



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

Fakultät für
Physik 

Bachelorarbeit

Einfluss ökonomischer Faktoren auf die dynamische Stabilität elektrischer Stromnetze

How economic factors control the dynamic stability of electric power grids

angefertigt von

Sebastian Klipp

aus Bremervörde

am Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation

Bearbeitungszeit: 28. Februar 2013 bis 26. April 2013

Betreuer: Dr. Dirk Witthaut

Erstgutachter: Prof. Dr. Marc Timme

Zweitgutachter: Dr. Jan Nagler

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Wirtschaftstheoretische Grundlagen	3
2.1	Das Marktgleichgewicht	3
2.2	Cobweb-Modell	5
2.3	Kostenoptimierung	7
3	Physikalische Grundlagen	11
3.1	Wechselstromtheorie	11
3.1.1	Grundlagen der Wechselstromtheorie	11
3.1.2	Wechselstrom in Stromnetzen	13
4	Stromnetzmodelle	15
4.1	Das Modell der Lastflussrechnung	15
4.1.1	Modellgrundlagen	15
4.1.2	Das grundlegende Gleichungssystem	17
4.2	Das Oszillator-Modell	18
4.2.1	Modellgrundlagen	18
4.2.2	Die Bewegungsgleichung	19
4.2.3	Energiefluss unter realistischen Parametern	21
4.2.4	Verknüpfung zum Modell der Lastflussrechnung	23
4.3	Der IEEE-118 Datensatz	25
5	Stabilitätsanalyse der gekoppelten Handels- und Netzwerkdynamik	27
5.1	Analysegrundlagen	27
5.2	Ergebnisse	29
5.2.1	Stabiler Fall	29
5.2.2	Der instabile Markt	29
5.2.3	Transiente Überschreitung der Kapazität	31

5.2.4	Resonanzkatastrophe im stabilen Markt	32
5.2.5	Allgemeine Abhängigkeiten der Netzwerkstabilität	34
6	Fehlerkaskaden im adaptiven Netz	37
6.1	Analysegrundlagen	37
6.2	Ergebnisse	40
6.2.1	Positiver Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität	40
6.2.2	Negativer Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität	41
6.2.3	Gemittelter Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität	42
7	Diskussion und Ausblick	45
8	Anhang	47
8.1	Fehlerkaskaden	47
8.1.1	Fehlerkaskade mit positivem Handelseinfluss	48
8.1.2	Fehlerkaskade mit negativem Handelseinfluss	51

1 Einleitung

Zukünftige Entwicklungen moderner Stromnetze werden die Netzstruktur grundlegend ändern. Die Stromerzeuger werden voraussichtlich immer weniger im Voraus der Erzeugung festgelegte nahezu konstante Leistungsmengen anbieten (wie es heutige Kohle- oder Atomkraftwerke tun [1]), sondern durch den zunehmenden Ausbau der erneuerbaren Energien täglich stark schwankende Leistungen in das Netzwerk einspeisen [2]. Durch zunehmende Ökonomisierung des Strommarktes werden auch die Strompreise einer starken Volatilität unterliegen [3]. Außerdem kann die Einführung intelligenter Stromnetze dazu führen, dass die Verbraucher ihre Stromeinkäufe innerhalb weniger Sekunden an den aktuellen Strompreis anpassen können [4], so dass sich Angebot und Nachfrage zeitlich angleichen werden. Insgesamt wird das Stromnetz der Zukunft daher voraussichtlich viele zeitliche Schwankungen von Stromangebot und Stromnachfrage aufweisen. Diese grundlegenden Umstrukturierungen werden voraussichtlich die Stabilität des Stromnetzes in einem bisher unbekannten Maße beeinflussen. Netzwerkstabilitätsanalysen sind bereits ein Thema der aktuellen Forschung [5] [6] [7], jedoch wurde der Aspekt der Interdependenz von Marktgeschehen und Stromnetzstabilität bisher weitestgehend außer Acht gelassen - trotz seiner zunehmend bedeutenden Rolle für moderne Stromnetze. In dieser Arbeit werde ich mit Hilfe einfacher Modellsysteme illustrieren, wie sich die Stabilität der Stromnetz-dynamik unter Einfluss einer Marktdynamik verhält.

