

Le problème du Batch-Picking

Projet Professionnel

Sebastian Granda Altamirano

Introduction

[JOBPRP]

Le *Joint Order Batching and Picker Routing Problem (JOBPRP)* combine :

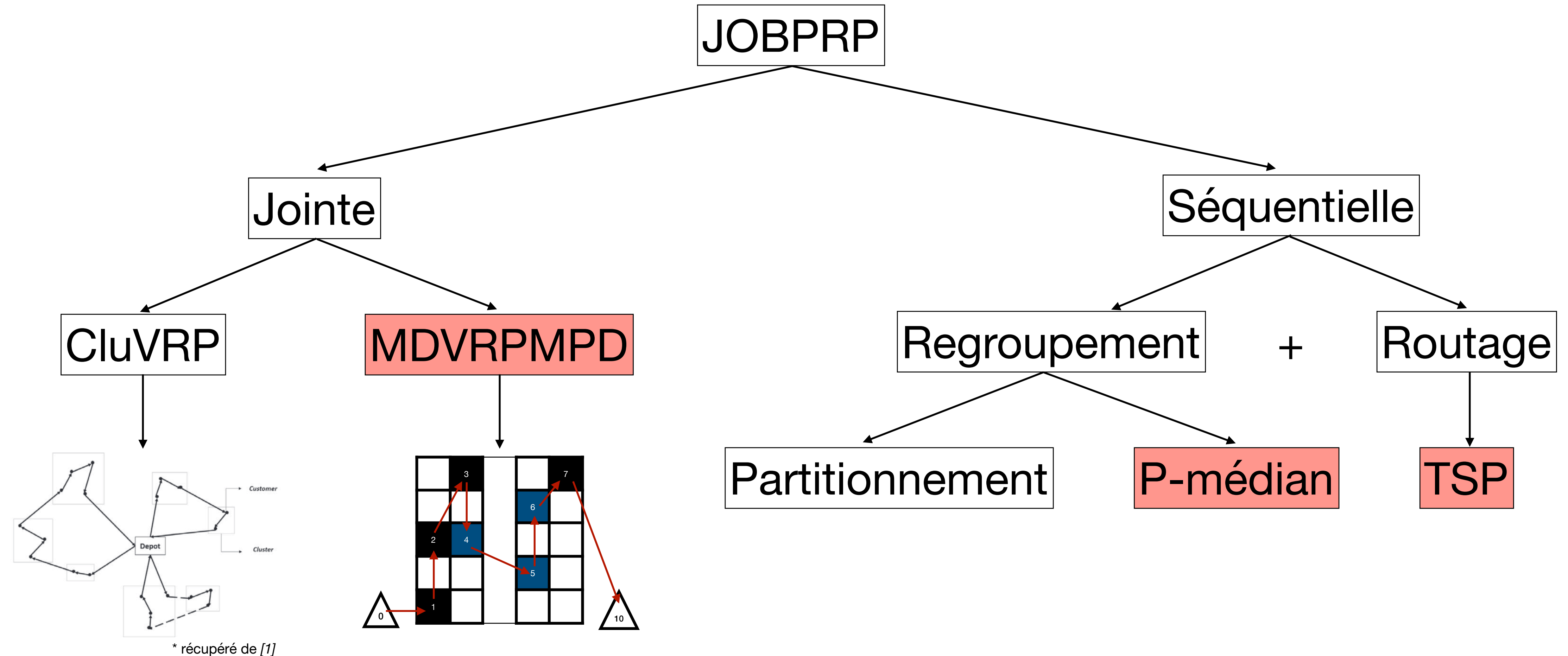
- le regroupement de commandes et,
- le routage du préparateur.

L'objectif est de **minimiser la distance totale** parcourue pour exécuter toutes les commandes en satisfaisant :

- la condition d'intégrité des commandes et,
- les contraintes de capacité des préparateurs.

Approches

[classification]



Approche jointe

[MDVRPMPD]

