Algoritmos y Estructuras de Datos

Repaso de Lógica Proposicional

2023

Bibliografía

- Michael Huth y Mark Ryan, Logic in computer science. Modelling and Reasoning about Systems, Cambridge University Press, 2004.
- Dirk Van Dalen, Logic and Structure, Series Universitext, Springer, 4th edition, 2008.
- Steve Reeves y Michael Clarke, Logic for computer science, Addison-Wesley, 1990.
- Michael Genesereth y Eric Kao (Synthesis Lectures on Computer Science), Introduction to Logic, Morgan & Claypool Publishers, 2012.

Por qué estudiar lógica

- Queremos usar lógica en nuestras especificaciones
- usamos lógica en nuestros programas
- Queremos lenguajes para modelar situaciones
- Queremos poder razonar y argumentar
- Queremos poder hacer esto formalmente
- y vamos a entender más sobre la computación y sus raíces

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

- símbolos

$$\neg\ ,\ \wedge\ ,\ \vee\ ,\ \rightarrow\ ,\ \leftrightarrow\ ,\ (,\ )$$

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

- símbolos

$$\neg \; , \; \wedge \; , \; \vee \; , \; \rightarrow \; , \; \leftrightarrow \; , \; (, \;)$$

- variables proposicionales (infinitas)

$$p \; , \; q \; , \; r \; , \; \ldots$$

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

- símbolos

$$\neg \, , \; \wedge \, , \; \vee \, , \; \rightarrow \, , \; \leftrightarrow \, , \; (, \;)$$

- variables proposicionales (infinitas)

$$p \, , \; q \, , \; r \, , \; \ldots$$

- fórmulas
  - combinaciones apropiadas de símbolos y variables proposicionales
  - Ejemplo de combinación inapropiada: $(\wedge p(($

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula
5. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \to \psi)$ es una fórmula

Lógica proposicional (PROP) - sintaxis

Fórmulas

1. cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula
5. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \to \psi)$ es una fórmula
6. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \leftrightarrow \psi)$ es una fórmula

- Muy entre paréntesis: Las fórmulas son un ejemplo de un conjunto inductivo
- Vienen provistos de
  - Esquema de prueba para probar propiedades sobre ellos (inducción estructural)
  - Esquema de recursión para definir funciones sobre el conjunto (recursión estructural)
- No es tema primario del curso, quizás lo veremos de pasada, pero quería que lo supieran

Lógica proposicional - sintaxis

Ejemplos

$$((p \wedge q) \to r) \quad (p \vee p)$$

- ¿Y estas expresiones son fórmulas?

$$p(\wedge q), \neg p$$

- Convenciones de notación
  - Precedencia: $\wedge$ y $\vee$ ligan más fuerte que $\to$ y $\leftrightarrow$, $\neg$ liga más fuerte que los demás
  - Omisión de paréntesis más externos y los de negaciones
  - Asociatividad de $\wedge$ y $\vee$

Semántica clásica

- Consiste en asignarle valores de verdad a las fórmulas
- El conjunto de valores de verdad es

$$\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$$

- Dos enfoques para darle semántica a las fórmulas de PROP
  1. Tablas de verdad
  2. Valuaciones
- Son equivalentes

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	
F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \land \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \lor \psi)$
T	**T**	
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \to \psi)$
T	**T**	
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \to \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \to \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	**T**	
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \to \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	**F**
F	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \land \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \lor \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

ϕ	ψ	$(\phi \to \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**T**

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \to r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \to r)$
T	**T**	**T**		
T	**T**	**F**		
T	**F**	**T**		
T	**F**	**F**		
F	**T**	**T**		
F	**T**	**F**		
F	**F**	**T**		
F	**F**	**F**		

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	**T**	**T**	**T**	
T	**T**	**F**	**T**	
T	**F**	**T**	**F**	
T	**F**	**F**	**F**	
F	**T**	**T**	**F**	
F	**T**	**F**	**F**	
F	**F**	**T**	**F**	
F	**F**	**F**	**F**	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	
T	**F**	**T**	**F**	
T	**F**	**F**	**F**	
F	**T**	**T**	**F**	
F	**T**	**F**	**F**	
F	**F**	**T**	**F**	
F	**F**	**F**	**F**	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \to r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \to r)$
T	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	
T	**F**	**F**	**F**	
F	**T**	**T**	**F**	
F	**T**	**F**	**F**	
F	**F**	**T**	**F**	
F	**F**	**F**	**F**	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \to r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \to r)$
T	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**T**

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

“Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo”

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

"Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo"

Solución 1:

p = Juan está cursando
q= Juan no conoce a nadie
r= Juan no tiene grupo

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

"Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo"

Solución 1:

p = Juan está cursando
q= Juan no conoce a nadie
r= Juan no tiene grupo

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

Solución 2:

p = Juan está cursando
q= Juan conoce a alguien
r= Juan tiene grupo

$$(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$$

Valuaciones

- Una valuación es una función $v : \mathcal{V} \to \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ que asigna valores de verdad a las variables proposicionales
- Una valuación satisface una proposición ϕ si $v \models \phi$ donde:

$$
\begin{aligned}
v \models p \quad & \textit{sii} \quad v(p) = \mathbf{T} \\
v \models \neg\phi \quad & \textit{sii} \quad v \not\models \phi \text{ } (\textit{i.e.} \text{ no } v \models \phi) \\
v \models \phi \vee \psi \quad & \textit{sii} \quad v \models \phi \text{ o } v \models \psi \\
v \models \phi \wedge \psi \quad & \textit{sii} \quad v \models \phi \text{ y } v \models \psi \\
v \models \phi \to \psi \quad & \textit{sii} \quad v \not\models \phi \text{ o } v \models \psi \\
v \models \phi \leftrightarrow \psi \quad & \textit{sii} \quad (v \models \phi \text{ sii } v \models \psi)
\end{aligned}
$$

