



Análisis de Cointegración entre el Precio de BTC y otras criptomonedas: Un Enfoque de Series de Tiempo

Reyes Sebastián David Santamaria

13 de mayo de 2024

1. Resumen

Este trabajo analiza la cointegración entre el precio de Bitcoin (BTC) y otras tres criptomonedas: Solana (SOL), Cardano (ADA) y Binance Coin (BNB). Se utiliza el método de Engle-Granger y el test de Johansen para determinar la presencia de cointegración. Los resultados muestran que existe cointegración en las relaciones BTC-SOL y BTC-BNB, pero no en la relación BTC-ADA. Estos hallazgos sugieren que existe una relación de largo plazo entre los precios de btc-sol y BTC-BNB, pero no entre BTC y ADA. El trabajo se divide de la siguiente manera, la revisión de la literatura que abarca el contexto de lo investigado referente al tema propuesto, del que cabe mencionar se encuentra en auge, la sección Datos y principales descriptivos, explica el levantamiento de datos junto a un análisis breve de los mismos. La sección metodología muestra el procedimiento llevado para la generación de los resultados que se analizan en la sección posterior. Finalmente, las Secciones Conclusiones y Anexos, resume lo importante del trabajo junto al código para replicar el ejercicio.

2. Revisión de la literatura

Para adentrarnos en el tema de cointegración tomamos como referencia el trabajo de Campbell y Shiller (1987), este estudio, revisa algunos modelos y los métodos propuestos para probar la cointegración en el contexto de variables económicas. Aunque no se centra en las criptomonedas, proporciona un marco teórico importante para comprender los conceptos de cointegración y análisis de series temporales. Este artículo destaca la importancia de la cointegración en el análisis de relaciones de largo plazo y es relevante para comprender la base teórica del análisis de cointegración en general.



Para ayudarnos a entender de forma global algunas características de como funciona el mercado de acciones, el trabajo de Chang et al. (2008) sirve, a pesar de que se centra en los ajustes a corto plazo y en el mercado de EE.UU., es relevante tomar en cuenta su discusión sobre la eficiencia del mercado, pues nos advierte de posibles burbujas racionales en el mercado de valores, junto a su análisis de la volatilidad en dicho mercado. Es importante considerar estos fenómenos también en el mercado de criptomonedas. Así mismo, para entender un poco más las dinámicas de la principal criptomoneda Bitcoin (BTC) Aleti y Mizrach (2021) nos dan un buen contexto, al investigar las relaciones causales, la cointegración y el descubrimiento de precios entre los mercados al contado y de futuros de Bitcoin,

En el tema de cointegración entre bitcoin y otros mercados, podemos mencionar los trabajos de: Bejaoui et al. (2022) y Lee y Rhee (2022) que examinan la relación entre Bitcoin y otras variables macroeconómicas y de activos como el petróleo crudo, el S&P500 y el gas natural, el precio del oro, etc. (El primero lo analiza durante el COVID) Ambos concluyen con la presencia de dependencias a largo plazo y a corto plazo entre Bitcoin y varios activos.

Centrándonos en el enfoque de nuestro trabajo, hay una amplia selección de literatura que apoya la cointegración entre diversas criptomonedas, desde una visión teórica se plantea principalmente estas cointegraciones con BTC, ya que al ser la primera criptomoneda, muchos afirman que tiene un gran peso sobre el resto de monedas "más nuevas". En ese sentido, por ejemplo, Göttfert (2019) examina si existe cointegración entre el precio diario de BTC y otras cinco criptomonedas: Ethereum, Ripple, Bitcoin Cash, EOS y Litecoin, en cinco períodos de tiempo diferentes. aplicando dos pruebas diferentes de cointegración: el enfoque de Engle-Granger con la prueba de cointegración de Johansen, así como un Modelo de Corrección de Error Vectorial. Concluyendo que el precio de Bitcoin tiene un impacto de largo plazo estadísticamente significativo en los precios de todas menos EOS.

Otro ejemplo es Gül (2022) quien examina las relaciones de cointegración entre el precio de BTC y varias criptomonedas importantes: BNB, ADA, DOGE, ETH, DOT y XRP donde además de encontrar cointegración y relación a largo plazo, presentan una relación causal bidireccional entre BNB y ETH. Ambos trabajos se suman a la creciente cantidad de investigaciones que exploran las relaciones entre diferentes criptomonedas mediante técnicas de análisis de series de tiempo.

