1. Geben ist das Volumen $V = \frac{(a+c)h}{2}H$ eines Körpers mit trapezförmiger Grundfläche. Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils rechnerisch.

		richtig	falsch
i.	$V = \frac{k}{2}H \Longleftrightarrow (a+c)h = k$	0	0
ii.	$V = \frac{1}{n}H \Longleftrightarrow \frac{(a+c)h}{2} = n$	0	0
iii.	a(c) ist eine lineare Funktion mit den konstanten Variablen h, H und V	0	0

i)

$$k := (a + c) \cdot h$$

$$V := \frac{k}{2} \cdot H \to \frac{H \cdot h \cdot (c+a)}{2}$$

A: Richtig

ii)

$$n := (\mathbf{a} + c) \cdot \frac{h}{2}$$

$$V \coloneqq \frac{1}{n} \to \frac{2}{h \cdot (c+a)}$$

A: Falsch

iii)

 $\operatorname{clear}(V,a,c,h)$

$$a(c) := V = (a+c) \cdot \frac{h}{2} \xrightarrow{solve, a} \frac{-(c \cdot h) + 2 \cdot V}{h}$$

$$a(c) \rightarrow \frac{-(c \cdot h) + 2 \cdot V}{h}$$

A: Die Funktion a(c) ist keine lineare Funktion, denn k*x + d wird von der Funktion a(c) nicht erfüllt.

2)				
	2. Exponentialfunktionen sind Funktionen, die sich durch Gleichungen der Form $f(x)=C$ a > 0 beschreiben lassen.	a^x mi	t C,a $ eq$	∉ 0 und
	(1) In gleich großen Intervallen ändert sich der Funktionswert der			
	Exponentialfunktion um den gleichen Faktor.			
	(2) In gleich großen Intervallen ändert sich der Funktionswert der	8		
	Exponentialfunktion um den gleich großen Betrag. (3) Die Funktionswerte jeder Exponentialfunktion f können nur	0		
	dann berechnet weden, wenn x aus \mathbb{R}^+ ist.			
	(4) Wenn die Basis a zwischen null und eins liegt und C kleiner null	8		
	ist, dann ist die Exponentialfunktion streng monoton steigend.			
	(5) Wenn $a > 1$ und $C > 0$ sind, dann ist die Exponentialfunktion streng monoton fallend.	0		
	$\operatorname{clear}(a)$			
	$f(x) := C \cdot \mathbf{a}^x$			
	$f'(x) \coloneqq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) \to C \cdot \ln(a) \cdot a^x$			
	dx			
	a)			
	Faktor ist richtig			
	Turken ist Heritig			
	b)			
	Falsch			
	Taiser			
	c)			
	Falsch			
	d)			
	Richtig			
	e)			
	Falsch			

3)

3. Der Zusammenhang zwischen den Größen x, y, z und T mit $z \neq 0$ wird durch die Gleichung $T = \frac{xy^2}{z}$ beschrieben. Kreuzen Sie die **nicht** zutreffende(n) Aussage(n) an!

(A)	T ist indirekt proportional zu x .	8
(B)	Wenn y verdoppelt wird, dann nimmt T den vierfachen Wert an.	
(C)	Wenn x halbiert wird, dann nimmt T den halben Wert an.	
(D)	Wenn z halbiert wird, dann nimmt T den doppelten Wert an.	
(E)	T istdirekt proportional zu z.	(\text{\tin}\text{\ti}\}\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\tex{\tex

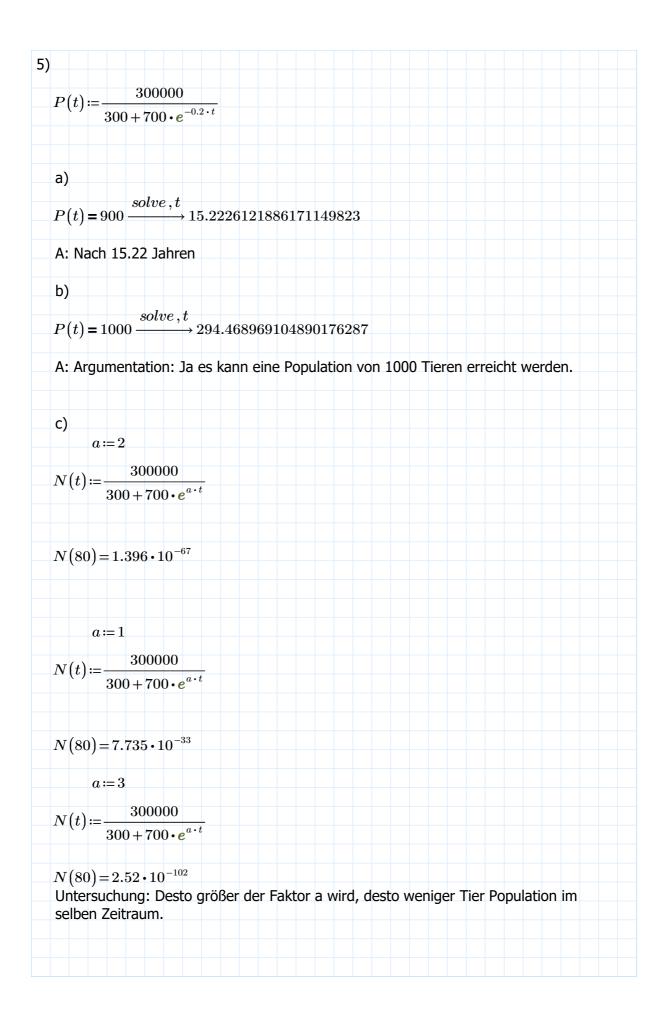
4)

