

Universidad Nacional de Rosario

TRABAJO PRÁCTICO 2

Diseño de Controladores en el Dominio Frecuencial

Integrantes:

Luciano Raffagnini, Sebastián I. Rodríguez

1.1

13/10/2023

Resumen

Durante el desarrollo de este TP, se pretende desarrollar un controlador basado en un esquema Feedback para controlar un sistema de producción de Biodiesel en un reactor agitado. Se utilizará un controlador PID, cuyo diseño se realizará en el dominio Frecuencial.

1. Sistema a Lazo Cerrado con Ganancia Unitaria

Como primer paso, en las figuras 1 y 2 se puede observar las respuestas tanto en el dominio temporal como frecuencial respectivamente, del sistema realimentado con ganancia unitaria. De aquí se pueden extraer las características de la respuesta temporal, así como también los márgenes de estabilidad.

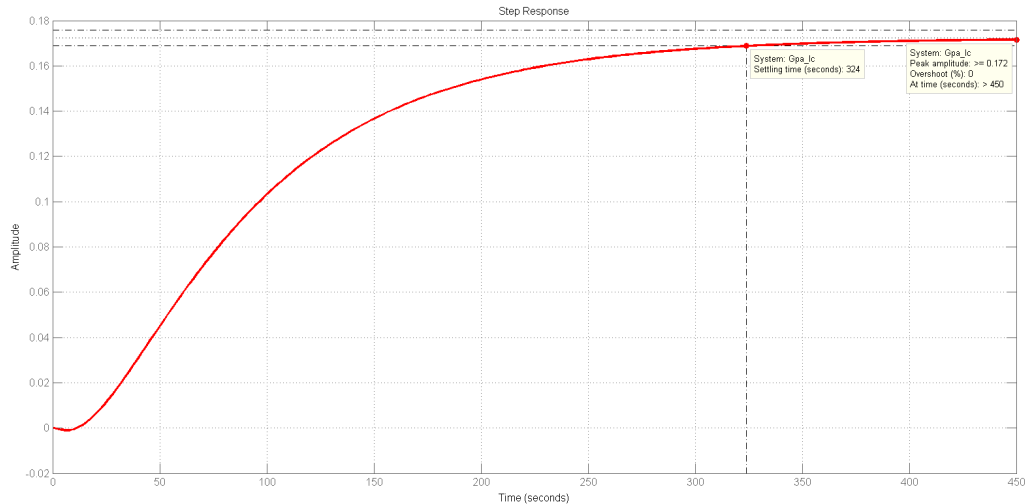


Figura 1: Respuesta al escalón para el sistema realimentado con ganancia unitaria

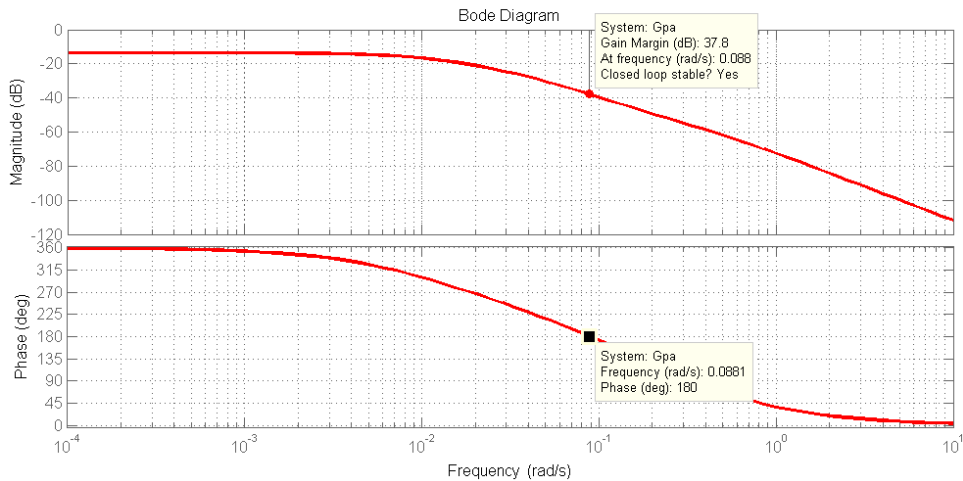


Figura 2: Diagrama de bode del sistema

En esta situación el sistema presenta las siguientes características:

$$SV = 0 \% \quad (1)$$

$$tr_2 \% = 324 \text{ seg} \quad (2)$$

$$MG = 37,8 \text{ dB} \quad (3)$$

$$MF = \infty \quad (4)$$

$$\varepsilon_{01} = 0,828 \quad (5)$$

2. Objetivos del Controlador

Teniendo esto como base, se desea diseñar un controlador de forma tal que la respuesta del sistema pueda cumplir con los siguientes requisitos:

$$SV < 15 \% \quad (6)$$

$$tr_2 \% < 125 \text{ seg} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{01} = 0 \quad (8)$$

