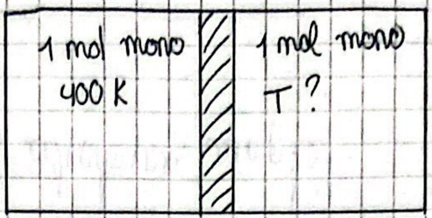
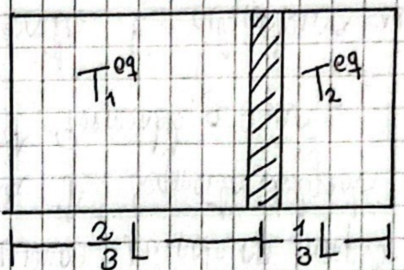
Termodinámica





a) Para el equilibrio, tengo:

La condición para que el pistón no se mueva es que la suma de fuerzas sobre él sea 0.

$$\Rightarrow \quad F_{iz} = F_{De} \rightarrow P_{iz} \cdot A = P_{der} \cdot A \rightarrow \boxed{P_{iz} = P_{der}} = P_{eq}$$

Por ser gases ideales: $P_{eq} V_1 = nRT_1^{eq}$, $P_{eq} V_2 = nRT_2^{eq}$

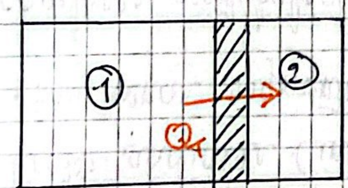
Divido las ecuaciones:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1^{eq}}{T_2^{eq}} = \frac{A \cdot \frac{1}{3}L}{A \frac{2}{3}L} = \frac{1}{2}$$

La temperatura $T_1^{eq} = 400\,K$, por lo que:

$$T_2^{eq} = 200\,K$$

b)



El calor transferido por conducción está dado por: $dQ = -\frac{kA}{d}(T_1 - T_2)\,dt$

Ahora, el calor que pierde ① lo gana ②, de forma que $\Delta U_{sys} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \Delta U_1 = -\Delta U_2$ ($dW = 0$ no hay trabajo)

$U = nC_vT \Rightarrow dU = nC_v dT$ 1ra ley de la termodinámica

Entonces: $dU_1 = nC_v dT_1 = dQ = -\frac{kA}{d}(T_1 - T_2)\,dt$

Obteniendo:

$$\boxed{nC_v \frac{dT_1}{dt} = -\frac{kA}{d}(T_1 - T_2)}$$

con:

$$\boxed{nC_v \frac{dT_2}{dt} = \frac{kA}{d}(T_1 - T_2)}$$

c) El sistema de ecuaciones es: $\dot{T}_1 = -C(T_1 - T_2)$ ①

$\dot{T}_2 = C(T_1 - T_2)$ ②

① − ② : $\frac{d}{dt}(T_1 - T_2) = -2(T_1 - T_2)C$

① + ② : $\frac{d}{dt}(T_1 + T_2) = 0$

$T_1 = \frac{X+Y}{2}$, $T_2 = \frac{Y-X}{2}$

Se realizan los cambios de variable: $X = T_1 - T_2$, $Y = T_1 + T_2$

$\Rightarrow \dot{X} = -2CX$, $\dot{Y} = 0$, que nos da directamente:

$X = Ae^{-2Ct}$, $Y = K \rightarrow T_1 = A'e^{-2Ct} + B$

$T_2 = B - A'e^{-2Ct}$

Ahora, por condiciones iniciales:

$T_{1(0)} = 400$, $T_{2(0)} = 200 \rightsquigarrow 400 = A' + B$

$200 = B - A'$

$\Rightarrow B = 300$, $A' = 100$

Entonces tenemos:

$$T_1 = 300 + 100\, e^{-2Ct}$$

$$T_2 = 300 - 100\, e^{-2Ct}$$