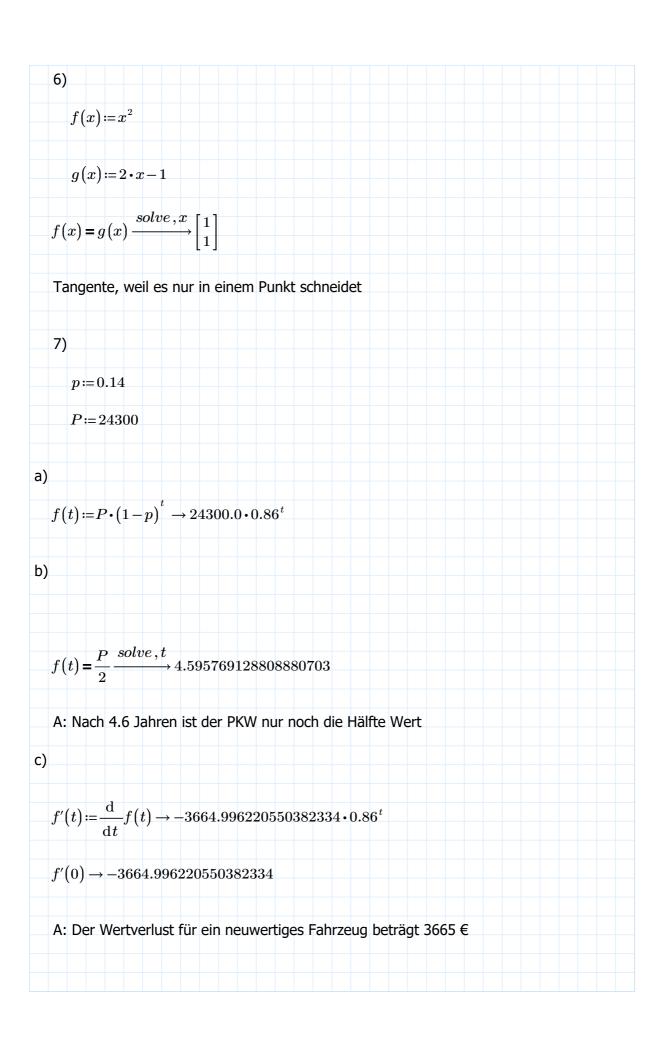
$$g(x) \coloneqq \frac{-3}{2} \cdot x + 15$$

$$f(x) \coloneqq x^2 - 3 x + \mathbf{C}$$

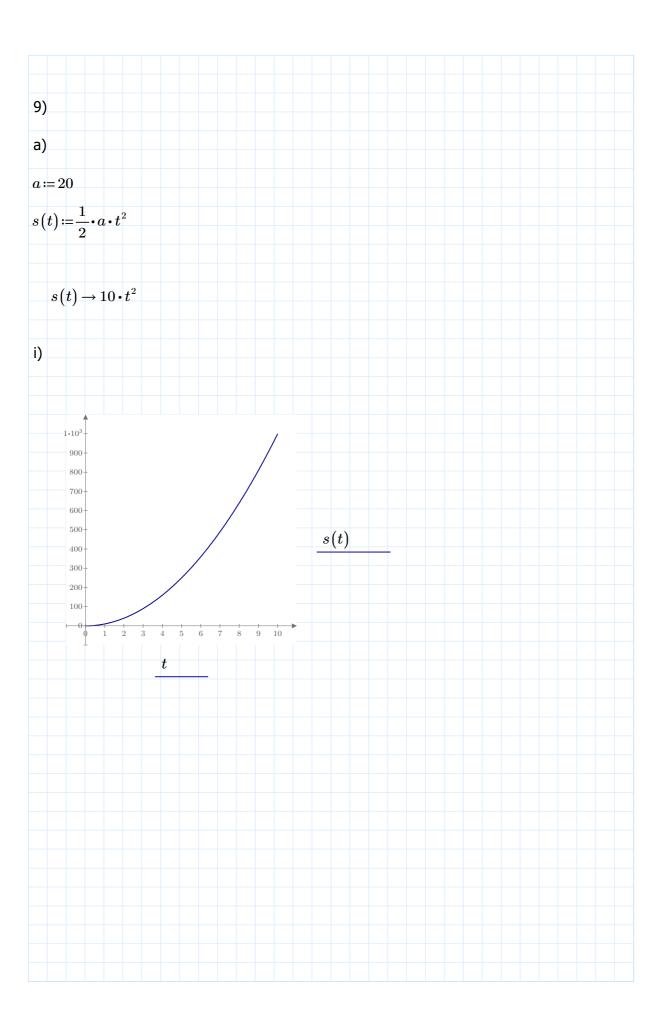
$$[f(-2) = g(-2)] \xrightarrow{solve, C} 8$$