3. Diseño del Controlador

Para el diseño del controlador, se considerará que la respuesta de la Figura 1 es de 2do Orden. A partir de los valores solicitados de SV y de $tr_2 \%$, se obtendrán valores límite de ξ y de ω_n . Teniendo estos parámetros, se diseñará un controlador PID. Este proceso consistirá en primero diseñar un controlador PD y luego agregarle un PI de forma de cumplir con los requerimientos propuestos.

$$SV < SV_{\text{Max}} = 15 \% \quad (9)$$

$$100 e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} < SV_{\text{Max}} \quad (10)$$

$$\ln \frac{SV_{\text{Max}}}{100} > -\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (11)$$

$$1 - \xi^2 < \frac{\pi^2 \xi^2}{(\ln \frac{SV_{\text{Max}}}{100})^2} \quad (12)$$

$$1 < (1 + \frac{\pi^2}{(\ln \frac{SV_{\text{Max}}}{100})^2}) \xi^2 \quad (13)$$

$$\xi > \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{(\ln \frac{SV_{\text{Max}}}{100})^2}} \quad (14)$$

$$\xi > 0,5169 \quad (15)$$

De estos resultados, adoptamos:

$$\xi = 0,52$$

El margen de fase (MF) resulta:

$$MF \approx 100 \xi \implies MF \approx 52^\circ$$

Calcularemos ahora, el valor ω_n :

$$tr_2 \% \leq tr_2 \%_{\text{Max}} = 125 \text{ seg} \quad (16)$$

$$\frac{4}{\xi \omega_n} \leq tr_2 \%_{\text{Max}} \quad (17)$$

$$\omega_n \geq \frac{4}{\xi tr_2 \%_{\text{Max}}} \quad (18)$$

$$\omega_n \geq 0,0615 \quad (19)$$

De estos resultados, adoptamos:

$$\omega_n = 0,0615$$

Si observamos el bode la figura 2, vemos que a la frecuencia ω_n deseada, la fase es de -157.3° . Por lo tanto, para poder tener un margen de fase de al menos 52° , deberemos utilizar un controlador PD que agregue aproximadamente 30° de fase en esa frecuencia.

3.2

3.1. Diseño del controlador PD

Deberemos obtener los parametros a y τ del controlador, sabiendo que $\phi_m = 30^\circ$ y que $\omega_m = \omega_n$:

$$\phi_M = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \sin \phi_M = \frac{a-1}{a+1} \quad (21)$$

$$\Rightarrow (a+1) \sin \phi = a-1 \quad (22)$$

$$\Rightarrow a = -\frac{\sin \phi + 1}{\sin \phi - 1} \quad (23)$$

$$\boxed{a = 3} \quad (24)$$

$$\omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{a}} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} \Rightarrow \boxed{\tau = 9,388} \quad (25)$$

Como ultimo paso deberemos calcular la ganancia del controlador K_{PD} . Para esto sabemos que $\|G_{LC}(\omega_n)\| = 1$, de forma que:

$$\|G_{LC}(\omega_n)\| = \|G_{LA}(\omega_n)\| \|G_{PD}(\omega_n)\| K_{PD} \quad (26)$$

$$K_{PD} = \frac{1}{\|G_{LA}(\omega_n)\| \|G_{PD}(\omega_n)\|} \quad (27)$$

$$K_{PD} = 25,64 \quad (28)$$

3.2. Diseño del controlador PI

Para lograr un error estático nulo en la respuesta del sistema, se debe adicionar un comportamiento integral. Esto se logra colocando un bloque PI en cascada con el PD anterior. Dicho controlador tiene una expresión como la siguiente:

$$J(s) = \frac{1 + \tau s}{\tau s} \quad (29)$$

Donde τ debe ser mayor que $1/\omega_n$, elegimos 10 veces mayor. Obtenemos entonces el controlador:

$$G_{PI}(s) = 0,006155 \frac{1 + 162,47s}{s} \quad (30)$$

Que junto al PD forman:

$$C(s) = G_{PD} \cdot G_{PI} = 0,1578 \frac{(1 + 162,47s)(1 + 28,17s)}{s(1 + 9,346s)} \quad (31)$$

