

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Centro de Investigación en Computación

## Introducción a las Redes Neuronales Artificiales

### Segunda actividad

**Presenta:** 

Sebastián Cipriano Damián

**Docente:** 

Dr. Juan Humberto Sossa Azuela

**Grupo CIC:** SUM1

**Grupo ESCOM:** 3CM20

1. Dada la siguiente imagen con dos clases A y B:

12												
11												
10				В			В					
9												
8									В			
7												
6		Α										
5												
4				Α								
3						Α						
2												
1												
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

a) Entrene un perceptron con función de activación limitadora y con bias mediante la regla del perceptrón. Proponga una vector de pesos iniciales  $W_0 = (w_1, w_2, w_3)^T$  y un parámetro de aprendizaje  $\alpha$ . Muestre la línea inicial, el vector de pesos final, así como la línea de separación final.

A continuación, se muestra la línea de separación inicial y la línea de separación final, así como los patrones con su respectiva clase. Recordar que la clase A es representada por los puntos azules y la clase B es representada por los puntos de color rojos.

Para este problema se propuso el vector de pesos W = { -0.7, 0.5, -0.4}, mientas que el factor de aprendizaje se definió como 0.1 y el número de épocas se propuso como 50.

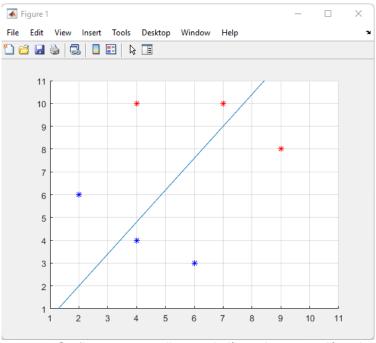


Imagen 1.1. Grafica correspondiente a la línea de separación original.

Los pesos de la línea de separación final son los siguientes:

```
>> RN

Pesos finales:
    0.1000    0.2000    2.3000
```

A continuación, se muestra la representación gráfica de la línea de separación final:

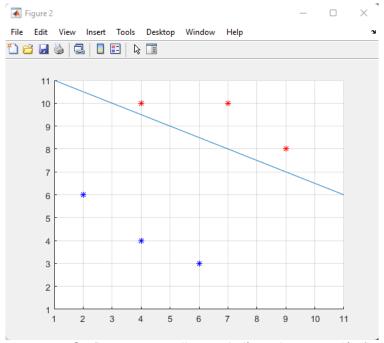


Imagen 1.2. Grafica correspondiente a la línea de separación final

b) Use el perceptrón entrenado en el punto anterior para determinar la clase de pertenencia A o B de los puntos con coordenadas (5,5) y (6,8).

Una vez obtenidos los pesos finales de la línea de separación, podemos evaluar cualquier punto a nuestra elección, en este caso evaluaron los puntos (5,5) y (6,8), los resultados obtenidos son los siguientes:

```
Para el punto [5, 5]: 0
Para el punto [6, 8]: 0
```

Recordemos que la clase A esta compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 0 y la clase B está compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 1.

