
TP1 - Diseño de controladores en el dominio temporal

A-17 Teoría de control

1 INTRODUCCIÓN

Sabiendo que se dispone del modelo riguroso del sistema “Producción de Biodiesel en un reactor agitado” mostrado en la *figura 1*, se aplicarán distintas estrategias de diseño de controladores con el fin de controlar la concentración de biodiesel del reactor.

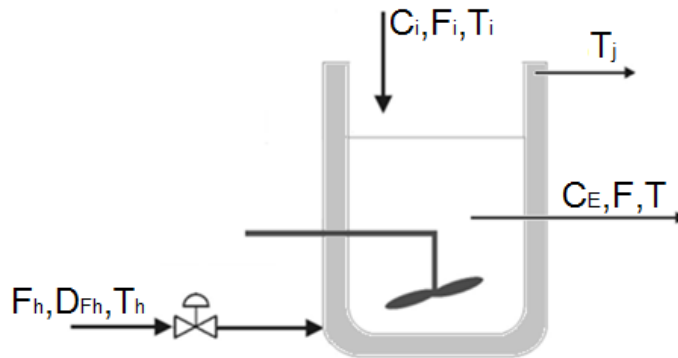


Figura 1. Reactor de Biodiesel

Entradas:

- F_h : Flujo de líquido de calentamiento (**variable manipulada, MV**)
- D_{Fh} : Perturbación del flujo de líquido de calentamiento (**perturbación no medible, DV**)
- T_h : Temperatura del líquido de calentamiento
- T_i : Temperatura del reactivo entrante
- C_i : Concentración del reactivo entrante
- F_i : Flujo de reactivo entrante (**perturbación medible, DV**)

Salidas:

- C_E : Concentración de biodiesel (**variable a controlar, CV**)
- T_j : Temperatura del líquido de calentamiento en la camisa
- F : Flujo de biodiesel
- T : Temperatura del biodiesel

A continuación se presenta un listado sucinto de las técnicas de control a implementar y el objetivo que las mismas persiguen.

- Controladores feedback
 - ⇒ Seguimiento de setpoint y rechazo de perturbaciones
- Controladores feedforward
 - ⇒ Mejorar el rechazo de perturbaciones medibles
- Predictor de Smith
 - ⇒ Compensar el tiempo muerto del sistema
- Controladores en cascada
 - ⇒ Mejorar el rechazo de perturbaciones no medibles

K (Ganancia): se calcula como

$$K = \frac{B}{A} \quad \text{Ec. 2}$$

$$B = y(t_{Final}) - y(t_0)$$

$$A = u(t_{Final}) - u(t_0)$$

Para identificar la planta, deberá excitarse la variable de entrada F_h con un cambio del tipo escalón (*step-test*). Luego a partir de la respuesta obtenida se procede al cálculo de los parámetros de la función transferencia de la planta. A modo de ejemplo, se mostrará cómo puede obtenerse la función transferencia que vincula F_h (MV) con C_E (CV). Se programó una subrutina llamada `Cohen_Coon.m` que, a partir de los datos obtenidos con el *step-test*, calcula los parámetros de la función de transferencia. Para correr la subrutina se procede de la siguiente manera:

1. Realizar el *step-test* produciendo un cambio de tipo escalón de magnitud +4% en F_h (MV).
2. Con los datos obtenidos, ejecutar la subrutina `Cohen_Coon.m` para obtener los parámetros de la función de transferencia.

Al calcular los parámetros, la función de transferencia resulta aproximadamente:

$$G_p(s) = \frac{C_E(s)}{F_h(s)} = \frac{0.2081}{125.9s + 1} e^{-21.8s} \quad \text{Ec. 3}$$

2.1.1 Validación del modelo

Antes de continuar con el cálculo de los parámetros de ajuste de los controladores mediante Cohen-Coon, se deberán corregir (ajustar manualmente) los valores de los parámetros del modelo identificado $G_p(s)$. Para ello, se deberán comparar las respuestas temporales de la planta y la del modelo, ante una misma excitación.