Die Funktion des Marktes und die für diese Arbeit relevanten wirtschaftswissenschaftlichen Effekte werden in Kapitel 2 eingeführt. Am Markt ergeben sich durch Handelsprozesse Strommengen, welche die Leistungen von Erzeugern und Verbrauchern im Stromnetz bestimmen. Kapitel 3 führt die wichtigsten physikalischen Größen der Wechselstromtheorie ein, so unter anderem den Energiefluss zwischen Erzeuger und Verbraucher. Ein zentraler Bestandteil dieser Arbeit ist es nun, den Energiefluss in einem komplexen Stromnetzwerk über Netzwerkmodelle zu berechnen. Kapitel 4 führt hierzu das *Modell der Lastflussrechnung* [1] und das *Oszillator-Modell* [8] ein. Von besonderem Interesse ist nun zum Einen die Fragestellung, wie

1 Einleitung

sich die Stabilität der Stromnetzdyamik unter Einfluss eines hochfrequent handelnden Strommarktes verhält (siehe Kapitel 5). Zum Anderen werde ich in Kapitel ?? untersuchen, wie sich das ökonomische Prinzip der Kostenminimalisierung auf Fehlerkaskaden eines Netzwerkes auswirken kann. Schließlich diskutiere ich in Kapitel 7 die erhaltenen Ergebnisse und zeige Wege für sich an diese Arbeit anschließende Forschungsfragen auf.

2 Wirtschaftstheoretische Grundlagen

Die in diesem Kapitel beschriebenen wirtschaftswissenschaftlichen Grundlagen basieren im Wesentlichen auf dem ersten Kapitel des Buches *Grundzüge der Mikroökonomik* von H.R. Varian [9].

In einer Marktwirtschaft stehen sich zwei Gruppen von Akteuren gegenüber: Die Erzeuger und die Konsumenten. Erstere bieten eine Menge P eines Gutes auf dem Markt an, während letztere diese Güter nachfragen und kaufen. Jede Einheit des Gutes ist dabei mit einem Preis c versehen, den die Konsumenten an die Erzeuger zahlen müssen, wenn sie das Gut kaufen. In diesem Kapitel steht die gehandelte Menge P für die Menge eines allgemeinen Gutes auf einem Markt. In den anschließenden Kapiteln entspricht diese Menge der tatsächlich im Netzwerk erzeugten bzw. verbrauchten Leistung.¹ Um das Verhalten von Menschen in wirtschaftlichen Kontexten zu beschreiben können zwei Grundprinzipien formuliert werden:

1. Das Gleichgewichtsprinzip: Der Markt strebt durch Änderung der Preise c einen Zustand an, in welchem die gleiche Menge an Gütern angeboten wie nachgefragt wird. Dieser Gleichgewichtszustand ist durch den Gleichgewichtspreis c^* und die Gleichgewichtsmenge P^* gekennzeichnet.
2. Das Optimierungsprinzip: Marktteilnehmer versuchen mit möglichst geringem Kostenaufwand einen möglichst hohen eigenen Nutzen zu erzielen.

2.1 Das Marktgleichgewicht

Das Verhalten von Käufern und Verkäufern im Sinne des Gleichgewichtsprinzips lässt sich vereinfacht über Angebot- und Nachfragekurven beschreiben [9].

¹Weiterhin wird in der Literatur der Marktpreis meist durch p gekennzeichnet, in dieser Arbeit wird jedoch auf c (englisch: cost) ausgewichen, um keine Verwechslungen mit der gehandelten Leistung P aufkommen zu lassen.

Die Nachfragekurve: Jedem Konsumenten kann ein Preis c^N zugeordnet werden, den er maximal bereit ist für eine Einheit des Gutes zu zahlen. Einen niedrigeren Preis würde er immer annehmen. Die Anzahl an Konsumenten, die bereit sind zu einem Preis c^N eine Einheit des Gutes zu kaufen, ergibt die nachgefragte Menge $P^N(c^N)$. Trägt man die Preise in Abhängigkeit der Nachfragemenge auf, so erhält man die Nachfragekurve (siehe Abb. 2.1). In der Regel wird bei niedrigen Kosten pro Einheit eine große Menge P^N , bei hohen Kosten eine geringe Menge nachgefragt. Im Allgemeinen ändert sich für besonders hohe Preise die Nachfragemenge kaum noch, da kein Konsument bereit ist zu zahlen. Bei sehr niedrigen Preisen steigt die Nachfrage im Allgemeinen stark an.²