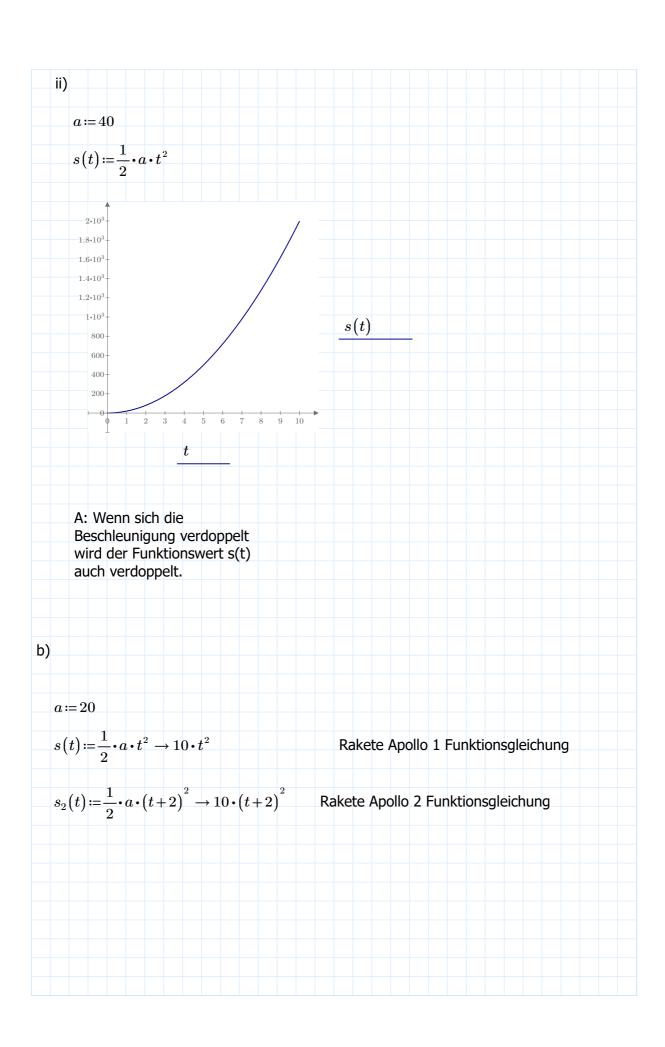
$$f(x) := x^2 - 3 x + 8$$

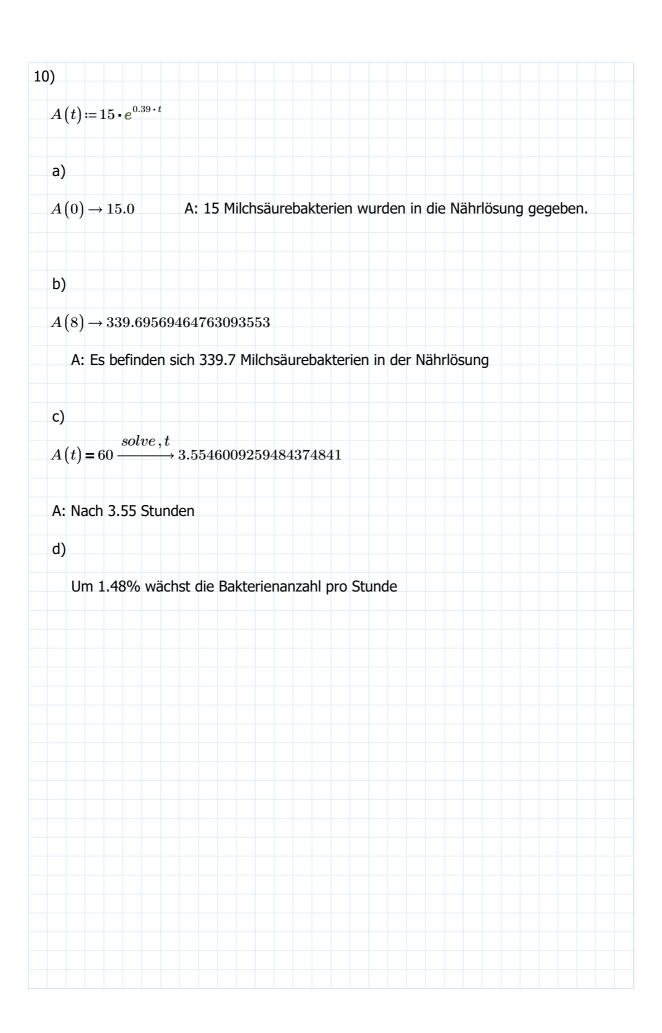


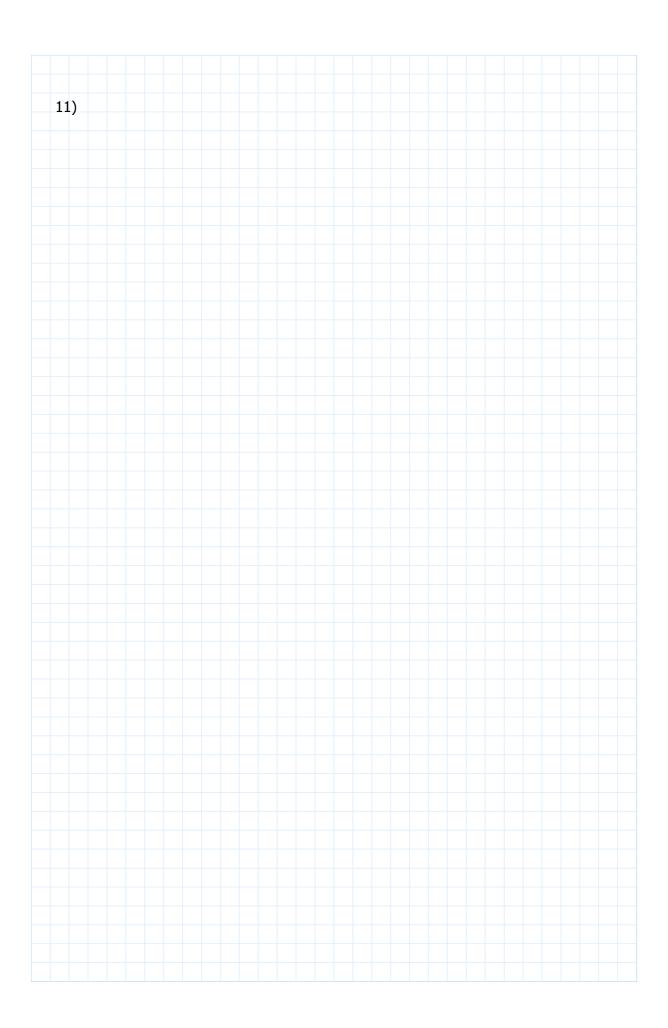


(1) Wenn sich der Radfahrer mit einer größeren Geschwindigkeit bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. (2) Der Autofahrer holt den Radfahrer nach einer Fahrtstrecke von 100km ein. (3) Wenn der Autofahrer eine Stunde früher abfährt, dann schneiden sich die beiden Graphen so, dass im Verglein zur dargestellten Situation für die s−Koordinate s₂ des Schnittpunktes gilt: s₂ > s₀. (4) Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. a) Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. b) Falsch C) Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los. d) Richtig siehe Grafik.
die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. (2) Der Autofahrer holt den Radfahrer nach einer Fahrtstrecke von 100km ein. (3) Wenn der Autofahrer eine Stunde früher abfährt, dann schneiden sich die beiden Graphen so, dass im Vergleih zur dargestellten Situation für die s−Koordinate s₂ des Schnittpunktes gilt: s₂ > s₀. (4) Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. a) Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. b) Falsch Falsch C) Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
 (2) Der Autofahrer holt den Radfahrer nach einer Fahrtstrecke von 100km ein. (3) Wenn der Autofahrer eine Stunde früher abfährt, dann schneiden sich die beiden Graphen so, dass im Vergleih zur dargestellten Situation für die s−Koordinate s_y des Schnittpunktes gilt: s_y > s₀. (4) Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. (5) Falsch (6) Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los. (7) Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
