eben ist das Volumen V =
(a+c)h
2 H eines Körpers mit trapezförmiger Grundäche. Geben Sie an, ob die
folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils rechnerisch.

1. Geben ist das Volumen $V = \frac{(a+c)h}{2} H$ eines Körpers mit trapezförmiger Grundfläche. Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils rechnerisch.

		richtig	falsch
i.	$V = \frac{k}{2}H \iff (a+c)\,h = k$	◯	◯
ii.	$V = \frac{1}{n}H \iff \frac{(a+c)h}{2} = n$	◯	◯
iii.	$a(c)$ ist eine lineare Funktion mit den konstanten Variablen h, H und V	◯	◯

(i)

$$V := \frac{(a+c)\cdot h}{2}\cdot H$$

1. Geben ist das Volumen V =
(a+c)h
2 H eines Körpers mit trapezförmiger Grundäche. Geben Sie an, ob die
folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils rechnerisch.

$$V = \frac{k}{2}\cdot H \xrightarrow{simplify} \frac{H\cdot h\cdot(c+a)}{2} = \frac{H\cdot k}{2}$$

$$\frac{H\cdot h\cdot(c+a)}{2} = \frac{H\cdot k}{2} \xrightarrow{solve,k} (c+a)\cdot h$$

Richtig

(II)

$$V = \frac{H}{n} \rightarrow \frac{H\cdot h\cdot(c+a)}{2} = \frac{H}{n}$$

Falsch

$$\frac{H\cdot h\cdot(c+a)}{2} = \frac{H}{n} \xrightarrow{solve,n} \frac{2}{(c+a)\cdot h}$$

$\text{clear}(V)$

(III)

$$\frac{H\cdot h\cdot(c+a)}{2} = V \xrightarrow{solve,a,simplify} -c + \frac{2\cdot V}{H\cdot h}$$

$a(c) := -c$

Richtig

Exponentialfunktionen sind Funktionen, die sich durch Gleichungen der Form f(x) = C · a
x mit C, a 6= 0 und
a > 0 beschreiben lassen

2. Exponentialfunktionen sind Funktionen, die sich durch Gleichungen der Form $f(x) = C \cdot a^x$ mit $C, a \neq 0$ und $a > 0$ beschreiben lassen.

(1)	In gleich großen Intervallen ändert sich der Funktionswert der Exponentialfunktion um den gleichen Faktor.	◯
(2)	In gleich großen Intervallen ändert sich der Funktionswert der Exponentialfunktion um den gleich großen Betrag.	◯
(3)	Die Funktionswerte jeder Exponentialfunktion f können nur dann berechnet weden, wenn x aus $\mathbb{R}^+$ ist.	◯
(4)	Wenn die Basis a zwischen null und eins liegt und C kleiner null	◯

	ist, dann ist die Exponentialfunktion streng monoton steigend.	
(5)	Wenn $a > 1$ und $C > 0$ sind, dann ist die Exponentialfunktion streng monoton fallend.	◯

(1) $\quad falsch$

2) richtig

3) falsch

4) stimmt

5) falsch

$\text{clear}(a, x, C)$

$$f(x) := C \cdot a^x$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow C \cdot \ln(a) \cdot a^x$$

usammenhang zwischen den Gröyen x, y, z und T mit z 6= 0 wird durch die Gleichung T =
xy2
z
beschrieben. Kreuzen Sie die nicht zutreende(n) Aussage(n) an!

3. Der Zusammenhang zwischen den Größen x, y, z und T mit $z \neq 0$ wird durch die Gleichung $T = \frac{xy^2}{z}$ beschrieben. Kreuzen Sie die **nicht** zutreffende(n) Aussage(n) an!

(A)	T ist indirekt proportional zu x.	◯
(B)	Wenn y verdoppelt wird, dann nimmt T den vierfachen Wert an.	◯
(C)	Wenn x halbiert wird, dann nimmt T den halben Wert an.	◯
(D)	Wenn z halbiert wird, dann nimmt T den doppelten Wert an.	◯
(E)	T ist direkt proportional zu z.	◯

(A) Ist direkt proportional
x wird größer und somit T größer

(B) $stimmt$

(C) $stimmt$

(D) $Stimmt$

(E) Ist indirekt proportional
wenn T größer wird ist z kleiner

Gegeben sind die Gerade g mit g(x) = −
3
2
x+ 15 und die quadratische Funktion f mit f(x) = x
2 −3x+C. Die
Konstante C ist so zu bestimmen, dass die quadratische Funktion f an der Stelle x = −2 von der gegebenen
Geraden g geschnitten wird. Geben Sie die Funktionsgleichung an

4. Gegeben sind die Gerade g mit $g(x) = -\frac{3}{2}x + 15$ und die quadratische Funktion f mit $f(x) = x^2 - 3x + C$. Die Konstante C ist so zu bestimmen, dass die quadratische Funktion f an der Stelle $x = -2$ von der gegebenen Geraden g geschnitten wird. Geben Sie die Funktionsgleichung an.

$$g(x) := \frac{-3}{2} \cdot x + 15$$

$$f(x) := x^2 - 3x + C$$

$$f(-2) = g(-2) \xrightarrow{\text{solve}, C} 8$$

$$f(x) := x^2 - 3x + 8$$

$\text{clear}(a, t)$

Das Wachstum einer Population von Tieren kann durch die Funktion P mit

5. Das Wachstum einer Population von Tieren kann durch die Funktion P mit

$$P(t) = \frac{300000}{300 + 700e^{-0{,}2t}}$$

beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Jahren und $P(t)$ die Anzahl der Tiere nach t Jahren.

(a) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren 900 Tiere vorhanden sind.
(b) Argumentieren Sie, ob die Population 1000 Tiere erreichen kann.
(c) Untersuchen Sie, wie sich das Wachstum verändert, wenn in der Funktion N mit

$$N(t) = \frac{300000}{300 + 700e^{a \cdot t}}$$

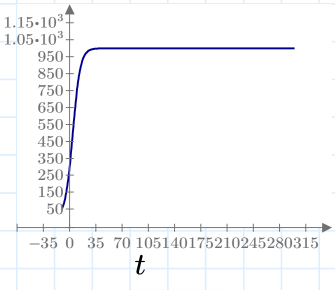
die Zahl a verändert wird.

$$P(t) := \frac{300000}{300 + 700\, e^{-0.2\, t}}$$

(a) $P(t) = 900 \xrightarrow{solve,\, t} 15.222612188617114 9823$

nach 15.22 jahren erreicht man eine population von 900 tieren

(b) $P(t) = 1000 \xrightarrow{solve,\, t} 294.46896910489017 6287$



Nach 294 jahren ist eine population von 1000 tieren erreichbar

$P(t)$

$$P'(t) := \frac{d}{dx} P(t)$$

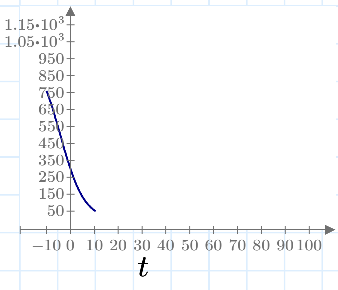
(c)

$$N(t) := \frac{300000}{300 + 700\, e^{a\, t}}$$

$a := 0.2$

ist die zahl positiv dann fällt das wachstum. Ist die zahl negativ dann steigt das wachstum.

um so größer die zahl im interval $-\infty < x < 0$ um so langsamer ist das wachstum



$N(t)$

um so kleiner die zahl im intervall 0>x> ∞ um so langsamer nimmt die population ab.

Gegeben ist die Gleichung x
2 = 2x − 1.

6. Gegeben ist die Gleichung $x^2 = 2x - 1$.

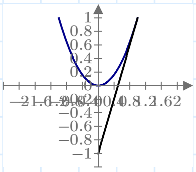
Ergänzen Sie die Lücken in den beiden nachfolgenden Sätzen so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.

Die Gleichung $x^2 = 2x - 1$ hat in der Menge der reellen Zahlen die Lösungsmenge ....(1)....... Das bedeutet, dass die Gerade mit der Gleichung $y = 2x - 1$ die Parabel mit der Gleichung $y = x^2$ ......(2)......

	(1)
◯	$L = \{\}$
◯	$L = \{1\}$
◯	$L = \{0, 1\}$

	(2)
◯	in zwei Punkten schneidet (Sekante).
◯	in genau einem Punkt berührt (Tangente).
◯	nicht schneidet (Passante).

$x^2 = 2 \cdot x - 1$ $\quad g(x) := 2 \cdot x - 1$ $\quad f(x) := x^2$



$f(x)$

$g(x)$

x

(1)
L={1}

(2)
in genau einem Punkt berurt
(Tangente)

$\mathbf{clear}(t, k, t)$

Der Werteverlust für PKW

7. Der Werteverlust für PKW einer bestimmten Marke beträgt jährlich etwa 14%. Der Neupreis für ein bestimmtes Modell beträgt 24300 Euro.

   (a) Formulieren Sie die entsprechende Funktionsgleichung für den Wert des Fahrzeuges.
   (b) Geben Sie an, wann das Fahrzeug nur noch die Hälfte wert ist.
   (c) Geben Sie den Wertverlust für ein neuwertiges Fahrzeug an.

Der Wertverlust für PKW

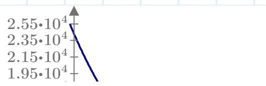
$a \quad k := 0.14 \qquad Np := 24300$

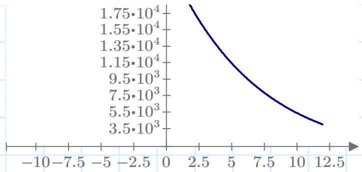
t in jahren und W(t) der preis nach t jahren

$W(t) := Np \cdot (1 - k)^t \rightarrow 24300.0 \cdot 0.86^t$

$b \quad W(t) = \dfrac{24300}{2} \xrightarrow{solve, t} 4.595769128808880703$

Nach 4.623 jahren ist der PKW nur halb soviel wert





t

$W(t)$

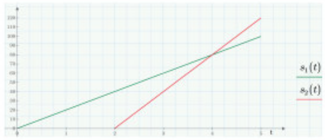
(c)

$Np - W(1) \rightarrow 3402.0$

Der wertverlust für ein neuwertiges auto beträgt 3402.0 euro

8. Im folgenden Diagramm sind zwei

8. Im folgenden Diagramm sind zwei Weg-Zeit-Funktionen (s_1 für einen Radfahrer, s_2 für einen Autofahrer) dargestellt. Dabei ist t die ab 10:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und s beschreibt die zum jeweiligen Zeitpunkt vorliegende Entfernung von einem Standort in Kilometer. Mit $S(t_0/s_0)$ wird der Schnittpunkt der beiden Graphen bezeichnet.



Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

(1)	Wenn sich der Radfahrer mit einer größeren Geschwindigkeit bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t_1, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: $t_1 < t_0$.	○
(2)	Der Autofahrer holt den Radfahrer nach einer Fahrtstrecke von 100km ein.	○
(3)	Wenn der Autofahrer eine Stunde früher abfährt, dann schneiden sich die beiden Graphen so, dass im Vergleih zur dargestellten Situation für die s−Koordinate s_y des Schnittpunktes gilt: $s_y > s_0$.	○
(4)	Wenn sich der Autofahrer mit einer Geschwindigkeit von 80km/h bewegt, dann schneiden sich die beiden Graphen zu einem Zeitpunkt t_1, für den im Vergleich zur dargestellten Situation gilt: $t_1 < t_0$.	○

falsch

Falsch

Falsch

Richtig

Startet eine Rakete mit einer konstanten

9. Startet eine Rakete mit einer konstanten Beschleunigung a, so kann der Weg, den sie während der Beschleunigungsphase zurücklegt, durch die Weg-Zeit-Funktion s mit $s(t) = \frac{1}{2}at^2$, mit t in Sekunden, $s(t)$ in Metern, beschrieben werden.
   (a) Die Rakete Apollo1 startet mit $a = 20\frac{m}{s^2}$.
      i. Stellen Sie die Weg-Zeit-Funktion graphisch dar.
      ii. Beschreiben Sie, wie sich der Funktionsgraph ändert, wenn die Beschleunigung von Rakete Apollo2 doppelt so groß ist wie jene von Rakete Apollo1.
   (b) Die Rakete Apollo3 startet 2 Sekunden nach der ersten Rakete Apollo1 mit der gleichen Beschleunigung $a = 20\frac{m}{s^2}$. Stellen Sie deren zugehörige Funktionsgleichung auf.

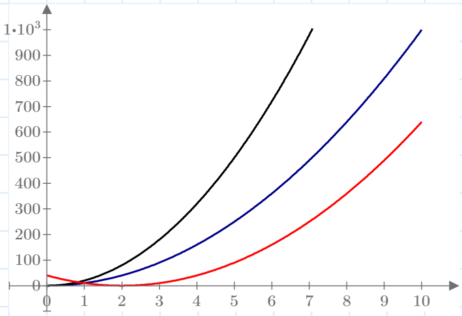
(A) $a1 := 20$ $a2 := 40$

$$sa1(t) := \frac{1}{2} \cdot a1 \cdot t^2 \qquad sa2(t) := \frac{1}{2} \cdot a2 \cdot t^2$$

(B)

$$sa3(t) := \frac{1}{2} \cdot a1 \cdot (t-2)^2$$ t>=2

Der weg der zurückgelegt wird ist doppelt so weit



Die Anzahl der Milchsäurebakterien

10. Die Anzahl der Milchsäurebakterien in einer Nährlösung kann annähernd durch die Funktion A mit

$$A(t) = 15e^{0,39t}$$

beschrieben werden, wobei t die vergangene Zeit in Stunden angibt.

(a) Geben Sie an, wie viele Milchsäurebakterien in die Nährlösung gegeben wurden.
(b) Ermitteln Sie, wie viele Milchsäurebakterien sich nach 8 Stunden in der Näherungslösung befinden.
(c) Berechnen Sie, nach welcher Zeit sich die Anzahl der Milchsäurebakterien vervierfacht hat.
(d) Geben Sie an, um wie Prozent die Bakterienanzahl pro Stunde wächst.

$\mathbf{clear}(t)$

$A(t) := 15 \cdot e^{0.39 \cdot t}$

(a) $A(0) \rightarrow 15.0$

es wurden am anfang 15 bakterien in die nährlösung gegeben

(b) $A(8) \rightarrow 339.69569464763093553$

Es befinden sich 339.69 milchsäurebakterien in der nährlösung

(c)

$A(t) = 15 \cdot 4 \xrightarrow{solve,\, t} 3.5546009259484374841$

(D) 39%

OHNE MATHCAD - Milch mit einer Temperatur von 4°C

11. OHNE MATHCAD - Milch mit einer Temperatur von 4°C wird aus dem Kühlschrank genommen. Die Raumtemperatur beträgt 28°C. Die Erwärmung der Milch erfolgt nach dem Newtonschen Temperaturgesetz

$$T(t) = T_R - (T_R - T_0)e^{-k \cdot t}$$

mit T_0 Temperatur der Milch in °C zum Zeitpunkt $t = 0$, T_R Raumtemperatur in °C zum Zeitpunkt t, t Zeit in Minuten. Die Temperatur der Milch ist nach 2 Minuten um 4°C gestiegen.

(a) Prüfen Sie nach, ob

$$k = -\frac{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}{2}$$

gilt.

(b) Zeigen Sie, dass die Funktion T folgendermaßen dargestellt werden kann

$$T(t) = K \cdot (1 - C \cdot a^t)$$

$\mathbf{clear}(k, t)$

$T0 := 4$

$Tr := 28$

$T(t) := Tr - (Tr - T0) \cdot e^{-k \cdot t} \rightarrow -\left(24 \cdot e^{-(k \cdot t)}\right) + 28$

$T(2) = 8 \rightarrow -\left(24 \cdot e^{-(2 \cdot k)}\right) + 28 = 8 \xrightarrow{solve,\, k} \dfrac{-\ln\left(\dfrac{5}{6}\right)}{2}$

$T(t) := K \cdot (1 - C \cdot a^t)$

Begründen Sie, ob die jeweilige
Aussage richtig oder falsch ist.

12. Begründen Sie, ob die jeweilige Aussage richtig oder falsch ist.

A	Wenn $0 < a < 1$ und $t < 0$ ist, dann ist $a^t > 1$.
B	Wenn $a > 1$ und $t < 0$ ist, dann ist $a^t > 1$.
C	Für $a < 1$ und $N(0) > 0$ wird durch $N(t) = N(0)a^t$ ein exponentieller Zerfall beschrieben.
D	Für $a < 1$ ist die Funktion N mit $N(t) = a^t$ streng monoton fallend.
E	Die Halbwertszeit gibt die Zeit an, innerhalb der sich der Anfangsbestand auf die Hälfte reduziert.

(A) $t := 2$ $a := 0.1$

Falsche aussage laut probe

$a^t \rightarrow 0.01$

(B)

$a := 2$

$t := -0.1$

Ist falsch laut probe

$a^t \rightarrow 0.93303299153680741598$

$\mathbf{clear}(t)$

(C)

richtig

(D)

falsch bei a = -1 ist sie konstant

(E)

richtig

Bekanntlich bezieht sich die
Binomialverteilung auf Serien
wiederholt a

13. Bekanntlich bezieht sich die Binomialverteilung auf Serien wiederholt ausgeführter Zufallsversuche, wobei man pro Wiederholung des Versuchs nur zwischen zwei relevanten Ergenissen unterscheidet. Kreuzen Sie an, ob die Aussage richtig oder falsch ist!

		Richtig	Falsch
1	Der Zufallsversuch muss einem zufälligen Auswahlprozess ohne Zurücklegen entsprechen.	○	○
2	Von Interesse ist lediglich die Anzahl der "Erfolge", nicht aber, welche der Versuche zu einem "Erfolg" führen.	○	○
3	Von Interesse ist die Nummer es ersten Versuchs, der zu einem "Erfolg" führt.	○	○
4	Die Wahrscheinlichkeiten für die beiden relevanten Ergebnisse "Erfolg" bzw. "Misserfolg" dürfen sich im Verlaufe der Versuchsserie ändern.	○	○
5	Was pro Wiederholung als "Erfolg" bzw. "Misserfolg" anzusehen ist, muss sich von Versuch zu Versuch regelmäßig ändern.	○	○

(1) richtig

(4) richtig da man für jedes mal ziehen eine möglichkeit rausnimmt und somit die wahrscheinlickeit sinkt/ steigt

(2) richtig

steigt

(3) $falsch$ (5) falsch es bleibt konstant

14. Ein Kunstgegenstand wird zunächst per Bahn und danach per LKW zu einer Ausstellung transportiert. Ein Versicherungsunternehmen, bei dem der Gegenstand gegen Beschädigung versichert ist, schätzt die Wahrscheinlichkeit für einen Schaden während des Bahntransportes zu 5% und während des Transports mit dem LKW zu 10%. Es kann angenommen werden, dass ein Schaden beim Transport per LKW unabhängig vom Schaden bei dem Bahntransport ist.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für eine Transport ohne Schaden.

$$\frac{0.95+0.9}{2} \rightarrow 0.925$$

Ein Kunstgegenstand wird

Die wahrscheinlichkeit für einen transport ohne schäden beträgt 0.855

Gummibärchen werden in 5 unterschiedlichen Farben

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für eine Transport ohne Schaden.

15. Gummibärchen werden in 5 unterschiedlichen Farben bzw. 6 unterschiedlichen Geschmacksrichtungen hergestellt: rot (Himbeere und Erdbeere), gelb (Zitrone), grün (Apfel), orange(Orange) und weiß (Ananas).

(a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibärchen in den untersuchten Packungen waren.

Anzahl der weißen Gummibärchen pro Packung	17	20	21	22	24
Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

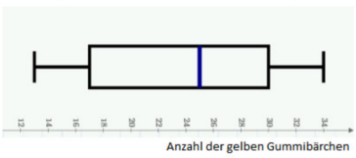
Berechnen Sie das gewogene arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Anzahlen weißer Gummibärchen pro Packung.

$$X := \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 24 \end{bmatrix} \qquad Y := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{Stdev}(X, Y) = 9.776$$

$$\mathrm{mean}(X, Y) = 11.7$$

(b) Mehrere Packungen wurden hinsichtlich der Anzahl der gelben Gummibärchen pro Packung untersucht. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist im nachstehenden Box-Plot dargestellt.



Kreuzen Sie die zutreffenden Aussagen an.

		richtig	falsch
1)	Eine der untersuchten Packungen wird zufällig ausgewählt. Sie gehört zu jenem Viertel aller untersuchten Packungen, in dem die meisten gelben Gummibärchen zu finden sind. Dieser Bereich enthält maximal 34 und mindestens 30 gelbe Gummibärchen.	○	○
2)	In den untersuchten Packungen sind zwischen 13 und 34 gelbe Gummibärchen. Dies entspricht der Spannweite.	○	○
3)	Aus dem Box-Plot kann das arithmetische Mittel abgelesen werden.	○	○
4)	Die Anzahl der untersuchten Packungen beträgt 250. Dies lässt sich aus dem Box-Plot ablesen.	○	○
5)	50% der Packungen enthalten weniger als 24 gelbe Gummibärchen.	○	○

richtig

$richtig$
$richtig$
$falsch$
$falsch$
falsch median ist bei 25

(c) In einer Packung sind alle Geschmacksrichtungen in gleichen Anteilen zu finden. Berechnen Sie, wie viel Prozent der Gummibärchen in dieser Packung die Farbe Rot haben.

$$\frac{100}{} = 16.667$$ es habe 16.67% aller

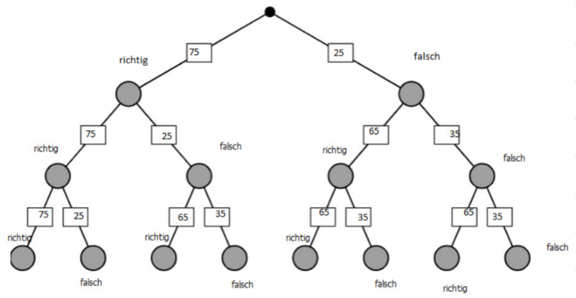
6 gummibärchen die farbe rot

Bei einer Prüfung erhält ein Kandidat

16. Bei einer Prüfung erhält ein Kandidat hintereinander drei Fragen. Er kann jede Frage mit Wahrscheinlichkeit von 75% richtig beantworten. Weiß er aber eine Antwort nicht, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass die nächste Frage richtig beantwortet wird, nur 65%. Das Gesamtergebnis der Prüfung ist positiv, wenn mindestens zwei Fragen richtig beantwortet wurden.

