

## TP2 - Diseño de controladores en el dominio frecuencial

### A-17 Teoría de control

## 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo del Trabajo Práctico 2 es el de calcular controladores clásicos para satisfacer determinados requerimientos dinámicos y estáticos en sistemas SISO continuos, lineales y estacionarios. Dichos controladores serán del tipo PI, PD, o PID según corresponda, y para el diseño de los mismos se utilizarán los procedimientos de **lugar de las raíces** y **respuesta en frecuencia** estudiados en teoría, destacando las ventajas y limitaciones de dichas técnicas de cálculo.

Se presentarán además las herramientas disponibles en MATLAB para realizar los cálculos mencionados, prestando especial atención a las funciones y comandos pertenecientes a la librería dedicada al control automático denominada "**Control Toolbox**". En particular se hará uso de las herramientas "**SISO-Tool**" y "**LTI Viewer**" que permiten desarrollar con facilidad el diseño, ajuste, análisis y posterior simulación de los sistemas de control propuestos.

### 1.1. Control por adelanto de fase – Corrector PD

En el sistema mostrado en la figura 1.1 el controlador  $J(s)$  utilizado para corregir la respuesta dinámica es del tipo PD aproximado.

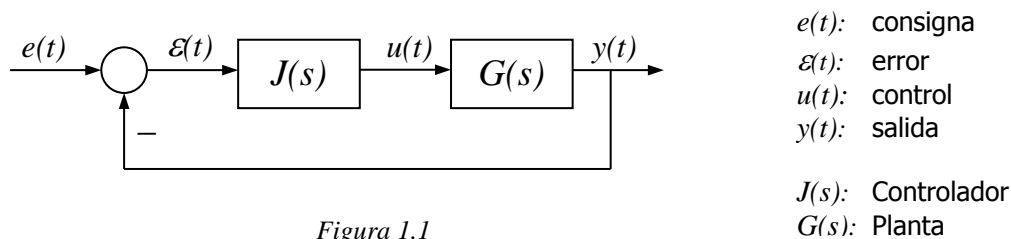


Figura 1.1

Dicho controlador posee las siguientes características:

$$J(s) = K \frac{(1 + a\tau s)}{(1 + \tau s)} \quad ; \quad a > 1 \quad (1.1)$$

$J(s)$  posee un cero en la frecuencia  $1/a\tau$  y un polo en la frecuencia  $1/\tau$ , de este modo el polo siempre se ubica en frecuencias mayores a la del cero puesto que es condición de diseño del controlador que el factor  $a$  sea mayor que 1. Así construido, el controlador incorpora un avance de fase máximo  $\phi_m$  la frecuencia  $\omega_m$ , estos últimos determinados por las ecuaciones (1.2):

$$\phi_m = \arcsen \frac{a-1}{a+1} \quad ; \quad \omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{a}} \quad (1.2)$$

Normalmente se considera a la constante  $K$  igual a  $1/a$ , este valor conduce a que el módulo de  $J$  sea 0dB en altas frecuencias. Para este caso particular el controlador es:

$$J(s) = \frac{1}{a} \frac{(1 + a\tau s)}{(1 + \tau s)} \quad ; \quad a > 1 \quad (1.3)$$

En la figura 1.2 se muestra el diagrama de Bode de un control PD aproximado, el caso particular mostrado es

$$J(s) = \frac{1}{10} \frac{(1 + s)}{(1 + 0.1s)} \quad ; \quad a = 10 \quad ; \quad \tau = 0.1 \Rightarrow J(s) = \frac{(1 + s)}{(10 + s)}$$

