

Variantes del VRP

ICT 3464

Profesor Homero Larrain

Contenidos de la clase

Estructura de la red

Tipos de requerimiento

Restricciones intra-ruta

Características de la flota

Restricciones inter-ruta

Objetivos de optimización

Otras variantes

La familia del VRP

Existe una gran variedad de consideraciones prácticas que podríamos desear incorporar en la formulación de un problema de ruteo de vehículos.

Las variantes del VRP pueden ser clasificadas de acuerdo a:

- La estructura de la red.
- Tipos de requerimiento de transporte.
- Restricciones intra-ruta.
- Características de la flota.
- Restricciones inter-ruta.
- Objetivos de optimización.
- Etc.

Estructura de la red

Comúnmente, los problemas de ruteo consideran tareas asociadas a puntos en el espacio. Esto da lugar a los llamados **node routing problems**, es decir, problemas donde los puntos a visitar corresponden a nodos.

Otra posibilidad sin embargo, es que las tareas se encuentren asociadas a arcos de la red, dando origen a un **arc routing problem**.

Incluso es posible plantear problemas que consideren tareas en tanto arcos como nodos. Estos son conocidos como **general routing problems**.

Algunos ejemplos de problemas tipo arc-routing son:

- Entrega de correspondencia.
- Recolección de basura.
- Limpieza de calles.
- Etc.



Si la información para los costos de viajes es simétricas, el problema en general puede ser planteado usando un grafo no dirigido (**problema simétrico**).

Sin embargo, existen casos donde la asimetría fuerza a plantear el problema sobre un grafo dirigido, mixto, o incluso “ventoso” (**problema asimétrico**).

Tipos de requerimientos

En general, hemos definido el CVRP como un problema de distribución entre un depósito (bodega, centro de distribución) y un conjunto de clientes.

Existen varios otros tipos de requerimientos de transporte.

Distribución y recolección

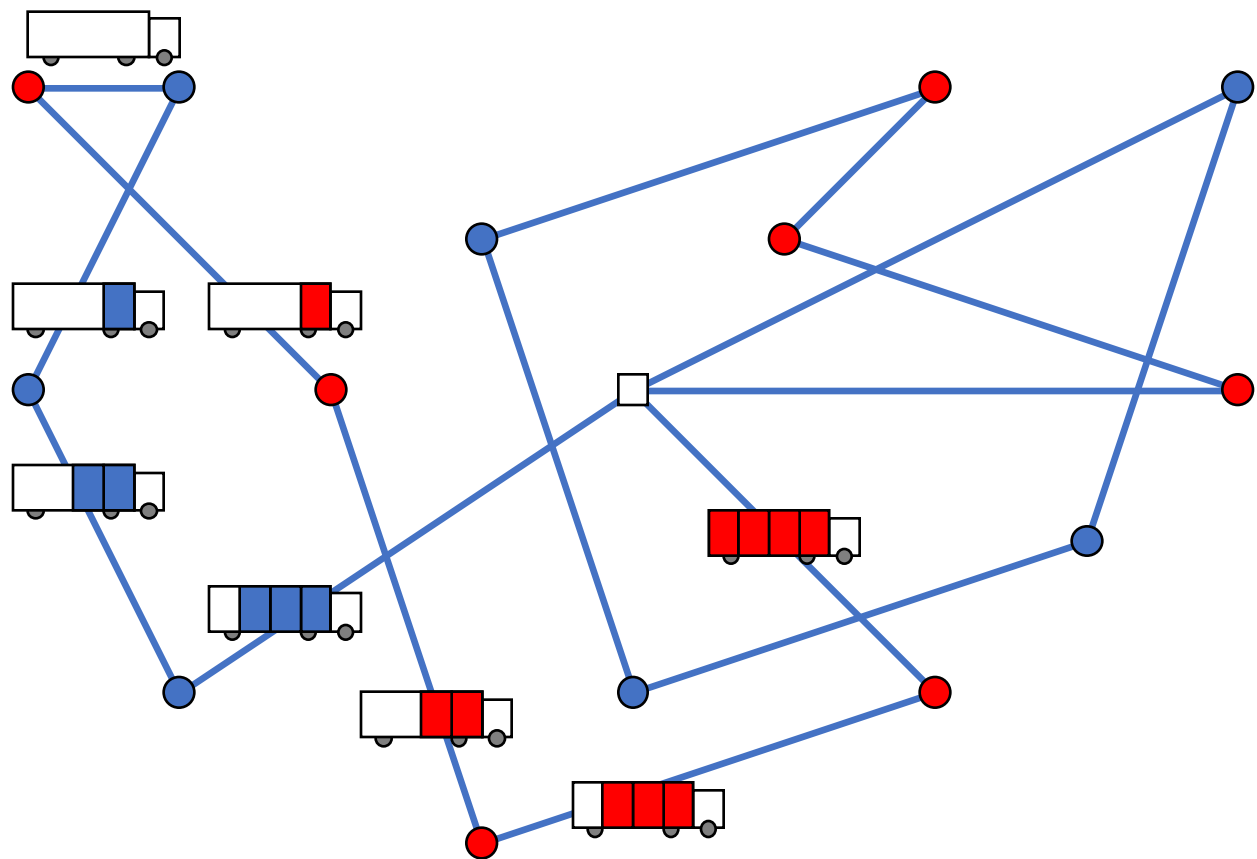
En primer lugar, los problemas de ruteo no necesariamente corresponden a repartos, sino también pueden corresponder a recolecciones.