De esta manera el bode y la respuesta al escalón resultan:

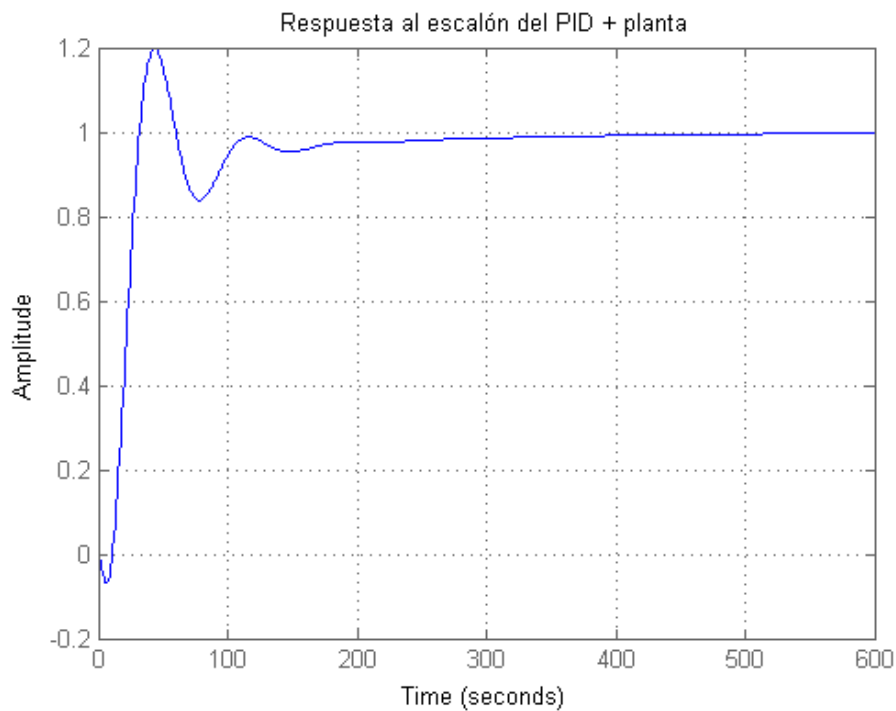


Figura 3: Respuesta al escalón para el sistema realimentado con controlador PD+PI

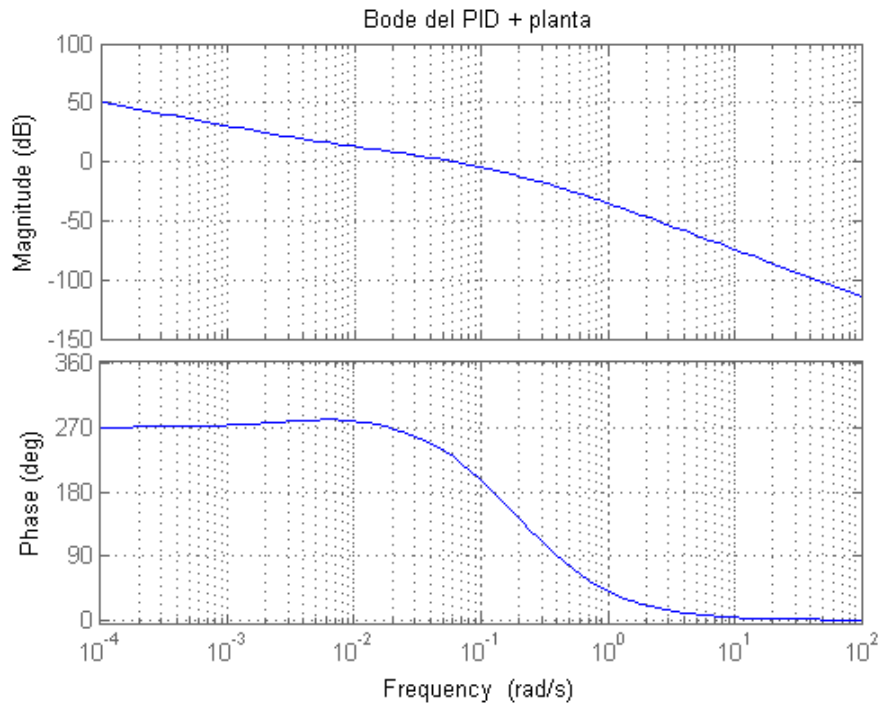


Figura 4: Diagrama de bode del sistema + controlador

Los márgenes de ganancia y fase son, respectivamente 6.89dB y 46.9°.