Ensembles

$$O = \{1,2\}$$

$$I = \{1,\dots,7\}$$

$$D = \{0,8\}$$

$$J = \{9,10\}$$

$$V = I \cup J \cup D$$

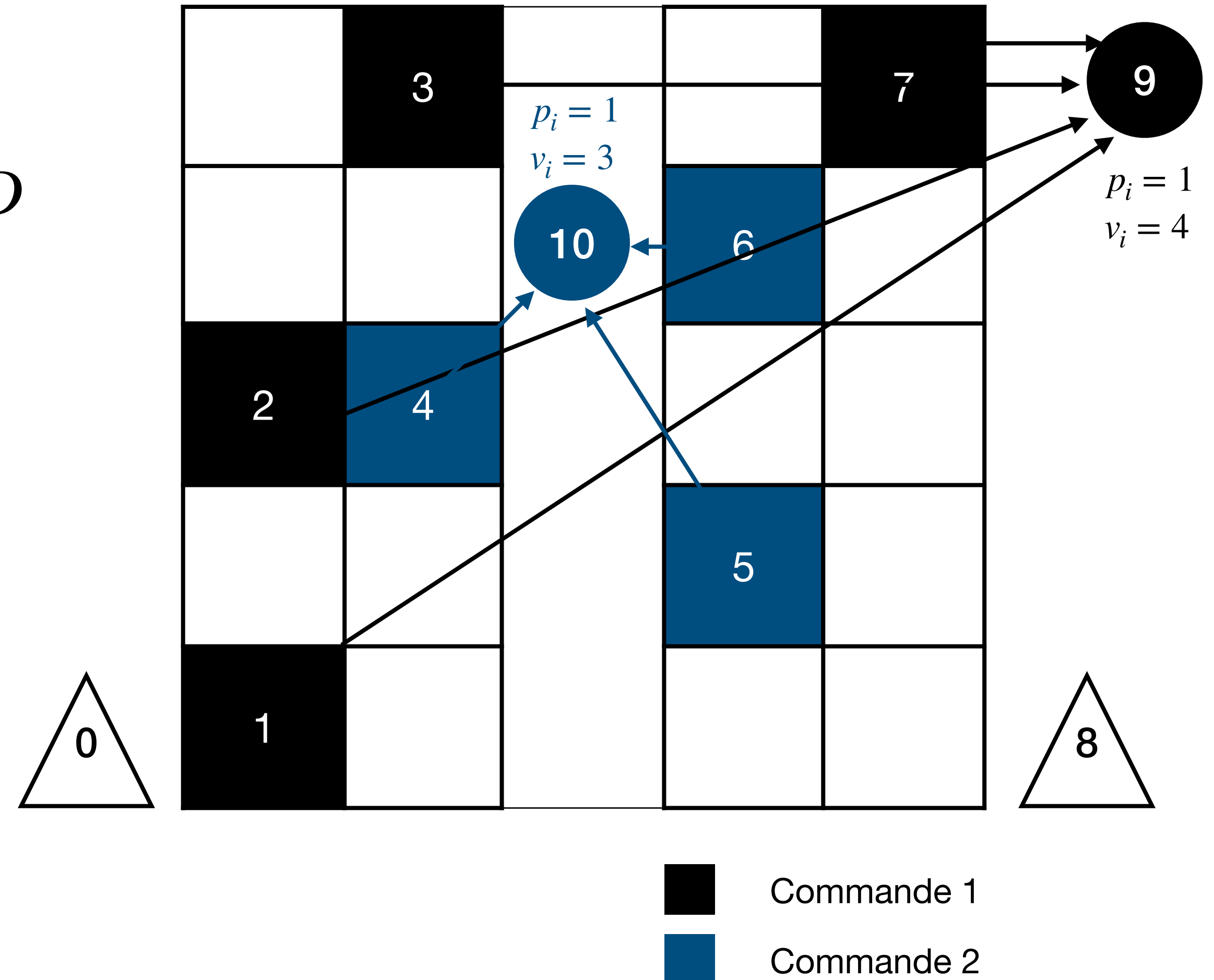
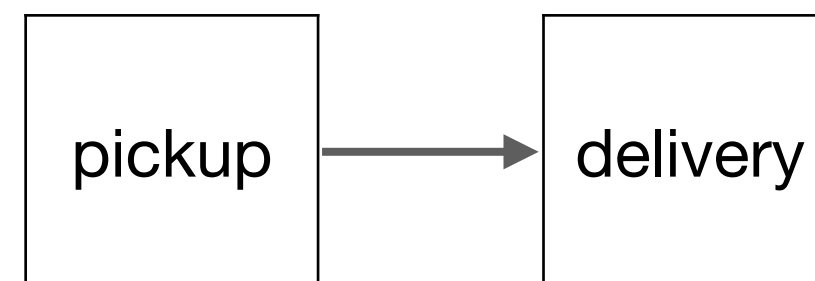
Paramètres

$$p_i = v_i = 0, \forall i \in I \cup D$$

$$v_j \geq p_j \geq 0, \forall j \in J$$

$$d_{ij} \geq 0, \forall (i,j) \in A$$

$$d_{ij} = 0, \forall i \in V, j \in J$$



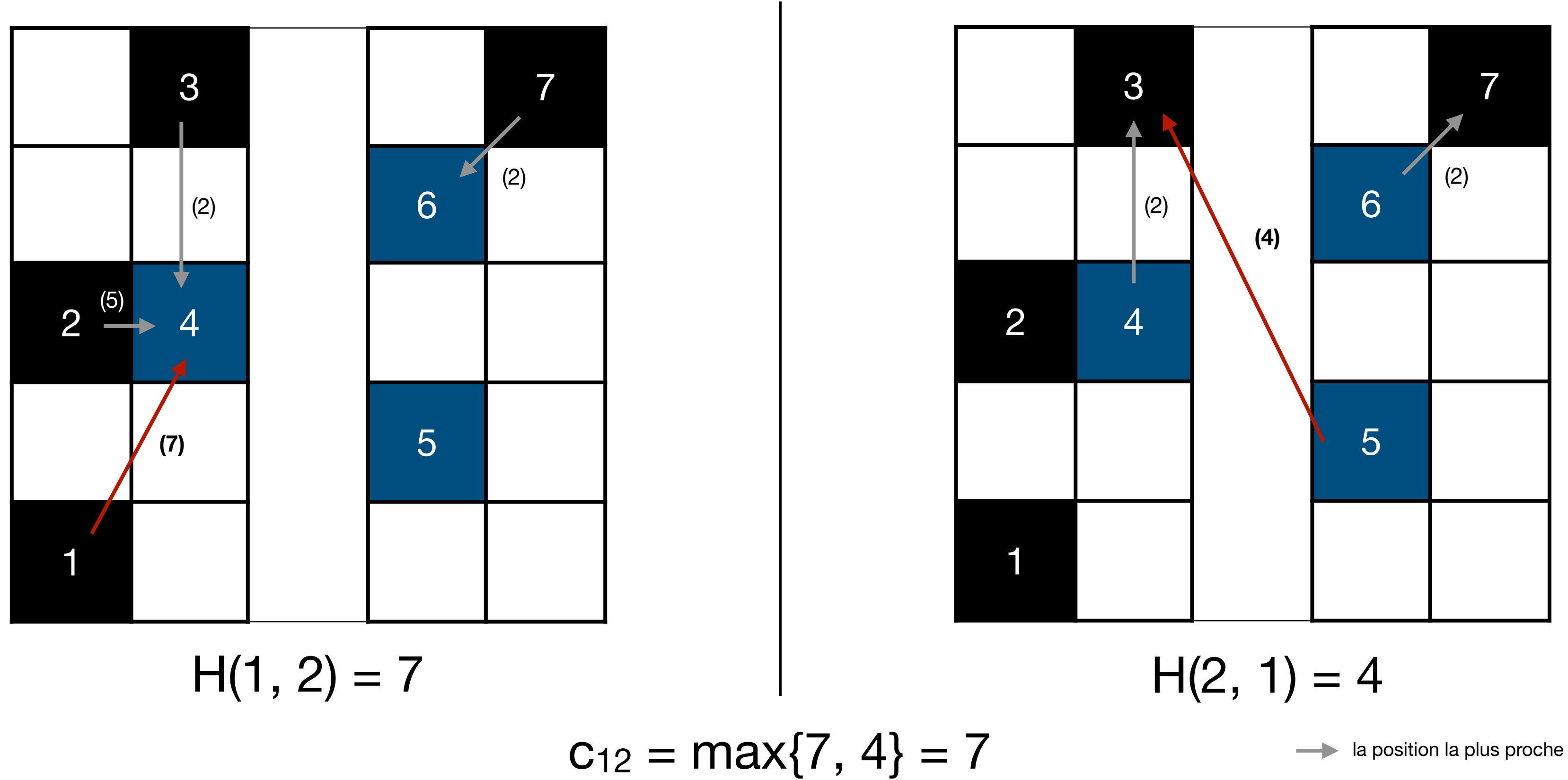
Approche séquentielle

[batch-first route-second]