Con los valores de t_{ita} , τ_{ao} y K finales, obtener la función transferencia ajustada. Como referencia, se muestra aquí la transferencia ajustada por la Cátedra:

$$G_p(s) = \frac{C_E(s)}{F_h(s)} = \frac{0.209}{102.56s + 1} e^{-23.3s}$$

2.2 Cálculo de Controladores

Para cada uno de los métodos desarrollados a continuación, los parámetros presentados en las tablas corresponden a la siguiente ley de control u (ley teórica o ideal):

$$u = Kc \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) e$$

donde e es el error. Como la variable controlada es C_E y la manipulada F_h , para el ajuste del controlador se deberán usar los parámetros de la función de transferencia $G_p(s)$.

2.2.1 Método Cohen–Coon

Una vez obtenidos los parámetros de la planta se pueden ajustar los controladores según sea un P, PI o PID de acuerdo con la Tabla 1.

Tabla 1: ajuste por método de Cohen-Coon

| Parámetros Control | P | PI | PID |
|-----------------------|--|--|--|
| K_c | $\frac{\tau}{K\theta} \left(1 + \frac{\theta}{3\tau} \right)$ | $\frac{\tau}{K\theta} \left(0.90 + \frac{\theta}{12\tau} \right)$ | $\frac{\tau}{K\theta} \left(\frac{4}{3} + \frac{\theta}{4\tau} \right)$ |
| τ_i | - | $\theta \frac{30 + 3\theta/\tau}{9 + 20\theta/\tau}$ | $\theta \frac{32 + 60\theta/\tau}{13 + 8\theta/\tau}$ |
| τ_d | - | - | $\theta \frac{4}{11 + 2\theta/\tau}$ |

Para realizar el cálculo de los parámetros utilizar el script llamado `CC_Controladores.m`, que responde a la Tabla 1.

2.2.2 Método Ziegler–Nichols

Este método se basa en un análisis de estabilidad (en simulación) realizado a lazo cerrado con un controlador proporcional. El método consiste en calcular la ganancia última K_{cu} , valor crítico para el cual la planta se hace críticamente estable, y el correspondiente período de oscilación último P_u .

Con estos valores se pueden calcular los parámetros de ajuste de los controladores empleando la Tabla 2.

Tabla 2: ajuste por método de Ziegler Nichols

| Parámetros Control | P | PI | PID |
|-----------------------|-------------|--------------|-------------|
| K_c | $0.5K_{cu}$ | $0.45K_{cu}$ | $0.6K_{cu}$ |
| τ_i | - | $P_u/1.2$ | $P_u/2$ |
| τ_d | - | - | $P_u/8$ |

Cálculo de K_{cu} y P_u

Para el caso que nos ocupa, la función de transferencia es:

$$G_p(s) = \frac{C_E(s)}{F_h(s)} \quad \text{Ec. 4}$$

Utilizando el archivo `Modelo_GuPu.mdl`, se puede calcular el valor de K_{cu} y de allí obtener el período último P_u . Graficando la salida en función del tiempo se obtendrá la *figura 4*.

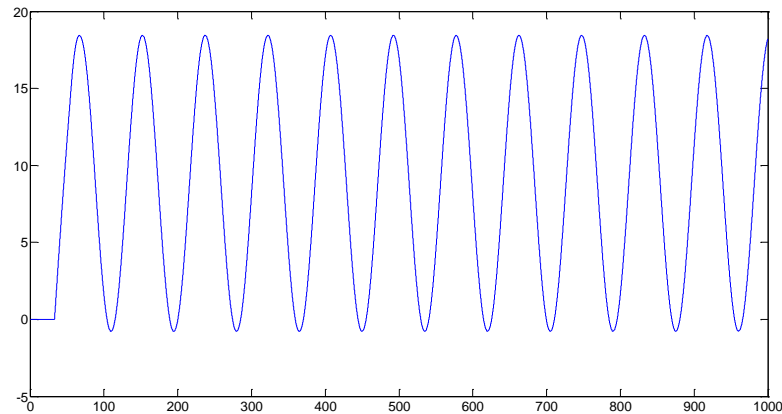


Figura 4. Respuesta del sistema cuando el valor de $K_c = K_{cu}$.