Ejemplos de problemas de recolección aparecen tanto al comienzo de la cadena de distribución (recolección de leche en granjas) o al final de ésta (recolección de envases, recolección de desechos).

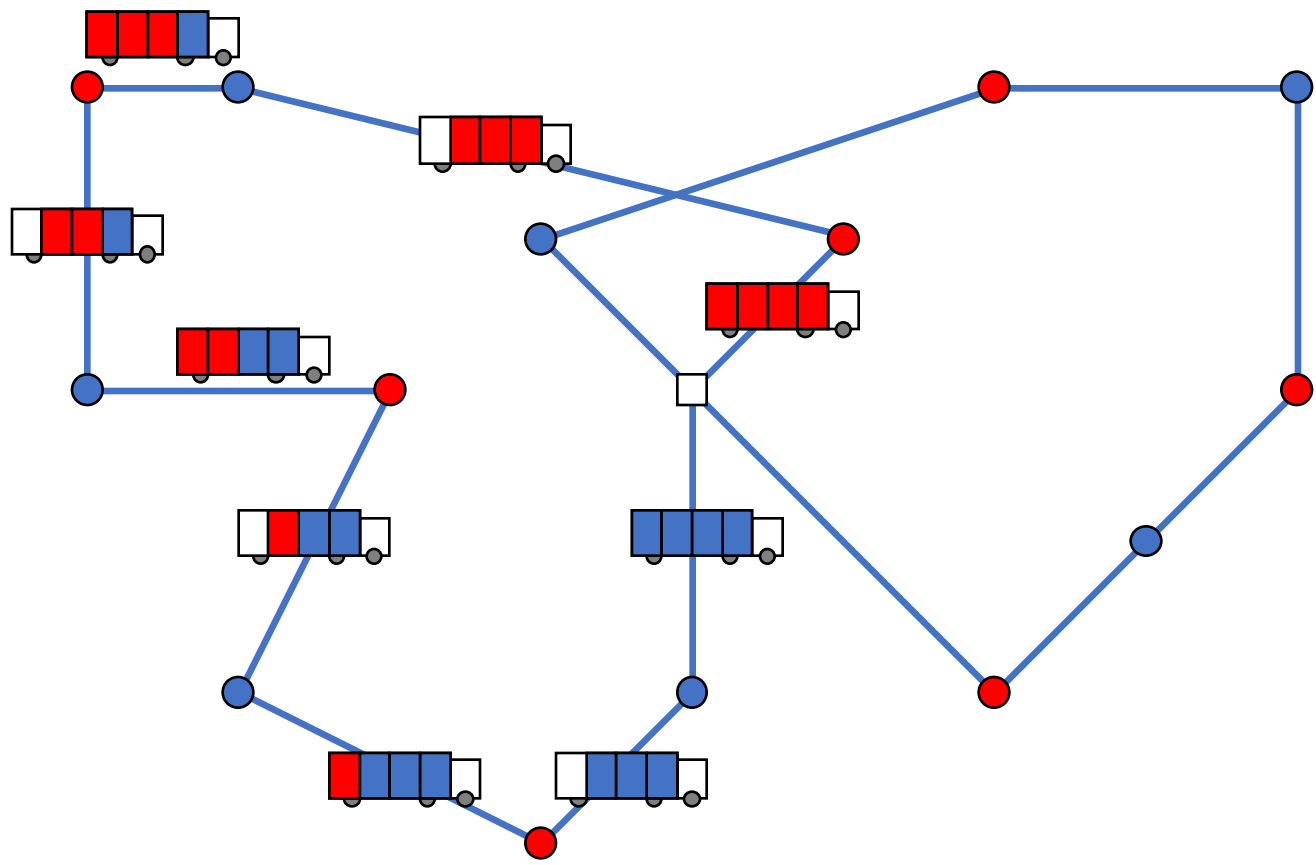
Los problemas de recolección pura son matemáticamente equivalentes a los de distribución pura: basta invertir las rutas para convertir las soluciones.

Una de las variantes más simples que considera distribución y recolección corresponde al **VRP con red de retorno** (o *backhauling*), VRPB. En este tipo de problemas, el vehículo debe en primer lugar distribuir la totalidad de su carga, y posteriormente visitar los nodos de recolección.

Si es posible visitar los nodos de distribución y los de recolección en cualquier orden, el problema pasa a ser un **VRPB mixto** (MVRPB). En este caso, y los que siguen, la capacidad del vehículo debe ser chequeada en cada arco de la ruta.



VRP con red de retorno



VRP con red de retorno mixto

Si los nodos poseen al mismo tiempo distribución y recolección (como sucede con los camiones que reparten bebidas y recolectan botellas) el problema pasa a ser un **VRP con pickup y delivery simultáneo**, VRPSPD. La variante de este problema donde el pickup y el delivery se pueden realizar en visitas separadas se conoce como **VRP con pickup y delivery divisible**, VRPDDP.