Tautologías y satisfactibilidad

Dadas fórmulas ϕ y ψ

- ϕ es lógicamente equivalente a ψ cuando $v \models \phi$ sii $v \models \psi$

Una fórmula ϕ es

- una tautología si $v \models \phi$ para toda valuación v
- satisfactible si existe una valuación v tal que $v \models \phi$
- insatisfactible si no es satisfactible

Un conjunto de fórmulas S es

- satisfactible si existe una valuación v tal que para todo $\phi \in S$, se tiene $v \models \phi$
- insatisfactible si no es satisfactible

Ejemplos

Tautologías

- $p \to p$
- $\neg\neg p \to p$
- $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

Fórmulas insatisfactibles

- $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge p$
- $(p \to q) \wedge p \wedge \neg q$

Tautologías e insatisfactibilidad

Teorema

Una fórmula ϕ es una tautología sii $\neg\phi$ es insatisfactible

Demostración.

$\rightarrow$. Si ϕ es tautología, para toda valuación v, $v \models \phi$. Entonces, $v \not\models \neg\phi$ (i.e. v no satisface $\neg\phi$).

$\leftarrow$. Si $\neg\phi$ es insatisfactible, para toda valuación v, $v \not\models \neg\phi$. Luego $v \models \phi$. $\square$

Observación

Este resultado sugiere un método indirecto para probar que una fórmula ϕ es una tautología, que es probar que $\neg\phi$ es insatisfactible

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \to r)$
v_1	**T**	**T**	**T**		
v_2	**T**	**T**	**F**		
v_3	**T**	**F**	**T**		
v_4	**T**	**F**	**F**		
v_5	**F**	**T**	**T**		
v_6	**F**	**T**	**F**		
v_7	**F**	**F**	**T**		
v_8	**F**	**F**	**F**		

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	**T**	**T**	**T**	**T**	
v_2	**T**	**T**	**F**	**T**	
v_3	**T**	**F**	**T**	**F**	
v_4	**T**	**F**	**F**	**F**	
v_5	**F**	**T**	**T**	**F**	
v_6	**F**	**T**	**F**	**F**	
v_7	**F**	**F**	**T**	**F**	
v_8	**F**	**F**	**F**	**F**	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
v_2	**T**	**T**	**F**	**T**	
v_3	**T**	**F**	**T**	**F**	
v_4	**T**	**F**	**F**	**F**	
v_5	**F**	**T**	**T**	**F**	
v_6	**F**	**T**	**F**	**F**	
v_7	**F**	**F**	**T**	**F**	
v_8	**F**	**F**	**F**	**F**	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
v_2	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
v_3	**T**	**F**	**T**	**F**	
v_4	**T**	**F**	**F**	**F**	
v_5	**F**	**T**	**T**	**F**	
v_6	**F**	**T**	**F**	**F**	
v_7	**F**	**F**	**T**	**F**	
v_8	**F**	**F**	**F**	**F**	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
v_2	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
v_3	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
v_4	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
v_5	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
v_6	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
v_7	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
v_8	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Semántica trivaluada

- Supongamos que contamos con un símbolo relacional $==$ que nos permite comparar números reales
- ¿Valor de verdad de las siguientes fórmulas?

$$1 == 1 \qquad (1+1) == 2 \qquad 0{,}5 == 2/4$$

- ¿Y esta?

$$1/0 == 2$$

Semántica trivaluada

Pasos para determinar si $e_1 == e_2$ es verdadero o falso

1. Obtener el número real r_1 denotado por e_1
2. Obtener el número real r_2 denotado por e_2
3. Comparar r_1 con r_2 para determinar si son iguales o no

Consideremos

$$1/0 == 2$$

Semántica trivaluada

Pasos para determinar si $e_1 == e_2$ es verdadero o falso

1. Obtener el número real r_1 denotado por e_1
2. Obtener el número real r_2 denotado por e_2
3. Comparar r_1 con r_2 para determinar si son iguales o no

Consideremos

$$1/0 == 2$$

- Trabado en paso 1
- Expresión $1/0$ no denota ningún número
- $1/0 == 2$ no es ni verdadera ni falsa porque no contamos con los números a comparar
- Le damos un valor especial: $\perp$ (indefinido)

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	T
F	$\perp$	
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	T
F	$\perp$	$\perp$
$\perp$	T	
$\perp$	F	
$\perp$	$\perp$	

Semántica trivaluada (secuencial)

Se llama secuencial porque ...

- los términos se evalúan de izquierda a derecha,
- la evaluación termina cuando se puede deducir el valor de verdad, aunque el resto esté indefinido.

Introducimos los operadores lógicos $\wedge_L$ (y-luego, o *conditional and*, o **cand**), $\vee_L$ (o-luego o *conditional or*, o **cor**).

p	q	$(p \wedge_L q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F
T	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

p	q	$(p \vee_L q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F
T	$\perp$	T
F	$\perp$	$\perp$
$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$