Utilizando el comando `ginput` es posible obtener las coordenadas de los puntos para determinar el valor de P_u . Con los valores de K_{cu} y P_u , utilizando la subrutina `ZN_Controladores.m` pueden calcularse los parámetros de los diferentes controladores.

2.2.3 Método IMC

El control IMC (*Internal Model Control* por sus siglas en inglés) plantea una compensación fundada en el modelo del proceso a controlar. En particular, si el esquema de control se basara en un modelo exacto del proceso, entonces con la siguiente configuración sería posible el control perfecto en cuanto al comportamiento servo:

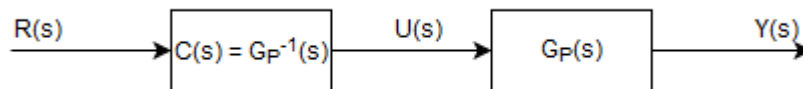


Figura 5. Servocontrol ideal a lazo abierto.

Sin embargo esto no es posible ni conveniente en la práctica, puesto que suele haber perturbaciones que afectan al sistema, sumado a las discrepancias en el modelado, y al hecho de que dicho modelo no siempre es invertible. Así, creando un lazo de realimentación se arriba a la estrategia de control mostrada en la figura 6, que tiene la potencialidad de control perfecto. Nótese que, si el modelo es exacto, las salidas del modelo y del proceso son exactamente iguales y por tanto (ante una ausencia de perturbaciones) el sistema trabaja virtualmente a lazo abierto, reduciéndose al caso anterior.

Luego, reagrupando los bloques se puede obtener un controlador Feedback equivalente.

Adicionalmente, para mejorar la robustez del control, el efecto de las discrepancias en el modelado debe ser minimizado. Dado que dichas discrepancias generalmente ocurren a altas frecuencias, se implementa un filtro pasa bajos para atenuar los efectos de las discrepancias. El orden del filtro incidirá sobre el del controlador resultante.

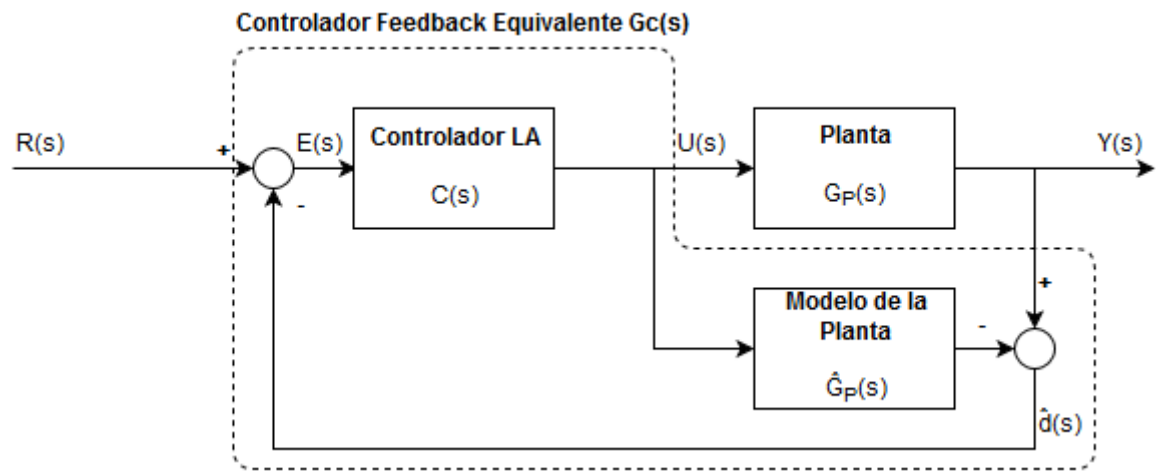


Figura 6. Fundamento del control IMC.

Aplicado a nuestro modelo de primer orden con retardo $G_p(s)$ identificado anteriormente (ver sección 2.1), para calcular los parámetros del controlador se deberán utilizar las relaciones mostradas en la Tabla 3. Tener en cuenta que debe elegirse un valor de λ (parámetro ajustable del filtro) mayor a 0.2τ (filtrado de altas frecuencias).