Sin embargo, este controlador debe ser ajustado. Si prestamos atención podemos ver como el sobrevalor es del 20 % y el tiempo de respuesta mayor a 200 segundos.

3.3. Ajuste del controlador

Utilizando la herramienta "SISOTOOL" procedemos al ajuste del controlador. Los parámetros que podemos manipular son el cero del PI y la ganancia. Luego de reiterados intentos, obtuvimos una solución satisfactoria, que ocasiona una respuesta al escalón de la planta con las siguientes características:

$$SV = 5\% \quad MG = 10,4 \text{ dB (3.3 veces)} \quad \varepsilon_{01} = 0 \quad (32)$$

$$tr_2\% = 110 \text{ seg} \quad MF = 61.82^\circ \quad (33)$$

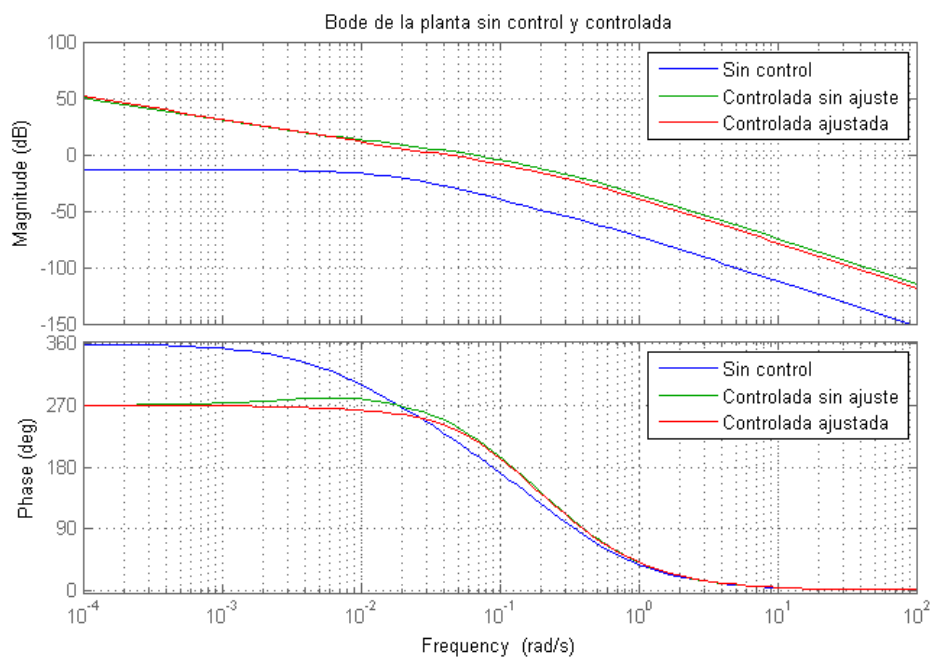


Figura 5: Comparación entre diagramas de bode