Distance de Hausdorff

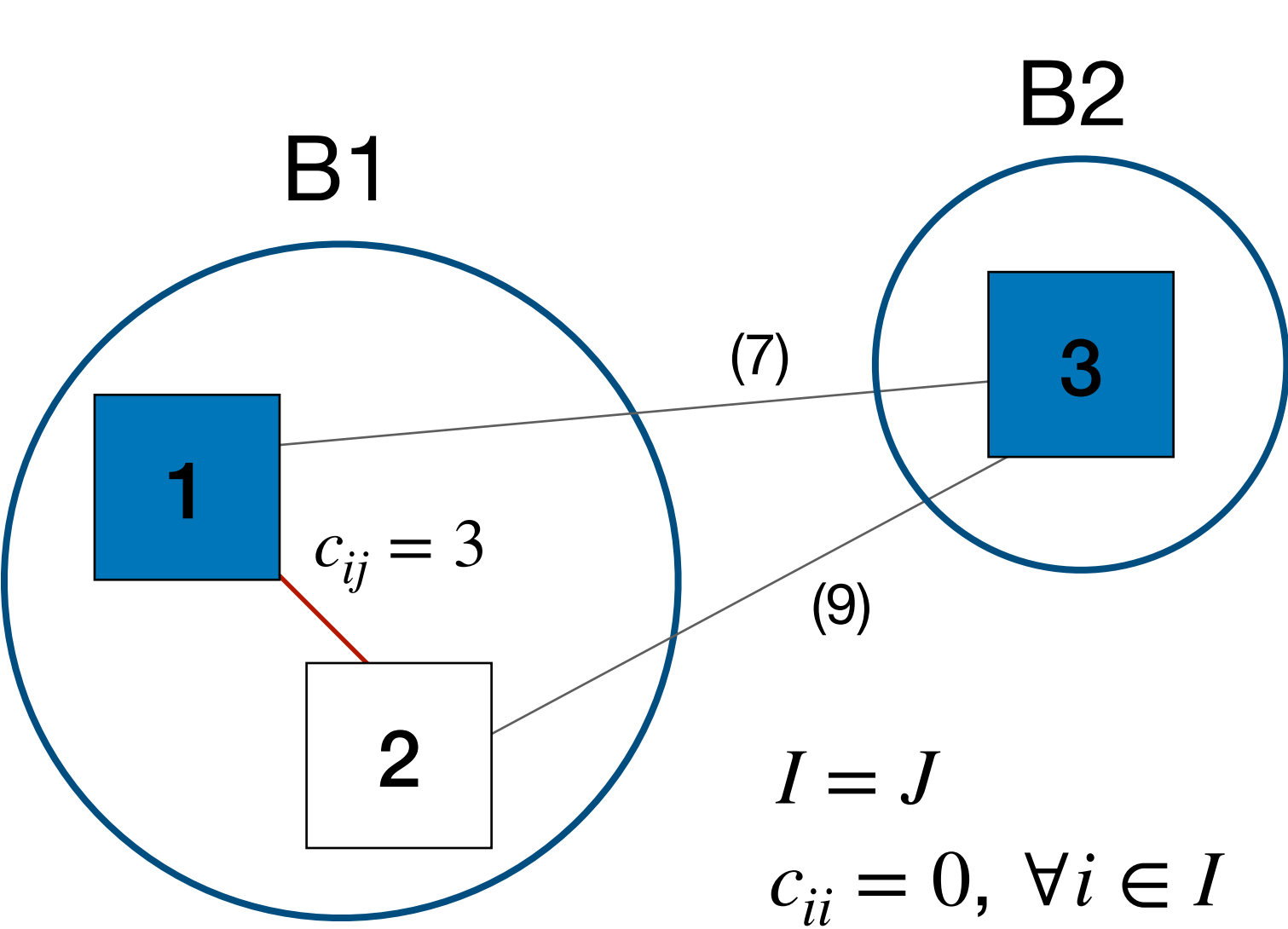
[proximité entre deux commandes]

$$H(o, k) = \max_{i \in i(o)} \min_{j \in i(k)} d_{ij} \longrightarrow c_{ij} = \max\{H(i, j), H(j, i)\}$$



Problème de regroupement

[p-médian]



- i Commande $i \in I$
- b Batch $b \in B$

Nombre minimal de batches :

$$\underline{B} = \max \left(\frac{\sum_{i \in I} v_i}{C_{volume}}, \frac{|O|}{C_{unit}} \right) \times (1 + \alpha)$$

$$\begin{aligned}
 &\max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J: j \neq i} c_{ij} x_{ij} \\
 &\text{s.t.} \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \\
 &\sum_{j \in J: j \neq i} x_{ij} \leq (|J| - \underline{B}) x_{ii} \quad \forall i \in I \\
 &\sum_{i \in I} x_{ii} \leq \underline{B} \\
 &\sum_{j \in J} x_{ij} \leq C_{unit} \quad \forall i \in I \\
 &\sum_{j \in J} v_j x_{ij} \leq C_{volume} \quad \forall i \in I \\
 &x_{ii} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \\
 &x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J
 \end{aligned}$$

(1) Maximiser la proximité totale.

(2) Attribution unique.

(3) Attribution aux batches sélectionnés.

(4) Au maximum \underline{B} batches.