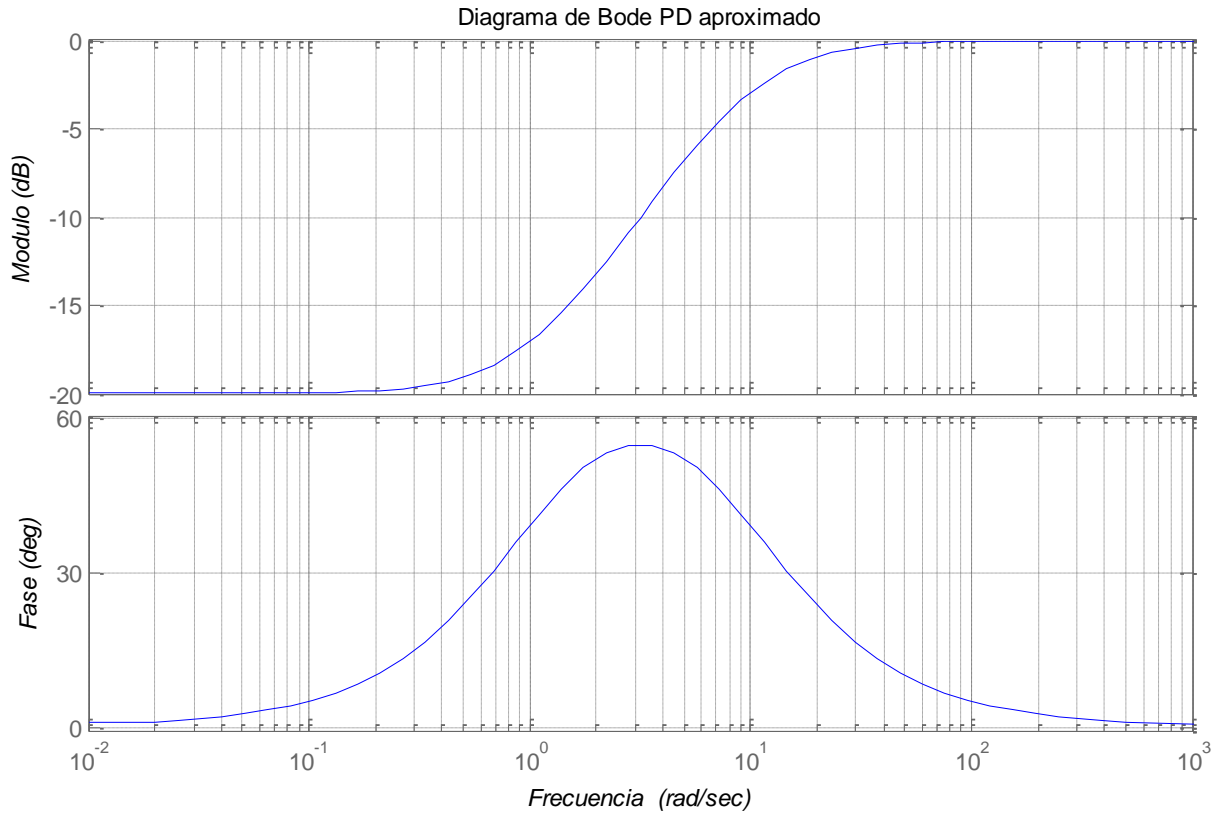


Figura 1.2

### 1.2. Control por atraso de fase – Corrector PI

En el sistema mostrado en la figura 1.3 el controlador  $J(s)$  utilizado para corregir la respuesta dinámica es del tipo PI.

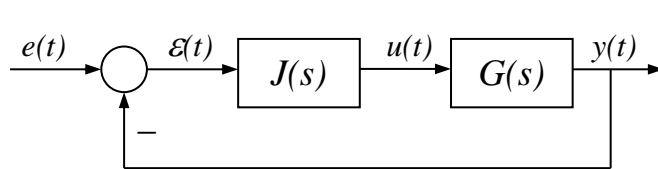


Figura 1.3

$e(t)$ : consigna  
 $\varepsilon(t)$ : error  
 $u(t)$ : control  
 $y(t)$ : salida