De acuerdo con el resultado mostrado podemos decir que ambos puntos pertenecen a la clase A.

```
1 %Declaración de los puntos presentes en la imagen%
 2 puntos = [2 6; 4 4; 6 3; 4 10; 7 10; 9 8];
 4 %Declaración de los grupos para cada punto%
 5 t = [0; 0; 0; 1; 1; 1];
 7 %Declaración de bias para cada punto%
 8 \text{ bias} = \text{ones}(6,1)*(-1);
10 %Agregamos el bias a cada punto%
11 puntos = [puntos bias];
12
13 %Se declaran los pesos%
14 \text{ w} = [-0.7 \ 0.5 \ -0.4];
15
16 %Producto punto entre el vector de puntos y los pesos%
17 a = puntos * w.';
18
19 %Se define el factor de aprendizaje%
20 \text{ alpha} = 0.1;
21
22 %Definimos el número de epocas%
23 \text{ epochs} = 50;
24
25 [numRows, numCols] = size(puntos);
27 %Relizamos la operación hardlim%
28 y = hardlim(a);
29
30 figure (1)
31 grid on;
32 hold on;
33 xlim([1 11])
34 ylim([1 11])
35 %Graficamos la frontera de decisión con los pesos originales%
36 \times = 0:1:12;
37 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
38 plot(x, front);
39
40 %Graficamos los puntos%
41 for i = 1:numRows
42
       if t(i) == 0
43
           plot (puntos (i, 1), puntos (i, 2), 'b*');
44
       else
           plot(puntos(i,1),puntos(i,2),'r*');
45
46
       end
47 end
48
49 %Iniciamos el algoritmo de aprendizaje%
50 \text{ for } j = 1:\text{epochs}
```

```
51
       for i = 1:numRows
 52
            punto = [puntos(i,1) puntos(i,2) puntos(i,3)];
53
            %Realizamos el producto del punto y los pesos%
 54
            a = dot(punto, w);
 55
            %Realizamos la operacion hardlim%
 56
            y(i) = hardlim(a);
 57
            %Calculamos los nuevos pesos%
 58
            wn = w + alpha * (t(i) - y(i)) * punto;
 59
            w = wn;
 60
       end
 61 end
 62
 63 figure (2)
 64 grid on;
 65 hold on;
 66 xlim([1 11])
 67 ylim([1 11])
 69 %Graficamos la frontera de decisión con los pesos finales%
 70 \times = 0:1:12;
 71 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
 72 plot(x, front);
 73
74 %Graficamos los puntos%
75 for i = 1:numRows
 76
       if t(i) == 0
 77
            plot(puntos(i,1), puntos(i,2), 'b*');
       else
 78
 79
            plot (puntos (i, 1), puntos (i, 2), 'r*');
 80
       end
 81 end
 82
 83 %Imprimimos los pesos finales%
 84 fprintf('\nPesos finales:\n');
 85 disp(w)
 86
 87 %Declaración de los puntos de prueba%
 88 \text{ puntos} = [5 5; 6 8];
 89 bias = ones(2,1)*(-1);
 90
 91 %Agregamos el bias a cada punto%
 92 puntos = [puntos bias];
 93 [numRows, numCols] = size(puntos);
 95 for i = 1:numRows
 96
       punto = [puntos(i,1) puntos(i,2) puntos(i,3)];
       %Realizamos el producto del punto y los pesos%
98
       a = dot(punto, w);
99
       %Realizamos la operacion hardlim%
100
       m = hardlim(a);
101
       fprintf('Para el punto [%d, %d]: %d\n',punto(1),punto(2),m);
102 end
```

#### 2. Considere la misma imagen del ejercicio 1 y haga lo siguiente:

a) Entrene una ADALINE con bias mediante la regla DELTA. Proponga una vector de pesos iniciales  $W_0 = (w_1, w_2, w_3)^T$  y un parámetro de aprendizaje  $\alpha$ . Muestre la línea inicial, el vector de pesos final, así como la línea de separación final.

A continuación, se muestra la línea de separación inicial y la línea de separación final, así como los patrones con su respectiva clase. Recordar que la clase A es representada por los puntos azules y la clase B es representada por los puntos de color rojo.

Para este problema se propuso el vector de pesos W = { -0.3, 0.2, 0.1}, mientas que el factor de aprendizaje se definió como 0.01 y el número de épocas se propuso como 1000.

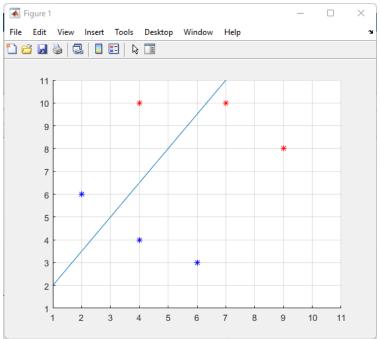


Imagen 2.1. Grafica correspondiente a la línea de separación original.

Una vez obtenidos los pesos finales de la línea de separación, podemos evaluar cualquier punto a nuestra elección, en este caso evaluaron los puntos (5,5) y (6,8), los resultados obtenidos son los siguientes:

```
>> RN2
Pesos finales:
    0.2273    0.2785    3.0409
```

A continuación, se muestra la representación gráfica de la línea de separación final:

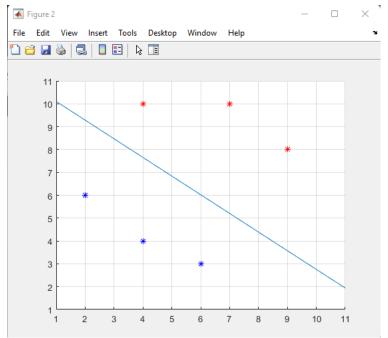


Imagen 2.2. Grafica correspondiente a la línea de separación final.

b) Use la ADALINE entrenada para determinar la clase de pertenencia A o B de los puntos con coordenadas (5,5) y (6,8).

