Deber #1

Nombre Morminacho Alexis

NRC 3970

1) Determinar cuales de los vectores son paralelos a u. Usar herramienta de graficación

$u = (-5, 1, 7)$

a) $(-6, -4, 10)$

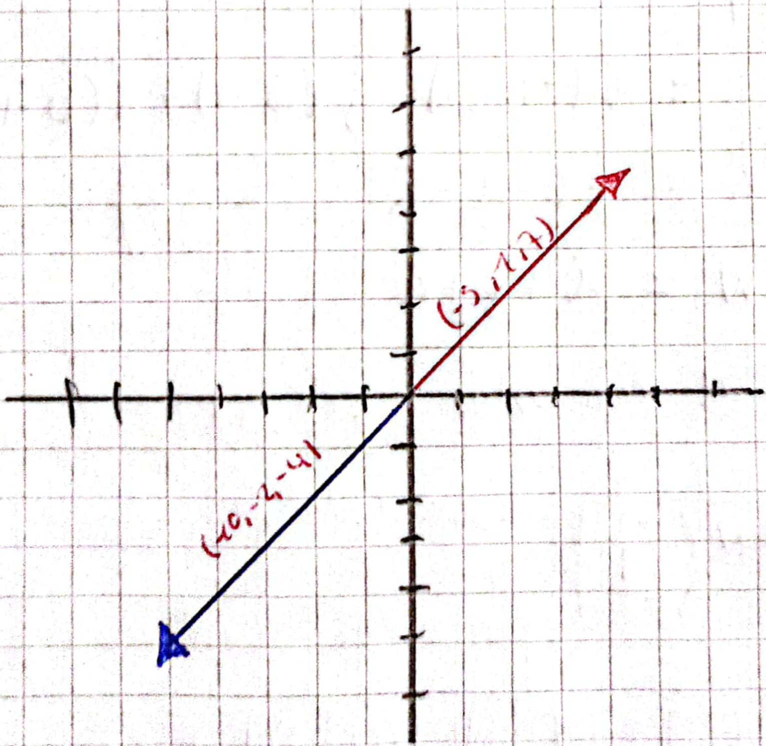
c) $(10, -2, -14)$

b) $\left(2, \frac{4}{3}, -\frac{10}{3}\right)$

d) $(1, 4, 2)$

$v = (10, -2, -14)$

$$\frac{v_x}{u_x} = \frac{10}{-5} = -2, \quad \frac{v_y}{u_y} = \frac{-2}{1} = -2, \quad \frac{v_z}{u_z} = \frac{-14}{7} = -2$$



2) Hallar el triple producto estalar para encontra el volumen del paralelepipedo que tiene como aristas adyacentes

$u = i - j$; $v = j + k$; $w = i - k$

$u = i - j$

$V = |u \cdot (v \cdot w)|$

$v = j + k$

$w = i - k$

Producto cruz v y w

$v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$v \times w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= i(-1-0) - j(0-1) + k(0-1)$$

$$= -1 - j - k$$

$$v \times w = i + j + k$$

producto escalar de u con v x w

$u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v \times w \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$u \cdot (v \times w) = (1)(-1) + (-1)(1) + 0(-1)$$

$$= -1 - 1 + 0$$

$$= -2$$

$V = |-2|$

$V = 2_{//}$

Escaneado con CamScanner

3) Hallar un conjunto de ecuaciones parametricas que pasa por el punto (5, 1, 7) y el paralelo a la recta $x=2-3t$ $y=-1+5t$, $z=-3-4t$. emplear una herramienta computacional para representar la ecuación

$$r(t)=\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-3\\5\\-4\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+5t\\ z=-3-4t\end{cases} \Rightarrow d=\begin{pmatrix}-3\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$\left.\begin{aligned}x&=x_0+at\\ y&=y_0+bt\\ z&=z_0+ct\end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned}(x_0,y_0,z_0)&=(5,-1,7)\\ (a,b,c)&=(-3,5,-4)\end{aligned}$$

$$x=5-3t$$
$$y=-1+5t$$
$$z=7-4t$$

4) Hallar el punto de intersección del plano definido por la ecuación $-3x+2y-5z=9$ con la recta que pasa por $(-3,-1,9)$ y es su perpendicular a dicho plano