(a) Veranschaulichen Sie obigen Sachverhalt mittels eines Baumdiagramms.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtergebnis positiv ist.



$$0.75 \cdot 0.75 + 0.75 \cdot 0.25 \cdot 0.65 + 0.25 \cdot 0.65 \cdot 0.65 \rightarrow 0.79$$

Die Reisslast eines speziellen Drahttyps ist

17. Die Reisslast eines speziellen Drahttyps ist normalverteilt. An 12 Drähten werden folgende Werte bestimmt (in N):

82, 91, 88, 73, 85, 77, 81, 89, 75, 79, 80, 71

Bestimmen Sie anhand der Stichprobe ein 99%iges Vertrauensintervall für den Mittelwert bei bekannter Standardabweichung 3,8N.

$$X := \begin{bmatrix} 82 \\ 91 \\ 88 \\ 73 \\ 85 \\ 77 \\ 81 \\ 89 \\ 75 \\ 79 \\ 80 \\ 71 \end{bmatrix}$$

$$\alpha := 0.01$$
$$\mu x := \text{mean}(X) = 80.917$$
$$\sigma x := 3.8$$
$$n := 12$$

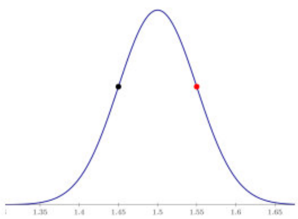
$$\text{length}(X) \rightarrow 12$$

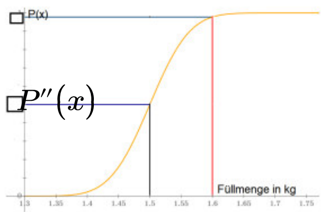
$$\mu x - \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 78.091$$

$$\mu x + \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 83.742$$

Die dargestellte Dichtefunktion

18. Die dargestellte Dichtefunktion gibt die Verteilung der Füllmengen einer Abfüllanlage an. Die in der Graphik eingezeichneten Punkte, sind die Wendepunkte der Dichtefunktion.





$P''(x)$

(a) Lesen Sie aus der Dichtefunktion Erwartungswert und Standardabweichung ab.

(b) Ergänzen Sie die fehlenden Beschriftungen in der zugehörigen Verteilungsfunktion.

(c) Eine Maschine, die Schrauben herstellt, arbeitet mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0,65mm$. Diese Maschine soll Schrauben von $80mm$ Länge erzeugen und wird daher auf eine Länge von $\mu = 80mm$ eingestellt. Die Länge der Schrauben ist normalverteilt.

i. Berechnen Sie, wie viel Prozent aller Schrauben kürzer als 79 mm sind.

ii. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Schraube zwischen 79,5 mm und 81 mm lang ist.

iii. Geben Sie an, auf welche Länge die Maschine eingestellt werden muss, damit höchstens 5% aller Schrauben kürzer als 80mm sind.

(a)

standartabweichung ist 0.05

erwartungswert ist 1.5

(C) $\sigma := 0.65$ $\mu := 80$

$$\text{pnorm}(79, 80, 0.65) = 0.062$$

$$\text{pnorm}(81, 80, 0.65) - \text{pnorm}(79.5, 80, 0.65) = 0.717$$

Die Reisslast eines speziellen

19. Die Reisslast eines speziellen Drahttyps ist normalverteilt. An 12 Drähten werden folgende Werte bestimmt (in N):

82, 91, 88, 73, 85, 77, 81, 89, 75, 79, 80, 71

Bestimmen Sie anhand der Stichprobe ein 99%iges Vertrauensintervall für den Mittelwert bei bekannter Standardabweichung 3,8N.

$$X := \begin{bmatrix} 82 \\ 91 \\ 88 \\ 73 \\ 85 \\ 77 \\ 81 \\ 75 \\ 79 \\ 80 \\ 71 \\ 89 \end{bmatrix}$$

$n := \text{rows}(X) = 12$

$\mu := \text{mean}(X) = 80.92$

$\sigma := 3.8$

$\alpha := 0.01$

$$\mu - \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 78.09$$

$$\mu + \text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 83.74$$

Nach einer Statistik aus dem Jahr

20. Nach einer Statistik aus dem Jahr 1980 gab es in Österreich 28.8% Raucher, von denen 40% glücklich über ihr "Laster" waren.

(a) Es wurden in diesem Jahr zufällig 1500 Raucher ausgewählt. Geben Sie jenen Bereich an, in dem mit 95% Wahrscheinlichkeit der Anteil der glücklichen Raucher war.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig ausgewählten Personen mehr als 2 Raucher dabei sind.

$praucher := 0.288$

$pglücklich := 0.4$

$n := 1500$ $\alpha := 0.05$

$\mu := n \cdot pglücklich \rightarrow 600.0$

$\sigma := \sqrt{n \cdot pglücklich \cdot (1 - pglücklich)} = 18.974$

$$\text{qnorm}\left(\frac{\alpha}{2}, \mu, \sigma\right) = 562.812$$

$$\text{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, \mu, \sigma\right) = 637.188$$

In einer Box benden sich zehn gelbe

21. In einer Box befinden sich zehn gelbe und zehn blaue Kugeln. Peter zieht fünfmal hintereinander zufällig eine Kugel. Nach jedem Zug wird die gezogene Kugel in die Box zurückgelegt.

Geben Sie die Bedeutung des Ausdrucks

$$P(X) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

in diesem Zusammenhang an.

$n := 20$ $züge := 5$

$gelbeKugeln := 10$

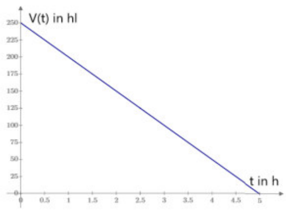
$\frac{10}{20} \rightarrow \frac{1}{2}$ Hoch 5 weil 5 mal gezogen wird

Es representiert die chance das 3 von 5 kugeln die gleiche varbe haben bei 5 zügen

22. Das Wasser eines Beckens wird abgepumpt. Der Verlauf des Wasserinhalts im Becken ist in der nachfolgenden Graphik dargestellt.

Das Wasser eines Beckens wird abgepumpt.

(a) Zeichnen Sie in die Graphik ein, wie der Verlauf sein muss, wenn eine 2. gleichartige Pumpe zusätzlich zum Einsatz kommt.



(b) Ordnen Sie je eine richtige Formel dem Verlauf der ersten Pumpe bzw. jenem mit zwei Pumpen zu.

| (A) | $V(t) = 50(-5 - t)$ |

(1)	eine Pumpe	C
(2)	zwei Pumpen	D

(B)	$V(t) = 50(5 - 2t)$
(C)	$V(t) = 25(10 - 2t)$
(D)	$V(t) = 25(10 + 4t)$

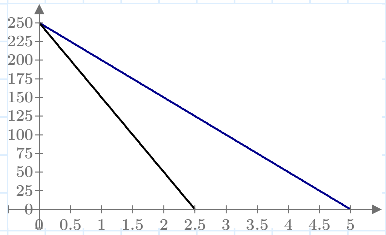
$\mathrm{clear}(a, d)$

$f(x) := a \cdot x + d$

$\begin{bmatrix} f(0) = 250 \\ f(5) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, d} \begin{bmatrix} -50 & 250 \end{bmatrix}$

$f(x) := -50 \cdot x + 250$

$f2(x) := -100 \cdot x + 250$



$f(x)$

$f2(x)$

x

Exponentialfunktionen sind Funktionen,

23. Exponentialfunktionen sind Funktionen, die durch Funktionsgleichungen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ mit $a, b \neq 0, b > 0$ beschrieben werden können. Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

(A)	Die $y-$Achse ist eine Asymptote des Graphen der Exponentialfunktion.	○
(B)	Der Graph einer Exponentialfunktion verläuft für alle $0 < b < 1$ durch den Punkt $P(0, -a)$.	○
(C)	Der Graph der Exponentialfunktion verläuft für alle Werte von b durch den Punkt $P(0/a)$.	○
(D)	Der Graph der Exponentialfunktion ist für alle Werte $a < 0$ und $b > 1$ streng monoton fallend.	○
(E)	Die $x-$Achse ist eine Asymptote des Graphen einer Exponentialfunktion.	○

Der Zusammenhang zwischen

24. Der Zusammenhang zwischen den Größen x, y, z und T mit $z \neq 0$ wird durch die Gleichung $T = \frac{xy^2}{z}$ beschrieben. Kreuzen Sie die **nicht** zutreffende(n) Aussage(n) an!

(A)	T ist direkt proportional zu z.	○
(B)	Wenn y verdoppelt wird, dann nimmt T den vierfachen Wert an.	○
(C)	Wenn x halbiert wird, dann nimmt T den halben Wert an.	○
(D)	Wenn z halbiert wird, dann nimmt T den doppelten Wert an.	○
(E)	T ist indirekt proportional zu x.	○

(a) t ist indriekt proportional zu z um so größer z um so kleiner T

$falsch$

$u := 5$

(b) $2 \cdot y^2 \to 50$ $y^2 \to 25$ $richtig$

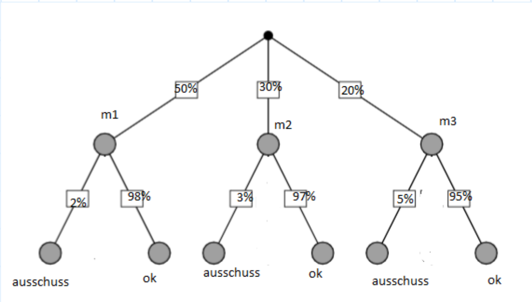
(c) $richtig$

(D) $richtig$

(E) falsch ist direkt proportional

Drei Maschinen M

25. Drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 produzieren 50%, 30% und 20% der in einem Betrieb hergestellten Energiesparlampen. Die Aussschussanteile der drei Maschinen sind 2%, 3% und 5%.
    (a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baudiagramm dar.
    (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Gesamtproduktion zufällig ausgewählte Energiesparlampe ein Ausschussstück ist.
    (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Ausschussstück von Maschine M_1 stammt.



$$0.5 \cdot 0.02 + 0.3 \cdot 0.03 + 0.05 \cdot 0.2 \to 0.029$$

$$P(M1 \wedge \neg M2 \wedge \neg M3) \qquad \frac{50\% \cdot 2\%}{50\% \cdot 2\% + 30\% \cdot 3\% + 20\% \cdot 5\%} \to \frac{10}{29}$$

In Österreich besitzen

26. In Österreich besitzen etwa 37% der Menschen die Blutgruppe 0. Sei X die Anzahl der Personen mit der Blutgruppe 0 unter 10 zufällig ausgewählten ÖsterreicherInnen.