Una vez obtenidos los pesos finales de la línea de separación, podemos evaluar cualquier punto a nuestra elección, en este caso evaluaron los puntos (5,5) y (6,8), los resultados obtenidos son los siguientes:

```
Para el punto [5, 5]: 0
Para el punto [6, 8]: 1
```

Recordemos que la clase A esta compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 0 y la clase B está compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 1.

De acuerdo con el resultado mostrado podemos decir que el punto (5,5) pertenece a la clase A y el punto (6,8) pertenece a la clase B.

```
1 %Declaración de los puntos presentes en la imagen%
2 puntos = [2 6; 4 4; 6 3; 4 10; 7 10; 9 8];
3
4 %Declaración de los grupos para cada punto%
5 t = [-1; -1; -1; 1; 1; 1];
```

```
7 %Declaración de bias para cada punto%
 8 bias = ones(6,1)*(-1);
10 %Agregamos el bias a cada punto%
11 puntos = [puntos bias];
12
13 %Se declaran los pesos%
14 \text{ w} = [-0.3 \ 0.2 \ 0.1];
16 %Producto punto entre el vector de puntos y los pesos%
17 a = puntos * w.';
19 %Se define el factor de aprendizaje%
20 \text{ alpha} = 0.01;
21
22 [numRows, numCols] = size(puntos);
23
24 %Relizamos la operación lineal%
25 y = purelin(a);
26
27 %Definimos el número de epocas%
28 \text{ epoch} = 0;
29 \text{ epochs} = 1000;
30
31 figure(1)
32 grid on;
33 hold on;
34 xlim([1 11])
35 ylim([1 11])
36 %Graficamos la frontera de decisión con los pesos originales%
37 x = 0:1:12;
38 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
39 plot(x, front);
40
41 %Graficamos los puntos%
42 for i = 1:numRows
      if t(i) == -1
43
44
           plot(puntos(i,1), puntos(i,2), 'b*');
45
      else
           plot (puntos (i, 1), puntos (i, 2), r^*);
46
47
       end
48 end
50 %Iniciamos el algoritmo de aprendizaje%
51 \text{ for } i = 1:\text{epochs}
       epoch = epoch + 1;
52
53
       for j = 1:numRows
           punto = [puntos(j,1) puntos(j,2) puntos(j,3)];
54
           %Realizamos el producto del punto y los pesos%
55
           a = dot(punto, w);
56
           %Realizamos la operacion lineal%
57
```

```
58
            y(j) = purelin(a);
 59
            %Calculamos los nuevos pesos%
            wn = w + alpha * (t(j) - y(j)) * punto;
 60
 61
            w = wn;
 62
        end
 63 end
 64
 65 grid on;
 66 hold on;
 68 figure (2)
 69 grid on;
 70 hold on;
71 xlim([1 11])
72 ylim([1 11])
73
74 %Graficamos la frontera de decisión%
75 \times = 1:1:11;
76 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
 77 plot(x, front);
78
79 %Graficamos los puntos%
 80 for i = 1:numRows
       if t(i) == -1
 81
 82
            plot(puntos(i,1),puntos(i,2),'b*');
 83
       else
 84
            plot(puntos(i,1), puntos(i,2), 'r*');
 85
       end
 86 end
 87
 88 %Imprimimos los pesos finales%
89 fprintf('\nPesos finales:\n');
 90 disp(w)
91
92 %Declaración de los puntos de prueba%
 93 \text{ puntos} = [5 5; 6 8];
94 bias = ones(2,1)*(-1);
9.5
96 %Agregamos el bias a cada punto%
97 puntos = [puntos bias];
98 [numRows, numCols] = size(puntos);
99
100 for i = 1:numRows
101
       punto = [puntos(i,1) puntos(i,2) puntos(i,3)];
102
       %Realizamos el producto del punto y los pesos%
103
       a = dot(punto, w);
104
       %Realizamos la operacion hardlim%
105
       m = hardlim(a);
106
       fprintf('Para el punto [%d, %d]: %d\n',punto(1),punto(2),m);
107 end
```

#### 3. Considere la misma imagen del ejercicio 1 y haga lo siguiente:

a) Entrene un perceptrón con función de activación sigmoidal y con bias mediante la regla DELTA adaptada. Proponga una vector de pesos iniciales  $W_0 = (w_1, w_2, w_3)^T$  y un parámetro de aprendizaje  $\alpha$ . Muestre la línea inicial, el vector de pesos final, así como la línea de separación final.