3. Datos y principales descriptivos

Para buscar la cointegración entre BTC y otras criptomonedas, se usaron los datos del precio ajustado por semana de las siguientes monedas seleccionadas: Solana (SOL), Cardano (ADA) y Binance coin (BNB), esta selección se basó en tomar 2 monedas (ADA y BNB) para comparar los resultados con los establecidos por la literatura y una extra (SOL) que no estaba presente en la literatura revisada. Los datos fueron obtenidos de Yahoo Finance en el período de 1 año, es decir, desde el 5/8/2023.

Se tomó el precio de BTC como x_1 , de SOL como y_1 , de ADA como y_2 y de BNB como, y_3 obteniendo los siguientes descriptivos.

```
> # Obtenemos los principales descriptivos para cada variable
> summary(x1)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
25832  28009   37221   41005  50873   71334
> summary(y1)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 15.44  21.78   56.90   72.07  111.00  202.87
> summary(y2)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 0.2430  0.2902   0.3840   0.4183   0.5203   0.7282
> summary(y3)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 208.3   234.5   247.1   326.9   342.5   606.9
```

Figura 1: Principales descriptivos por variable

Con los resultados de la Figura 1 podemos decir de forma general, que la moneda ADA muestra un rango estrecho en comparación con el resto de criptomonedas, además para la mayoría vemos como la distribución de los datos está mayormente sesgada a la derecha a excepción de y_2 , donde la media y la mediana están relativamente cerca.

4. Metodología

La metodología descrita a continuación se llevó a cabo para cada análisis de cointegración, es decir para SOL-BTC, ADA-BTC y BNB-BTC, pero se explicará a detalle únicamente el caso de SOL-BTC, pues la metodología es igual solo cambian los resultados que se analizarán en la siguiente sección. Se presentarán los resultados en las diferentes figuras en el Anexo 2, además del código empleado para la generación de lo descrito en el Anexo 1

Primero se transformó los datos a una serie de tiempo donde cada serie presenta 54 datos (semanas distintas), como se muestra en la Figura 2. Analizando el orden de la serie para BTC realizamos una prueba de raíz unitaria usando el test de Dickey Fuller Aumentada (ADF), vemos que la serie es no estacionaria como lo muestra los resultados de la Figura 3, el valor del estadístico tau es $-1,9435$ que no es estadísticamente significativo



ni a un nivel del 10 %.

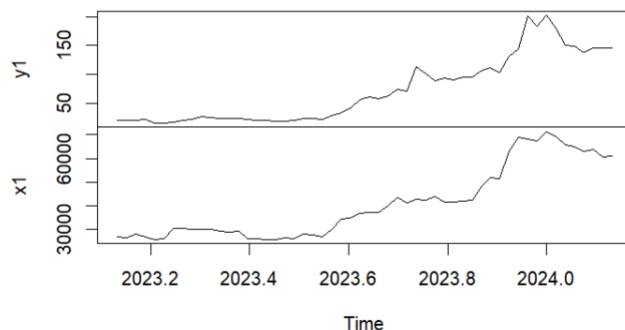


Figura 2: Serie de tiempo: BTC (x1) y SOL (y1)

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression trend  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-4014.4 -1204.8  -326.8   872.4 10653.1  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 2053.41011 1167.42828   1.759  0.0850 .  
z.lag.1      -0.10757   0.05535  -1.944  0.0578 .  
tt           104.16058   54.33494   1.917  0.0612 .  
z.diff.lag    0.21129   0.13872   1.523  0.1343  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 2549 on 48 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.1037,    Adjusted R-squared:  0.04768  
F-statistic: 1.851 on 3 and 48 DF,  p-value: 0.1505  
  