Tabla 3: ajuste por método IMC

| Parámetros Control | PI | PI – “Mejorado” | PID |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------------------|---|
| K_c | $\frac{\tau}{\lambda K}$ | $\frac{2\tau + \theta}{2\lambda K}$ | $\frac{2\tau + \theta}{2K(\lambda + \theta)}$ |
| τ_i | τ | $\tau + \frac{\theta}{2}$ | $\tau + \frac{\theta}{2}$ |
| τ_d | - | - | $\frac{\tau\theta}{2\tau + \theta}$ |

Con la subrutina `IMC_Controladores.m` pueden calcularse los parámetros de los controladores. Se debe tener en cuenta las restricciones sobre los valores que puede tomar λ .

2.3 Confección del Informe: Parte I

- 1.- Graficar la respuesta temporal del step-test realizado, es decir gráfica de C_E para un salto escalón de magnitud +4% de F_h .
- 2.- Identificar la función transferencia $G_p(s) = \frac{C_E(s)}{F_h(s)}$ por el método de Cohen-Coon, utilizando la subrutina `Cohen_Coon.m`. Ajustar y validar el modelo (sección 2.1.1), indicando los valores antes y después del ajuste.

3.- Determinar los parámetros de ajuste de los controladores P, PI y PID utilizando:

3.1.- Método de Cohen-Coon (CC)

3.2.- Método de Ziegler-Nichols (ZN)

3.3.- Método IMC

Análisis del servo comportamiento

4.- Por cada uno de los métodos de ajuste empleados (CC, ZN, IMC) presentar una gráfica donde se superponga la respuesta temporal de la variable controlada (C_E) para cada tipo de controlador calculado (P, PI, PID), cuando se produce un cambio escalón de setpoint de concentración C_E de +2%. Indicar los valores de K_C , T_i y T_D utilizados.

5.- Determinar el índice IAE para cada uno de los controladores P, PI y PID diseñados. Determinar cuál de los tres controladores PID presenta mejor comportamiento (mínimo IAE).

6.- Conclusiones generales.

3 CONTROLADORES FEEDFORWARD

Continuando con el control del reactor de biodiesel de la *figura 1*, se complementará el controlador Feedback diseñado anteriormente (sección 2) con un controlador Feedforward con el fin de rechazar perturbaciones medibles, en particular cambios de flujo del reactivo entrante (F_i). El esquema del controlador Feedforward se muestra en la *figura 6*.

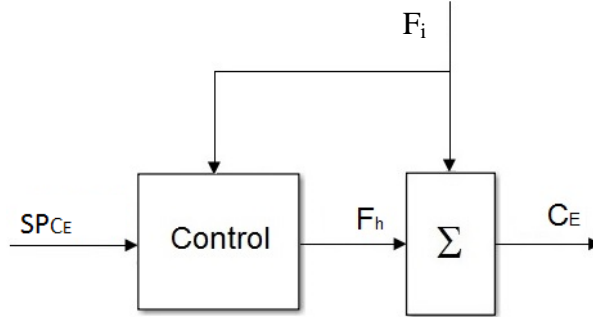


Figura 6. Esquema del controlador Feedforward

La función transferencia que vincula la variable controlada C_E con la perturbación medible F_i y con la variable manipulada F_h es:

$$C_E(s) = G_p(s)F_h(s) + G_d(s)F_i(s) = SP_{C_E}(s) \quad \text{Ec. 5}$$

Donde:

- $G_p(s)$: Función transferencia que vincula la variable controlada C_E con la manipulada F_h .
- $G_d(s)$: Función transferencia que vincula la variable controlada C_E con la perturbación F_i .

Despejando F_h para que se cumpla la condición de control perfecto (Ec. 5) queda:

$$F_h(s) = \frac{1}{G_p(s)} SP_{C_E}(s) - \frac{G_d(s)}{G_p(s)} F_i(s) \quad \text{Ec. 6}$$

La ecuación anterior puede expresarse como:

$$F_h(s) = G_{SP}(s) SP_{C_E}(s) + G_{ff}(s) F_i(s) \quad \text{Ec. 7}$$

Donde:

- $G_{SP}(s) = \frac{1}{G_p(s)}$ relaciona el setpoint de concentración $SP(C_E)$ con la variable manipulada F_h .
- $G_{ff}(s) = -\frac{G_d(s)}{G_p(s)}$ relaciona la perturbación medida F_i con la variable manipulada F_h .