A continuación, se muestra la línea de separación inicial y la línea de separación final, así como los patrones con su respectiva clase. Recordar que la clase A es representada por los puntos azules y la clase B es representada por los puntos de color rojo.

Para este problema se propuso el vector de pesos  $W = \{0.5, 0.35, 0.9\}$ , mientas que el factor de aprendizaje se definió como 0.02 y el número de épocas se propuso como 300.

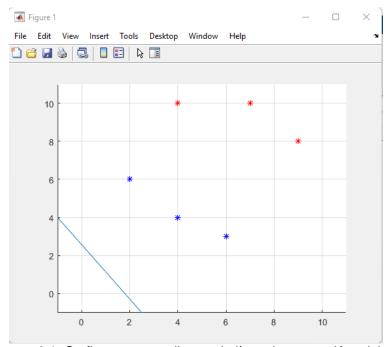


Imagen 3.1. Grafica correspondiente a la línea de separación original.

Una vez obtenidos los pesos finales de la línea de separación, podemos evaluar cualquier punto a nuestra elección, en este caso evaluaron los puntos (5,5) y (6,8), los resultados obtenidos son los siguientes:

```
>> RN3

Pesos finales:
    0.0557    0.3778    3.0470
```

A continuación, se muestra la representación gráfica de la línea de separación final:

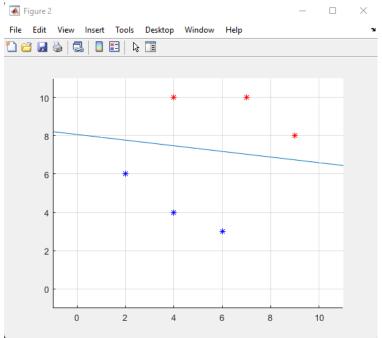


Imagen 3.2. Grafica correspondiente a la línea de separación final.

b) Use el perceptrón entrenado para determinar la clase A o B de los puntos con coordenadas (5,5) y (6,8).

Una vez obtenidos los pesos finales de la línea de separación, podemos evaluar cualquier punto a nuestra elección, en este caso evaluaron los puntos (5,5) y (6,8), los resultados obtenidos son los siguientes:

```
Para el punto [5, 5]: 0
Para el punto [6, 8]: 1
```

Recordemos que la clase A esta compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 0 y la clase B está compuesta por todos los puntos cuyo valor en la función hardlim es igual a 1.

