Sea X una variable aleatoria con densidad

$$f_\theta(x) = 2e^{-2(x-\theta)}\mathbb{I}_{(\theta,\infty)}(x), \qquad \theta > 0,$$

hallar el EMV para θ.

Buscamos $\hat{\theta}_{MV}$ tq: $\underset{\theta}{\arg\max}\ L(\underline{x}, \theta)$.

$$L(\underline{x}, \theta) = \prod_{i=1}^{n} 2e^{-2(x_i-\theta)} \cdot \mathbb{1}_{[\theta,+\infty)}(x_i), \quad \theta > 0$$

$$L(\theta) = 2^n e^{-2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)} \cdot \underbrace{\prod_{i=1}^{n} \mathbb{1}_{[\theta,+\infty)}(x_i)}$$

Ya no nos sirve el approach de $\ell(\theta)$, derivar y demás...

θ está en la indicadora, pero esto vale 1 si $x_i \geq \theta \ \forall i$

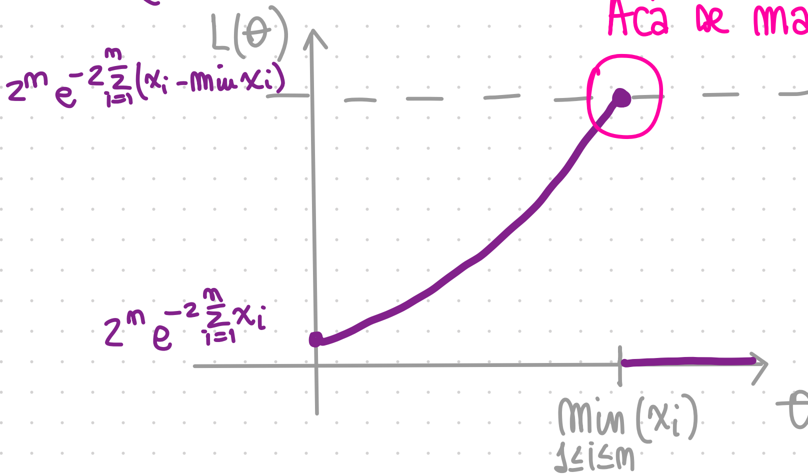
$$L(\theta) = \begin{cases} 2^n e^{-2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)} & \text{si } x_i \geq \theta \ \forall i \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Representemos $L(\theta)$. Pero antes notemos qué ocurre con $x_i \geq \theta \ \forall i$.

Si $x_i \geq \theta \ \forall i$, quiere decir que $\theta \leq \text{mín}(x_1, \dots, x_n)$

$$L(\theta) = \begin{cases} 2^n e^{-2\sum_{i=1}^{n}(x_i - \theta)} & \text{si } \theta \leq \text{mín}(x_1, \dots, x_n) \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Acá se maximiza $L(\theta)$



$L(\theta) = 2^n e^{2n\theta - 2\sum_{i=1}^{n} x_i}$ con $\theta \leq \text{mín}$

$$L(\theta) = \underbrace{2^n}_{\text{cte}} \cdot \frac{e^{2n\theta}}{\underbrace{e^{2\sum_{i=1}^{n} x_i}}_{\text{cte}}}$$

$\leftarrow$ creciente de θ.

$$\hat{\theta}_{MV} = \text{mín}(X_1, \dots, X_n)$$