No todos los problemas de ruteo consideran distribución o recolección en sus nodos.

Existe también la tercera posibilidad donde los nodos deben ser simplemente visitados, sin existir un proceso físico de carga o descarga, como sucede en general en los problemas de ruteo de servicios (técnicos de televisión por cable, enfermeras visitando pacientes).

En estos problemas de ruteo la restricción de capacidad puede ser modelada en forma más sencilla (eliminación de sub-tours, por ejemplo).

Servicios alternativos e indirectos

Este problema ocurre en ocasiones donde la entrega, recolección o servicio puede ser efectuada en diferentes lugares.

Por ejemplo, una entrega podría ser efectuada a la casa del cliente, a su trabajo, o a una casilla.

SHOP



ORDER YOUR **PHONE** ONLINE.

Simply select Cardrops as your shipment method during checkout.

SHIP



WHILE YOU **WORK** WE LOCATE YOUR CAR.

Cardrops opens your trunk remotely the moment our trusted delivery partner arrives. We securely lock your car and keep you updated via SMS. No hassle, no worries.

SHINE



WE MAKE YOU **COOL!**

Driving around to pickup points and postal offices is so nineties, don't you think? With Cardrops we want you to just enjoy your new goodies.

El servicio Cardrops ofrece entregas a la maleta de tu auto.

Cuando una ruta puede visitar puntos cercanos a los de demanda, el problema se convierte en un **multi-vehicle covering tour problem**, MVCTP.

Transporte punto a punto

El diseño de rutas para transportar bienes o personas de un punto A a un punto B da lugar al conocido **pickup-and-delivery problem**, PDP. En el caso donde ni el origen ni el destino está fijo, este problema también es conocido como un **many-to-many VRP**, en oposición al VRP normal que sería **one-to-many**.

La versión con transporte de pasajeros suele ser conocida como **dial-a-ride problem** (DARP) y suele además incluir ventanas de tiempo y medidas de confort.

how to ride



1. Request a Ride

Our technology instantly finds the best ride for you and shows you the price before you book.



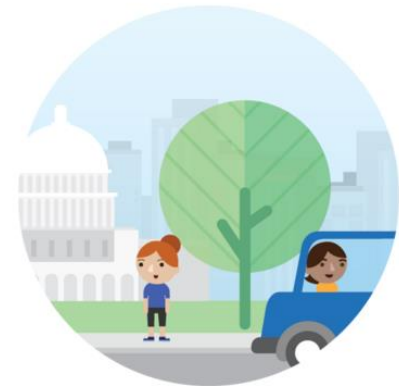
2. Walk to Your Pickup

Just a block or so away.



3. Grab a Seat

We'll pickup and dropoff other people along the way.



4. Share & Save

Save money every time, no matter how many people ride.

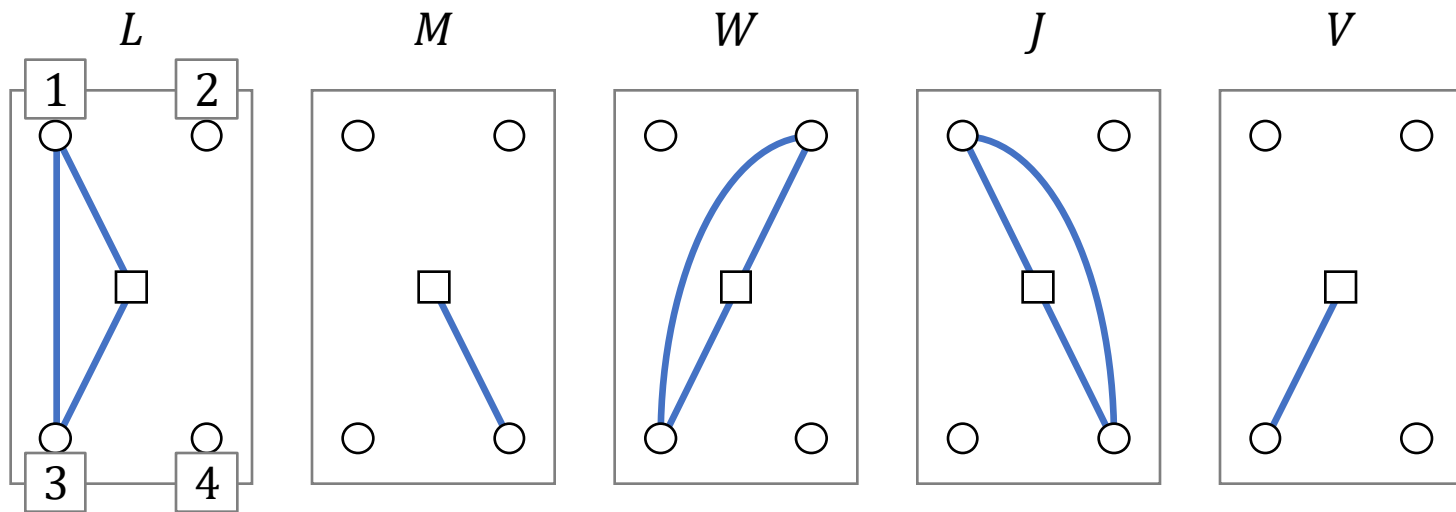
La aplicación Split ofrece viajes en autos compartidos.