De acuerdo con el resultado mostrado podemos decir que el punto (5,5) pertenece a la clase A y el punto (6,8) pertenece a la clase B.

```
1 %Declaración de los puntos presentes en la imagen%
2 puntos = [2 6; 4 4; 6 3; 4 10; 7 10; 9 8];
3
4 %Declaración de los grupos para cada punto%
5 t = [-1; -1; -1; 1; 1; 1];
6
```

```
7 %Declaración de bias para cada punto%
 8 bias = ones(6,1)*(-1);
10 %Agregamos el bias a cada punto%
11 puntos = [puntos bias];
13 %Se declaran los pesos%
14 \text{ w} = [0.5 \ 0.35 \ 0.9];
15
16 %Producto punto entre el vector de puntos y los pesos%
17 a = puntos * w.';
19 %Se define el factor de aprendizaje%
20 \text{ alpha} = 0.02;
22 [numRows, numCols] = size(puntos);
23
24 %Relizamos la operación sigmoidal%
25 y = 1/(1+exp(-a));
27 %Definimos el número de epocas%
28 \text{ epoch} = 0;
29 \text{ epochs} = 300;
30
31 figure(1)
32 grid on;
33 hold on;
34 xlim([-1 11])
35 \text{ ylim}([-1 \ 11])
36 %Graficamos la frontera de decisión con los pesos originales%
37 \times = -1:1:11;
38 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
39 plot(x, front);
40
41 %Graficamos los puntos%
42 for i = 1:numRows
      if t(i) == -1
43
           plot(puntos(i,1), puntos(i,2), 'b*');
44
45
       else
           plot(puntos(i,1),puntos(i,2),'r*');
46
       end
47
48 end
49
50 %Iniciamos el algoritmo de aprendizaje%
51 \text{ for } i = 1:\text{epochs}
       epoch = epoch + 1;
52
       for j = 1:numRows
53
54
           punto = [puntos(j,1) puntos(j,2) puntos(j,3)];
55
           %Realizamos el producto del punto y los pesos%
56
           a = dot(punto, w);
57
           %Realizamos la operacion sigmoidal%
           y(j) = 1/(1+exp(-a));
58
```

```
59
            %Calculamos los nuevos pesos%
 60
            wn = w - alpha * y(j) * (1-y(j)) * (y(j)-t(j)) * punto;
 61
            w = wn;
 62
       end
 63 end
 64
 65 figure (2)
 66 grid on;
 67 hold on;
 68 \times lim([-1 \ 11])
 69 ylim([-1 11])
70
71 %Graficamos la frontera de decisión%
72 \times = -1:1:11;
73 front = w(3)/w(2) - x*w(1)/w(2);
74 plot(x, front);
75
76 %Graficamos los puntos%
77 for i = 1:numRows
 78
       if t(i) == -1
79
           plot(puntos(i,1),puntos(i,2),'b*');
 80
       else
 81
            plot(puntos(i,1), puntos(i,2), 'r*');
 82
       end
83 end
84
85 %Imprimimos los pesos finales%
86 fprintf('\nPesos finales:\n');
87 disp(w)
 88
 89 %Declaración de los puntos de prueba%
 90 puntos = [5 5;6 8];
 91 bias = ones(2,1)*(-1);
93 %Agregamos el bias a cada punto%
 94 puntos = [puntos bias];
95 [numRows, numCols] = size(puntos);
96
97 for i = 1:numRows
       punto = [puntos(i,1) puntos(i,2) puntos(i,3)];
99
       %Realizamos el producto del punto y los pesos%
100
       a = dot(punto, w);
101
       %Realizamos la operacion hardlim%
102
       m = hardlim(a);
103
       fprintf('Para el punto [%d, %d]: %d\n',punto(1),punto(2),m);
104 end
```

4. Dada la siguiente imagen con dos clases A y B no-linealmente separables:

12												
11						Α						
10												
9			Α					В		В		
8												
7		Α			В							
6								В		В		
5												
4				Α			Α					
3												
2												
1												
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

a) Entrene una RNA compuesta con una capa intermedia con 2 perceptrones sigmoidales y una neurona en la salida también tipo sigmoidal. Use la regla BP. Proponga un conjunto de pesos para la red y un parámetro de entrenamiento  $\alpha$ . Muestre el conjunto final de pesos final.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el algoritmo escrito en Python.

Para este problema se propuso el vector de pesos  $W = \{ \{-0.9, 0.1\}, \{0.35, -0.55\} \}$ , mientas que el factor de aprendizaje se definió como 0.25 y el número de épocas se propuso como 1500.

```
Pesos finales de la capa intermedia:
[[-3.70762758 2.48101674]
Bias de la capa intermedia:
[-1.73401713 -8.64074627]
Pesos finales de la capa de salida:
[-6.85782517 7.49402573]
Bias de la capa de salida:
[-3.8754946]
     Resultados
Patrón: t: Salida:
[4 4]
         0
                 0.065
[2 7]
         0
                 0.029
[3 9]
         0
                 0.037
        0
[ 6 11]
                  0.048
[7 4]
          0
                 0.081
[5 7]
          1
                 0.954
         1
[8 6]
                 0.939
[8 9]
         1
                 0.974
[10 6] 1
[10 9] 1
                  0.944
                   0.974
```

b) Use la RNA entrenada para determinar la clase A o B de los puntos con coordenadas (3,7) y (6,8).

Con los resultados obtenidos anteriormente podemos clasificar los puntos (3,7) y (6,8).

El punto (3,7) se aproxima a 0, entonces pertenece a la clase A, mientras que el punto (6,8) se aproxima a 1, entonces pertenece a la clase B.

c) Muestre que la capa interna de la RNA convierte el problema no lineal a uno lineal al mapear los puntos A y B en el espacio de las salidas de las 2 neuronas intermedias  $s_1, s_2$ .

Como se aprecia en la siguiente imagen, el problema es linealmente separable.