(a) Begründen Sie, warum X als näherungsweise binomialverteilt betrachtet werden kann.

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen 10 Personen mindestens 3 die Blutgruppe 0 besitzen.

(c) Interpretieren Sie in diesem Sachzusammenhang den Term $1 - \binom{10}{0} 0{,}37^0 0{,}63^{10}$.

(a) Österreich hat kapp 9 millionen einwohner. und es gibt nur 0 oder nicht null

(b) $1 - \text{pbinom}(2, 10, 0.37) = 0.779$

(c) das mindestens eine person von 10 hat die was die blutgruppe 0 ist

In einem Betrieb sind

27. In einem Betrieb sind 20% der Belegschaft Raucherinnen und Raucher. 30 Angestellte der 100 Angestellten werden zufällig ausgewählt und einer Lungenuntersuchung unterzogen. Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

(1)	Die Wahrscheinlichkeit, dass die letzte ausgewählte Person raucht, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass sie nicht raucht.	○
(2)	Unter den 30 ausgewählten Personen sind genau 6 Raucher*Innen.	○
(3)	Die Wahrscheinlichkeit, dass die erste ausgewählte Person raucht ist 20%.	○
(4)	Die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite ausgewählte Person raucht, wenn die erste ausgewählte Person raucht, beträgt weniger als 20%.	○
(5)	Es ist unmöglich, dass alle 30 Angestellten Raucher*Innen sind.	○

Die Abgabemenge

28. Die Abgabemenge X eines Getränkeautomaten sei normalverteilt mit $\mu = 125cm^3$ und $\sigma = 1,5cm^3$.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der mindestens $122cm^3$ abgegeben werden.

(b) Geben Sie, welche Abfüllmenge in 85% aller Fälle nicht überschritten wird.

$$1-\text{pnorm}(122, 125, 1.5) = 0.977$$

$$\text{qnorm}(0.85, 125, 1.5) = 126.555$$

Die Niederschlagsmenge

29. Die Niederschlagsmenge auf der Ostseeinsel Rügen beträgt im Durchschnitt $600mm/m^2$ pro Jahr. In 15% aller Jahre beträgt die Niederschlagsmenge aber mindestens $700mm/m^2$ pro Jahr.

(a) Berechnen Sie die Standardabweichung.

(b) Ermitteln Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Niederschlagsmenge zwischen $450mm/m^2$ und $650mm/m^2$ pro Jahr beträgt.

(c) Ermitteln Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit in 90% aller Fälle ist (symmetrisch zu μ).

(d) Ein Jahr gilt als extrem feucht, wenn es nur in 5% aller Fälle vorkommt. Ermitteln Sie, wie hoch die zugehörige Mindestniederschlagsmenge ist.

$$\mu := 600 \qquad \alpha := 0.15 \qquad \mu 2 := 700$$

$$Z := 1.65$$

Um den Ertrag

30. Um den Ertrag einer neuen Weizensorte zu testen, werden 10 Versuchsflächen bestellt und der Ertrag pro Hektar in Tonnen erhoben.

10,42 / 11,86 / 8, 9 / 10,28 / 9,86 / 11,31 / 8,57 / 9,42 / 11,31 / 8,36

Bestimmen Sie anhand der Stichprobenmittelwerte ein 99%iges Vertrauensintervall für den Mittelwert.

$$X := \begin{bmatrix} 10.42 \\ 11.86 \\ 8.9 \\ 10.28 \\ 9.86 \\ 11.31 \\ 8.57 \\ 9.42 \\ 11.31 \\ 8.36 \end{bmatrix}$$

$$\alpha := 0.01$$
$$\mu x := \text{mean}(X) = 10.029$$
$$\sigma x := \text{Stdev}(X) = 1.222$$
$$n := 10$$

$$\mu x - \text{qt}\left(1-\frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 8.773$$
$$\mu x + \text{qt}\left(1-\frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 11.285$$

Es liegt im intervall [8.78|1.22]

Bei einer Qualitätskontrolle

31. Bei einer Qualitätskontrolle von Bananenkisten wird bei 20 Kisten eine durchschnittliche Gewichtsüberschreitung von 150g bei einer Stichprobenstreuung von 50g erhoben. Überprüfen Sie, welches der Intervalle ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% ist. Begründen Sie rechnerisch!

(A)	(B)	(C)	(D)
$[149, 151]$	$[45, 255]$	$[171, 129]$	$[126, 174]$
◯	◯	◯	◯

$$\alpha := 0.05$$
$$\mu x := 150$$
$$\sigma x := 50$$
$$n := 20$$

$$\mu x - \mathrm{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 126.599$$
$$\mu x + \mathrm{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 173.401$$

In einer Fabrik

32. In einer Fabrik werden Spanplatten hergestellt. Die Dicke von 21,9mm wird in 5% der Fälle unterschritten, in 1% der Fälle wird eine Dicke von 22,2mm überschritten.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Dicke der Platten unter der Voraussetzung, dass die Dicke normalverteilt ist.

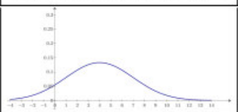
(b) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Spanplatten zwischen 22mm und 22,1mm liegen.

$\mu 1 := 21.9$ $\quad \alpha 1 := 0.05$ $\quad pnorm(x, 21.9, \sigma) = 0.05$

$\mu 2 := 22.2$ $\quad \alpha 2 := 0.01$ $\quad pnorm(x, 22.2, \sigma) = 0.01$

Gegeben sind zwei

33. Gegeben sind zwei Gauß'sche Glockenkurven und vier Wertepaare für den Erwartungswert und die Standardabweichung einer normalverteilten Zufallsvariablen. Ordnen Sie den gegebenen Glockenkurven jeweil das passende Wertepaar zu

(1)		◯
(2)		◯

(A)	$\mu = 5$ und $\sigma = 2$
(B)	$\mu = 4$ und $\sigma = 2$
(C)	$\mu = 5$ und $\sigma = 1.5$
(D)	$\mu = 4$ und $\sigma = 3$

$(1\ C)$

$(2\ D)$

Die Variable X

34. Die Variable X ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 60$ und der Standardabweichung σ. Es gilt $P(57 \leq X \leq 63) = 0,95$. Kreuzen Sie an, welcher der nachfolgenden Wert dem tatsächlichen Wert der Standardabweichung σ am nächsten kommt.

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\sigma = 0,5$	$\sigma = 1$	$\sigma = 1,5$	$\sigma = 2$	$\sigma = 2,5$
◯	◯	◯	◯	◯

$$\sigma := 1.5$$

$$\text{pnorm}(63, 60, \sigma) - \text{pnorm}(57, 60, \sigma) = 0.954$$

Eine Maschine

35. Eine Maschine, die Medikamente in Einheiten zu je 30ml abfüllt, arbeitet mit einer Standardabweichung von 0,05ml.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Füllmenge zwischen 30ml und 30,1ml liegt.

(b) Ermitteln Sie, wie viel Prozent aller Einheiten weniger als 29,9ml enthalten.

(c) Geben Sie an, auf welche Füllmenge die Maschine eingestellt werden muss, damit höchstens 0,5% aller Einheiten die angegebenen 30ml unterschreiben.

$$\mu := 30 \qquad \sigma := 0.05$$

$$(A) \qquad \text{pnorm}(30.1, 30, 0.05) - \text{pnorm}(30, 30, 0.05) = 0.477$$

$$(B) \qquad \text{pnorm}(29.9, 30, 0.05) = 0.023$$

Um den Ertrag einer neuen Weizensorte zu testen, werden 10 Versuchsächen bestellt und der Ertrag pro Hektar in Tonnen erhoben

36. Um den Ertrag einer neuen Weizensorte zu testen, werden 10 Versuchsflächen bestellt und der Ertrag pro Hektar in Tonnen erhoben.

10,42 / 11,86 / 8, 9 / 10,28 / 9,86 / 11,31 / 8,57 / 9,42 / 11,31 / 8,36

Bestimmen Sie anhand der Stichprobenmittelwerte ein 99%iges Vertrauensintervall für den Mittelwert.

$$X := \begin{bmatrix} 10.42 \\ 11.86 \\ 8.9 \\ 10.28 \\ 9.96 \\ 11.31 \\ 8.57 \\ 9.42 \\ 11.31 \\ 8.36 \end{bmatrix}$$

$$\alpha := 0.01$$
$$\mu x := \text{mean}(X) = 10.039$$
$$\sigma x := \text{Stdev}(X) = 1.221$$
$$n := 10$$

$$\mu x - \text{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 8.784$$

$$\mu x + \text{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} = 11.294$$

Das Schweizerhaus im Wiener Prater

37. Das Schweizerhaus im Wiener Prater hat an den letzten 50 Verkaufstagen die Anzahl der verkauften Krügel Bier erhoben. Dabei ergab sich ein Mittelwert von 6320 Krügel bei einer Stichprobenstreuung von 250 Krügel. Überprüfen Sie, welches der Intervalle ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% ist. Begründen Sie rechnerisch!

(A)	(B)	(C)	(D)
[5900, 6740]	[6315, 6325]	[6250, 6390]	[6260, 6380]
○	○	○	○

$\mu := 6320 \qquad n := 50$

Nr b ist richtig

$\sigma := 250 \qquad \alpha := 0.9$

$$\mu - \mathrm{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6315.534$$

$$\mu + \mathrm{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6324.466$$

. Entlang eines Flusses soll zum Schutz

38. Entlang eines Flusses soll zum Schutz gegen Hochwasser ein Damm aufgeschüttet werden. Die Querschnittsfläche des Dammes wird durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{24}\left(x^4 - 18x^2 + 81\right)$ im Bereich $-3 \le x \le 3$, mit x in Meter, begrenzt.

(a) Zeigen Sie, dass diese Funktion in ihren Nullstellen die Steigung 0 hat.

(b) Berechnen Sie die Höhe des Dammes.

(c) Ermitteln Sie, wie breit der Damm auf seiner halben Höhe ist.