Entregas repetidas

En ciertos casos, y por diversos motivos, los clientes dejan la decisión del momento de entrega en manos del proveedor.

En ocasiones donde el cliente desea poseer conocimiento anticipado de el funcionamiento de la operación de reparto, el problema puede ser modelado como un **VRP periódico**.

Este problema consiste en dos etapas de decisión. En primer lugar, se debe escoger para cada cliente un patrón de reparto, por ejemplo, lunes-miércoles o martes-jueves. En segundo lugar, se debe resolver el problema de ruteo asociado a cada periodo.



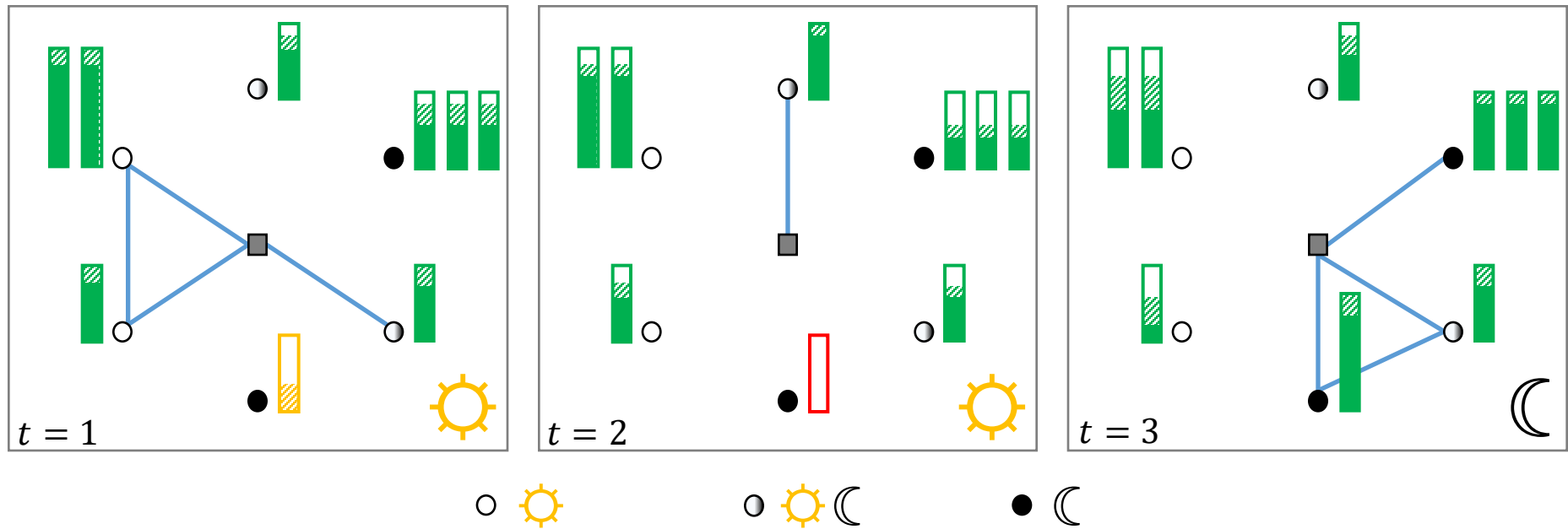
1	✓		✓		
2	✓		✓		✓
3	✓		✓		✓
4	✓	✓	✓	✓	✓

VRP periódico

Una segunda variante corresponde al **problema de ruteo de inventarios**, o IRP. En este problema el cliente deja en manos del proveedor la decisión de cuándo efectuar reposiciones por completo.

Las decisiones del proveedor en este problema pueden ser resumidas en tres preguntas:

- Cuándo visitar cada cliente.
- Cuánto reponer en cada visita.
- Qué rutas realizar en cada período.



Ejemplo de un IRP con stock-outs para ATMs.

Servicios divisibles e indivisibles

Por lo general, se asume que las entregas son indivisibles. Sin embargo, al relajar esta restricción en ocasiones es posible obtener importantes ahorros en los costos de distribución. Esta variante del problema es conocida como **split-delivery VRP** (SDVRP).