Para el caso que $G_p(s)$ y $G_d(s)$ sean funciones transferencia de primer orden con tiempo muerto, se tiene:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{(\tau_p s + 1)} e^{-\alpha_p s} \quad G_d(s) = \frac{K_d}{(\tau_d s + 1)} e^{-\alpha_d s} \quad \text{Ec. 8}$$

La forma general que toman $G_{SP}(s)$ y $G_{ff}(s)$ en este caso es:

$$G_{SP}(s) = \frac{(\tau_p s + 1)}{K_p} \quad G_{ff}(s) = -K_{ff} \frac{(\tau_p s + 1)}{(\tau_d s + 1)} e^{\gamma s} \quad \text{Ec. 9}$$

Donde:

- $K_{ff} = \frac{K_d}{K_p}$ y $\gamma = \alpha_p - \alpha_d$

Para el caso que γ (Ec. 9) sea positivo, no será posible incluirlo en el diseño ya que implica un predictor que resulta físicamente irrealizable.

Típicamente, el controlador Feedforward se utiliza como complemento de un controlador Feedback (sección 2) de modo de rechazar perturbaciones medibles con mejor desempeño. En la *Figura 7* se muestra la configuración habitual a implementar en este TP:

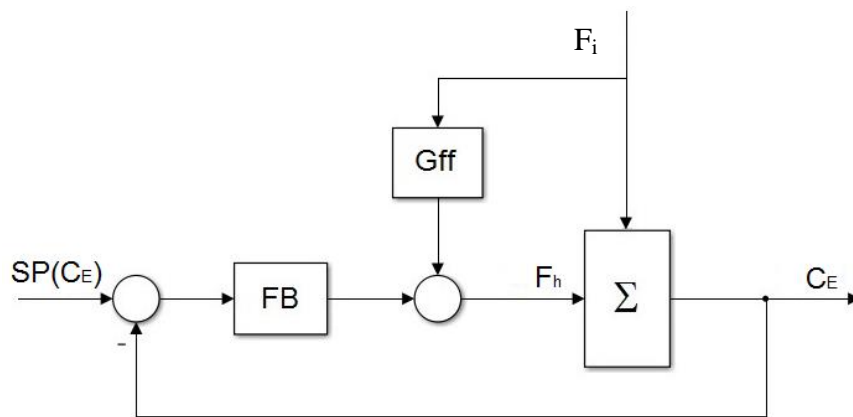


Figura 7. Controlador Feedback + Feedforward

3.1 Confección del informe: Parte II

1. Identificar la función transferencia $G_d(s) = \frac{C_E(s)}{F_i(s)}$ por el método de Cohen-Coon (salto escalón de magnitud +4% en F_i), utilizando la subrutina `Cohen_Coon.m`. Ajustar y validar el modelo. Como referencia, se muestra aquí la FT ajustada por la Cátedra:

$$G_d(s) = \frac{C_E(s)}{F_i(s)} = \frac{-0.61095}{94.851s + 1} e^{-7.03s}$$

2. A partir de las funciones transferencias $G_p(s)$ y $G_d(s)$ obtenidas, diseñar el correspondiente controlador Feedforward (G_{ff}) para la perturbación F_i .

3. Presentar una gráfica donde se superponga la evolución temporal de C_E cuando se produce una perturbación de +1% en F_i para:

3.1.- El mejor PID obtenido en la sección 2.

3.2.- El control combinado Feedback + Feedforward (*Figura 7*), utilizando el mismo controlador del ítem 3.1 como controlador Feedback.

4. Completar el punto anterior (ítem 3) presentando una gráfica comparativa con la evolución temporal de la variable manipulada F_h .

5. Calcular el índice IAE para cuantificar las diferencias entre las dos estrategias de control.

6. Conclusiones generales.

4 PREDICTOR DE SMITH

Los procesos con tiempo muerto (como el reactor de biodiesel de la *figura 1*) presentan un (significativo) retraso en la respuesta a la acción de control. La mayoría de los procesos de la industria química poseen un comportamiento de este tipo. Para estos casos, un agresivo ajuste (alta ganancia) del controlador Feedback podría inestabilizar el sistema a lazo cerrado.