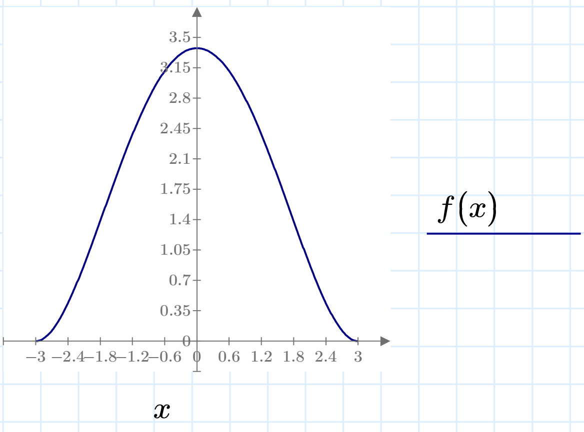
$$f(x) := \frac{1}{24} \cdot \left(x^4 - 18 \cdot x^2 + 81\right)$$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{x^3 - 9 \cdot x}{6}$$

$$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$f(3) \rightarrow 0$$

$$f(-3) \rightarrow 0$$



$$f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$H := f(0) \rightarrow \frac{27}{8} = 3.375$$

$$\frac{H}{2} = 1.688$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow \frac{x^2 - 3}{2}$$

$$\frac{H}{2} = f(x) \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -3.9196888946291295836 \\ -1.6235883004385909532 \\ 1.6235883004385909532 \\ 3.9196888946291295836 \end{bmatrix}$$

$$f''(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$B := 2 \cdot 1.6235883004385909532 = 3.247$$

$Breite := 2 \cdot 1.6235883 = 3.25$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f'(x) \rightarrow \frac{x^2 - 3}{2}$$

$$f''(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k := f'\left(-\sqrt{(3)}\right) \rightarrow \sqrt{3}$$

$$maxSteigung := \operatorname{atan}(k) = 60\ deg$$

Die Variable Z ist standardnormalverteilt

39. Die Variable Z ist standardnormalverteilt. Die Verteilungsfunktion von Z wird mit Φ bezeichnet.

(a) Die nachfolgende Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion φ von Z. Kennzeichnen Sie in der Graphik den Wert von $\Phi(1,5)$.

(b) Kreuzen Sie pro Textlücke die zutreffende Antwortoption so an, dass eine korrekte Aussage entsteht.

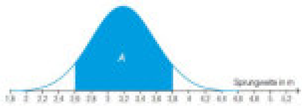
Der Wert (1) entspricht der Wahrscheinlichkeit (2).

(1)	
●	$\Phi(1,5)$
○	$\Phi(1,5) - \Phi(0,5)$
○	$\Phi(0,5)$

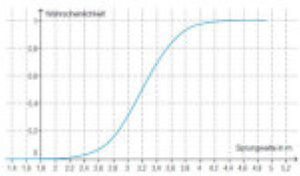
(2)	
○	$P(0,5 < Z < 1,5)$
○	$P(Z > 1,5)$
●	$P(0 \leq Z < 0,5)$

Die Sprungweite in der
Altersgruppe der 15-jährigen

40. Die Sprungweite in der Altersgruppe der 15-jährigen Burschen kann als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 3,2m$ und der Standardabweichung $\sigma = 0,4m$ angenommen werden. Die nachstehende Grafik stellt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion dar.



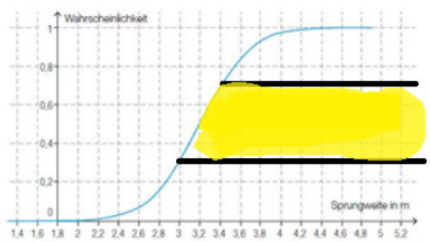
Markieren Sie den Wert des Inhalts der Fläche A im unten dargestellten Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion.



$$4.6-1.8 \rightarrow 2.8 \qquad q1 := \frac{0.8 \cdot 100}{2.8} \rightarrow 28.571428571428571429$$

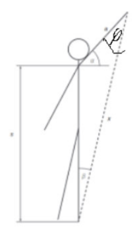
$$2.6-1.8 \rightarrow 0.8 \qquad q2 := \frac{2 \cdot 100}{2.8} \rightarrow 71.428571428571428571$$

$$3.8-1.8 \rightarrow 2.0$$



Bei einer Übung mit Fittnessbändern wird das eine Ende mit dem Fuÿ

41. Bei einer Übung mit Fittnessbändern wird das eine Ende mit dem Fuß fixiert und das andere Ende mit dem gestreckten Arm nach oben gezogen, wie in der nachfolgenden Graphik dargestellt.



$$x := \sqrt{\boxed{a}^2 + s^2 - 2\ a \cdot s \cdot cos(90\ deg \cdot alpha)}$$

(a) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Winkel φ ein, für den gilt:

$$\sin\varphi = \frac{x\cdot\sin\beta}{a}$$

(b) Erstellen Sie mit Hilfe von a, s und α eine Formel zur Berechnung von x.

$x =$ ________________________________

(c) Berechnen Sie die Länge von x unter der Annahme, dass für $a = 73cm$, $s = 1,5m$, $\alpha = 48°$ gilt.

$\text{clear}(a)$

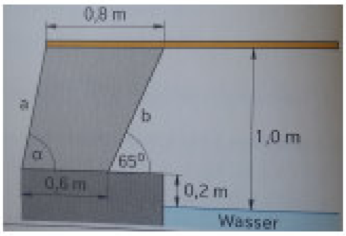
$(B) \quad x := \sqrt{a^2 + s^2 - 2\cdot a\cdot s\cdot cos(\alpha + 90\ deg)}$

$a := 73 \qquad s := 150 \qquad \alpha := 48\ deg$

$x := \sqrt{a^2 + s^2 - 2\cdot a\cdot s\cdot \cos(\alpha + 90\ deg)} = 210.009$

Bei einer Übung mit
Fittnessbändern wird das eine Ende

42. In einem Swimmingpool soll ein Sockel für ein Sprungbrett, wie in der Abbildung dargestellt, errichtet werden.



(a) Ermitteln Sie die Längen a und b.

(b) Berechnen Sie den Winkel α.

$c := 0.6 \quad d := 0.8 \qquad h := 1 \qquad h2 := 0.8$

$b := \sin(65\ deg) = \frac{h2}{hyp} \xrightarrow{solve, hyp} \frac{0.8}{\sin(65.0\cdot deg)} = 0.883$

$\gamma := 360\ deg - 90\ deg\cdot 2 - 115\ deg \rightarrow 65\cdot deg$

Ein Biologe beobachtete die A

43. Ein Biologe beobachtete die Anzahl der Bakterien in einer Kultur zu 5 Zeitpunkten.

t in Stunden	1	2	3	4	5
Anzahl der Bakterien $f(t)$	13	24	39	68	117

(a) Bestimmen Sie mittels Regression die Funktion f mit $f(t) = a\cdot e^{\lambda t}$, die jedem Zeitpunkt t möglichst gut die Anzahl der Bakterien zu dieser Zeit zuordnet.

(b) Prognostizieren Sie die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt $6h$.

$\text{clear}(a, t, \lambda)$

$f(t, a, \lambda) := a\cdot e^{\lambda\cdot t}$

$X := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad Y := \begin{bmatrix} 13 \\ 24 \\ 39 \\ 68 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 117 \end{bmatrix}$

$$\text{genfit}\left(X, Y, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f\right) = \begin{bmatrix} 7.789 \\ 0.542 \end{bmatrix}$$

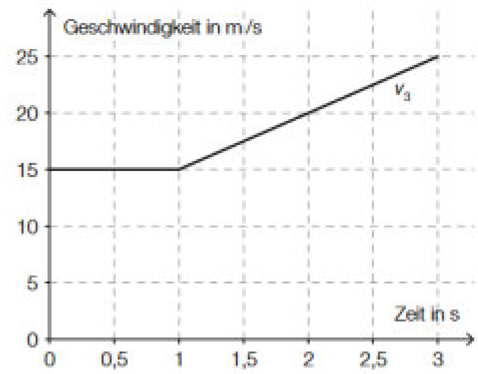
$$f(t) := 7.77 \cdot e^{0.54 \cdot t}$$

$$f(6) \rightarrow 198.3970179769213392$$

Zum zeitpunkt 6 h sind es 198.39 bakterien

. In der nachfolgenden Graphik ist

44. In der nachfolgenden Graphik ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v_3 einer Autofahrt modellhaft dargestellt (t in s)



(a) Ermitteln Sie die maximale Geschwindikeit bei dieser Autofahrt in km/h.

(b) Ermitteln Sie mit Hilfe der obigen Abbildung die Geschwindigkeitsfunktion v_3 im Zeitintervall [1/3].

(c) Der zurückgelegte Weg eines anderen Autos lässt sich näherungsweise durch die Funktion s mit

$$s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + \frac{1}{3}t$$

und $0 \leq t \leq 3$, wobei die Zeit t in Minuten und der Weg s in km gegeben ist, modellieren.

i. Überprüfen Sie nachweislich, ob die Geschwindigkeit dieses Autos zu Beginn des angegebenen Zeitintervalls null ist.

ii. Berechnen Sie nach welcher Zeit t_1 die Beschleunigung des Autos im angegebenen Zeitintervall null und zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit zu dieser Zeit t_1 maximal ist.

(A) Die maximal geschwindigkeit ist 90 km/h

(B) $f(x) := a \cdot x + d$

$$\begin{bmatrix} f(1) = 15 \\ f(3) = 25 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, d} \begin{bmatrix} 5 & 10 \end{bmatrix}$$

$\text{clear}(x, a, d)$

(C)

$$s(t) := \frac{-1}{3} \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 + \frac{1}{3} \cdot t$$

$$s(0) \xrightarrow{assume, 0 \leq t \leq 3} 0$$

$$f(x) := 5 \cdot x + 10$$

$$s(t) = 0 \xrightarrow[\;]{\substack{assume,\, 0 \le t \le 5 \\ solve,\, t}} 0$$

$$s'(t) := \frac{d}{dt} s(t)$$

Betrachtet man eine kubische

45. Betrachtet man eine kubische Kostenfunktion, so liegt das Betriebsoptimum bei 25ME. Die Gesamtkosten im Betriebsoptimum betragen 22500 GE. Die Grenzkosten sind bei 10ME minimal und betragen 450GE/ME. Bestimmen Sie die Kostenfunktion und geben Sie diese an.

$$K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad K'(x) := \frac{d}{dx} K(x) \rightarrow 3.0 \cdot a \cdot x^2 + 1.76540467033998704 \cdot x + 0.6 \quad K''(x) := \frac{d^2}{dx^2} K(x) \rightarrow 6.0 \cdot a \cdot x + 1.765$$

$$C(x) := \frac{K(x)}{x} \rightarrow \frac{a \cdot x^3 + 0.88270233516999352 \cdot x^2 + 0.6 \cdot x + d}{x}$$

$$C'(x) := \frac{d}{dx} C(x) \rightarrow 2.0 \cdot a \cdot x + \left(0.88270233516999352 - 1.0 \cdot \frac{d}{x^2}\right)$$

$$K'(10)$$

$$K'(10) = 0 \qquad K(25) = 22500$$

$$C'(25) = 0 \qquad \textbf{clear}(x, a, c, b, d)$$

$$\begin{bmatrix} K(10) = 250 \\ C'(25) = 0 \\ K'(10) = 0 \\ K(25) = 22500 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} d + 1000.0 \cdot a + 94.270233516999352 = 250.0 \\ -0.0016 \cdot d + 50.0 \cdot a + 0.88270233516999352 = 0.0 \\ 60.0 \cdot a + 1.76540467033998704 = 0.0 \\ d + 15625.0 \cdot a + 566.68895948124595 = 22500.0 \end{bmatrix}$$

$$K(x) := -1.296 \cdot x^3 + 38.889 \cdot x^2 + 1386.111 \cdot x - 16203.704$$

RICHTIG oder FALSCH? Kreuzen Sie die jeweils richtige Antwort an!