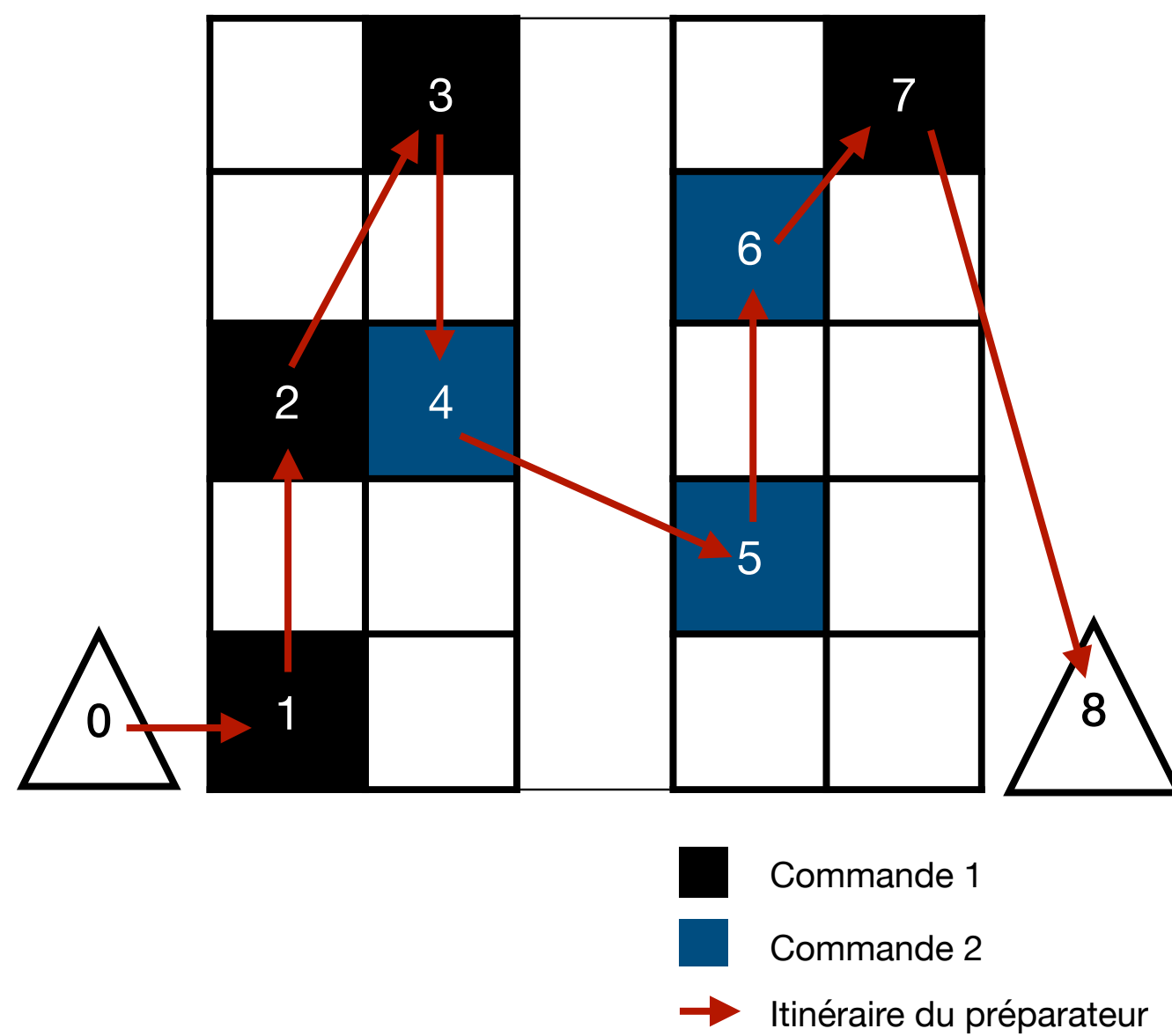
(5) Capacité unitaire.

(6) Capacité volumétrique

Variables d'affectation

Problème de routage

[TSP]



$O(n^3)$ variables et contraintes

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{(i,j) \in E_k} d_{ij} x_{ij} \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{j \in V_k} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V_k \\
 & \quad \sum_{i \in V_k} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V_k \\
 & \quad \sum_{j \in V_k \setminus \{0,n\}} z_{0j}^l - \sum_{j \in V_k \setminus \{0,n\}} z_{j0}^l = -1 \\
 & \quad \quad \quad \forall l \in V_k \setminus \{0,n\} \\
 & \quad \sum_{j \in V_k} z_{ij}^i - \sum_{j \in V_k} z_{ji}^i = 1 \quad \forall i \in V_k \setminus \{0,n\} \\
 & \quad \sum_{j \in V_k} z_{ij}^l - \sum_{j \in V_k} z_{ji}^l = 0 \quad \forall i \in V_k \setminus \{0,n\}, \\
 & \quad \quad \quad \forall l \in V_k \setminus \{0,n\} : l \neq i \\
 & \quad z_{ij}^l \leq x_{ij} \quad \forall (i,j) \in E_k, \forall l \in V_k \setminus \{0,n\} \\
 & \quad x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E_k \\
 & \quad z_{ij}^l \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E_k, \forall l \in V_k \setminus \{0,n\}
 \end{aligned}$$

(1) Minimiser la distance totale.

(2),
(3) Visitez les nœuds d'articles une seule fois.

(4) Collecter à 0 et livrer aux nœuds d'articles.

(5) Une seule unité reçue.

(6) Conservation du flux.

(7) Flux uniquement sur les arcs sélectionnés.