$Ec=-3x+2y-5z=9$

$P_1=(3,-1,9)$

$N=(-3,2,-5)$

$\vec{r}(t)=(-3,-1,9)+t(-3,2-5)$

$$\begin{cases}x(t)=-3-3t,\\ y(t)=-1+2t\\ z(t)=9-5t\end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

P. de intersección

$$-3(-3-3t)+2(-1+2t)-5(9-5t)=9$$

$$(9+9t)+(-2+4t)-(45+25t)=9$$

$$9+9t-2+4t-45+25t=9$$

$$-38+38t=9$$

$$38t=9+38$$

$$t=\frac{47}{38}=1{,}24$$

↳ sostituimos

$$x=-3-3\left(\frac{47}{38}\right)$$

$$x=-3-\frac{141}{38}$$

$$x=-3-3{,}71$$

$$x=-6{,}71$$

$$y=-1+2\left(\frac{47}{38}\right)$$

$$y=-1+\frac{94}{37}$$

$$y=-1+2{,}47$$

$$y=1{,}47$$

$$z=9-5\left(\frac{47}{38}\right)$$

$$z=9-\frac{235}{38}$$

$$z=9-6{,}18$$

$$z=2{,}82$$

$$P=(-6{,}71,\ 1{,}47,\ 2{,}82)$$

Escaneado con CamScanner

5) Halla la distancia del punto $(-3,7,4)$ al plano $-5x+7y-3z=4$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$$-5x+7y-3z-4=0$$

$$= \frac{|-5(-3)+7(7)-3(4)-4|}{\sqrt{(5)^2+(7)^2+(3)^2}}$$

$$d = \frac{48}{\sqrt{83}} = 5{,}26$$

6) Determinar el angulo de intersección entre los planos $-x+3y-4z=7$ $3x+9y-5z=-4$, Representar los planos la recta de intersección asi como el angulo de interseccion con una herramienta de computacional

$n_1 = \langle -1, 3, -4 \rangle$ $\qquad$ $n_2 = \langle 3, 9, -5 \rangle$

$$\cos\theta = \frac{\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2}{\|\bar{n}_1\| \, \|\bar{n}_2\|}$$

$$\|n_2\| = \sqrt{3^2+9^2-5^2}$$

$$= \sqrt{9+81+25}$$

$$\|n_2\| = \sqrt{115}$$

$$\|\bar{n}_1\| = \sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}$$

$$\|n_1\| = \sqrt{1+9+16}$$

$$\|n_1\| = \sqrt{26}$$

$$\cos\theta = \frac{-3+27+20}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{115}}$$

$$\theta = 36{,}42°$$

$$\begin{cases} -x+3y-4z=7 & (5) \\ 3x+9y-5z=-4 & (-4) \end{cases}$$

$$-5x+15y-20z=35$$

$$\underline{-12x-36y+20z=16}$$

$$-17x-21y \quad \cancel{\ } \quad =51$$

$$x=\frac{51+21y}{-17}$$

$$x=-\frac{51}{17}-\frac{21}{17}y$$

$$-x+3y-4z=7$$

$$-\left(\frac{51}{17}-\frac{21}{17}\right)+3y-4z=7$$

$$\frac{51}{17}+\frac{21}{17}+3y-4z=7$$

$$\frac{72}{17}y-4z=4$$

$$4z=\frac{72}{17}y-4$$

$$z=\frac{18}{17}y-1$$

$$\begin{cases} x=\frac{-51}{17}-\frac{21}{17}y \\ y=y \\ z=-1+\frac{18}{17}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{51}{17}-\frac{21}{17}t \\ y=t \\ z=-1+\frac{18}{17}t \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

7) Calcular el area del paralelogramo y del triangulo que tiene los vectores $u=(-3,-8,4)$ y $v=(2,-7,9)$ como lados adyacente