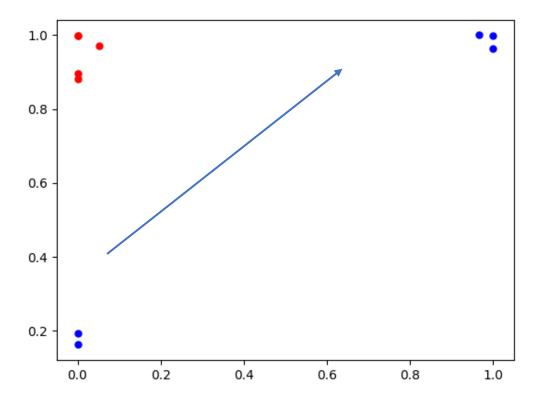


Imagen 4.1. Grafica correspondiente a la representación lineal del problema.

Se diseñó un programa en MATLAB y Python, porque MATLAB no proporciona los resultados adecuados.

```
1 %Declaración de los puntos presentes en la imagen%
 2 puntos = [4 4;2 7;3 9;6 11;7 4;5 7;8 6;8 9;10 6;10 9];
 4 %Declaración de los grupos para cada punto%
5 t = [0;0;0;0;0;1;1;1;1;1];
7 [numRows, numCols] = size(puntos);
9 %Definimos el número de epocas%
10 epochs = 2000;
11
12 %Se declaran los pesos y bias%
13 \text{ w1} = [-0.9 \ 0.1; 0.35 \ -0.55];
14 b1 = [-1 -1];
15 \text{ w2} = [-0.7 \ 0.2];
16 b2 = [-1];
17
18 %Iniciamos el algoritmo de aprendizaje%
19 for epoch = 1: epochs
20
     err = 0;
21
      count = 1;
       for i = 1: numRows
22
23
          punto = [puntos(i,1) puntos(i,2)];
24
           %Hacia adelante%
25
           [a1, a2] = ff(punto, w1, b1, w2, b2);
26
           %Calculo de error en la red%
27
           err = nrror(t(count), a2);
28
           %Propagación hacia atrás%
29
           [w1, b1, w2, b2] = bp(punto,t(count), w1, b1, w2, b2, a1, a2);
30
           count = count + 1;
31
       end
32 end
33
34 Z = ones(numRows, 1);
36 %Convertir problema lineal a no lineal%
37 for x = 1: numRows
      punto = [puntos(x, 1) puntos(x, 2)];
39
       [X, Y] = ff(punto, w1, b1, w2, b2);
40
       Z(x) = Y;
41 end
42
43 fprintf('Patrón: t:
                              Salida:\n');
44 \text{ for } i = 1: \text{ numRows}
       fprintf('[%d,%d] %d %.3f\n',puntos(i,1),puntos(i,2),t(i),Z(i));
46 end
```

```
48 fprintf('\nPesos de la capa intermedia:\n');
49 disp(w1)
50
51 fprintf('\nBiases de las capas intermedias:\n');
52 disp(b1)
53
54 fprintf('\nPesos de la capa de salida:\n');
55 disp(w2)
57 fprintf('\nBias de la capa de salida:\n');
58 disp(b2)
59
60 %Propagación hacia atrás%
61 function [nw1, nb1, nw2, nb2] = bp(punto, t, w1, b1, w2, b2, a1, a2)
62
       %Se define el factor de aprendizaje%
63
       lpha = 0.25;
64
      L error = -(t - a2) * a2 * (1 - a2);
65
      nw2 = w2 - lpha * L error * a1;
      nb2 = b2 - lpha * L_error;
66
67
      l = rror = L = rror .* w2 .* a1 .* (1 - a1);
68
      nb1 = b1 - lpha * l_error;
69
      aux = [punto(1,1); punto(1,2)];
70
      l = rror2 = [l = rror(1,1); l = rror(1,2)];
71
      nw1 = w1 - lpha * aux .* l error2;
72 end
73
74 %Sigmoidal%
75 function [s] = sig(z)
      aux = exp(-z);
77
      s = 1 ./ (1 + aux);
78 end
79
80 %Propagación hacia adelante%
81 function [a,a2] = ff(punto, w1, b1, w2, b2)
      aux = transpose(w1);
82
83
      z2 = transpose(aux*punto.') + b1;
84
      a = sig(z2);
85
      z3 = dot(a, w2) + b2;
86
      a2 = sig(z3);
87 end
88
89 %Calculo de error en la red%
90 function [err] = nrror(t,a)
91
      err = 0.5 * (t - a).^2;
92 end
```