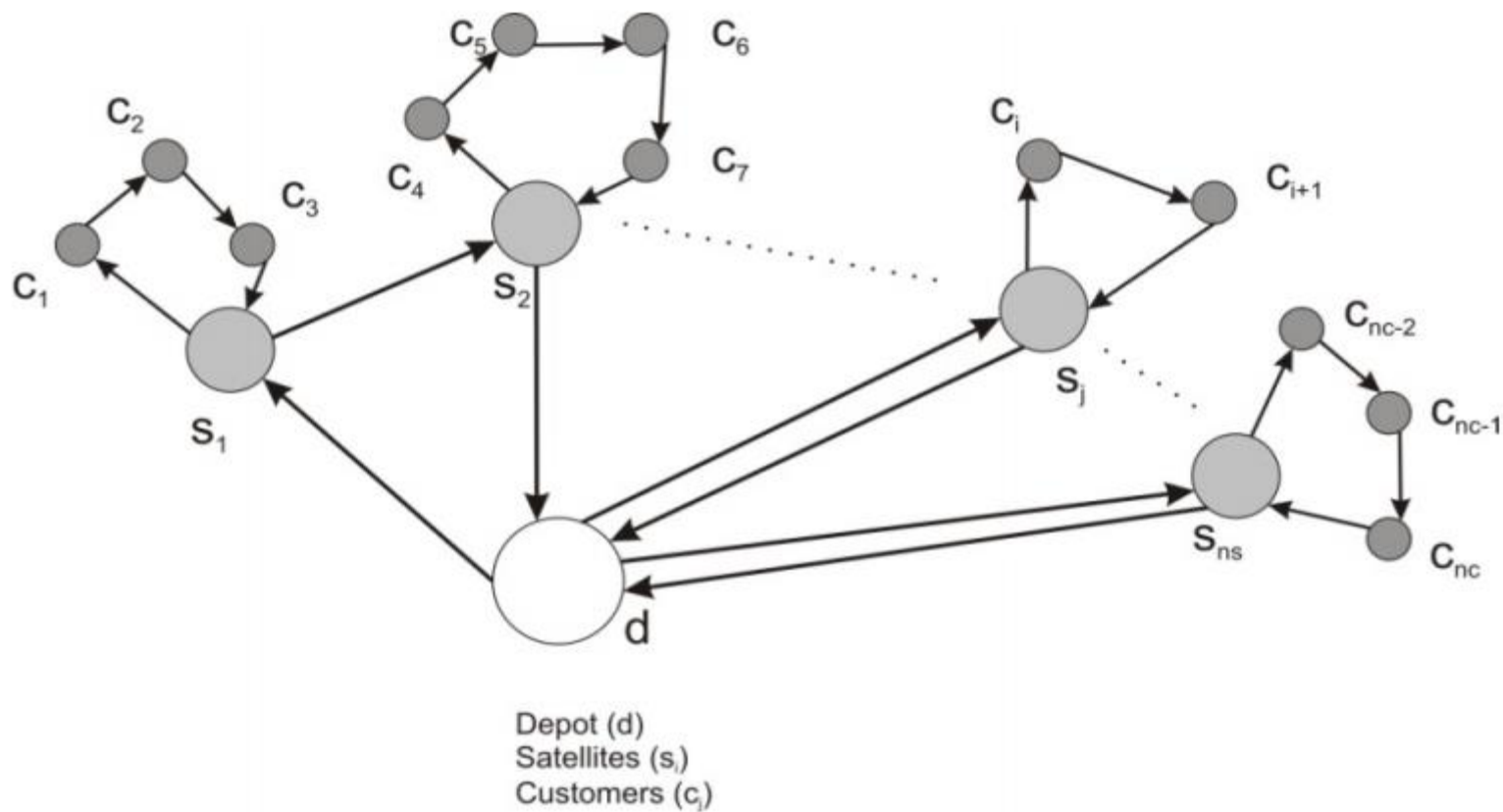
Envíos combinados y multimodalidad

Un envío combinado ocurre cuando un mismo pedido es enviado en distintas etapas de viaje. Esto sucede sobre todo en redes multimodales, donde las capacidades de los vehículos se encuentran adaptadas a las necesidades de cada etapa:

- Camiones largos para distancias largas y de carretera.
- Camiones pequeños en contexto urbano.
- Vehículos menores para contextos locales (*last mile* distribution).

Los envíos por etapas dan origen distintas estructuras de redes, tales como *hub-and-spoke*, y *cross-docking*, que a su vez definen una amplia variedad de nuevos problemas de ruteo.

Una de estas variantes es conocida como el **2-echelon VRP** (2E-VRP), en la que el ruteo utiliza *depots intermedios*, o satélites.



Red de distribución en dos escalones

Ruteo con beneficios y selección de servicios

Ya sea por poseer una flota de capacidad insuficiente o con el objetivo de maximizar las utilidades, es posible también combinar con el VRP la decisión de si atender o no cada cliente.

Esto se puede modelar mediante restricciones al nivel de servicio, o mediante penalidades asociadas al incumplimiento del servicio.

Estos problemas son conocidos por varios nombres, entre ellos el **VRP** (o TSP) **selectivo**, o el **maximum collection VRP** (o TSP).

Existen tres categorías para este tipo de problema:

- Si los costos de ruteo se combinan directamente con los beneficios, el problema se conoce como **profitable tour problem** (PTP) para el caso de un vehículo, y como **capacitated PTP** para el caso multi-vehículo.
- Si las rutas están acotadas en largo y se desea maximizar las utilidades el problema se conoce como **team orienteering problem** (TOP) para el caso multi-vehículo, y como **orienteering problem** (OP) para el caso con un vehículo.
- Si se exige una ganancia mínima y se desea minimizar los costos, el problema se conoce como **prize-collecting VRP** (PCVRP) en el caso multivehículo y como **prize-collecting TSP** en el caso con un vehículo.