Value of test-statistic is: -1.9435 2.0482 1.9624  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau3  -4.04  -3.45  -3.15  
phi2   6.50   4.88   4.16  
phi3   8.73   6.49   5.47
```

Figura 3: Test de Dickey Fuller Aumentada para la serie de tiempo BTC

Posteriormente, comprobamos que las series son estacionarias de orden 1, para ello aplicamos una diferenciación y volvemos a usar la prueba de raíz unitaria. En la Figura 4 podemos ver de forma gráfica la diferenciación para BTC-SOL y tras el test ADF sobre los precios de BTC obtenemos la Figura 5 comprobando que la serie es estacionaria de orden 1 a un nivel de significancia del 1 % pues el nuevo estadístico tau es $-4,1534 < -2,6$

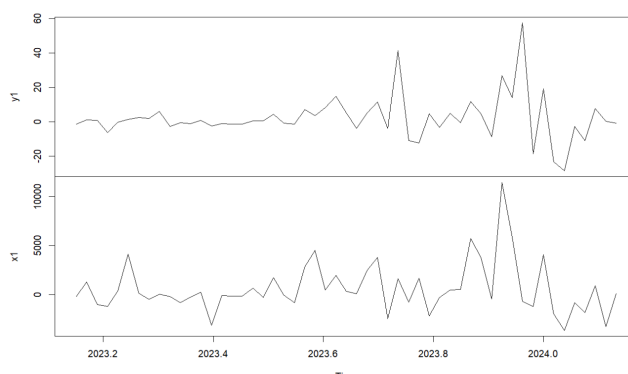


Figura 4: series de orden 1: BTC (x1) y SOL (y1)

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-3385.2  -919.6   40.2  1723.2 11345.7  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
z.lag.1      -0.74061    0.17831  -4.153 0.000131 ***  
z.diff.lag   -0.04491    0.14453  -0.311 0.757343  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 2670 on 49 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.3901,    Adjusted R-squared:  0.3652  
F-statistic: 15.67 on 2 and 49 DF,  p-value: 5.48e-06  
  
Value of test-statistic is: -4.1534  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Figura 5: Test ADF: serie BTC orden 1

El resto de pruebas de raíz unitarias para el resto de series se encuentran en el Anexo 2. Puesto que ambas series son del mismo orden, podemos analizar su cointegración. Usamos el método de Engle y Granger quienes establecen que: debido a que estamos estimando el coeficiente, primero usamos mínimos cuadrados ordinarios, posteriormente podemos hacer las pruebas de raíz unitaria sobre los residuos y si resultan estacionarios, se puede decir que ambas variables están cointegradas o que existe relación a largo plazo entre ellas.

La Figura 6 muestra la gráfica de los residuos del modelo para SOL-BTC, de forma visual podemos intuir que cumple con la condición y los residuos son estacionarios, pero



para comprobarlo realizamos la prueba ADF obteniendo en la Figura 7 que los residuos son estacionarios o de orden 0 pues al ser menor a 2 rechazamos la hipótesis nula de no estacionalidad.

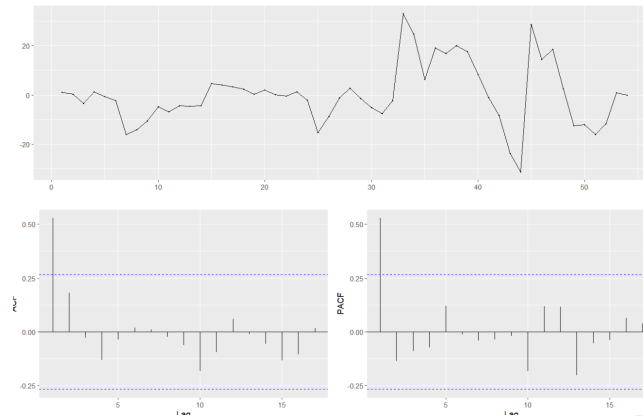


Figura 6: Residuos: modelo $y_1 \sim x_1$

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root / Cointegration Test #  
#####  
The value of the test statistic is: -4.0086
```

Figura 7: ADF: residuos del modelo $y_1 \sim x_1$

Como β dentro del modelo es un estimado, el test ADF no es la mejor opción para determinar si existe cointegración en las variables, pues sus valores críticos no estarían bien calculados, por ello complementamos el análisis usando el análisis de Johansen, cuyos resultados son más confiables en muestras grandes. La cantidad de datos obtenida se considera suficiente para aplicar esta metodología y contrastar sus resultados.



```
#####  
# Johansen-Procedure #  
#####  
  
Test type: trace statistic , with linear trend  
  
Eigenvalues (lambda):  
[1] 0.242101218 0.002971283  
  
Values of teststatistic and critical values of test:  
  
          test 10pct  5pct  1pct  
r <= 1 |   0.15   6.50   8.18  11.65  
r = 0  |  14.57  15.66  17.95  23.52  
  
Eigenvectors, normalised to first column:  
(These are the cointegration relations)  
  
          y1.l2      x1.l2  
y1.l2  1.000000000  1.000000000  
x1.l2 -0.003785911  0.004783697  
  
Weights W:  
(This is the loading matrix)  
  
          y1.l2      x1.l2  
y1.d -0.4506509 -0.003507529  
x1.d  26.1484996 -1.066094238
```