$u=(-3,-8,4)$

$v=(2,-7,9)$

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -8 & 4 \\ 2 & -7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$i(-8(9)-4\cdot -7) - j(-3(9)-4(2)) + k(-3(-7)-(-8)(2))$$

$$= i(-72+28) - j(-27-8) + k(21- -16)$$

$$= i(-44) - j(-35) + k(37)$$

$$= -44i + 35j + 37k$$

$$|u \times v| = \sqrt{(-44)^2 + 35^2 + 37^2}$$

$$= \sqrt{1936 + 1225 + 1369}$$

$$= \sqrt{4530}$$

$$= 67{,}31$$

$$\text{Area } \Delta = \frac{1}{2}(67{,}31)$$

$$A\Delta = \frac{67{,}31}{2}$$

$$A\Delta = 33{,}65$$

Escaneado con CamScanner

8) Considera los vectores $a = (3, -2, 1)$ y $b) = (4, 0, -5)$

a) Supón que hay una recta que pasa por el punto $P(1,2,3)$ y es paralela al vector b, escribe la ecuación paramétrica

$P(1,2,3)$ $\quad\quad r(t) = r_0 + tv$

$V = (4,0,5)$ $\quad\quad r(t) = (1,2,3) + t(4,0,-5)$

Descomponemos

$$\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 2+0t \\ z = 3-5t \end{cases} \quad \vdots \quad \begin{aligned} x &= 1+4t \\ y &= 2 \\ z &= 3-5t \end{aligned}$$

b) Si se elige un punto Q en la recta del literal anterior cual es el producto punto entre PQ, donde PQ es vector que va de P a Q?

$$\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 2 \\ z = 3-5t \end{cases}$$

$Q(1+4t, 2, 3-5t)$

$PQ = (\cancel{1}+4t-\cancel{1}, \cancel{2}-\cancel{2}, \cancel{3}-5t-\cancel{3})$

$PQ = (4t, 0, -5t)$

Producto Punto

$$\begin{aligned} a \cdot PQ &= 3(4t) + (-2)(0) + 1(-5t) \\ &= 3 \cdot 4t + 0 + 1 \cdot (-5t) \\ &= 12t - 5t \\ &= 7t \end{aligned}$$

Escaneado con CamScanner

a) Dado los vetores $a(2,-3,4)$ y $b=(1,0,-2)$ determina el angulo entre ellos

$$\cos(\theta)=\frac{a\cdot b}{\|a\|\,\|b\|}$$

Producto punto a·b

$$a\cdot b = 2(1)+(-3)(0)+4(-2)=$$
$$=2+0-8$$
$$=-6$$

magnitud a y b

$$\|a\|=\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}$$
$$=\sqrt{4+9+16}$$
$$=\sqrt{29}$$

$$\|b\|=\sqrt{1^2+0^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{1+0+4}$$
$$=\sqrt{5}$$

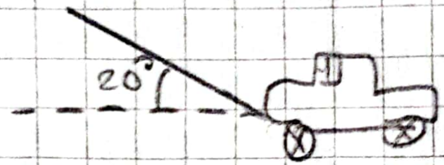
$$\cos(\theta)=\frac{a\cdot b}{\|a\|\|b\|}$$

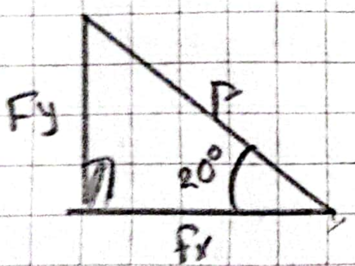
$$\cos\theta=\frac{-6}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{5}}=\frac{-6}{\sqrt{145}}$$

$$\theta=\arccos\left(\frac{-6}{\sqrt{145}}\right)$$

$$\theta=119{,}88^\circ$$

10) Un coche de juguete se jala ejerciendo una fuerza de 75 lb sobre una manivela que forma un ángulo de 20° con la horizontal calcula el trabajo realizado al jalar el coche





$F_x = F\cos 20$

$F_y = F\,sen\,20$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$$

$$W = (F\cos 20\,\vec{i} + F\,sen\,20\,\vec{j})(75\,\vec{i})$$

$$W = (-F\cos 20\,i + F\,sen\,20\,j)(-75\,i + 0\,j)$$

$$W = +F\cos 20\,(75)$$

$$W = 75\cos 20\,(75)$$

$$W = 5285{,}77$$