$J(s)$ : Controlador  
 $G(s)$ : Planta

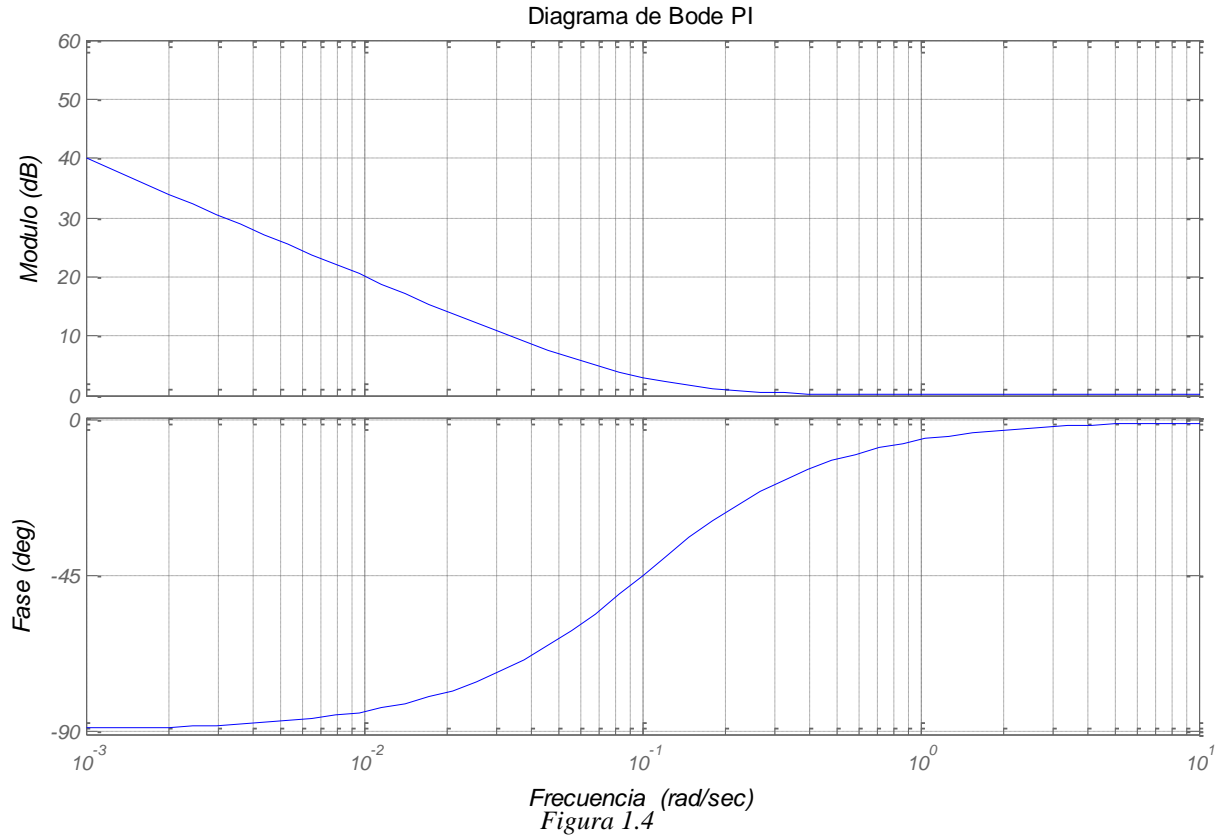
Dicho controlador posee las siguientes características:

$$J(s) = 1 + \frac{1}{\tau s} = \frac{1 + \tau s}{\tau s} \quad (1.4)$$

$J(s)$  posee un cero en la frecuencia  $1/\tau$  y un polo en el origen, de este modo el cero compensa la fase de  $-90^\circ$  aportada por el polo en el origen evitando efectos no deseados en alta frecuencia.