Figura 8: Test de Johansen: modelo $y_1 \sim x_1$

5. Análisis de resultados

Los resultados muestran que todas las series de tiempo escogidas son de orden 1, por ello podemos aplicar el método de Engle y Granger, además para cada análisis de cointegración comprobamos si existe una relación a largo plazo entre ambas variables, usando el procedimiento de Johansen, basándonos en la explicación de los resultados generados por el comando que se pueden encontrar en QuantStart (s.f.).

Para SOL-BTC, como muestra la Figura 8 en la sección «Values of test statistic and critical values of test» el valor del estadístico de prueba para la hipótesis nula $r \leq 1$ (0.15) es menor que los valores críticos correspondientes a los niveles de significancia, lo que indica que no se rechaza la hipótesis nula de $r \leq 1$, por otro lado, el valor del estadístico de prueba para la hipótesis nula $r = 0$ (14.57) también es menor a los valores críticos, pero se encuentra cerca al valor crítico con un nivel de 10 % de significancia.

Los casos de ADA-BTC y BNB-BTC son un tanto diferentes, como se ve en las Figura 21 y Figura 22, el test ADF marca que no hay estacionalidad en los residuos para ninguno de los modelos. Para un mejor análisis igualmente se realiza el procedimiento de Johansen en ambos casos.



En el caso de ADA-BTC como se muestra en la Figura 23, vemos como los estadísticos 8,42 y 1,46 se encuentran son considerablemente menores a los valores críticos, por ende no tenemos evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de no cointegración entre las variables.

Finalmente, en el caso de BNB-BTC, usando los resultados mostrados en la Figura 24 vemos como el estadístico 16,03 para la prueba $r = 0$ supera el valor crítico al 10 % de significancia, dándonos evidencia estadística de cointegración entre estas variables o una relación a largo plazo, a diferencia de los resultados obtenidos por el test ADF.

6. Conclusiones

1. Basándonos en el procedimiento de Johansen, existe cointegración en la relación de precio BTC-BNB, implicando que los precios de estas criptomonedas tienden a moverse juntos en el largo plazo. también se sugiere posible cointegración en la relación BTC-SOL, pues su estadístico se encuentra cercano al valor crítico a un nivel de significancia del 10 %
2. No existe cointegración entre el precio de BTC y ADA (algo a contrastar con lo establecido por la revisión de literatura), implicando que los precios de estas criptomonedas no tienden a moverse juntos en el largo plazo.
3. Los resultados sugieren que BTC tiene una mayor influencia en el precio de SOL y BNB que en el precio de ADA, estos hallazgos pueden tener implicaciones importantes para los inversores que buscan tener mayor conocimiento sobre el mercado de criptomonedas.
4. A modo de observación hay que mencionar que la muestra de los datos tomada pudo no ser lo suficientemente grande como se consideró al principio, lo que podría afectar los resultados obtenidos. Además de que hay que tener en cuenta lo que menciona la revisión de la literatura, sobre como la alta volatilidad en este tipo de mercados podría cambiar los resultados en el tiempo,
5. Al existir cointegración entre las dos variables puede existir un modelo con corrección de error, es decir, dicha relación de largo plazo puede ser modelada mediante un modelo de corrección de error (VECM) lo que podría ayudarnos a predecir futuros movimientos o comprender la dinámica del mercado.



