virus?

$$P(V) = \text{Probabilidad de tener el virus } T = 0.005$$

$$P(\neg V) = \text{Probabilidad de no tener el virus } T = 1 - 0.005 = 0.995$$

$$P(+ | V) = \text{Probabilidad de que la prueba sea positiva si tiene el virus} = 0.97$$

$$P(+ | \neg V) = \text{Probabilidad de que la prueba sea positiva si no tiene el virus} = 0.001$$

Se busca encontrar $P(V | +)$ que es la probabilidad de tener el virus dado que la prueba es positiva

$$P(+) = P(+ | V) * P(V) + P(+ | \neg V) * P(\neg V)$$

$$P(+) = (0.97 * 0.005) + (0.001 * 0.995) = 0.00485 + 0.000995 = 0.005845$$

$$P(V | +) = \frac{0.97 * 0.005}{0.005845} = \frac{0.00485}{0.005845} = 0.829$$

La probabilidad de que en verdad se tenga el virus si la prueba sale positiva, es mas o menos de 82.9%

b. Si un grupo de 5 personas se han tratado de refugiarse y para ello han hecho una prueba cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 resulten positivos? Si dado el caso estos tres resulten positivos en la prueba, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 tengan el virus?

Probabilidad de que 3 de 5 personas den positivo:

$n=5$ (número de pruebas)

$k=3$ (número de pruebas positivas)

$p=0.005845$ (probabilidad de dar positivo en la prueba)

$$P(X = k) = \binom{n}{k} * p^k * (1 - p)^{n-k}$$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} * (0.005845)^3 * (1 - 0.005845)^2$$

el $\frac{5}{3}$ es el coeficiente binomial $\frac{5*4}{2*1} = 10$

$$P(X = 3) = 10 \cdot (0.005845)^3 \cdot (0.994155)^2$$

La probabilidad de realmente tener el virus dado un resultado positivo en la prueba es más o menos 82.98%

Probabilidad de que al menos 2 de esos 3 tengan el virus:

$$P(V | +) \approx 0.829$$

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3)$$

se usan los parámetros $n = 3$ y $p = 0.829$

$$P(Y = 2) = \binom{3}{2} * (0.829)^2 * (1 - 0.829)$$

$$P(Y = 3) = \binom{3}{3} * (0.829)^3$$

Se suman las probabilidades

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3)$$

La probabilidad de que exactamente 3 de las 5 personas den positivo es aproximadamente 1.97×10^{-6} (0.000197%)

Dado que las 3 personas dieron positivo, la probabilidad de que al menos 2 de ellas realmente tengan el virus es aproximadamente 92.29%.

Repositorio Github:

<https://github.com/Sebas021210/Lab4-ModSim>