46. RICHTIG oder FALSCH? Kreuzen Sie die jeweils richtige Antwort an!

		Richtig	Falsch
(1)	Bei der progressiven Kostenfunktion steigen die Grenzkosten.	○	○
(2)	Bei der progressiven Kostenfunktion steigen die Stückkosten.	○	○
(3)	Bei einer linearen Kostenfunktion sind die variablen Stückkosten gleich der Grenzkosten.	○	○
(4)	Als Betriebsoptimum wird jene Absatzmenge bezeichnet, bei der ein Unternehmen sein Gewinnmaximum erreicht.	○	○
(5)	Bei einer linearen Kostenfunktion sind die fixen Stückkosten konstant.	○	○

richtig

falsch Zuerst steigen dann fallen

falsch

falsch

richtig

. In einem Betrieb lassen sich die Kosten und die Nachfrage durch die Funktionen K

47. In einem Betrieb lassen sich die Kosten und die Nachfrage durch die Funktionen K

$$K(x) = 0,2x^2 + 8x + 280 - \frac{500}{x+4}$$

und n mit

$$n(x) = 220 - 4x$$

beschreiben.

(a) Bestimmen Sie die fixen Kosten.

(b) Berechnen Sie den Break-Even-Point und die Gewinngrenzen.

(c) Berechnen Sie den Cournotschen Punkt und den maximalen Gewinn.

(d) Berechnen Sie die Absatzelastiziät im Betriebsoptimum und geben Sie an, ob es sich um eine elastische/inelastische Nachfrage handelt und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

$$K(x) := 0.2 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 280 - \frac{500}{x+4}$$

$$n(x) := 220 - 4 \cdot x$$

$$E(x) := n(x) \cdot x \rightarrow x \cdot (-(4 \cdot x) + 220)$$

$$G(x) := E(x) - K(x) \rightarrow \frac{500.0}{x+4.0} + \left(x \cdot (220.0 - 4.0 \cdot x) - \left(0.2 \cdot x^2 + 8.0 \cdot x + 280.0\right)\right)$$

$$G'(x) := \frac{d}{dx} G(x)$$

$$G'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} -5.3939819028007860080012 \\ -2.5360542790763689046747 \\ 25.168131419972393007914 \end{bmatrix}$$

(C)

$$n(25.168) = 119.328$$

Courntotsche puntk liegt bei C(25.168|119.328)

(D)

$$n(x) := 220 - 4 \cdot x \qquad clera(x)$$

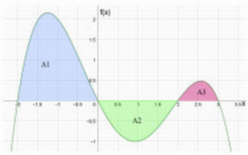
$$\eta(x) := \frac{-n(x)}{x \cdot \left(\frac{d}{dx} n(x)\right)}$$

$$\eta(25.168) \rightarrow 1.1853146853146853147$$

> 1 somit handelt es sich um eine elastische nachfrage

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f (siehe nachfolgende Abbildung).

48. Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f (siehe nachfolgende Abbildung).



Die Flächeninhalte der in der Abbildung gekennzeichneten Flächen werden mit $A1$, $A2$ und $A3$ benannt. Drücken Sie das bestimmte Integral $\int_{-2}^{3} f(x)dx$ mittels dieser Flächeninhalte aus.

$$A1 := \int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x \qquad A3 := \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$A2 := \left|\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x\right| \qquad \mathbf{clear}(x)$$

Eine Vase entsteht durch die Rotation

49. Eine Vase entsteht durch die Rotation, um die x-Achse im Intervall $[2, 25]$, einer kubischen Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = -0,00108x^3 + 0,046x^2 - 0,4367x + 3$, mit x und $f(x)$ in cm.

(a) Geben Sie den größten Durchmesser und den Durchmesser der engsten Stelle der Vase an.

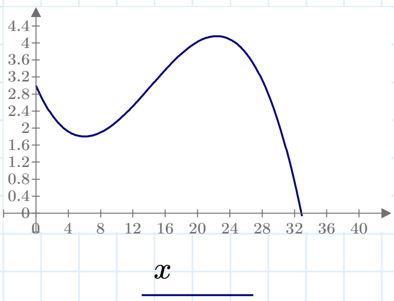
(b) Bestimmen Sie, wie viel Liter Wasser sich in der Vase befindet, wenn sie bis 2cm unter dem Rand mit Wasser gefüllt ist.

(c) In die Vase sollen 800ml Wasser passen. Ermitteln Sie, wie hoch eine entsprechende Vase sein müsste.

$$f(x) := -0.00108 \cdot x^3 + 0.046 \cdot x^2 - 0.4367 \cdot x + 3$$

$$f'(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$$

$$f''(x) := \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} f(x)$$



$$f'(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 6.0252648367998949937 \\ 22.369796891595166735 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} \begin{bmatrix} 32.859799717427561455 \\ 4.866396437582515 5686 + 7.8007956642260012431i \\ 4.8663964375825155686 - 7.8007956642260012431i \end{bmatrix}$$

$$(A) \quad d := 2 \cdot f(6.03) = 3.605$$

$$(B) \quad \int_{2}^{32.86} f(x)\,\mathrm{d}x \rightarrow 86.816252563103466667 \qquad \text{cm^3}$$

$$\frac{86.81425}{1000} \rightarrow 0.08681425 \qquad \mathbf{clear}(b)$$

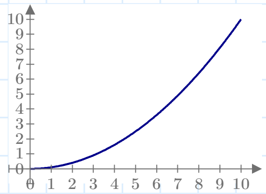
(C)

$$\int_{b}^{32.86} f(x)\,\mathrm{d}x = 800 \xrightarrow{solve,b} \begin{bmatrix} -27.318993252092238107 \\ 12.540838299191830998 - 38.323625963323214708i \\ 12.540838299191830998 + 38.323625963323214708i \\ 59.027440110498699566 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ \dots \end{bmatrix}$$

50. Eine Pflanze weist beim Setzen eine Höhe von 12 cm auf. Die Funktion W mit $W(t) = \frac{1}{10}t^2$ (mit t in Tagen) beschreibt die Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze innerhalb der nächsten 10 Tage. Berechnen Sie $\int_0^{10} W(t)dt$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

$$W(t) := \frac{1}{10} \cdot t^2$$

Eine Panze weist beim Setzen



$W(t)$

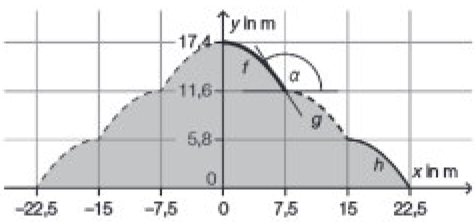
t

$$\int_0^{10} W(t)\,\mathrm{d}t = 33.333$$

Die pfanze ist nach 10 tagen 33.33 cm größer

In der nachfolgenden Graphik ist die Vorderseite

51. In der nachfolgenden Graphik ist die Vorderseite eines Gewächshauses graphisch dargestellt.



Die Vorderseite ist symmetrisch zur y−Achse und die Funktion f ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{85}{5} - \frac{116}{1125}x^2$$

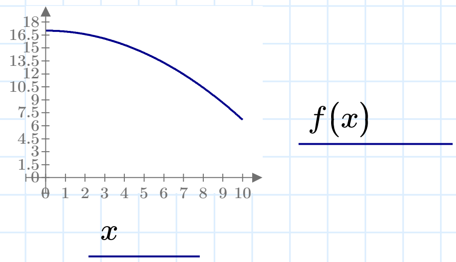
mit $0 \leq x \leq 7{,}5$ und x bzw. $f(x)$ in m.

(a) An der Stelle $x = 7{,}5$ schließt die Tangente an den Graphen von f mit der horiontalen Tangente an den Graphen von g den Winkel α ein (siehe obige Abbildung). Ermitteln Sie diesen Stumpfen Winkel α.

(b) Die in der obigen Abbildung eingezeichneten Graphen der Funktionen f, g und h haben jeweils die gleiche Länge. Berechen Sie den Umfang der grau markierten Fläche.

$$f(x) := \frac{85}{5} - \frac{116}{1125} \cdot x^2$$

$$f'(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$$



$$\alpha := 180\ \mathbf{deg} - \left|\operatorname{atan}\left(f'(7.5)\right)\right|$$

$$45 + 6 \cdot \int_0^{7.5} \sqrt{1 + f'(x)^2}\ \mathrm{d}x \rightarrow 104.19347682550045992$$

Die Masse von Neugeborenen ist

52. Die Masse von Neugeborenen ist annähernd normalverteilt. Die Masse von 95% aller Neugeborenen liegt im Intervall [2500 g | 4500 g], das zum Erwartungswert symmetrisch ist. 3

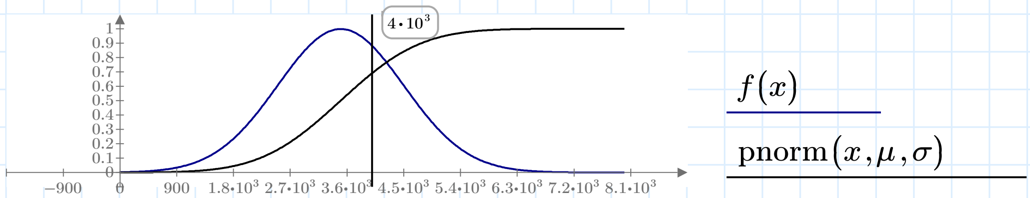
(a) Ermitteln Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Masse von Neugeborenen.

(b) Veranschaulichen Sie diesen Sachverhalt anhand einer Skizze des Graphen der Dichtefunktion.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Neugeborenes eine Masse von mehr als 4 kg hat.

$$|2500 - 4500| \rightarrow 2000 \qquad \sigma := 1000 \qquad \mu := 2500 + 1000 \rightarrow 3500$$

$$f(x) := \frac{1}{\sigma \sqrt{2\,\pi}} \cdot e^{\frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

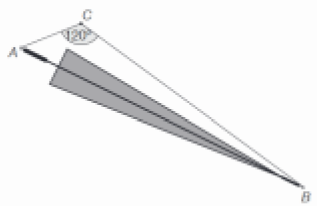


$\underline{\underline{x}}$

$1 - \text{pnorm}(4000, 3500, 1000) = 0.309$

An den Enden eines Regenschirms

53. An den Enden eines Regenschirms ist eine 115 cm lange Schnur befestigt. Der Schirm ist so an einen Haken C gehängt, dass die beiden Schnurabschnitte einen Winkel von 120° einschließen. Der Punkt A ist 28 cm weit vom Haken C entfernt. (Siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze.)