Referencias

- Aleti, S., y Mizrach, B. (2021). Bitcoin spot and futures market microstructure. *Journal of Futures Markets*, 41(2), 194-225. <https://doi.org/10.1002/fut.22163>
- Bejaoui, A., Mgadmi, N., y Moussa, W. (2022). On the relationship between Bitcoin and other assets during the outbreak of coronavirus: Evidence from fractional cointegration analysis. *Resources Policy*, 77, 102682. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2022.102682>
- Campbell, J., y Shiller, R. (1987). Cointegration and Tests of Present Value Models. *Journal of Political Economy*, 95(5), 1062-88. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:ucp:jpolec:v:95:y:1987:i:5:p:1062-88>
- Chang, T., Yang, M. J., Nieh, C.-C., y Chiu, C.-C. (2008). Nonlinear short-run adjustments in US stock market returns. *Applied Financial Economics*, 18, 1075-1083. <https://doi.org/10.1080/09603100701408148>
- Göttfert, J. (2019). *Cointegration among cryptocurrencies: A cointegration analysis of Bitcoin, Bitcoin Cash, EOS, Ethereum, Litecoin and Ripple* [Master's thesis]. Master's in Economics, UMEA Universitet [[En línea]. Disponible en: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1331682/FULLTEXT01.pdf>].
- Gül, Y. (2022). Causality and Cointegration in Cryptocurrency Markets [UİİİD-IJEAS, 2022 (34)]. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 34, 129-142. <https://doi.org/10.18092/ulikidince.938688>
- Lee, Y., y Rhee, J. (2022). A VECM analysis of Bitcoin price using time-varying cointegration approach. *Journal of Derivatives and Quantitative Studies*: 30. <https://doi.org/10.1108/JDQS-01-2022-0001>
- QuantStart. (s.f.). Johansen Test for Cointegrating Time Series Analysis in R. <https://www.quantstart.com/articles/Johansen-Test-for-Cointegrating-Time-Series-Analysis-in-R/>

7. Anexo 1

el código usado en el software R junto a los datos utilizados para el trabajo, se encuentran en el siguiente link de Github:

https://github.com/Sebas20031-DS/Cointegration_analisis

8. Anexo 2

Series de tiempo originales comparadas con BTC:

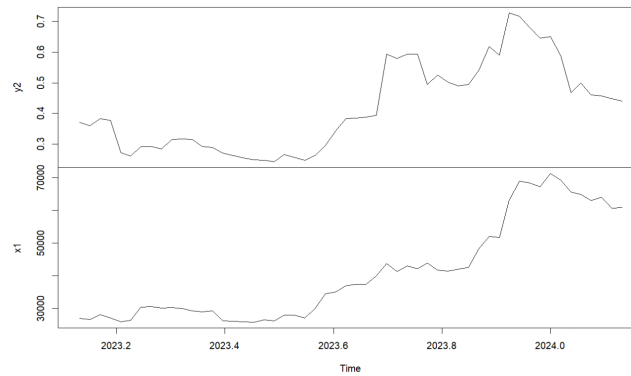


Figura 9: Series de tiempo: BTC (x1) y ADA (y2)

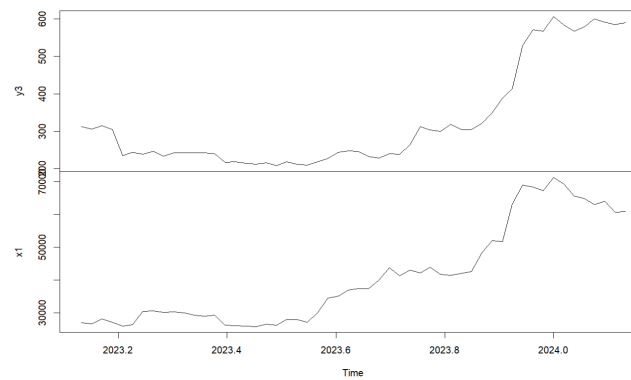


Figura 10: Series de tiempo: BTC (x1) y BNB (y3)

Test ADF para series originales:



```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression trend

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-25.756  -6.212  -1.721   2.851  57.592

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -2.56571    4.19875  -0.611   0.5440
z.lag.1       -0.17240    0.07938  -2.172   0.0348 *
tt              0.63265    0.29488   2.145   0.0370 *
z.diff.lag    -0.02420    0.14130  -0.171   0.8648
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 13.12 on 48 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1004,    Adjusted R-squared:  0.04413
F-statistic: 1.785 on 3 and 48 DF,  p-value: 0.1626

Value of test-statistic is: -2.172 2.3113 2.4403

Critical values for test statistics:
      1pct   5pct 10pct
tau3  -4.04  -3.45  -3.15
phi2   6.50   4.88   4.16
phi3   8.73   6.49   5.47
```

Figura 11: test de Dickey Fuller Aumentada: serie de tiempo SOL

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression trend

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.11360 -0.01988 -0.00590  0.01639  0.19191

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.0316551  0.0215071   1.472   0.1476
z.lag.1     -0.1285419  0.0745025  -1.725   0.0909 .
tt           0.0008588  0.0007109   1.208   0.2329
z.diff.lag   0.0668504  0.1452668   0.460   0.6475
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0492 on 48 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.05903,    Adjusted R-squared:  0.0002144
F-statistic: 1.004 on 3 and 48 DF,  p-value: 0.3994