Otro problema con selección de servicio es el **VRP con flota privada y carrier común** (VRPPC). En este problema el proveedor cuenta con la opción de asignar ciertos clientes a un tercero a un costo fijo.

Este problema puede ser replanteado como un PCVRP.

Ruteo estocástico y dinámico

Es posible incorporar en los problemas de ruteo la incertidumbre que existe respecto a los datos y condiciones del problema.

En general, se dice que un problema es:

- **Dinámico**, si la información relevante es revelada durante la operación.
- **Estocástico**, si las condiciones son inciertas pero modeladas como variables aleatorias con cierta distribución.

En el **VRP dinámico**, la información revelada gradualmente suele corresponder a la localización y demanda de los clientes.

Este problema es también llamado **en línea** o en **tiempo real** cuando la velocidad de respuesta de las heurísticas de solución es crítica.

Otras variantes dinámicas del problema son:

- Tiempos de viaje dinámicos (por ejemplo, para incorporar condiciones de tráfico impredecibles).
- Flota dinámica (por ejemplo, para incorporar imprevistos por fallas y retrasos de los vehículos).

En el **VRP estocástico** algunos datos, como los tiempos de viaje o las demandas, son variables aleatorias.

En general el objetivo de este problema es más bien estudiar el impacto en los costos de esta incertidumbre (por ejemplo, un vehículo puede ver su capacidad agotada con anticipación y verse forzado a retornar).

Restricciones intra-ruta

Estas son las restricciones que determinan si una ruta es factible o no.

Restricciones de carga

El caso básico corresponde a las restricciones del tipo:

$$\sum_{i \in V} q_i y_{ik} \leq Q, \quad \forall k \in K$$

Una posible extensión corresponde al caso donde la capacidad es limitada en diversas dimensiones (peso, volumen, valor, etc). Estas restricciones se pueden agregar en forma trivial.

Otras variantes más complejas surgen al considerar el espacio dentro de los vehículos.

En el **CVRP con restricciones de carga en 2-dimensiones** (2L-CVRP) se considera que los pedidos ocupan un espacio bidimensional en el camión. Además, el problema puede considerar agrupamiento de pedidos, que los ítems pueden ser rotados o no, y que los ítems no deben bloquear la salida del camión.

La variante tridimensional (**3L-CVRP**) considera además la estabilidad de la carga apilada.

Los vehículos multi-compartimento también plantean desafíos interesantes de modelar, dando origen al **VRP con compartimentos** (VRPC).

Este problema considera restricciones de compatibilidad al menos de dos tipo: ítem-ítem (productos que no pueden compartir compartimento) e ítem-compartimento (por ejemplo, para productos refrigerados).

Existen muchas otras consideraciones prácticas que podrían ser importantes de modelar en problemas de ruteo específicos. Tomemos como ejemplo el problema de ruteo de reciclaje de vidrio en Santiago que enfrenta Coaniquem.



RECICLA X LA SONRISA DE

TRANSPORTE
DE RESIDUOS
NO PELIGROSOS

22 8734000
RECICLAJE@COANIQUEM.ORG
7151

VIDRIO

RECICLA X
LA SONRISA DE UN
COANIQUEM

DE UN
NIQUEM

COANIQUEM
COANIQUEM.ORG

Largo de ruta

El **CVRP con restricciones de largo de ruta** (DCVRP) se puede modelar agregando restricciones del siguiente tipo:

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} x_{ijk} \leq L, \quad \forall k \in K$$

Estas restricciones pueden considerar tanto distancia como duración.

Uso múltiple de los vehículos

En general en los problemas de ruteo se asume que cada vehículo puede realizar una sola ruta durante el horizonte de planificación.

En el **VRP con uso múltiple de vehículos** (VRPM), un mismo vehículo puede realizar un conjunto de rutas con duraciones $T_1 + T_2 + \dots + T_p \leq T$, donde T es el largo del horizonte de planificación.

Este problema, también conocido como **multi-trip VRP** (MTVRP), ha cobrado relevancia para la logística urbana debido a la utilización de vehículos eléctricos de menor autonomía.

Ventanas de tiempo

En el **VRP con ventanas de tiempo** (VRPTW) se considera para cada arco un tiempo de viaje t_{ij} y para cada cliente una ventana definida por $[a_i, b_i]$.

Un horario, es decir una combinación de tiempos de visita para el cliente i por el vehículo k , T_{ik} , es considerado factible si:

$$a_i \leq T_{ik} \leq b_i, \quad \forall i \in V, k \in K$$

En esta restricción T_{ik} es irrelevante si k no visita a i .

Para construir el horario se incorporan restricciones del tipo:

$$x_{ijk} = 1 \Rightarrow T_{ik} + t_{ij} \leq T_{jk}, \quad \forall (i, j) \in A, k \in K$$

Esto puede ser linealizado usando una formulación similar a MTZ:

$$T_{ik} - T_{jk} + Mx_{ijk} \leq M - t_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A, k \in K$$

Notar que esta formulación permite llegar antes del tiempo a_i , y esperar.