 (3) Wenn der Autofahrer eine Stunde früher abfährt, dann schneiden sich die beiden Graphen so, dass im Vergleih zur dargestellten Situation für die s−Koordinate sy des Schnittpunktes gilt: sy > so. (4) Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los. d)
 (4) Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t₁, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: t₁ < t₀. (a) Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. (b) Falsch (c) Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los. (d) High sich der Radfahrer mehr Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. Falsch Falsch Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch, weil der Radfahrer mehr Weg zurück legt. Falsch Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
Falsch weil sy einen kleineren Weg zurück, denn der Autofahrer fährt ja eine Stunde los.
los.
Richtig siehe Grafik.



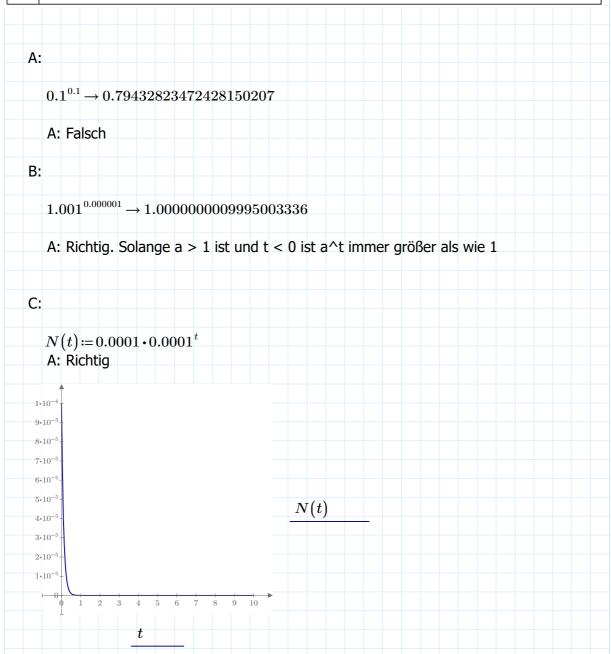


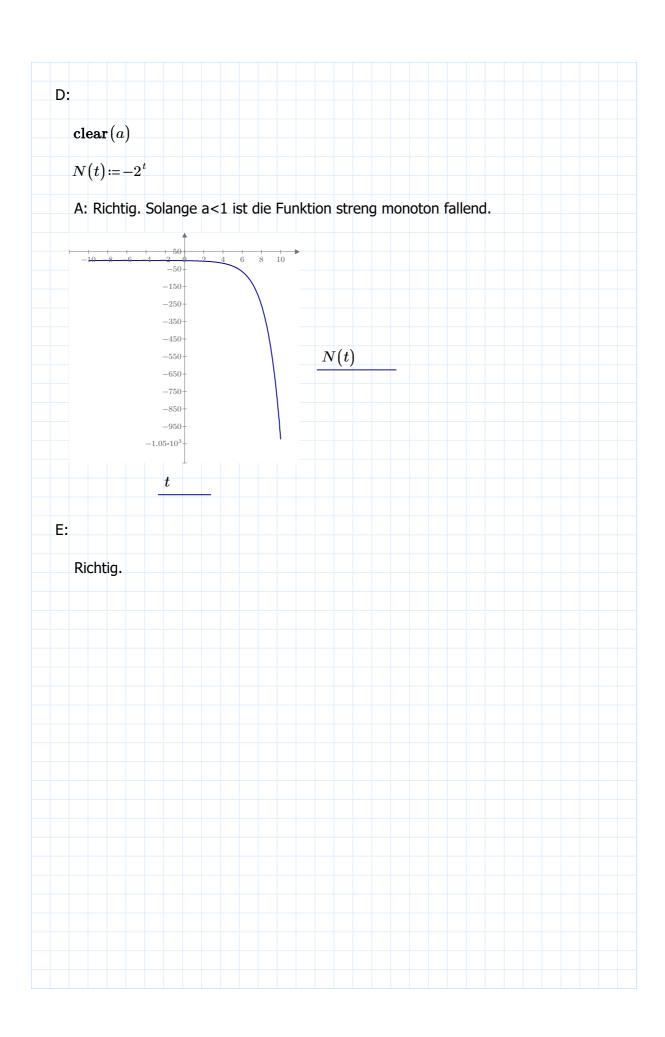






- A | Wenn 0 < a < 1 und t < 0 ist, dann ist $a^t > 1$.
- B | Wenn a > 1 und t < 0 ist, dann ist $a^t > 1$.
- C | Für a < 1 und N(0) > 0 wird durch $N(t) = N(0)a^t$ ein exponentieller Zerfall beschrieben.
- D | Für a < 1 ist die Funktion N mit $N(t) = a^t$ streng monoton fallend.
- E | Die Halbwertszeit gibt die Zeit an, innerhalb der sich der Anfangsbestand auf die Hälfte reduziert.