Value of test-statistic is: -1.7253 1.0208 1.5055

Critical values for test statistics:
      1pct   5pct 10pct
tau3  -4.04  -3.45  -3.15
phi2   6.50   4.88   4.16
phi3   8.73   6.49   5.47
```

Figura 12: test de Dickey Fuller Aumentada: serie de tiempo ADA



```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression trend  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-52.994 -13.081   0.365   7.257  98.060  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept)  1.00563    8.37110   0.120  0.9049  
z.lag.1      -0.06411    0.03652  -1.755  0.0856 .  
tt           0.87781    0.33013   2.659  0.0106 *  
z.diff.lag   0.18390    0.13858   1.327  0.1908  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 22.55 on 48 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.1942,    Adjusted R-squared:  0.1439  
F-statistic: 3.857 on 3 and 48 DF,  p-value: 0.01496  
  
Value of test-statistic is: -1.7555 2.9171 3.5811  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau3  -4.04  -3.45  -3.15  
phi2   6.50   4.88   4.16  
phi3   8.73   6.49   5.47
```

Figura 13: test de Dickey Fuller Aumentada: serie de tiempo BNB

Series tras diferenciación

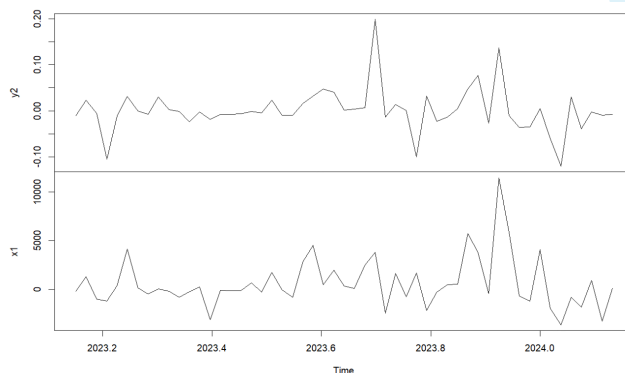


Figura 14: series de orden 1: BTC (x1) y ADA (y2)

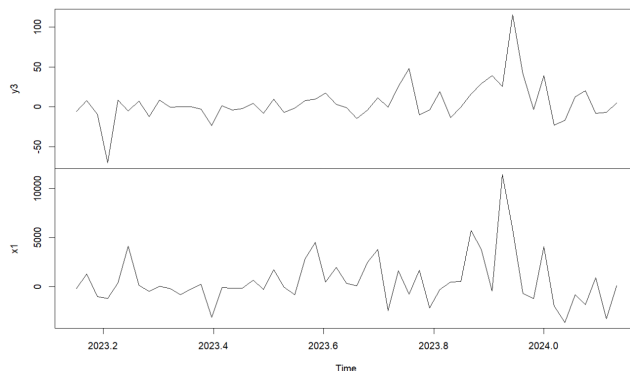


Figura 15: series de orden 1: BTC (x1) y BNB (y3)

Test ADF para series diferenciadas:

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-34.728  -2.445   1.152   4.889  50.692  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
z.lag.1         -0.7642    0.1997  -3.827 0.000368 ***  
z.diff.lag      -0.2784    0.1372  -2.029 0.047889 *  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 13.35 on 49 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.5661,    Adjusted R-squared:  0.5483  
F-statistic: 31.96 on 2 and 49 DF,  p-value: 1.31e-09  
  
Value of test-statistic is: -3.8271  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Figura 16: Test ADF: serie SOL orden 1



```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-0.120708 -0.012995 -0.003873  0.012061  0.198697  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
z.lag.1      -0.91985    0.20099  -4.577 3.25e-05 ***  
z.diff.lag   -0.07712    0.14216  -0.542   0.59  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 0.04997 on 49 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.5024,    Adjusted R-squared:  0.4821  
F-statistic: 24.73 on 2 and 49 DF,  p-value: 3.75e-08  
  
Value of test-statistic is: -4.5765  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Figura 17: Test ADF: serie ADA orden 1

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max  
-68.083  -7.453   0.159  12.851 103.618  
  
Coefficients:  
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
z.lag.1      -0.6155    0.1670  -3.686  0.00057 ***  
z.diff.lag   -0.1107    0.1419  -0.780  0.43886  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 24.08 on 49 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.3544,    Adjusted R-squared:  0.3281  
F-statistic: 13.45 on 2 and 49 DF,  p-value: 2.208e-05  
  