En la figura 1.4 se muestra el diagrama de Bode de un control PI, el caso particular mostrado es

$$J(s) = \frac{1 + 10s}{10s} \quad ; \quad \tau = 10 \Rightarrow J(s) = \frac{0.1 + s}{s}$$



Para evitar la ubicación del polo en el origen es posible construir una aproximación del control PI a través del siguiente controlador:

$$J(s) = \frac{(1 + \tau s)}{(1 + b\tau s)} \quad ; \quad b > 1 \quad (1.5)$$

$J(s)$  posee un cero en la frecuencia  $1/\tau$  y un polo en la frecuencia  $1/b\tau$ , de este modo el cero siempre se ubica en frecuencias mayores a la del polo puesto que es condición de diseño del controlador que el factor  $b$  sea mayor que 1. Así construido, el controlador incorpora un retraso de fase máximo  $\phi_m$  la frecuencia  $\omega_m$ , estos últimos determinados por las ecuaciones (1.6):

$$\phi_m = \arcsen \frac{b-1}{b+1} \quad ; \quad \omega_m = \frac{1}{\tau\sqrt{b}} \quad (1.6)$$

En la figura 1.5 se muestra el diagrama de Bode de un control PI aproximado, el caso particular mostrado es

$$J(s) = \frac{(1 + 0.1s)}{(1 + s)} \quad ; \quad b = 10 \quad ; \quad \tau = 0.1 \quad \Rightarrow \quad J(s) = \frac{1}{10} \frac{(10 + s)}{(1 + s)}$$