(a) Berechnen Sie die Länge $\overline{AB}$ des Regenschirms.

(b) Derselbe Regenschirm wird nun so aufgehängt, dass die beiden Schnurabschnitte einen rechten Winkel einschließen. Dadurch verändert sich die Länge der Schnurabschnitte. Ermitteln Sie, welche Entfernungen der Punkt A in diesem Punkt vom Aufhängepunkt C entfernt sein kann.

Die Wassertiefe in einem
Hafenbecken kann

54. Die Wassertiefe in einem Hafenbecken kann näherungsweise durch die folgende Funktion H beschrieben werden:

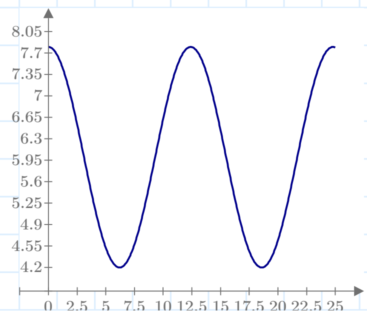
$$H(t) = 6 + 1,8\cos(0.507t)$$

mit t ... Zeit nach Mitternacht in h und $H(t)$... Wassertiefe zur Zeit t in m.

(a) Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 6 im gegebenen Sachzusammenhang.

(b) Geben Sie an, welche Zeitpunkte im gegebenen Sachzusammenhang durch die Lösungen der Gleichung $H'(t) = 0$ berechnet werden.

$H(t) := 6 + 1.8 \cdot \cos(0.507 \cdot t)$ $\qquad$ $H'(x) := \frac{d}{dx} H(x) \rightarrow -0.9126 \cdot \sin(0.507 \cdot x)$



$\underline{H(t)}$

(a)

6 ist der mittelwert um den die funtion schwanked

(b)

$H'(t) = 0 \xrightarrow{solve, t} 0.0$

es werden die hochpunkte der

t

wassertiefe in relation zur zeit berechent

. Der Benzinverbrauch im 4. Gang

55. Der Benzinverbrauch im 4. Gang kann näherungsweise durch eine quadratische Funktion b_4 mit $b_4(v) = av^2 + bc + c$ beschrieben werden, wobei v die Geschwindigkeit in km/h und $b_4(v)$ der Benzinverbrauch bei der Geschwindigkeit v in Litern pro 100 Kilometer ist. Bei 40 km/h ist der Benzinverbrauch minimal und beträgt 3,9 L/100 km. Bei 100 km/h beträgt der Verbrauch 6 L/100 km.

Berechnen Sie die Koeffinzienten a, b und c und geben Sie die Funktionsgleichung an.

$$b4(v) := a \cdot v^2 + b \cdot v + c$$

$$b4'(v) := \frac{d}{dv} b4(v) \rightarrow 2 \cdot a \cdot v + b$$

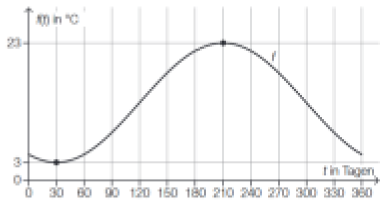
$$\begin{bmatrix} b4'(40) = 0 \\ b4(40) = 3.9 \\ b4(100) = 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{solve, a, b, c} [0.000583333333333333333333 \quad -0.0466666666666666666667 \quad 4.833333...$$

$a := 4.83$ $\quad$ $b := -0.05$ $\quad$ $c := 4.83$

$$b4(v) := 4.83 \cdot v^2 - 0.05 \cdot v + 4.83$$

Der zeitliche Verlauf der Temperatur

56. Der zeitliche Verlauf der Temperatur des Weissensees kann modellhaft durch die Funktion f mit $f(t) = A\sin(bt - \frac{2\pi}{3}) + c$ beschrieben werden (siehe nachfolgende Graphik), mit t in Tagen, $f(t)$ Temperatur in °C.



Ermitteln Sie mit Hilfe der Abbildung die Parameter A, b und c.

$A := 10$ $\quad$ $b := \frac{\pi}{180}$

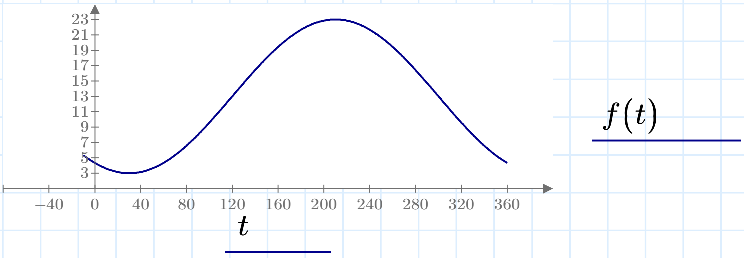
$c := 13$

$$f(t) := A \cdot \sin\left(b \cdot t - 2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) + c$$

$$f'(t) := \frac{d}{dt} f(t)$$

$f'(t) = 0 \xrightarrow{solve, t} 30$

$f(210) \rightarrow 23$



57. Bei einem Ticketautomaten ist die Wartezeit bis zur Ticketausgabe normalverteilt mit einem Erwartungswert von $\mu = 3s$ und einer Standardabweichung $\sigma = 0,25s$.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Wartezeit mindestens 3,5s beträgt.

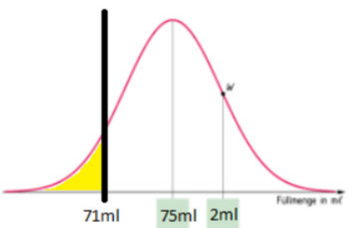
(b) Ermitteln Sie das um den Erwartungswert symmetrische Intervall, in dem die Wartezeiten mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% liegen.

$\mu := 3$ $\sigma := 0.25$ $\alpha := 0.1$

Bei einem Ticketautomaten ist die Wartezeit b

Die Füllmenge von Zahnpastatuben ist

58. Die Füllmenge von Zahnpastatuben ist normalverteilt mit $\mu = 75ml$ und $\sigma = 2ml$. In der nachfolgenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- Ergänzen Sie die Beschriftung im obigen Diagramm.
- Veranschaulichen Sie die Wahrscheinlichkeit im Diagramm, dass eine zufällig ausgewählte Tube eine Füllmenge von weniger als 71ml hat.
- Skizzieren Sie im Diagramm die Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen mit $\mu = 79ml$ und $\sigma > 2ml$.

$\mathbf{clear}(x)$

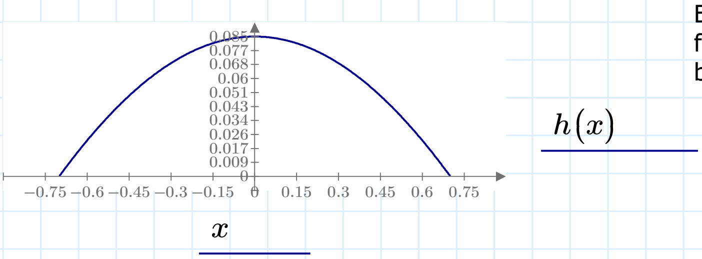
Auf Straÿen in Wohngebieten werden

59. Auf Straßen in Wohngebieten werden zur Geschwindigkeitsreduktion Bremsschwellen angebracht. Die Funktion h mit $h(x) = \left(e^{-0,181x^2} - 0,915\right)$, mit x und $h(x)$ in Metern, gibt den Höhenverlauf (Querschnitt) einer Bremsschwelle auf einer Fahrbahn der Breite von 300 cm an. Die Bremsschwelle besitzt eine Breite von $140cm$. Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem Ausdruck

$$3\int_{-0,7}^{0,7} \left(e^{-0,181x^2} - 0,915\right) dx$$

berechnet wird.

$$h(x) := \left(e^{-0.181 \cdot x^2} - 0.915\right) \qquad 3 \cdot \int_{-0.7}^{0.7} \left(e^{-0.181 \cdot x^2} - 0.915\right) \mathrm{d}x \rightarrow 0.23606910778697708689$$



Es wird der flächeninhalt der funtion h(x) im bereich -0.7 bis 0.7 berechnet und verdreifacht

Für die Modellierung

60. Für die Modellierung eines speziellen Gehäuses eines Hydraulikzylinders wird die Funktion f verwendet.

$$f(x) = \frac{1}{0,1x + 0,35} - 0,85$$

mit $x, f(x)$ ... Koordinaten in Längeneinheiten

Rotiert die Funktion f im Intervall $[0/x_N]$ um die x-Achse, erhält man ein Modell des gewünschten Gehäuses, wobei x_N die Nullstelle der Funktion f ist.

Berechnen Sie das Volumen des Gehäuses.

$$f(x) := \frac{1}{0.1 \cdot x + 0.35} - 0.85$$

$$f(x) = 0 \xrightarrow{solve, x} 8.2647058823529411765$$

$$\pi \cdot \int_{0}^{8.264} f(x)^2 \, \mathrm{d}x \rightarrow 17.067897948828848885$$

Die Helligkeit einer LED-Lampe
kann

61. Die Helligkeit einer LED-Lampe kann mithilfe des Lichtstroms beschrieben werden. In der nachstehenden Tabelle ist für LED-Lampen verschiedener Leistung der jeweilige Lichtstrom angegeben.

Leistung in Watt	3	4	5	6	9,5	11	17
Lichtstrom in Lumen	130	250	280	350	600	800	1000

(a) Ermitteln Sie die Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.

(b) Stellen Sie die gegebenen Daten und die in i) berechnete Regressionfunktion graphisch dar.

