
TP3 - Diseño de controladores en el dominio discreto

A-17 Teoría de control

1 INTRODUCCIÓN

El objetivo del Trabajo Práctico 3 es el de calcular diferentes equivalentes discretos de un sistema continuo utilizando los métodos brindados en la teoría, optando luego por el más adecuado para diseñar controladores digitales para satisfacer determinados requerimientos dinámicos y estáticos. El cálculo de dichos controladores se llevará a cabo usando diversas técnicas, destacando las similitudes y diferencias obtenidas en la respuesta del sistema realimentado frente al diseño realizado sobre el sistema continuo en el Trabajo Práctico 2.

Se presentarán además las herramientas disponibles en MATLAB para realizar los cálculos mencionados, prestando especial atención a las funciones y comandos pertenecientes a la librería dedicada al control automático denominada “Control Toolbox”.

1.1 Equivalente Discreto de Funciones Continuas

El propósito del equivalente discreto de un sistema continuo es el de encontrar un sistema discreto que tenga características similares, ya sea en el dominio tiempo y/o el frecuencial, a las del sistema continuo en cuestión.

Existen varios métodos de cálculo para resolver este problema, entre los de uso más frecuente se encuentran los métodos de integración numérica. Estos aproximan las funciones continuas con funciones rectangulares o trapezoidales dando lugar a los métodos denominados **Regla rectangular por adelante**, **Regla rectangular por atraso** y **Regla trapezoidal**.

Otro de los métodos utilizados para encontrar el equivalente discreto de un sistema continuo es el llamado **Mapeo de Polos y Ceros**. El mismo consiste en utilizar la relación $z = e^{sT}$ existente entre el plano s y el plano z para llevar los polos y ceros desde el primero hacia el segundo.

Finalmente existe el llamado **Método del Bloqueador Equivalente**, en este caso se define al equivalente discreto como

$$H(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{H(s)}{s}\right]$$

donde esta última relación equivale a suponer la presencia de un bloqueador de orden cero considerado únicamente sólo a los efectos de realizar el cálculo de $H(z)$.

1.2 Cálculo del Equivalente Discreto con MATLAB

En MATLAB existen funciones que realizan el cálculo de equivalentes discretos utilizando los diferentes métodos ya mencionados. Durante el desarrollo del trabajo práctico se usarán las funciones **c2d** y **impinvar** para realizar dichos cálculos. Se muestra a continuación cómo utilizar dichas funciones:

Siendo **g** una función transferencia de un sistema continuo en formato **zpk**, su equivalente discreto para un intervalo de muestreo **T** se puede calcular con

- **gz = c2d(g, T, 'matched')** utilizando mapeo de polos y ceros
- **gz = c2d(g, T, 'zoh')** utilizando el método del bloqueador equivalente
- **gz = c2d(g, T, 'tustin')** utilizando la regla trapezoidal
- **gz = recadel(g,T)** utilizando la regla rectangular por adelante
- **gz = recatras(g,T)** utilizando la regla rectangular por atraso

1.3 Cálculo de la Transformada W con MATLAB

La función **bilin** permite calcular la transformada **W** de funciones transferencia de sistemas discretos. Para resolver el problema se escribieron dos funciones a partir de **bilin**. Se muestra a continuación cómo utilizar dichas funciones:

Siendo **gz** una función transferencia de un sistema discreto en formato **zpk**, su transformada **W** se puede calcular con

```
>> gw = transfw( gz)
```

Siendo **gw** la transformada **W** de una función transferencia en el plano **W**, su transformada a una función transferencia en el plano **Z** para un intervalo de muestreo **T** se puede de calcular con

```
>> gz = antitransfw( gw, T)
```

Aclaración: dado que MATLAB sólo permite el uso de las variables **s** y **z** para representar sistemas continuos y discretos, las funciones transferencia en el plano **W** estarán expresadas en la variable **s**.

2 DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO

2.1 Cálculo y simulación de equivalentes discretos

Durante el desarrollo de los Trabajos Prácticos 1 y 2 se calcularon diferentes controladores para el sistema “Producción de Biodiesel en un Reactor Agitado” en el dominio temporal y en el dominio frecuencial respectivamente. En particular, en el Trabajo Práctico 2 se calculó un controlador $J(s)$ del tipo PI+PD aproximado para cumplir con especificaciones de error estático, tiempo de respuesta y sobrevalor.