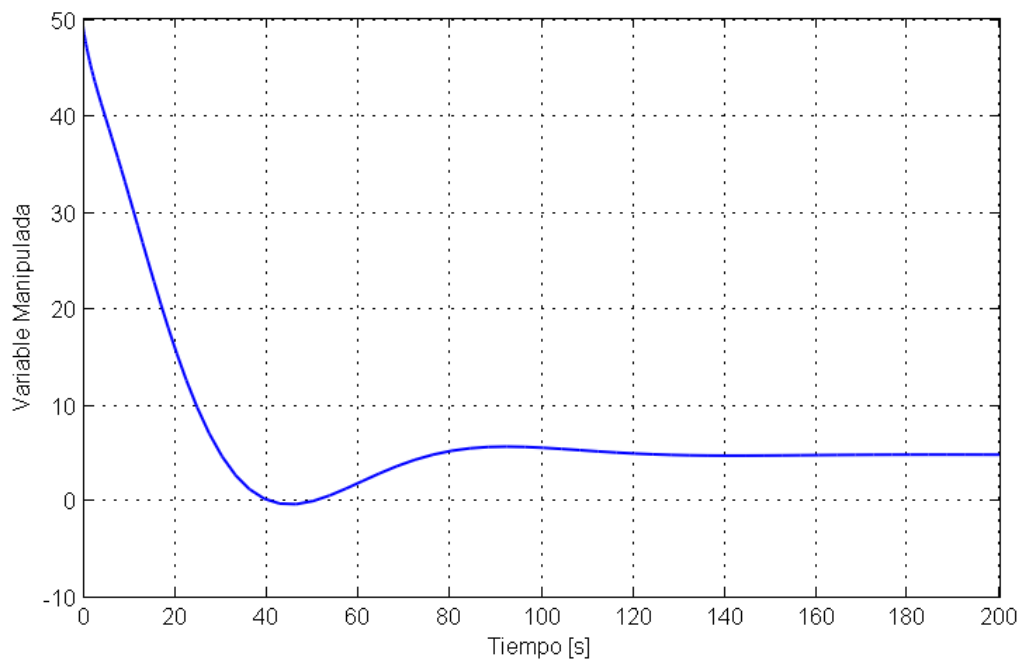


Figura 6: Evolución de la variable manipulada, utilizando el controlador PID ajustado

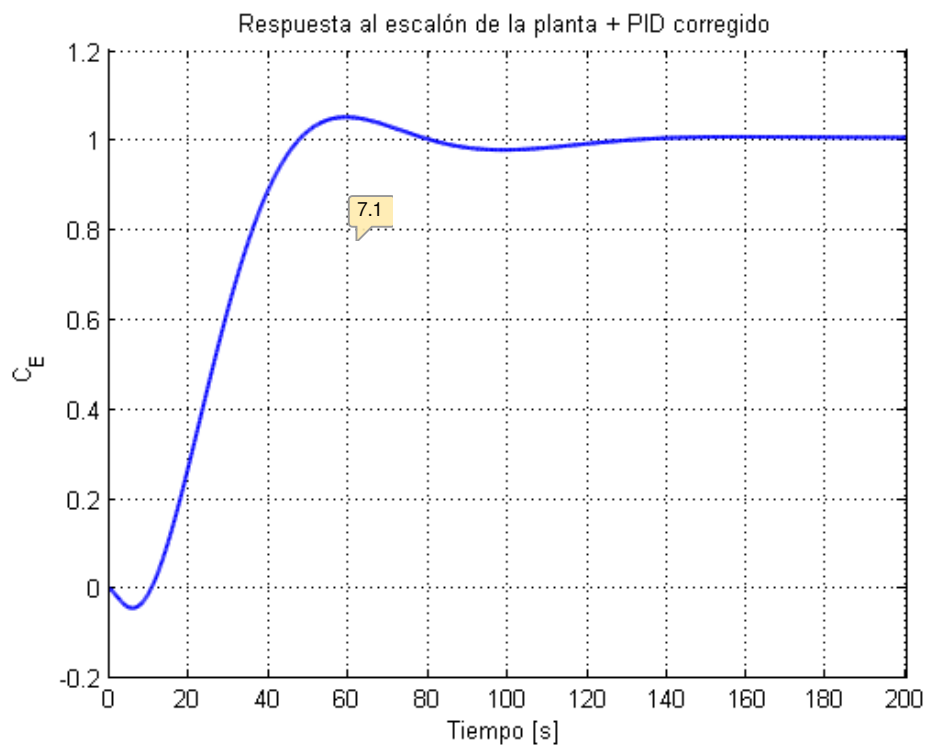


Figura 7: Evolución de la variable controlada, utilizando el controlador PID ajustado

4. Verificación de desempeño

Para analizar la calidad del controlador procedemos a implementarlo en un bloque "zero-pole". Dicho bloque requiere que la transferencia del controlador se encuentre en un formato denominado "Z-P-K":

$$C(s) = 49,091 \frac{(s + 0,0355)(s + 0,011)}{s(s + 0,107)} \quad (34)$$

Luego, procedemos a simular, comenzando con una ganancia menor a la calculada. Esta última es aumentada progresivamente hasta obtener un funcionamiento óptimo, el cual logramos a un valor del 70 % de la original.

