Clase práctica 5 de mayo

1. Sean X e Y variables aleatorias con densidad conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{e^{-x/2y}}{4y}\mathbb{I}\{0 < x, 1 \leq y \leq 3\}.$$

   Hallar la distribución de $X \mid Y = y$.

2. Una fabrica textil produce rollos de tela con dos tipos de fallas: de tejido y de teñido. En cada rollo, la cantidad de fallas de tejido tiene distribución Poisson de parámetro 2 y la cantidad de fallas de teñido tiene distribución Poisson de parámetro 4. Ambas cantidades son independientes.

   a) Calcular la probabilidad de que un rollo de tela no tenga fallas.

   b) Calcular la probabilidad de que un rollo de tela tenga exactamente una falla.

   c) Dado que un rollo de tela tiene exactamente una falla, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea una falla de tejido?

3. El tiempo (en horas) que Tomás pasa mirando su serie favorita y escuchando música durante el fin de semana son variables aleatorias X e Y respectivamente, con función de densidad conjunta:

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{xy}{8}e^{-x/4}\,\mathbb{I}_{\{0<x,\,0<y<1\}}.$$

   a) Para resolver sin hacer cuentas. Hallar las densidades marginales de X e Y

   b) Calcular la probabilidad de que en un fin de semana pase más de 2 horas mirando la serie.

4. Una computadora ejecuta un programa en tres etapas. Los tiempos (en minutos) que demora cada etapa son variables aleatorias X, Y, Z independientes e idénticamente distribuidas, con distribución uniforme sobre el intervalo (0.10).

   a) Calcular la probabilidad de en las dos primeras etapas, el programa completo demore –en total– entre 8 y 12 minutos en ejecutarse.

   b) Si se definen $U = \text{mín}(X, Y, Z)$, y $T = \text{máx}(X, Y, Z)$, hallar las distribuciones marginales de U y T.

5. Se cortan chapas rectangulares de área 3 m^2. La longitud (en metros) de la base de las chapas es una variable aleatoria X con densidad

$$f_X(x) = \frac{2}{3}x\,\mathbb{I}_{\{1<x<2\}}.$$

   Hallar la covarianza entre la base y la altura de las chapas.