Value of test-statistic is: -3.6861  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct    5pct   10pct  
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Figura 18: Test ADF: serie BNB orden 1

Residuos de modelos

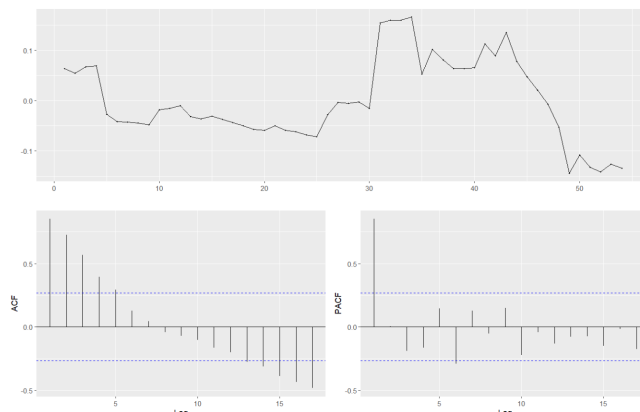


Figura 19: Residuos: modelo $y_2 \sim x_1$

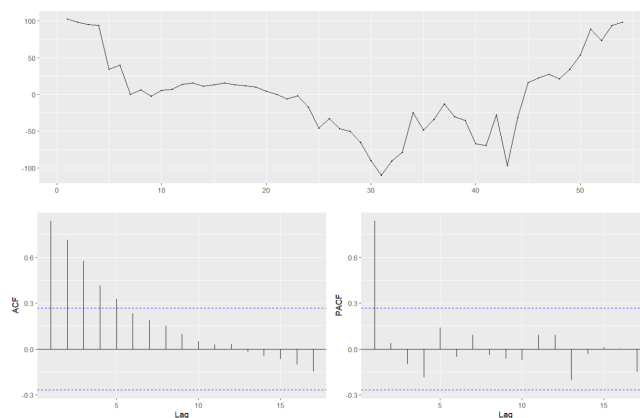


Figura 20: Residuos: modelo $y_3 \sim x_1$

Test ADF Residuos

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root / Cointegration Test #  
#####  
The value of the test statistic is: -1.522
```

Figura 21: ADF: residuos del modelo $y_2 \sim x_1$

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root / Cointegration Test #  
#####  
The value of the test statistic is: -1.7438
```

Figura 22: ADF: residuos del modelo $y_3 \sim x_1$

Proceso de Johansen para modelos



```
#####  
# Johansen-Procedure #  
#####  
  
Test type: trace statistic , with linear trend  
  
Eigenvalues (lambda):  
[1] 0.12522653 0.02774589  
  
Values of teststatistic and critical values of test:  
  
          test 10pct  5pct  1pct  
r <= 1 |  1.46   6.50   8.18 11.65  
r = 0  |  8.42  15.66  17.95 23.52  
  
Eigenvectors, normalised to first column:  
(These are the cointegration relations)  
  
          y2.l2      x1.l2  
y2.l2  1.000000e+00  1.000000e+00  
x1.l2 -5.644381e-06 -1.826931e-05  
  
Weights W:  
(This is the loading matrix)  
  
          y2.l2      x1.l2  
y2.d  -0.1047916  4.229377e-02  
x1.d  4224.3194049  2.397945e+03
```

Figura 23: Test de Johansen: modelo $y_2 \sim x_1$

```
#####  
# Johansen-Procedure #  
#####  
  
Test type: trace statistic , with linear trend  
  
Eigenvalues (lambda):  
[1] 0.22140267 0.05630886  
  
Values of teststatistic and critical values of test:  
  
          test 10pct  5pct  1pct  
r <= 1 |   3.01   6.50   8.18 11.65  
r = 0  |  16.03  15.66  17.95 23.52  
  
Eigenvectors, normalised to first column:  
(These are the cointegration relations)  
  
          y3.l2      x1.l2  
y3.l2  1.00000000  1.00000000  
x1.l2 -0.01269204 -0.005985037  
  
Weights W:  
(This is the loading matrix)  
  
          y3.l2      x1.l2  
y3.d -0.1303542  -0.02821743  
x1.d -1.9103076 -10.69694405
```

Figura 24: Test de Johansen: modelo $y_3 \sim x_1$