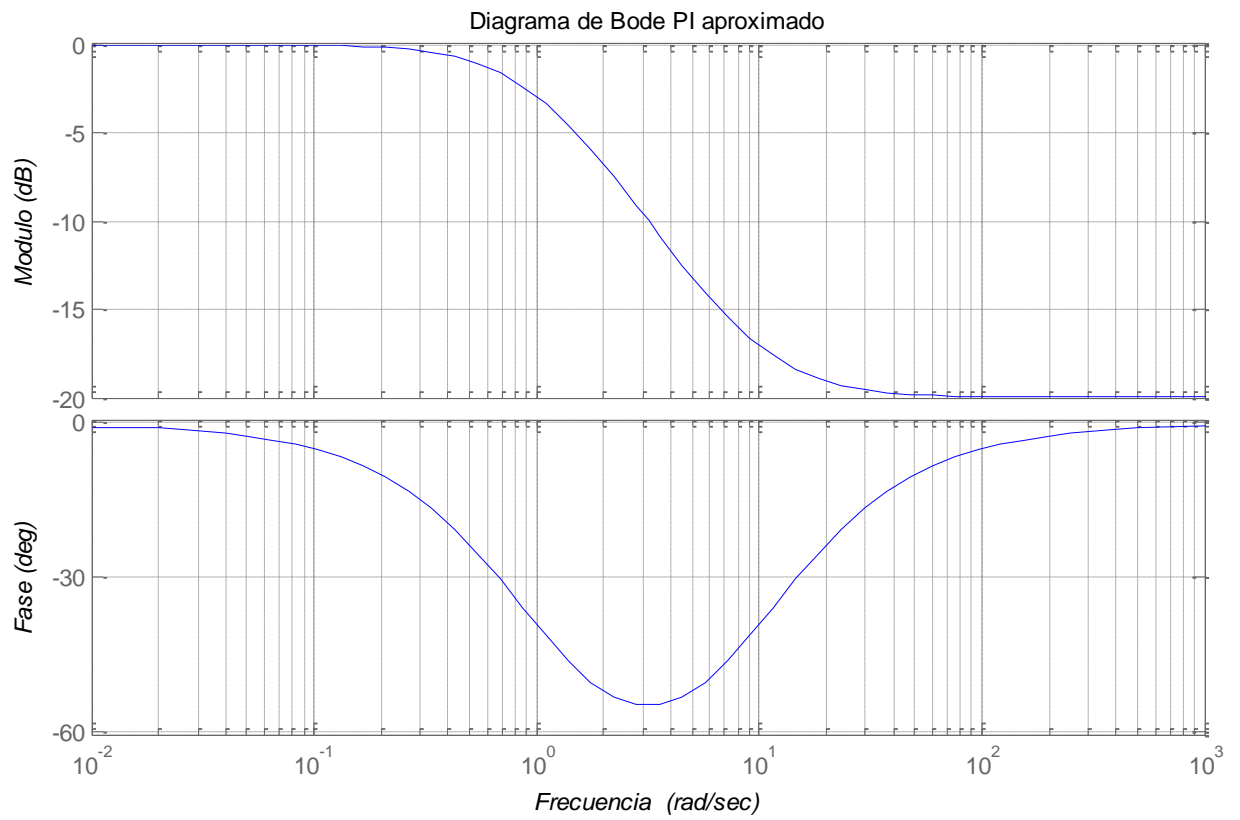


Figura 1.5

## 2. DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO

### 2.1. Modelo lineal aproximado de la planta

El sistema a utilizar será el denominado "**Producción de Biodiesel en un Reactor Agitado**", sobre el que se ya se han calculado controladores PID y Feed Forward según los métodos clásicos en el Trabajo Práctico 1.

El desarrollo de este TP se plantea a partir de la obtención de una aproximación lineal de la planta. Es decir, el paso previo al cálculo del controlador consiste en encontrar un modelo lineal que aproxime lo mejor posible la respuesta al escalón del sistema real. Este paso se encuentra resuelto a partir de la librería de funciones de identificación – "**System Identification Toolbox**" de MATLAB – y no es objeto de estudio en este TP.

A partir de la respuesta al escalón de la planta real, se estimó un modelo cuya función transferencia es:

$$G_{pa}(s) = \frac{-0.00024744 (s - 0.1886)}{(s + 0.4348)(s + 0.05047)(s + 0.01022)}$$

donde  $G_{pa}(s)$  presenta un FIT > 99%.

### 2.2. Diseño del Control

Utilizando el modelo  $G_{pa}(s)$ , realizar las siguientes actividades:

**2.2.1)** Graficar la respuesta al escalón del sistema sin corregir (**realimentación con ganancia unitaria**), indicando:

- el error en estado estacionario ( $\mathcal{E}_{0I}$ ), SV(%) y  $t_{r2\%}$ .
- márgenes de estabilidad

**2.2.2)** Diseñar un controlador para que el sistema a LC presente:

$$t_{r2\%} < 125 \text{ seg}$$

$$SV < 15\%$$

$$\mathcal{E}_{0I} = 0$$

Utilizar los métodos de cálculo y criterios desarrollados en clase, y además la herramienta SISOTOOL para verificar los resultados y/o realizar un "ajuste fino" del controlador diseñado. En este punto es necesario indicar:

- Diagramas de Bode de los sistemas "sin corregir" y "corregido" en una misma gráfica,
- Márgenes de estabilidad del sistema corregido,

- Gráfica de la salida (variable controlada) para un escalón de entrada,
- Gráfica de la variable manipulada asociada al punto anterior.

**2.2.3)** Verificar el desempeño del controlador diseñado al implementarlo sobre el "sistema real" (archivo **CSTR\_TP2\_2023.mdl**).

**2.2.4)** Extraer conclusiones de los cálculos y diseños realizados.

## Apéndice 1. Herramienta SISOTOOL (SISO Design Tool)

Se trata de una interfaz gráfica de usuario (GUI) de Matlab que permite realizar el diseño de compensadores SISO interactuando gráficamente con el lugar de las raíces, el diagrama de Bode y el diagrama de Nichols correspondiente al sistema lineal bajo estudio. Por defecto, la arquitectura de control es la que se muestra en la Fig. A1, donde  $C$  y  $F$  representan compensadores ajustables.