2.1.1 Calcular los equivalentes discretos del controlador $J(s)$ indicados a continuación, utilizando como período de muestreo $T_1 = 2 \text{ seg}$ y $T_2 = 25 \text{ seg}$.

- Bloqueador de orden cero
- Mapeo de polos y ceros
- Regla trapezoidal
- Regla rectangular por adelanto
- Regla rectangular por atraso

Utilizar el formato **zpk** para $J(s)$.

2.1.2 Graficar las singularidades de los equivalentes discretos anteriores agrupados en dos gráficas:

- Diagrama de polos y ceros de los equivalentes discretos calculados con el intervalo T_1 .
- Diagrama de polos y ceros de los equivalentes discretos calculados con el intervalo T_2 .

Puede utilizar el comando **pzmap**(*sys1*, *sys2*, ...).

2.1.3 Graficar la respuesta en frecuencia de los equivalentes discretos anteriores y compararlas con la del controlador continuo $J(s)$. Para ello realizar sólo dos gráficas:

- Diagrama de Bode de magnitud de los equivalentes discretos calculados con el intervalo T_1 más el controlador continuo.
- Diagrama de Bode de magnitud de los equivalentes discretos calculados con el intervalo T_2 más el controlador continuo.

2.1.4 Comparar la respuesta temporal obtenida con los equivalentes discretos calculados a través de la regla Trapezoidal para ambos períodos de muestreo y la obtenida con el controlador continuo $J(s)$. Para ello utilizar el modelo en Simulink *CSTR_TP3_2022.mdl* y el archivo de parámetros *data.mat*.

2.1.5 Redactar conclusiones a partir de los cálculos y simulaciones realizadas.

2.2 Diseño a través de los métodos de RAGAZZINI y SMITH

En esta sección se trabajará con el modelo del sistema “Producción de Biodiesel en un Reactor Agitado” caracterizado por la siguiente función transferencia:

$$G(s) = \frac{0.00011632}{(s + 0.05505)(s + 0.01014)} e^{-8s}$$

Las especificaciones deseadas para dinámica a lazo cerrado son:

- $S_V < 15\%$
- $t_r (2\%) = 125\text{seg}$
- $\varepsilon_{01} = 0$

A partir de $G(s)$ y considerando un tiempo de muestro $T = 4\text{ seg}$, realizar las siguientes tareas:

- 2.2.1 Diseñar un controlador en el dominio discreto utilizando el método de Ragazzini
- 2.2.2 Diseñar un controlador en el dominio discreto utilizando la estructura del Compensador de Smith. A partir de la versión discretizada de la FT del proceso (sin considerar el tiempo muerto) diseñar el controlador con el método de la Transformada W. En el Apéndice 1 se detalla el procedimiento de diseño utilizando dicha metodología.
- 2.2.3 Comparar el desempeño de ambos controladores (i.e. evolución de la var. controlada C_E) para un cambio escalón de setpoint de +2% y un cambio escalón en la perturbación T_i de +1%. Utilizar el modelo Simulink “*CSTR_TP3_2022.mdl*” y el archivo de parámetros “*data.mat*”.
- 2.2.4 Redactar conclusiones a partir de los cálculos y simulaciones realizadas.

Apéndice 1. Diseño de un controlador digital utilizando Transformada W

A modo de guía de resolución, deberán realizarse paso a paso las siguientes actividades:

1- Partiendo de la función transferencia $G(s)$ a lazo abierto del sistema, calcular la función transferencia discreta $G(z)$. Utilizar el formato **zpk** para $G(s)$ y el método del bloqueador de orden cero y el intervalo de muestreo $T = 4$ seg. para calcular $G(z)$. **Nota:** en el contexto del Compensador de Smith, tener en cuenta que debe considerarse $G(s)=G^*(s)$ (i.e. la FT sin tiempo muerto).

2- A partir de la función transferencia $G(z)$ calculada hallar su transformada W: $G(w)$.

3- Eliminar, en caso de presentarse, el cero de alta frecuencia de $G(w)$ corrigiendo además la ganancia de la misma.

4- Diseñar un controlador PI+PD aproximado $C(w)$ para que el sistema a LC presente:

- $S_V < 15\%$
- $t_r (2\%) < 125\text{seg}$
- $\varepsilon_{01} = 0$

utilizando las herramientas conocidas del dominio frecuencial. Si es necesario, emplear SISO-Tool para el “ajuste fino” del controlador.

5- A partir de la función transferencia del controlador $C(w)$ hallar su transformada al plano Z: $C(z)$.