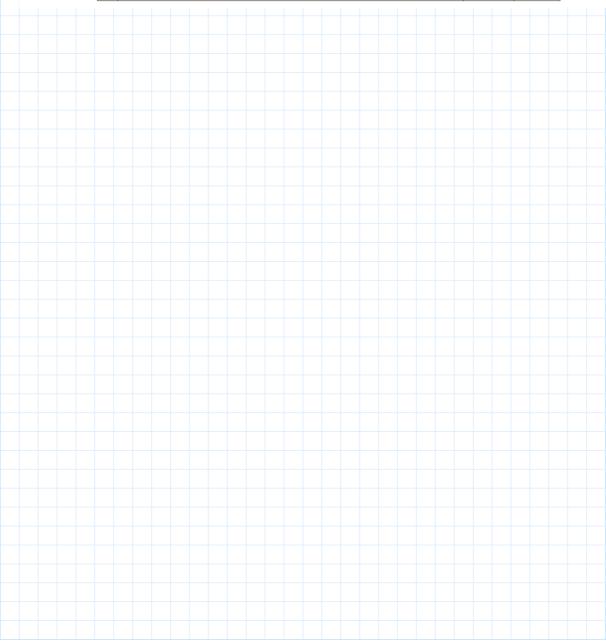


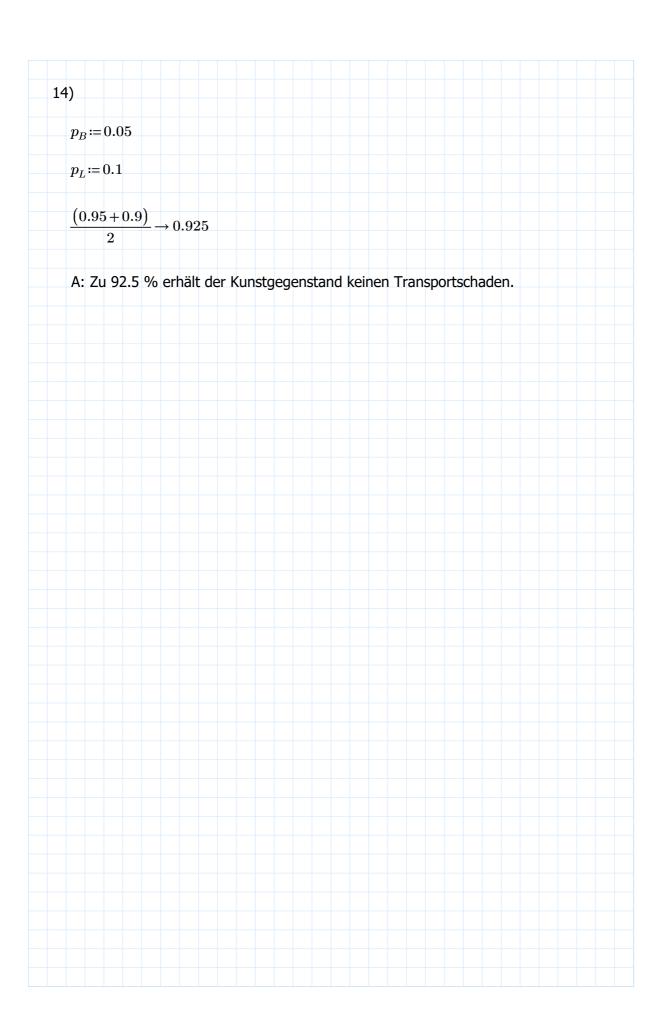


13)														

13. Bekanntlich bezieht sich die Binomialverteilung auf Serien wiederholt ausgeführter Zufallsversuche, wobei man pro Wiederholung des Versuchs nur zwischen zwei relevanten Ergenissen unterscheidet. Kreuzen Sie an, ob die Aussage richtig oder falsch ist!

		Richtig	Falsch
1	Der Zufallsversuch muss einem zufälligen Auswahlprozess ohne	⊗	0
	Zurücklegen entsprechen.		
2	Von Interesse ist lediglich die Anzahl der "Erfolge", nicht aber,	0	Ø
	welche der Versuche zu einem "Erfolg" führen.		
3	Von Interesse ist die Nummer es ersten Versuchs, der zu einem	K	0
	"Erfolg" führt.		
4	Die Wahrscheinlichkeiten für die beiden relevanten Ergebnisse	♂	0
	"Erfolg" bzw. "Misserfolg" dürfen sich im Verlaufe der		
	Versuchsserie ändern.		
5	Was pro Wiederholung als "Erfolg" bzw. "Misserfolg" anzusehen	0	(
	ist, muss sich von Versuch zu Versuch regelmäßig ändern.		\





(a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibärchen in den untersuchten Packungen waren.