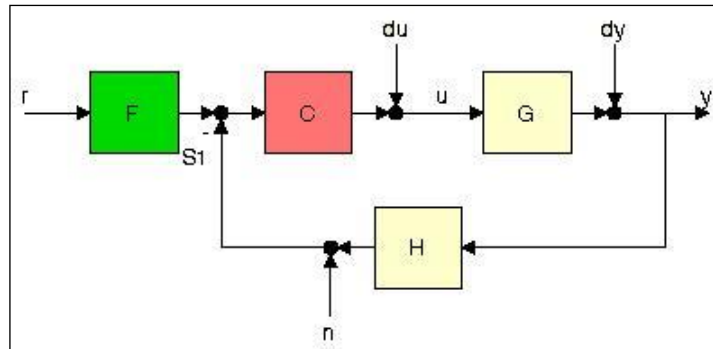


Fig. A1: arquitectura por defecto

El comando `sisotool(G)` especifica el modelo del proceso  $G$  a ser utilizado en SISOTOOL. El modelo  $G$  puede crearse previamente mediante los comandos `tf`, `zpk` o `ss`. Además, el comando `sisotool(G,C)` permite especificar el compensador  $C$ , que por defecto consiste en una ganancia unitaria.

Al abrir SISOTOOL, aparecen 2 ventanas de trabajo: *Control and Estimation Tools Manager* y *SISO Design for SISO Design Task*. Esta última muestra, a la izquierda, el lugar de las raíces de  $G(s)$  cuando es realimentado. Además, a la derecha, muestra el diagrama de Bode de  $C(s)G(s)$  (sin realimentar), donde  $C(s)$  corresponde al compensador diseñado.

Los polos y ceros del sistema sin realimentar se muestran como "x" y "o", respectivamente. Los polos del sistema realimentado se muestran como "■".

### Edición del compensador

Se realiza al ingresar a la pestaña *Compensator Editor* de la ventana *Control and Estimation Tools Manager*. Allí pueden especificarse numéricamente la ganancia, polos y ceros del compensador  $C(s)$ . Para ello, hacer click derecho sobre el recuadro *Dynamics* y elegir el tipo de singularidad que se desea agregar. En la casilla *Location* deberán ingresarse las ubicaciones correspondientes.

Además, en el menú *Edit > SISO Tool Preferences (pestaña Options)* se puede elegir la parametrización deseada para  $C(s)$ .

### Visualización de respuestas

SISOTOOL permite visualizar diferentes respuestas del sistema realimentado, seleccionando la entrada (setpoint, perturbación, etc.), la salida (var. manipulada, error, var. controlada) y el tipo de representación (respuesta al escalón, al impulso, etc.).

Por ejemplo, para visualizar la respuesta al escalón del sistema realimentado debe ingresarse al menú *Analysis* de la ventana *SISO Design for SISO Design Task*, opción *Response to Step Command*. Al hacer esto, se abre la ventana *LTI Viewer for SISO Design Task* que muestra la respuesta solicitada.

Además, en el *LTI Viewer* es posible visualizar algunas propiedades de la respuesta (sobrealor, tiempo de respuesta, etc.) haciendo click derecho sobre el plot.

### ***Diseño interactivo del compensador***

Una vez especificado el compensador, es posible modificar manualmente su ganancia desde la gráfica del lugar de las raíces, al arrastrar con el mouse los cuadrados fucsia. Además, pueden arrastrarse los polos y ceros del compensador, modificando la geometría del lugar de las raíces. Los efectos de dichas modificaciones manuales se reflejarán instantáneamente en las gráficas correspondientes a las otras ventanas de trabajo (diagrama de Bode, *LTI Viewer*, etc.), lo que permite realizar un diseño interactivo del compensador.

Por último, también es posible especificar restricciones de diseño desde la gráfica del lugar de las raíces, haciendo click derecho y eligiendo *Design Requirements > New*. Dichas restricciones se reflejarán según zonas que pueden apreciarse en el plano *s*.

### ***Exportar el diseño final***

El compensador diseñado puede exportarse al workspace de Matlab desde el menú *File > Export* existente en la ventana *Control and Estimation Tools Manager*.

## **Apéndice 2. Especificaciones de la rta. transitoria para sistemas 2<sup>do</sup> orden**

A continuación se muestran las expresiones correspondientes al % sobrealor, tiempo de respuesta y margen de fase correspondientes a un sistema de segundo orden:

$$SV[\%] = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cdot 100$$

$$tr_{2\%} = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

$$tr_{5\%} = \frac{3}{\xi\omega_n}$$

$$MF \cong 100 \cdot \xi$$