(c) Berechnen Sie mit Hilfe der Regressionsfunktion, welcher Lichtstrom für eine 15 Watt-LED-Lampe zu erwarten ist.

a

$$X := \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 9.5 \\ 11 \\ 17 \end{bmatrix} \qquad Y := \begin{bmatrix} 130 \\ 250 \\ 280 \\ 350 \\ 600 \\ 800 \\ 100 \end{bmatrix}$$

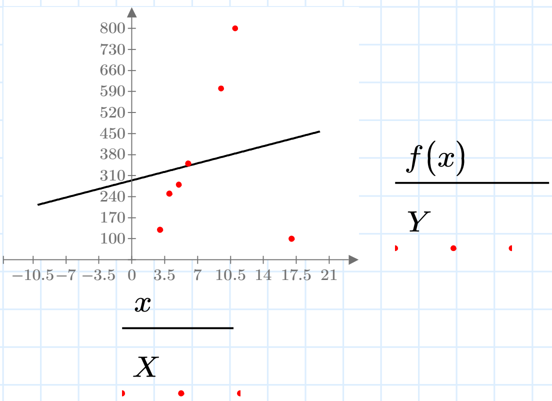
$$\mathbf{clear}(a, d)$$

$$f(x, a, d) := a \cdot x + d$$

$$\begin{bmatrix} a \\ d \end{bmatrix} := \mathrm{genfit}\left(X, Y, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f\right) = \begin{bmatrix} 8.134 \\ 294.082 \end{bmatrix}$$

b

$$f(x) := a \cdot x + d \rightarrow 8.1338544211196258 \cdot x + 294.08158280474277$$



c

$$f(15) \rightarrow 416.089399121537157$$

Zwischen zwei Berggipfeln B1

62. Zwischen zwei Berggipfeln B_1 und B_2 liegt im Tal in derselben Vertikalebene der einsehbare Punkt A. B_2 liegt auf einer Meereshöhe von 3007m. A liegt auf einer Meereshöhe von 800m. Vom Punkt A wird zum Berggipfel B_1der Höhenwinkel $\beta_1 = 14°26'$ und zum Berggipfel B_2 der Höhenwinkel $\beta_2 = 17°23'$ gemessen. Vom Berggipfel B_2 wird zum Berggipfel B_1 der Tiefenwinkel $\alpha = 2°46'$ gemessen.

(a) Erstellen Sie eine geeignete Skizze.

(b) Berechnen Sie die Meereshöhe vom Berggipfel B_1.

$\alpha := 2.46\ deg$

$\beta 1 := 14.26\ deg$

$\beta 2 := 17.23\ deg$

$GK := 3007 - 800 \rightarrow 2207$

$\lambda 1 := 90\ deg - \beta 1 \rightarrow 75.74 \cdot deg$

$\lambda 2 := 90\ deg - \beta 2 \rightarrow 72.77 \cdot deg$

$\lambda := \lambda 2 + \lambda 1 \rightarrow 148.51 \cdot deg$

$\gamma := 180\ deg - \lambda - \alpha \rightarrow 29.03 \cdot deg$

$$\sin(\beta 2) = \frac{GK}{HYP} \xrightarrow{solve, HYP} \frac{2207.0}{\sin(17.23 \cdot deg)} = 7450.841$$

Im Juni 2013 kam es zu einem
groÿen Hochwasser entlang der

63. Im Juni 2013 kam es zu einem großen Hochwasser entlang der Donau. In Passau wird regelmäßig der Pegelstand der Donau erhoben. Für die ersten 120 Stunden des Hochwassers gibt die Funktion p mit $p(t) = 0{,}0066t^2 - 1{,}1134t + 36{,}2106$ näherungsweise die momentane Änderungsrate des Donaupegels in cm/h an, t ist dabei die Zeit in Stunden.

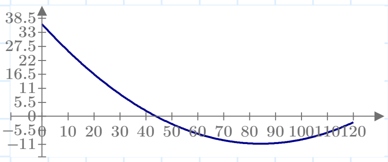
(a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion p im Bereich von 0 bis 120 Stunden.

(b) Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt von 0 bis 120 Stunden der Pegelstand der Donau am schnellsten zunimmt.

(c) Kann die Funktion P mit $P(x) = 0{,}0022x^3 - 0{,}5567x^2 + 36{,}2106x + 700$ eine Stammfunktion von p sein? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

$\text{clear}(t, a)$

$p(t) := 0.0066 \cdot t^2 - 1.1134 \cdot t + 36.2106$



$p(t)$

t

$$p'(t) := \frac{d}{dt} p(t) \rightarrow 0.0132 \cdot t - 1.1134$$

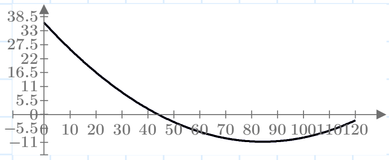
$$p'(t) = 0 \xrightarrow[]{\substack{assume, 0 \le t \le 120 \\ solve, t}} 84.34848484848484848485$$

Der pegelstand der donau nimmt

an stärksten zum zeitpunkt 84.34 h an

$$p2(t) := 0.0022 \cdot t^3 - 0.5567 \cdot t^2 + 36.2106 \cdot t + 700$$

$$p2'(t) := \frac{d}{dt} p2(t) \rightarrow 0.0066 \cdot t^2 - 1.1134 \cdot t + 36.2106$$



t

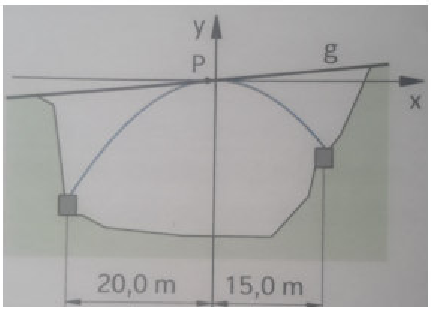
$p2'(t)$

$p(t)$

Ja sie kann eine stammfuntion sein wie rechnerisch gezeigt wurde

Eine Bergstraÿe mit konstanter Steigung

64. Eine Bergstraße mit konstanter Steigung von 10% wird auf einem parabelförmigen Brückenbogen über einen Graben geführt (siehe nachfolgende Graphik). Die Parabel genügt der Gleichung y mit $y(x) = -\frac{1}{20}x^2$.



(a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P, in dem die Fahrbahn auf dem Brückenbogen aufliegt.
(b) Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden, welche die Fahrbahn trägt.
(c) Berechnen Sie, wie viele Meter unterhalb der Fahrbahn der Brückenbogen gelagert ist.
(d) Ein Wanderweg am Endpunkt der Bergstraße verläuft durch einen kurzen Bergstollen. Seine Querschnittfläche wird in guter Näherung durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = \frac{1}{100}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 4$ (h und x in Meter) und die x-Achse begrenzt. Für einen Gehstreifen in der Stollenmitte soll eine Höhe von 2,5m angenommen werden. Berechnen Sie die Breite eines solchen Gehweges.

(A)

$$\mathbf{clear}(x, d, k)$$

$$y(x) := \frac{-1}{20} \cdot x^2$$

$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \frac{-x}{10}$$

$$y'(x) = 0.1 \xrightarrow{solve, x} -1.0$$

$$y(-1) \rightarrow -\frac{1}{20}$$

$$P := \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{-1}{20} \end{bmatrix}$$

$$k := 0.1$$

(B)

$$d := \frac{-1}{20} = -1 \cdot k + d \xrightarrow{solve, d} 0.05$$

20

$t(x) := k \cdot x + d \rightarrow 0.1 \cdot x + 0.05$

(C)

$y(-20) - t(-20) = -18.05$

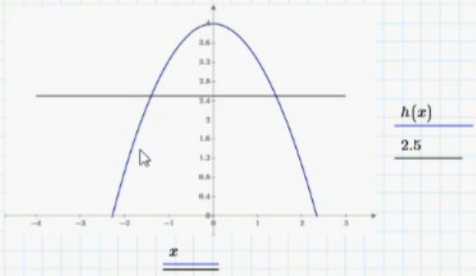
$y(15) - t(15) \rightarrow -12.8$

(D)

(d) $h(x) := \frac{1}{100} \cdot x^3 - \frac{3}{4} \cdot x^2 + 4$

$N := h(x) = 2.5 \xrightarrow[float]{solve, x} \begin{bmatrix} 74.97331434673599609 \\ -1.4011853285252943728 \\ 1.4278709817892983634 \end{bmatrix}$

$Breite := |N_1| + N_2 = 2.83$ Meter



Ein Biologe beobachtete

65. Ein Biologe beobachtete die Anzahl der Bakterien in einer Kultur zu 5 Zeitpunkten.

t in Stunden	1	2	3	4	5
Anzahl der Bakterien $f(t)$	13	24	39	68	119

(a) Bestimmen Sie mittels Regression die Funktion f mit $f(t) = a \cdot e^{\lambda t}$, die jedem Zeitpunkt t möglichst gut die Anzahl der Bakterien zu dieser Zeit zuordnet.

(b) Prognostizieren Sie die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt $6h$.

$\text{clear}(a, t, \lambda)$

$f(t, a, \lambda) := a \cdot e^{\lambda \cdot t}$

$X := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \quad Y := \begin{bmatrix} 13 \\ 24 \\ 39 \\ 68 \\ 119 \end{bmatrix}$

$\text{genfit}\left(X, Y, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f\right) = \begin{bmatrix} 7.583 \\ 0.55 \end{bmatrix}$

$f(t) := 7.58 \cdot e^{0.55 \cdot t}$

$f(6) \rightarrow 205.5138030185867867$

Zum zeitpunkt 6 h sind es 205.51 bakterien

Eine Polynomfunktion 3. Grades

66. Eine Polynomfunktion 3. Grades hat im Punkt $P(-\frac{3}{2}/y)$ die Steigung $-\frac{5}{4}$ und im Wendepunkt $W(0/\frac{2}{3})$ die Steigung 1. Eine Parabel 2. Ordnung geht durch den Punkt P und hat in W ihren Scheitelpunkt.
Bestimmen Sie die beiden Funktionsgleichungen!

$\text{clear}(a, b, c, d, x, y, f(x))$

$f(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3.0 \cdot a \cdot x^2 + 0.034906585039886591538 \cdot x + 13.0$$

$$f''(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 3.0 \cdot a \cdot x^2 + 0.034906585039886591538 \cdot x + 13.0$$

$$y(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} f'\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{-5}{4} \\ f'(0) = 1 \\ f(0) = \frac{2}{3} \\ f''(0) = 0 \end{bmatrix}} \xrightarrow{solve, a, b, c, d} ?$$

$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x)$$

$$\begin{bmatrix} y\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ y(0) = \frac{2}{3} \\ y'(0) = 0 \end{bmatrix}$$

Auf Straßen in Wohngebieten

67. Auf Straßen in Wohngebieten werden zur Geschwindigkeitsreduktion Bremsschwellen angebracht. Die Funktion h mit $h(x) = \left(e^{-0,181x^2} - 0,915\right)$, mit x und $h(x)$ in Metern, gibt den Höhenverlauf (Querschnitt) einer Bremsschwelle auf einer Fahrbahn der Breite von 300 cm an. Die Bremsschwelle besitzt eine Breite von $140cm$. Interpretieren Sie, unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem Ausdruck

$$3\int_{-0,7}^{0,7} \left(e^{-0,181x^2} - 0,915\right) dx$$

berechnet wird.

$$h(x) := \left(e^{-0.181 \cdot x^2} - 0.915\right) \qquad 3 \cdot \int_{-0.7}^{0.7} \left(e^{-0.181 \cdot x^2} - 0.915\right) dx \rightarrow 0.23606910778697708689$$

Es wird der flächeninhalt der funtion h(x) im bereich -0.7 bis 0.7 berechnet und verdreifacht