#### Código Python:

```
1 import numpy as np
 2 import matplotlib.pyplot as plt
 4 #Sigmoidal#
 5 \det sigmoid(x):
      sig = 1 / (1 + np.exp(-x))
      return(sig)
 7
 8 #Calculo de error en la red#
9 def nerror(t,a):
     err = 0.5 * np.power(t-a, 2)
10
11
      return (err)
12
13 #Propagación hacia adelante#
14 def ff(x, w2, b2, w3, b3):
      z2 = np.dot(x, w2.T) + b2
16
      a2 = sigmoid(z2)
17
     z3 = np.dot(a2,w3) + b3
18
     a3 = sigmoid(z3)
19
      return(a2, a3)
20
21 #Propagación hacia atras#
22 def bp(x, t, w2, b2, w3, b3, a2, a3):
      L = -(t - a3) * a3 * (1 - a3)
23
24
      nw3 = w3 - alpha * L error * a2
25
      nb3 = b3 - alpha * L error
      26
27
      nb2 = b2 - alpha * l error
28
      x = np.reshape(x, (1, len(x)))
29
      l error = np.reshape(l error, (len(l error),1))
      nw2 = w2 - alpha * np.multiply(l error, x)
30
      return (nw2, nb2, nw3, nb3)
31
32
33 #Mostramos los resultados obtenidos del algortimo#
34 def mostrarResultrados (puntos, w2, w3, b2, b3):
35 print('\n Resultados
36 print('Patrón:
                     t:
                           Salida:')
37 \quad \text{count} = 0
   #Calculamos la salida#
38
39
   for x in puntos:
40
      , a3 = ff(x, w2, b2, w3, b3)
41
      print('{}
                               {:.3f}'.format(x,t[count],float(a3)))
                 { }
42
      count = count + 1
43
44 #Definimos los patrones de prueba y las clases#
45 puntos=np.array([[4,4],[2,7],[3,9],[6,11],[7,4],[5,7],[8,6],[8,9],[10,6],[10,9]])
46 t = np.array([0,0,0,0,0,1,1,1,1,1])
48 #Definimos el factor de aprendizaje y el numero de epocas a realizar#
49 \text{ alpha} = 0.25
50 \text{ epochs} = 1500
```

```
52 #Definimos pesos y bias para la capa intermedia y de salida#
53 \text{ w2} = \text{np.array}([[-0.9, 0.1], [0.35, -0.55]])
54 b2 = np.array([-1, -1])
55 \text{ w3} = \text{np.array}([-0.7, 0.2])
56 b3 = np.array([-1])
57
58 #Comenzamos con el algoritmo de aprendizaje#
59 err vector = []
60 \, \text{err} = 0
61 for epoch in range (epochs):
       count = 0
62
       err = 0
63
       for x in puntos:
64
            a2, a3 = ff(x, w2, b2, w3, b3)
66
            err += nerror(t[count],a3)
67
            w2,b2,w3,b3 = bp(x, t[count], w2, b2, w3, b3, a2, a3)
68
69
        err vector.append(err / puntos.shape[0])
70
71 print ('Pesos finales de la capa intermedia:')
72 print (w2)
73 print ('\nBias de la capa intermedia:')
74 print (b2)
75 print('\nPesos finales de la capa de salida:')
76 print (w3)
77 print('\nBias de la capa de salida:')
78 print (b3)
79
80 mostrarResultrados (puntos, w2, w3, b2, b3)
82 #Graficamos el problema lineal#
83 \text{ count} = 0
84 plt.figure(1)
85 for x in puntos:
       z = w2.dot(x) + b2
86
       a = sigmoid(z)
87
88
       if t[count] == 0:
89
          plt.plot(a[0],a[1],'o',color='red', markersize = 5)
90
       else:
91
         plt.plot(a[0],a[1],'o',color='blue', markersize = 5)
92
       count = count +1
93 plt.show()
94
95 #Definimos la clase de los puntos (3,7) y (6,8) #
96 \text{ test} = \text{np.array}([[3, 7], [6, 8]])
97 print('
             Resultados
98 for x in test:
99
       , a3 = ff(x, w2, b2, w3, b3)
100
       print('{}
                   \{:.3f\}'.format(x,float(a3))
```