Otras variantes del VRPTW:

- Ventanas de tiempo múltiples.
- Tiempos de viaje dependientes.
- Considerar tiempos de espera de los vehículos.
- Ventanas de tiempo “blandas”.
- Consideración de turnos de trabajo y regulaciones.

Características de la flota

Hasta ahora hemos considerado flotas homogéneas que comienzan y terminan sus viajes en un único lugar. Estos supuestos también se pueden generalizar.

Múltiples depósitos

Si la flota es homogénea, pero los vehículos pueden comenzar y terminar sus viajes en distintos depósitos, el problema se conoce como **VRP multi-depot** (MDVRP).

Si los vehículos corresponden a *depots* específicos, el problema puede ser fácilmente planteado como un VRP en tres índices donde los nodos o y d pasan a ser o_k y d_k , lo que no corresponde a un MDVRP.

Una variante donde los diferentes *depots* sirven de puntos de recarga intermedios está ligada al ya mencionado VRPM.

Flota heterogénea

Los vehículos de la flota pueden variar en capacidad, costos (fijos y variables), velocidades, y acceso a clientes.

La flota K puede ser particionada en $|P|$ subconjuntos de vehículos homogéneos con $K = K^1 \cup K^2 \cup \dots \cup K^{|P|}$. Cada vehículo $k \in K^p$ de tipo p está caracterizado por:

- Capacidad $Q_k = Q^p$.
- Costos de ruteo $c_{ijk} = c_{ij}^p$.
- Costos fijos $FC_k = FC^p$.
- Un subconjunto $N_k = N^p \subset N$ de clientes accesibles.

También se pueden considerar tiempos dependientes.

Los problemas heterogéneos pueden ser clasificados entre problemas de flota fija (**VRP heterogéneo**, HVRP), y problemas de flota variable (**fleet size and mix problem**, FSM).

Ruteo de camiones y remolques

En el problema de **ruteo de camiones con remolque** (TTRP) se considera una flota de dos tipos de vehículos: camiones sencillos, y camiones con remolque.

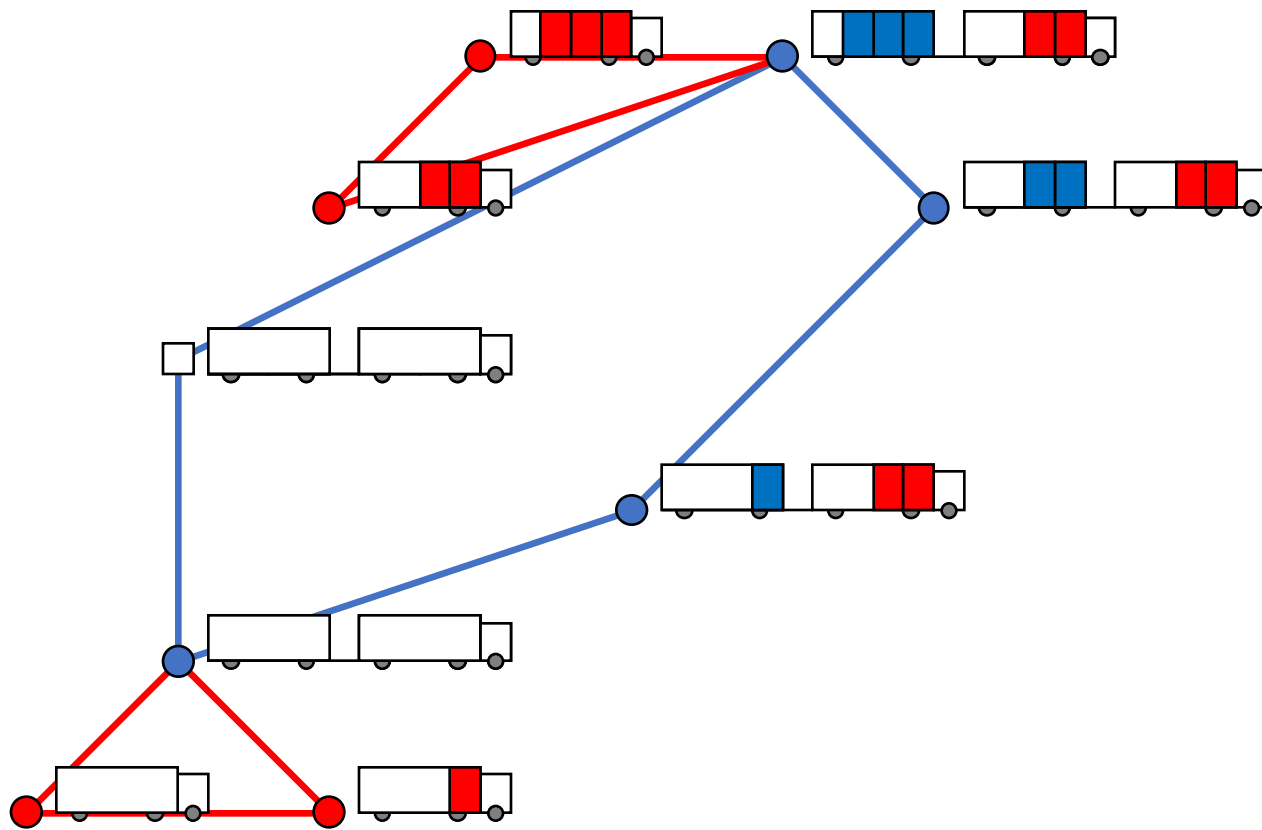
Los camiones con remolque poseen una mayor capacidad, pero no pueden acceder todas las ubicaciones.