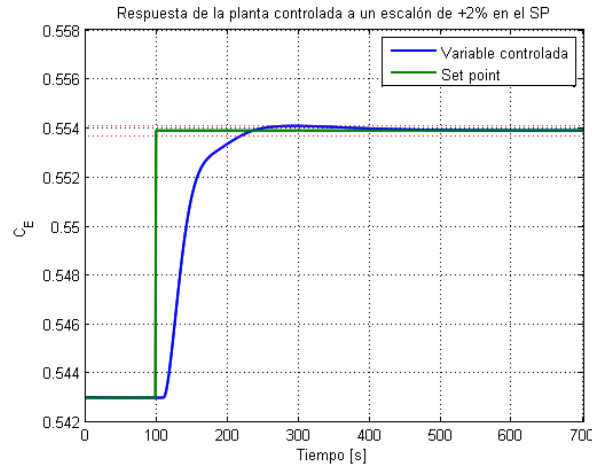


Figura 8: Respuesta al escalón de la planta real controlada con ganancia ajustada

Las líneas de puntos rojos indican la zona del 2 % para observar el tiempo de respuesta. Gracias a ellas, es posible ver que la evolución de la variable controlada queda confinada al 2 % de su valor final poco antes de los 220 segundos. Dado que el escalón se produce a los 100 segundos, el sistema presenta un $tr_{2\%}$ menor a 120 segundos.

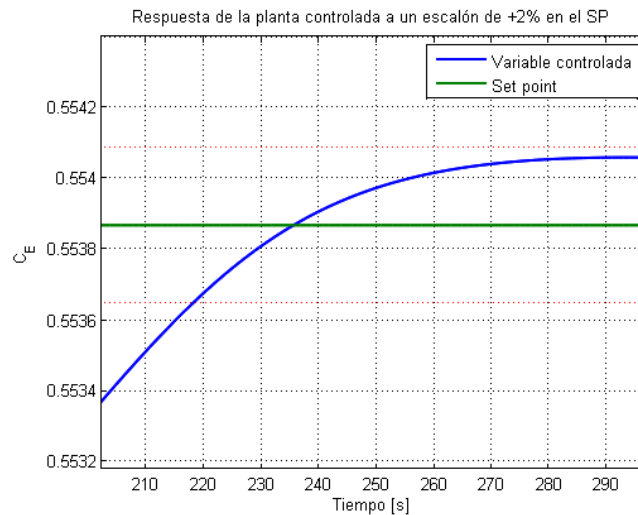


Figura 9: Zoom para observar el tiempo de respuesta

Además, como la variable controlada nunca excede la cota superior del 2 % de su valor final, podemos concluir que esta respuesta posee un sobrevalor menor al 2 %. Por otro lado, es evidente que el error estático del sistema es nulo.

El nuevo ajuste de la ganancia era necesario ya que la respuesta de la planta real distaba de la esperada según su modelo. Como puede verse en la figura 8 parece que cerca de 60 segundos luego de aplicar el escalón la dinámica de la planta cambia, ya que la evolución sufre una brusca variación de su pendiente. Debido a este comportamiento es que se requirió de otra modificación para finalmente obtener el controlador adecuado. Esto puede deberse a la no linealidad intrínseca de la planta real.

5. Conclusiones

Como primer punto, vemos que a pesar de haber utilizado diversas aproximaciones en el aspecto matemático del desarrollo del TP, obtuvimos un controlador que solo requería leves ajustes para poder cumplir con los requerimientos.

Además resulta evidente la necesidad de realizar ensayos y calibraciones finales con el sistema real a controlar para asegurar el correcto funcionamiento del sistema diseñado, dadas las inevitables discrepancias entre los modelos matemáticos que se usan para el diseño y la realidad. En el caso que puede verse en la figura 8 podría tratarse de que se está llegando al límite del entorno de validez de la transferencia que se utilizó como aproximación de la planta.

Por otro lado, en cuanto al ajuste fino del controlador, encontramos que la modificación del cero del PI, nos brindaba una gran flexibilidad a la hora de adecuar la respuesta del sistema.

Como comentario final, en cuanto a nuestra experiencia personal de la realización del TP, encontramos muy interesante y útil a la herramienta "SISOTOOL", tanto por su variedad de funciones como por su facilidad de uso.

Índice de comentarios

- 1.1 Calificación: 9
- 3.1 Estrictamente hablando, las aproximaciones empleadas son válidas cuando TODO el sistema a lazo cerrado (planta + controlador) resulta de segundo orden
- 3.2 Presentar los cálculos
- 5.1 Justificar
- 6.1 A qué frecuencia?
- 7.1 Mostrar SV y tr sobre la gráfica