

Tema: Introducción a las probabilidades

Introducción

- Las probabilidades se pueden obtener como resultado de experimentos realizados aleatoriamente, como en los juegos de azar, en donde todos los elementos tienen la misma posibilidad de ser seleccionados.
- Cuando se habla de probabilidad se menciona el concepto de evento o suceso. Los eventos son los resultados de experimentos aleatorios.

Introducción

- **Probabilidad:** una probabilidad es un valor numérico de la incertidumbre de que un suceso específico pueda ocurrir.
- **Evento:** es un posible resultado de un experimento aleatorio.
- **Espacio muestral:** conjunto de todos los eventos simples posibles de un experimento aleatorio.

Probabilidad

- “... un experimento aleatorio puede tener N resultados igualmente posibles y mutuamente excluyentes; y si a de estos resultados corresponden a un evento A , entonces la probabilidad del evento A , denota $P(A)$, es”:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al evento } A}{\text{número de casos posibles}} = \frac{a}{N}$$

Frecuencia relativa como probabilidad

- En ocasiones, los resultados de un experimento no tienen la misma probabilidad de ocurrir, por lo que las probabilidades deben asignarse con base en una evidencia experimental, o con base en datos históricos.

$$P(A) = Fr(A) = \frac{F(A)}{N}$$

Concepto intuitivo o subjetivo de probabilidad

- En otros casos, existe poca o ninguna información numérica para determinar la probabilidad.
- Entonces, se emplean los juicios u opiniones basados en un conocimiento profundo de la situación, e incluso basados en la intuición, acerca de la probabilidad de que ocurra un evento.

Axiomas y teoremas de probabilidad

- **Axioma 1:** para cualquier evento A , la probabilidad no puede ser menor que 0, ni mayor que 1: $0 \leq P(A) \leq 1$
- **Axioma 2:** la suma de la probabilidad de todos los eventos A_i contenidos en el espacio muestral S es 1, osea, $P(S)=1$
- **Axioma 3:** si A y B son eventos mutuamente excluyentes en el espacio muestral S , entonces, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Teoremas de probabilidad

- **Teorema 1:** si E_1, E_2, \dots, E_m son eventos mutuamente excluyentes, en el espacio muestral S entonces:

$$P(E_1 \text{ o } E_2 \text{ o } \dots \text{ o } E_m) = P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_m)$$

- **Teorema 2:** regla general de la suma o adición de probabilidades. Si A y B son eventos cualesquiera (excluyentes o no excluyentes) en un espacio muestral S , la probabilidad de la unión de los eventos (osea, que ocurra un evento o el otro) está dada por:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Teoremas de probabilidad

- **Teorema 3:** si E es un evento cualquiera en el espacio muestral S y el evento E^c es su evento complementario, entonces:

$$P(E^c) = 1 - P(E)$$

- De acuerdo con este teorema:

$$P(\text{Aprobar}) = 1 - P(\text{Reprobar})$$

Probabilidad condicional

- Es la probabilidad de que ocurra un determinado evento, sabiendo que, también sucede otro evento especificado.

Si A y B son dos eventos en el espacio muestral S , $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, la probabilidad condicional de B dado A es:

$$P(B / A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

donde $P(AB) = P(A \text{ y } B)$.

Teoremas de probabilidad

- **Teorema 4:** regla general de multiplicación. Si A y B son dos eventos cualesquiera en el espacio muestral S , entonces:

Si A y B son dos eventos independientes, es decir, la ocurrencia de A no depende de B , ni la de B depende de A , entonces:

$$P(B / A) = P(B) \text{ y } P(A / B) = P(A)$$

- **Teorema 5:** regla especial de multiplicación. Si A y B son eventos independientes:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Teoremas de probabilidad

- **Teorema 6:** si B_1, B_2, \dots, B_K son eventos mutuamente excluyentes, uno de los cuales debe ocurrir, y que tienen intersección con el evento A , entonces,

$$P(A) = \sum (P(B_i)P(A/B_i))$$

- **Teorema 7: teorema de bayes** si B_1, B_2, \dots, B_K son eventos mutuamente excluyentes, uno de los cuales debe ocurrir, y que tienen intersección con el evento A , entonces:

$$P(B/A) = \frac{P(B)P(A/B)}{P(B)P(A/B) + P(B')P(A/B')}$$

Bibliografía

- ▣ Rodríguez Franco, Jesús, Pierdant Rodríguez, Alberto Isaac. Estadística para administración. (Primera Edición). México: Grupo Editorial Patria. (2014).
- ▣ Leandro Oviedo Gabriel. Estadística y Probabilidad con aplicaciones. (Primera Edición). Costa Rica: Publitex Grupo Editorial S.A. (2014).