El TTRP admite tres tipos de ruta:

- Rutas de camión simple, visitando cualquier tipo de cliente.
- Rutas de camión con remolque, visitando únicamente clientes accesibles.
- Rutas mixtas, donde el camión deja el remolque en algún lugar mientras realiza una sub-ruta de clientes inaccesibles para el remolque.

El **VRP with trailers and transshipments** (VRPTT) es un problema similar al TTRP, en el que los remolques pueden ser movidos por distintos camiones.



Problema de ruteo de camiones con remolque (TTRP)



El problema de ruteo de camiones con drones es una extensión del TTRP

<http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/drones/amp-electric-truck-delivery-drones>

Restricciones inter-ruta

En algunas ocasiones, la factibilidad de una solución a nivel de rutas no sólo depende de características de las rutas en forma individual (restricciones inter-ruta) sino también de la combinación de las rutas.

Restricciones de balanceo

Por motivos de equidad, es posible desear que la duración de las rutas se encuentre relativamente balanceada. Esto se puede imponer a través de un valor máximo para la diferencia entre la ruta más larga y la más corta, por ejemplo.

Otros criterios alternativos a la duración podrían ser:

- el largo de la ruta,
- la cantidad de carga,
- la cantidad de clientes,
- etc.

Sincronización

La sincronización ocurre cuando las rutas y horarios son interdependientes por temas de coordinación. El VRP con restricciones múltiples de sincronización (VRPMS) considera distintos tipos de sincronización:

- Sincronización de tareas.
- Sincronización de operación.
- Sincronización de movimientos.
- Sincronización de carga.
- Sincronización de recursos.

- La **sincronización de tareas** ocurre cuando las tareas son divisibles (SDVRP) o reiteradas (PVRP, IRP).
- La **sincronización de operación** ocurre cuando ciertas tareas poseen relaciones de simultaneidad o precedencia. Por ejemplo, ciertas operaciones pueden requerir la presencia de un técnico en un sitio de oferta y de otro en el sitio de demanda.
- La **sincronización de movimientos** ocurre cuando ciertos desplazamientos deben ser coordinados. Esto sucede en el problema con remolques (TTRP, VRPTT), o en el problema de las barredoras de nieve en calles de varias pistas.

- La **sincronización de carga** ocurre por ejemplo cuando existen traspasos de carga entre rutas.
- La **sincronización de recursos** ocurre cuando diferentes rutas comparten algún recurso, por ejemplo:
 - Múltiples depósitos con un límite en el número de vehículos.
 - Limitación del número de vehículos por zona.
 - *Depot* con capacidad de procesamiento limitado (por ejemplo, oficina de correo). En este caso los momentos de llegada también son relevantes.

Objetivos de optimización

Un primer tipo de variante de función objetivo del PRV es la que los valores de c_{ij} se fijan en cero o en un valor alto, de forma de modelar tipos específicos de operación.

Un ejemplo de esto es el **VRP abierto**, donde las rutas pueden terminar donde un cliente en lugar del depósito, o, equivalentemente, el costo del arco de retorno es despreciable.

Otro ejemplo es el ya mencionado VRP con red de retorno, que puede ser convertido de esta manera en un CVRP.

Objetivos ad-hoc a variantes

- VRP con selección: componente de beneficios (costos) por clientes atendidos (omitidos).
- VRP con flota heterogénea: costos fijos FC_k por tipo de vehículo.
- Costos asociados a largos de ruta.
- Costos asociados a la tardanza de servicio, $p_i \max(T_i -$

Objetivos alternativos

- **Delivery man problem with time windows:** minimizar el tiempo en vehículo de la carga, $\sum_{k \in K} \sum_{i \in N} (T_{ik} - T_{ok})$. Utilizado para bienes perecibles o pasajeros.
- Costos detallados de transporte, considerando tarifas por carga, distancia y tiempo, que dan lugar a funciones objetivo no lineales.
- Minimización de emisiones (*green vehicle routing*). También es generalmente no lineal.

No un objetivo alternativo, pero práctica común, es incorporar en la F.O. penalizaciones para restricciones blandas.

Objetivos simples versus compuestos

En problemas de ruteo es común contar con más de un objetivo. Existen diferentes estrategias para abordar esta situación.

- Optimización con un único objetivo.
- Optimización con objetivos jerárquicos.
- Optimización multi-objetivo.

Otras variantes

Integración con distintos niveles de planificación:

- Ruteo más inventarios: IRP.
- Ruteo más planificación de la producción: **production routing problem**, PRP.
- Ruteo más localización de facilidades: **location routing problem**, LRP.