Para compensar los efectos no deseados del tiempo muerto, una alternativa es modificar el esquema clásico de control Feedback (sección 2) por el que se presenta en la *Figura 8*

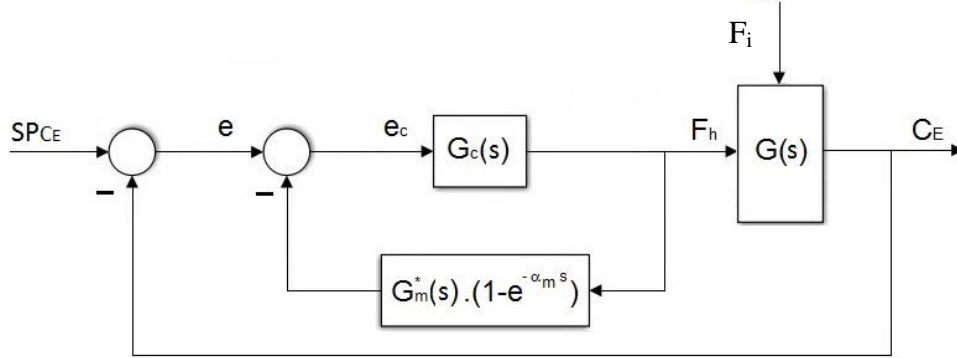


Figura 8. Esquema de compensador de tiempo muerto

donde

$$G(s) = G^*(s)e^{-\alpha s} \quad \text{Ec. 10}$$

$$G_m(s) = G_m^*(s)e^{-\alpha_m s} \quad \text{Ec. 11}$$

representan el proceso real y un modelo del mismo, respectivamente. Notar que el subíndice m hace referencia al modelo, y el superíndice $*$ a la transferencia que no presenta tiempo muerto.

En este contexto, la señal que alcanza al controlador $G_c(s)$ se trata de una señal de error corregida, dada por:

$$e_c(s) = SP(C_E) - C_E(s) - G_m^*(s)F_h(s) + G_m^*(s)e^{-\alpha_m s}F_h(s) \quad \text{Ec. 12}$$

Suponiendo que no existen errores de modelado es: $G_m^*(s) = G^*(s)$ y $\alpha_m = \alpha$

Resultando:

$$e_c(s) = SP(C_E) - C_E^*(s) \quad \text{Ec. 13}$$

Por lo tanto el compensador propuesto en la *Figura 8* eliminaría el factor de tiempo muerto del lazo de realimentación (potencial causa de inestabilidad para altas ganancias del controlador) si no existen errores de modelado.

Puede demostrarse que el diagrama en bloques de la *Figura 8* es equivalente al que se puede observar en la *Figura 9*

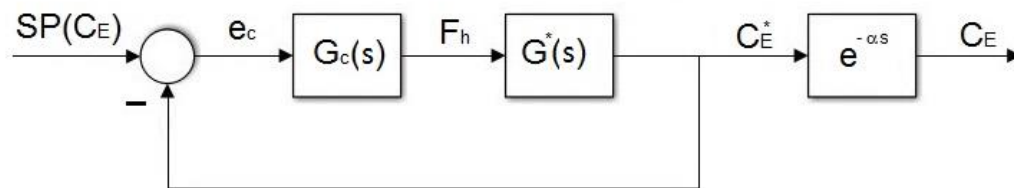


Figura 9. Esquema del predictor de Smith

donde puede verse que C_E^* es una predicción de C_E exactamente α unidades de tiempo antes: $C_E^* = e^{\alpha s} C_E$.

Este esquema fue desarrollado por Smith, y generalmente se lo conoce como *Compensador o Predictor de Smith*. Debe notarse que los errores de modelado afectarán el desempeño del predictor, siendo esta su principal desventaja.