	Anzahl der weißen Gummibärchen pro Packung	17	20	21	22	24
ĺ	Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

Berechnen Sie das gewogene arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Anzahlen weißer Gummibärchen pro Packung.

$$X := \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 24 \end{bmatrix} \qquad Y := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

a)

$$x_{mean} \coloneqq \frac{\left(17 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 21 \cdot 3 + 22 + 24 \cdot 4\right)}{2 + 3 + 3 + 1 + 4} = 21.154$$

$$\sigma \coloneqq \sqrt{\left(17 - x_{mean}\right)^2 \cdot \frac{2}{13} + \left(20 - x_{mean}\right)^2 \cdot \frac{3}{13} + \left(21 - x_{mean}\right)^2 \cdot \frac{3}{13} + \left(22 - x_{mean}\right)^2 \cdot \frac{1}{13} + \left(24 - x_{mean}\right)^2 \cdot \frac{4}{13}}$$

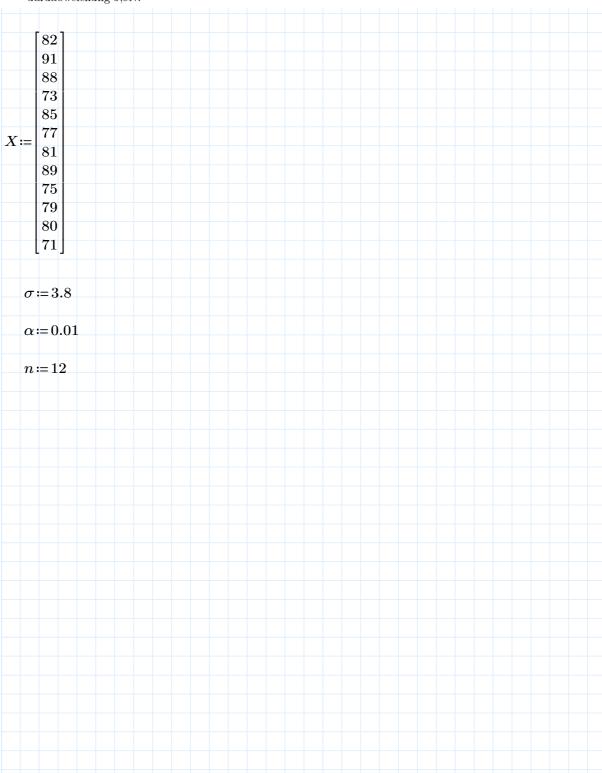
b)

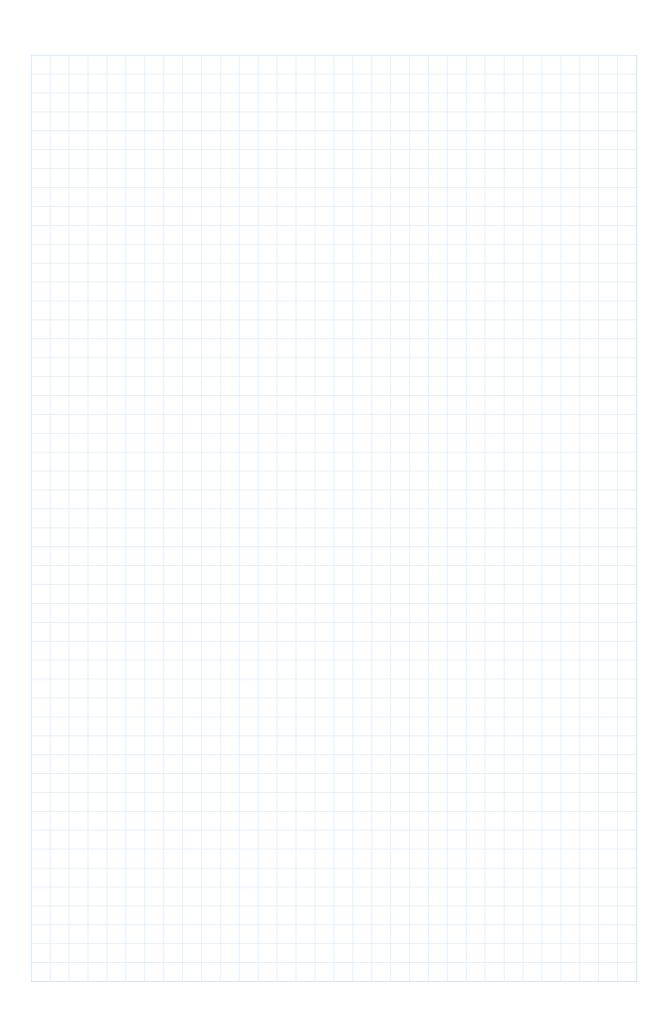
17)