Sélection d'arc (i, j)

Nombre d'unités de l'article l par l'arc (i, j)

Méta-heuristique

[recherche locale]

Opérateurs	Échange	Relocalisation
Description	Échanger deux commandes entre deux batches différents	Déplacer une commande d'un batch à un autre

Stratégie	Variable Neighborhood Search	Tabu Search	Simulated Annealing
Description	Deux opérateurs logiques sélectionnés aléatoirement	Interdire les solutions similaires avec une mémoire adaptative	Probabilité d'accepter de pires solutions

Implémentation

[extensibilité modulaire]

Composants	Application	Domaine	Services
Description	Cas d'utilisation: <i>1. optimize</i> <i>2. experiment</i> <i>3. describe</i>	<ul style="list-style-type: none">Logique métier, les procédures d'optimisation.<u>Design patterns (SOLID)</u> : dependency injection, inheritance.	Outils externes au domaine.
Fonctionnalité	Point d'entrée au domaine et aux services.	<ul style="list-style-type: none"><u>Jointe</u> : VRP, VRPFormulation.<u>Regroupement</u> : PMedian, GraphPartition, Clustering.<u>Routage</u> : TSPMultiCommodityFlow , TSPBase.<u>Recherche locale</u>: SimmulatedAnnealing, TabuSearch.	Procédures d'entrée / sortie, calculateurs de distance.

Expériences numériques

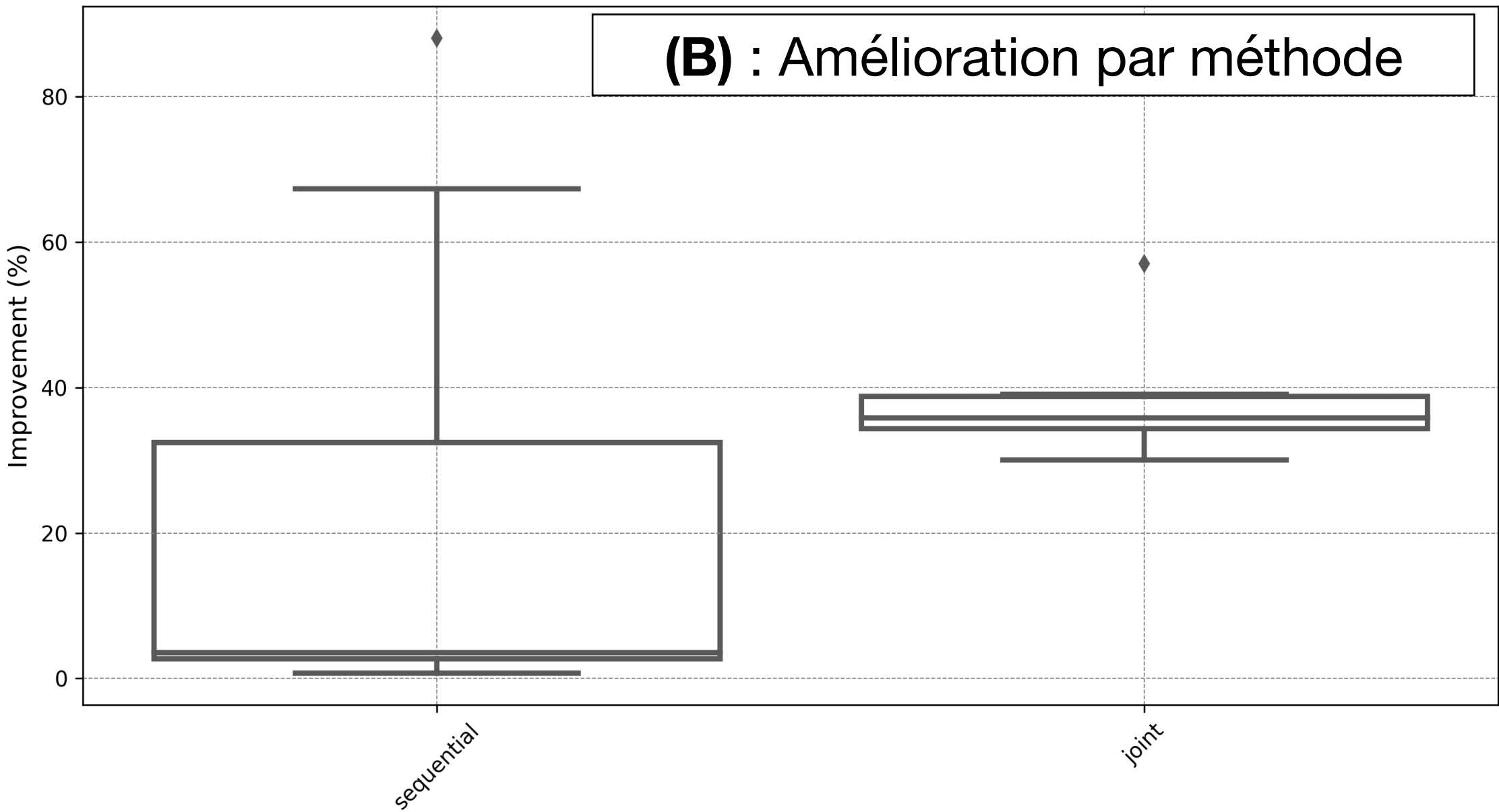
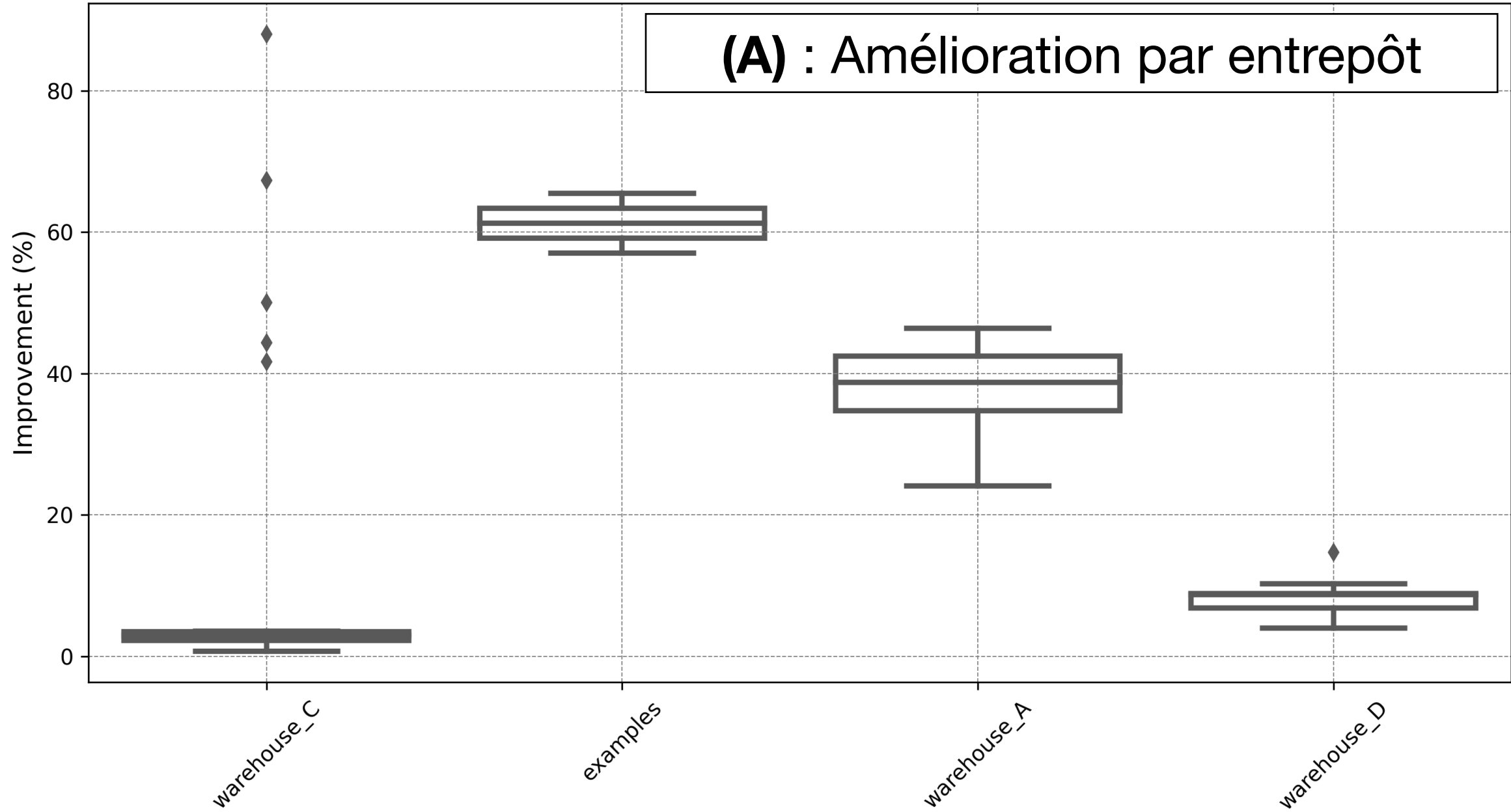
[50 instances améliorées]