4.1 Confección del informe: Parte III

1. A partir de la función transferencia $G_p(s)$ obtenida en la sección 2 (ajustada y validada), diseñar el correspondiente compensador de tiempo muerto.
2. Diseñar el controlador PI correspondiente al esquema con compensador de Smith utilizando el método IMC. Tener en cuenta que deberá considerarse tiempo muerto nulo para el diseño. Además, recordar que es posible utilizar un ajuste más agresivo del controlador.
3. Presentar una gráfica donde se superponga la evolución temporal de C_E cuando se produce un salto escalón del +2% en el setpoint para:
 - 3.1.- El controlador PI obtenido en la sección 2 con el método IMC.
 - 3.2.- El control con compensador de tiempo muerto (puntos 1 a 2).
4. Analizar el comportamiento de C_E ante un aumento de la ganancia del controlador PI para un esquema con y sin predictor de Smith.
5. Calcular el índice IAE para cuantificar las diferencias entre las dos estrategias de control.
6. Conclusiones generales

5 CONTROLADORES EN CASCADA

En las secciones anteriores, no se tuvo en cuenta la existencia de la válvula que manipula el flujo de líquido de calentamiento hacia el reactor. En esta sección, se considerará explícitamente el modelo de la válvula que relaciona el flujo de líquido de calentamiento (F_h) con el porcentaje de apertura especificado ($\%_{Ap}$).

Además, se analizará la presencia de la perturbación no medible D_{Fh} (perturbación del flujo de líquido de calentamiento). La misma se debe a una variación de presión que podría existir a la entrada de la válvula, afectando así la relación entre $\%_{Ap}$ y F_h .

Notar que para este caso no será posible utilizar una estrategia Feedforward ya que la perturbación a manejar es no medible. Por ello, se propone la implementación de un esquema de control en cascada como el que se muestra en la *figura 11*

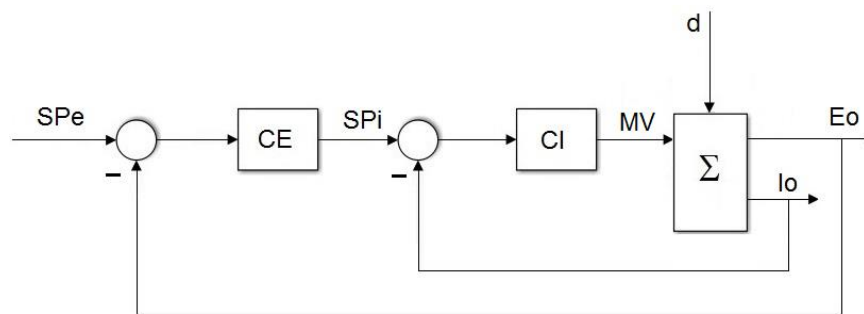


Figura 11. Esquema de control en cascada

El control en cascada se trata de un esquema de control multi-lazos para sistemas SISO (Single Input-Single Output), donde existe una variable manipulada y más de una medición.

Para nuestro caso de estudio existirán dos lazos anidados, uno denominado *interno* y el otro, *externo*. La idea es que el controlador interno “rechace” rápidamente la perturbación D_{Fh} , y que el controlador externo se encargue de controlar la salida C_E de acuerdo con el setpoint $SP(C_E)$. Para el estudio del reactor de Biodiesel (ver *figura 1*) se puede pensar el proceso global particionado según dos subsistemas. El primero representa la dinámica de la válvula (F_h , $\%_{Ap}$) mientras que el segundo representa la dinámica del reactor (C_E, F_h) como se puede observar en la *figura 12*.