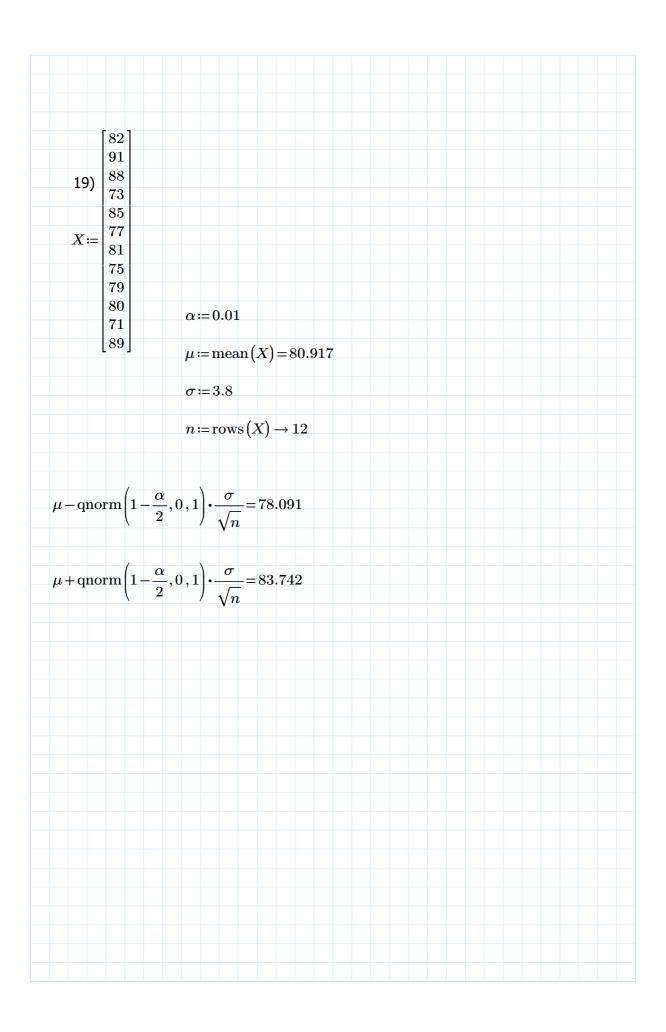
17. Die Reisslast eines speziellen Drahttyps ist normalverteilt. An 12 Drähten werden folgende Werte bestimmt (in N):

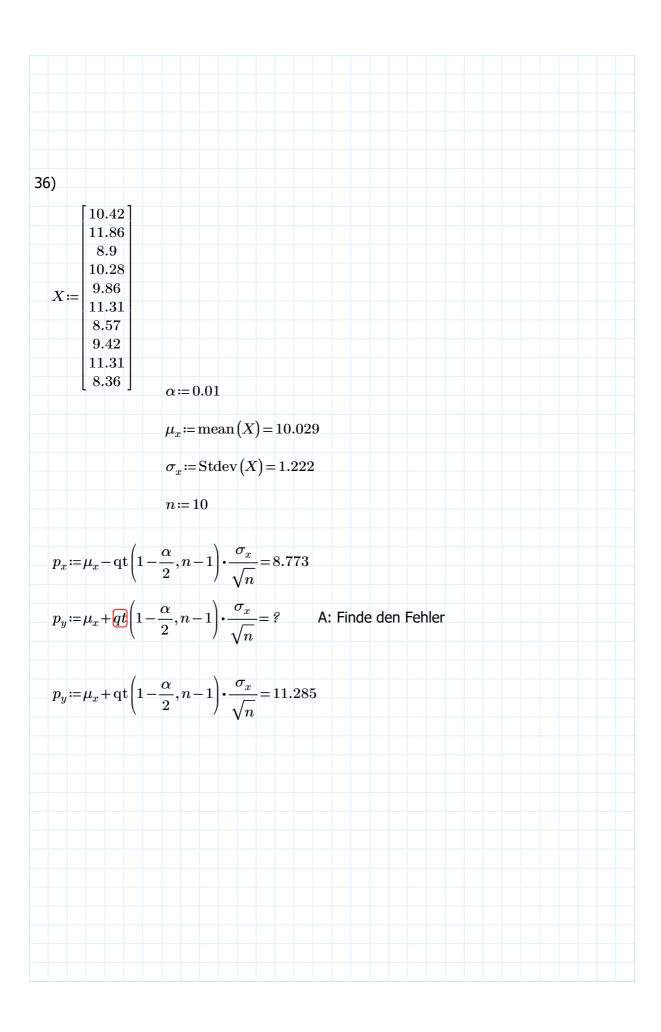
 $82,\,91,\,88,\,73,\,85,\,77,\,81,\,89,\,75,\,79,\,80,\,71$

Bestimmen Sie anhand der Stichprobe ein 99%
iges Vertrauensintervall für den Mittelwert bei bekannter Standardabweichung 3,8
N.









Beispiel 41

$$a := 73$$
 $s := 150$ $\alpha := 48 \cdot deg$

$$x := a^2 + s^2 - 2 \cdot a \cdot s \cdot \cos((90 \cdot deg) + \alpha) = 44103.872$$

$$x_{neu} := \sqrt{x} = 210.009$$

Beispiel 42

$$x \coloneqq 1.0 - 0.2 = 0.8$$
 $\gamma \coloneqq 65 \cdot deg$

$$b \coloneqq \frac{0.8}{\sin(\gamma)} = 0.883$$

$$b^2 = 0.8^2 + c^2$$

$$c \coloneqq \sqrt{b^2 - 0.8^2} = 0.373$$

$$x = (c+0.6)-0.8 = 0.173$$

$$a := \sqrt{x^2 + 0.8^2} = 0.819$$

$$atan\left(\frac{0.8}{x}\right) = 77.795 \, \mathbf{deg}$$



$$X \coloneqq \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$
 $Y \coloneqq \begin{bmatrix} 13 \\ 24 \\ 39 \\ 68 \\ 117 \end{bmatrix}$ $f(t, a, \lambda) \coloneqq a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ $vg \coloneqq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} a \\ \lambda \end{bmatrix} := \operatorname{genfit}(X, Y, vg, f) = \begin{bmatrix} 7.789 \\ 0.542 \end{bmatrix}$$

$$f(t) \coloneqq a \cdot e^{\lambda \cdot t} \to 7.7890819778404357 \cdot 2.7182818284590452354^{0.54178885242166785 \cdot t}$$