Instance	Provided	Sequential	Joint
toy	44%	65%	57%

Amélioration (%) avec l'instance *toy*

Métrique	Valeur
Amélioration moyenne (%)	19,98
Amélioration P90 (%)	46,74
Temps d'exécution moyen (s)	304,81
Temps d'exécution P90 (s)	1804

Métriques globales



Conclusions

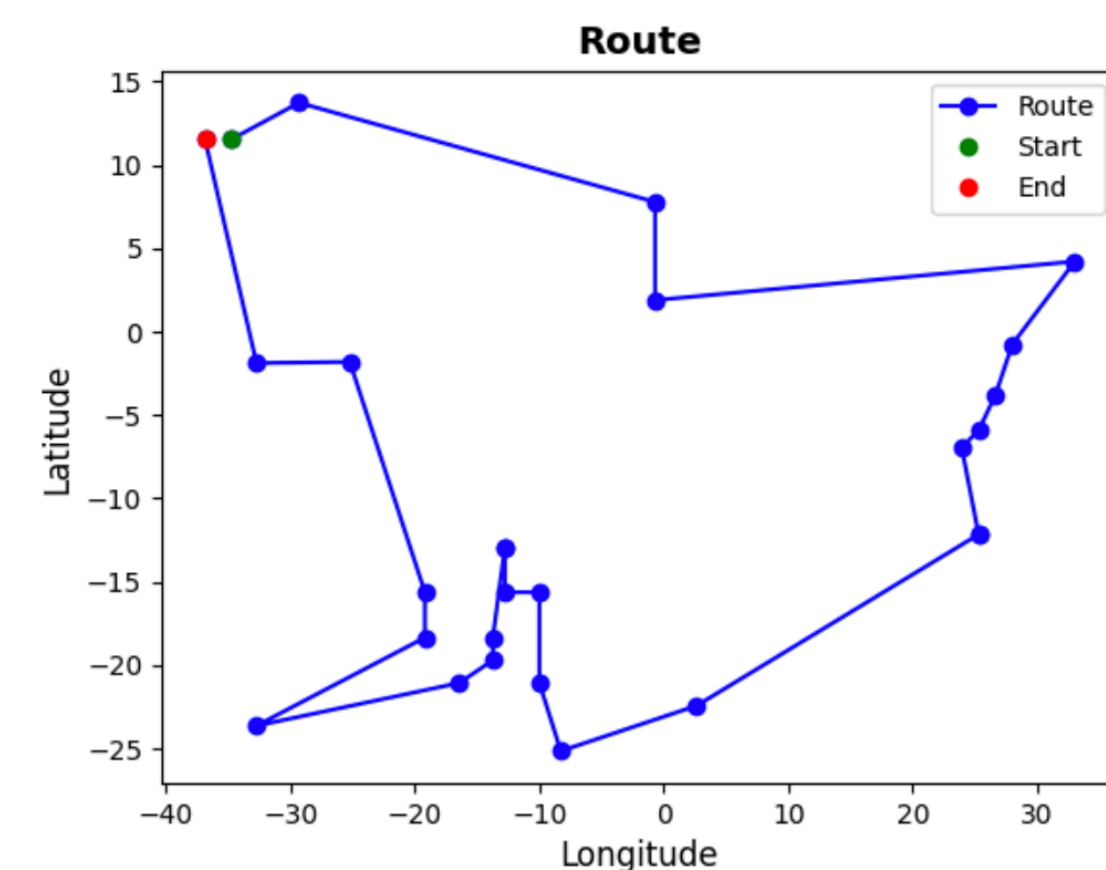
- Le Batch-Picking a été abordé sous les approches jointe et séquentielle.
- Les méthodes de résolution traditionnelles se concentrent sur le problème de partitionnement et le *CluVRP*.
- Une méthode heuristique basée sur le problème de *p-médian* et le problème du voyageur de commerce (*TSP*) est proposé.
- Cet algorithme surpasse la solution de référence dans plusieurs instances, et dans celles où ce n'est pas le cas, l'amélioration n'est pas négative.
- La méthode proposée fournit un bon compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul, et elle est adaptée pour les grandes instances.