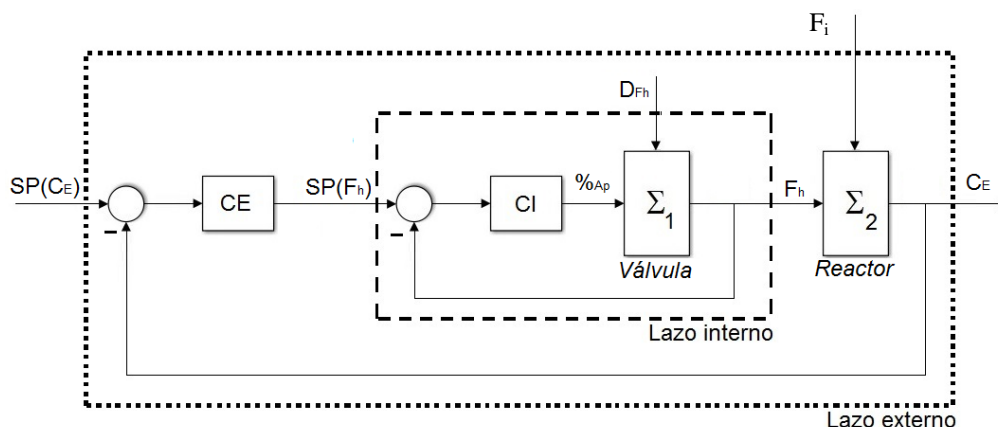


Figura 12. Lazo en el esquema de control en cascada

Para analizar el comportamiento del sistema con control cascada, es importante analizar el lazo interno. Así, es posible expresar el flujo de líquido de calentamiento F_h (salida del lazo interno) en función del setpoint de líquido de calentamiento $SP(F_h)$ y de la perturbación no medible D_{Fh} :

$$F_h = \frac{CI \cdot g_v}{1 + CI \cdot g_v} \cdot SP(F_h) + \frac{g_d}{1 + CI \cdot g_v} \cdot D_{Fh}$$

Donde g_d representa la transferencia entre D_{Fh} y F_h , y g_v la transferencia entre $\%_{Ap}$ y la variable F_h . Podemos reescribir la función transferencia anterior como:

$$F_h = G_1 \cdot SP(F_h) + G_2 \cdot D_{Fh}$$

Se puede apreciar que mientras la ganancia del controlador CI se incrementa, $G_1 \rightarrow 1$, $G_2 \rightarrow 0$ y $F_h \rightarrow SP(F_h)$. Con un lazo interior que actúe rápido (ganancia controlador CI alta) el sistema general se vuelve menos vulnerable a los efectos de la perturbación D_{Fh} .

5.1 Confección del informe: Parte IV

Diseño de un controlador Feedback para el sistema Válvula+Reactor

1. Diseñar un controlador Feedback PID para el sistema válvula-reactor. Tener en cuenta que la variable manipulada es el porcentaje de apertura de la válvula $\%_{Ap}$ (en el punto de operación, $\%_{Ap}=50\%$), y la variable a controlar es C_E . Verificar el comportamiento del controlador diseñado a través de: a) salto escalón del +2% en el setpoint, b) salto escalón en la perturbación D_{Fh} de un +1% del valor nominal de F_h .

Nota: el desempeño de este controlador será comparado luego (ver punto 6) contra la estrategia en cascada, al considerar el efecto de la perturbación no medible D_{Fh} .

Diseño del controlador en cascada

2. Con la planta a lazo abierto, modelar el efecto que tiene el $\%_{Ap}$ sobre F_h utilizando un escalón del 4%. Para ello se deberá obtener la función transferencia utilizando Cohen-Coon (sección 2.1).

3. Con la transferencia obtenida, diseñar un controlador PI correspondiente al lazo interno. El setpoint de dicho lazo será el flujo de líquido de calentamiento deseado, es decir $SP(F_h)$. Verificar el comportamiento del controlador diseñado a través de: a) salto escalón del +2% en el setpoint, b) salto escalón en la perturbación D_{Fh} de un +1% del valor nominal de F_h .

4. Con el lazo interno cerrado, identificar la función transferencia que relaciona el $SP(F_h)$ con C_E utilizando un escalón del 4%. Para ello utilizar el método de Cohen-Coon (sección 2.1).

5. Con la transferencia obtenida, diseñar un controlador PID correspondiente al lazo externo. Verificar el comportamiento del controlador diseñado a través de: a) salto escalón del +2% en el setpoint, b) salto escalón en la perturbación D_{Fh} de un +1% del valor nominal de F_h .

6. Presentar una gráfica donde se superponga la evolución temporal de C_E cuando se produce una perturbación de +1% en D_{Fh} para:

6.1.- El controlador obtenido en el punto 1.

6.2.- El control cascada diseñado (puntos 2 a 5).

7. Calcular el índice IAE para cuantificar las diferencias entre las dos estrategias de control.

8. Conclusiones generales.