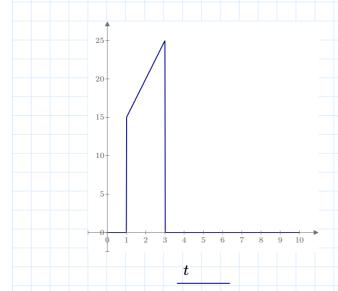
$$f(6) = 201.03$$

Beispiel 44

$$25 \cdot 3.6 = 90$$

$$v_3(t) \coloneqq 5 \cdot t + 10$$

$$v_3(2) = 20$$



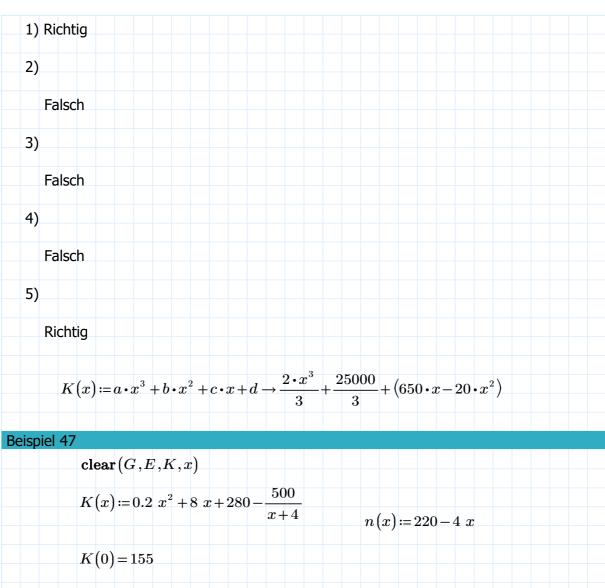
$$v_3(t) (1 \le t \le 3)$$

Beispiel 45 clear(x,a,b,c,d) $K(x) \coloneqq \frac{d}{dx} \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ $K'(x) \coloneqq \frac{d}{dx} K(x) \to 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$ $C(x) \coloneqq \frac{K(x)}{x} \to \frac{a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d}{x}$ $C'(x) \coloneqq \frac{d}{dx} C(x) \to 2 \cdot a \cdot x + \left(b - \frac{d}{x^2}\right)$ $K''(x) \coloneqq \frac{d}{dx} K'(x) \to 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$ $\begin{bmatrix} a \ b \ c \ d \end{bmatrix} \coloneqq \begin{bmatrix} K'(10) = 450 \\ C'(25) = 0 \\ K(25) = 22500 \\ K''(10) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} -20 & 650 & \frac{25000}{3} \end{bmatrix}$ $K(x) \coloneqq a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \to \frac{2 \cdot x^3}{3} + \frac{25000}{3} + (650 \cdot x - 20 \cdot x^2)$

46. RICHTIG oder FALSCH? Kreuzen Sie die jeweils richtige Antwort an!

46)

		Richtig	Falsch
(1)	Bei der progressiven Kostenfunktion steigen die Grenzkosten.	0	0
(2)	Bei der progressiven Kostenfunktion steigen die Stückkosten.	0	0
(3)	Bei einer linearen Kostenfunktion sind die variablen Stückkosten gleich der Grenzkosten.	0	0
(4)	Als Betriebsoptimum wird jene Absatzmenge bezeichnet, bei der ein Unternehmen sein Gewinnmaximum erreicht.	0	0
(5)	Bei einer linearen Kostenfunktion sind die fixen Stückkosten konstant.	0	0



$$clear(G, E, K, x)$$

$$K(x) \coloneqq 0.2 \ x^2 + 8 \ x + 280 - \frac{500}{x+4}$$

$$n(x) \coloneqq 220 - 4 \ x$$

$$K(0) = 155$$

$$E(x) \coloneqq x \cdot n(x) \to x \cdot (-(4 \cdot x) + 220)$$

$$G(x) \coloneqq E(x) - K(x) \to \frac{500.0}{x+4.0} + (x \cdot (220.0 - 4.0 \cdot x) - (0.2 \cdot x^2 + 8.0 \cdot x + 280.0))$$

$$x \coloneqq G(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}, x} \begin{bmatrix} -3.5381799389003849967 \\ 0.84859325389120210425 \\ 49.165777161199659083 \end{bmatrix}$$

$$clear(x)$$

$$G'(x) \coloneqq \frac{d}{dx}G(x) \to -1.0 \cdot \frac{0.84703294725430033907 \cdot 10^{-21} \cdot x + 500.0}{x^2 + 8.0 \cdot x + 16.0} + (212.0 - 8.4 \cdot x)$$

$$G'(x) \coloneqq \frac{d}{dx}G(x) \to -1.0 \cdot \frac{0.84703294725430033907 \cdot 10^{-21} \cdot x + 500.0}{x^2 + 8.0 \cdot x + 16.0} + (212.0 - 8.4 \cdot x)$$

$$G'(x) \coloneqq \frac{d}{dx}G(x) \to -1.0 \cdot \frac{0.84703294725430033907 \cdot 10^{-21} \cdot x + 500.0}{x^2 + 8.0 \cdot x + 16.0} + (212.0 - 8.4 \cdot x)$$

Beispiel 48 $\int_{-2}^{0} f(x) \, \mathrm{d}x - \int_{0}^{2} f(x) \, \mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x) \, \mathrm{d}x$ Beispiel 49 $f(x) = -0.00108 \ x^3 + 0.046 \ x^2 - 0.4367 \ x + 3$ $f'(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) \to -0.00324 \cdot x^2 + 0.092 \cdot x - 0.4367$ $f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 6.0252648367998949937 \\ 22.369796891595166735 \end{bmatrix}$ $x_{eng}\!\coloneqq\!f\!\left(6.0252648367998949937\right)\!=\!1.803$ $x_{weit} = f(22.369796891595166735) = 4.16$ $x_{eng} \cdot 2 = 3.605$ $x_{weit} \cdot 2 = 8.321$ $\pi \cdot \int_{x}^{23} f(x)^{2} dx = 574.305$