References

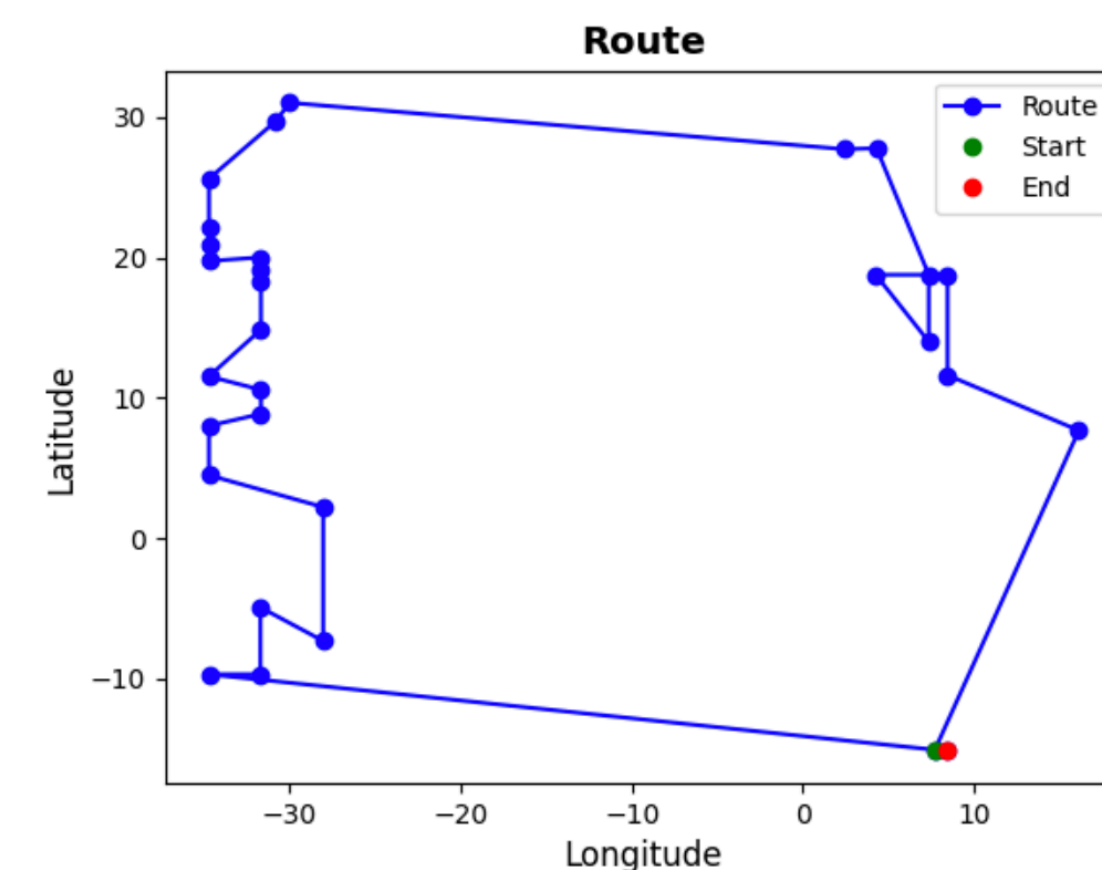
- [1] Babiche Aerts, Trijntje Cornelissens, and Kenneth Sörensen. The joint order batching and picker routing problem: Modelled and solved as a clustered vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 129:105168, 2021.
- [2] Maria Battarra, Jean-François Cordeau, and Manuel Iori. Chapter 6: pickup-and-delivery problems for goods transportation. In *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition*, pages 161–191. SIAM, 2014.
- [3] Gerardo Berbeglia, Jean-François Cordeau, Irina Gribkovskaia, and Gilbert Laporte. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey. *Top*, 15:1–31, 2007.
- [4] Dimitris Bertsimas and John Tsitsiklis. Simulated annealing. *Statistical science*, 8(1):10–15, 1993.
- [5] A Claus. A new formulation for the travelling salesman problem. *SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods*, 5(1):21–25, 1984.
- [6] Guy Desaulniers, Jacques Desrosiers, Andreas Erdmann, Marius M Solomon, and François Soumis. Vrp with pickup and delivery. *The vehicle routing problem*, 9:225–242, 2002.
- [7] Carlos Eduardo Ferreira, Alexander Martin, C Carvalho de Souza, Robert Weismantel, and Laurence A Wolsey. The node capacitated graph partitioning problem: a computational study. *Mathematical programming*, 81:229–256, 1998.
- [8] Fred Glover. Tabu search: A tutorial. *Interfaces*, 20(4):74–94, 1990.
- [9] Pierre Hansen, Nenad Mladenović, Jack Brimberg, and José A Moreno Pérez. *Variable neighborhood search*. Springer, 2019.
- [10] Sebastian Henn, Sören Koch, and Gerhard Wäscher. *Order batching in order picking warehouses: a survey of solution approaches*. Springer, 2012.
- [11] Gilbert Laporte, Stefan Nickel, and Francisco Saldanha-da Gama. *Introduction to location science*. Springer, 2019.
- [12] Manfred Padberg and Ting-Yi Sung. An analytical comparison of different formulations of the travelling salesman problem. *Mathematical Programming*, 52(1-3):315–357, 1991.
- [13] André Scholz, Sebastian Henn, Meike Stuhlmann, and Gerhard Wäscher. A new mathematical programming formulation for the single-picker routing problem. *European Journal of Operational Research*, 253(1):68–84, 2016.
- [14] Abdel Aziz Taha and Allan Hanbury. An efficient algorithm for calculating the exact hausdorff distance. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 37(11):2153–2163, 2015.

Annexes

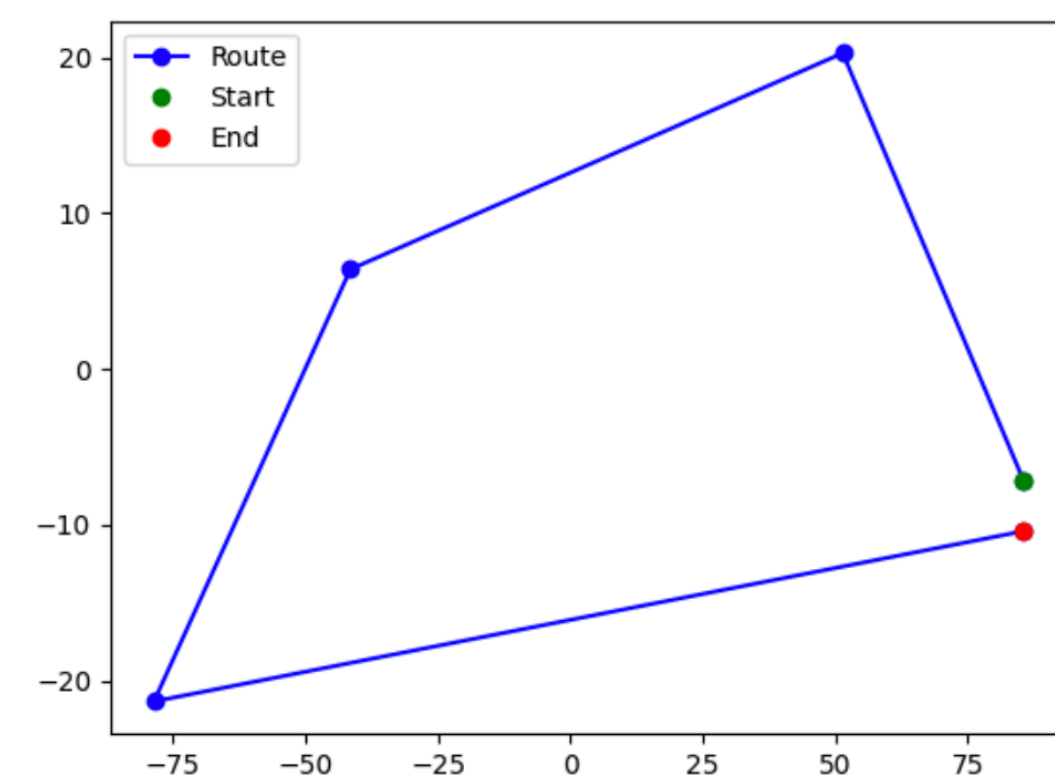
Quelques exemples



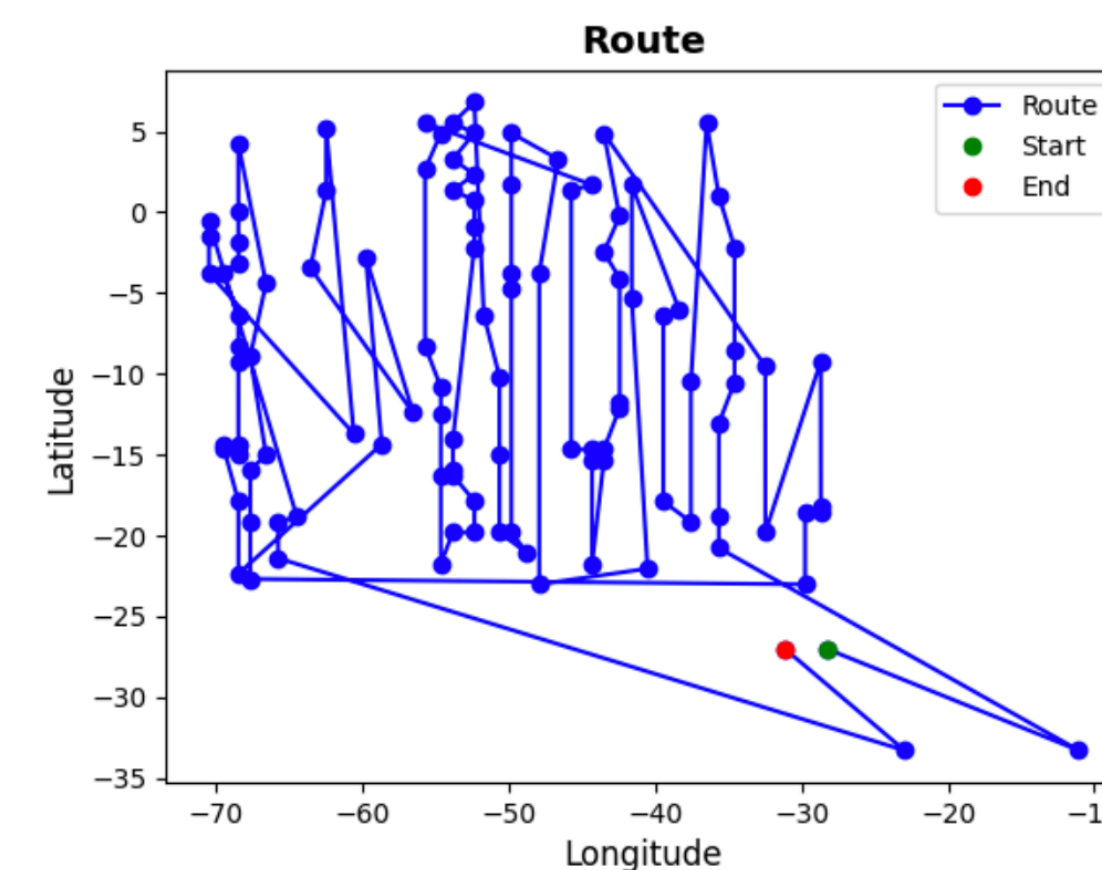
(a) Entrepôt A



(b) Entrepôt B



(c) Entrepôt C



(d) Entrepôt D