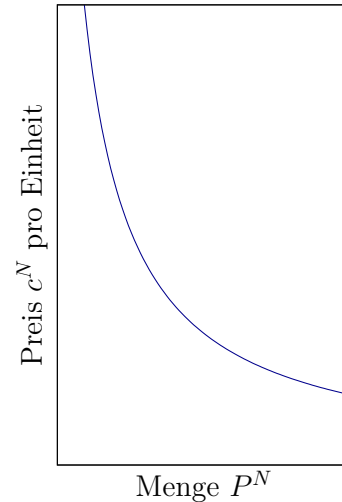


Abb. 2.1: Exemplarische Nachfragekurve $c^N(P^N)$

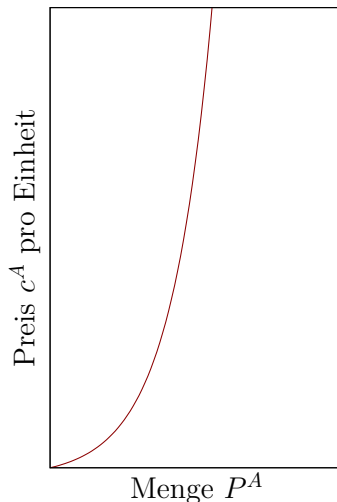


Abb. 2.2: Exemplarische Angebotskurve $c^A(P^A)$

Die Angebotskurve: Jedem Erzeuger kann ein minimaler Preis c^A zugeordnet werden, bei dem er gerade noch bereit ist eine Einheit des Gutes zu verkaufen. Einen höheren Preis würde er immer annehmen. Die Anzahl an Erzeugern, die bereit sind zu einem Preis c^A eine Einheit des Gutes zu verkaufen, ergibt die angebotene Menge $P^A(c^A)$. Trägt man die Preise in Abhängigkeit der Angebotsmenge auf, so erhält man die Angebotskurve (siehe Abb. 2.2). In der Regel wird bei niedrigen Preisen pro Einheit eine geringe Menge P^A , bei hohen Preisen eine hohe Menge angeboten. Bei einem Preis von $c^A = 0$ wird in der Regel kein

Erzeuger verkaufen wollen. Bei sehr hohen Angebotsmengen steigen die Preise dagegen meist sehr stark an, da die Erzeugungskosten des Gutes in der Regel ebenfalls stark anwachsen.

²Es ist zu beachten, dass bei zeitlich andauerndem Konsum die Zahlungsbereitschaft der Konsumenten in der Regel gemäß dem “Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen” abnimmt [9]. In dieser Arbeit jedoch wird eine mögliche Sättigung der Nachfrage nicht berücksichtigt.

Das Marktgleichgewicht: Fügt man Nachfragekurve und Angebotskurve zusammen in ein Diagramm ein, so schneiden sich beide Kurven in einem Punkt. Dies ist das Marktgleichgewicht mit dem Gleichgewichtspreis c^* und der Gleichgewichtsmenge P^* (siehe Abb. 2.3). Im Marktgleichgewicht ist die Anzahl von Erzeugern, die bereit sind das Gut für einen Preis c^* zu verkaufen, genau identisch mit der Anzahl von Konsumenten, die bereit sind das Gut für einen Preis c^* zu kaufen $P^A(c^*) = P^N(c^*) = P^*$. Auf einem über das Gleichgewichtsprinzip beschriebenen Markt stellt sich dieses Gleichgewicht in der Regel ein. Um das Marktgleichgewicht vereinfacht zu untersuchen, können die beiden Kurven in der Umgebung des Gleichgewichtspunktes linear approximiert werden (siehe Abb. 2.3),

$$c^A(P) = a^A P + b^A, \quad (2.1)$$

$$c^N(P) = a^N P + b^N. \quad (2.2)$$

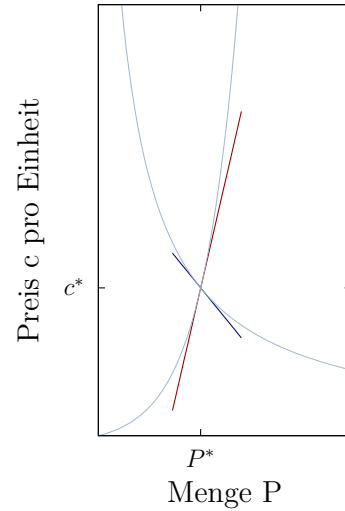


Abb. 2.3: Der Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragekurve ergibt das Marktgleichgewicht (P^*, c^*) , in dessen Umgebung Angebot- und Nachfragekurve linear approximiert werden können.

2.2 Cobweb-Modell

Die Grundlagen dieses Kapitels folgen im Wesentlichen dem ersten Kapitel des Lehrbuchs *Grundlagen der Mikroökonomie* von U. Fehl und P. Oberender [10].

In vielen Systemen, die über Angebots- und Nachfragekurven beschrieben werden können (wie u.a. Strombörsen [11]) stellt sich ein neues Marktgleichgewicht nicht instantan ein. Dies passiert z.B. dann, wenn die Erzeuger nur mit Zeitverzögerung auf neue Marktsituationen reagieren können. Eine solche Zeitverzögerung τ kann zum Beispiel dann auftreten, wenn das Gut am Markt nur zu diskreten Zeitpunkten gehandelt wird, so wie es zum Beispiel an einer Strombörse der Fall ist.³

³Die Handelsintervalle an einer Strombörse betragen aktuell noch mindestens $\tau = 15\text{min}$ [11]. Jedoch werden für zukünftige intelligente Stromnetze Intervalle von wenigen Sekunden benötigt

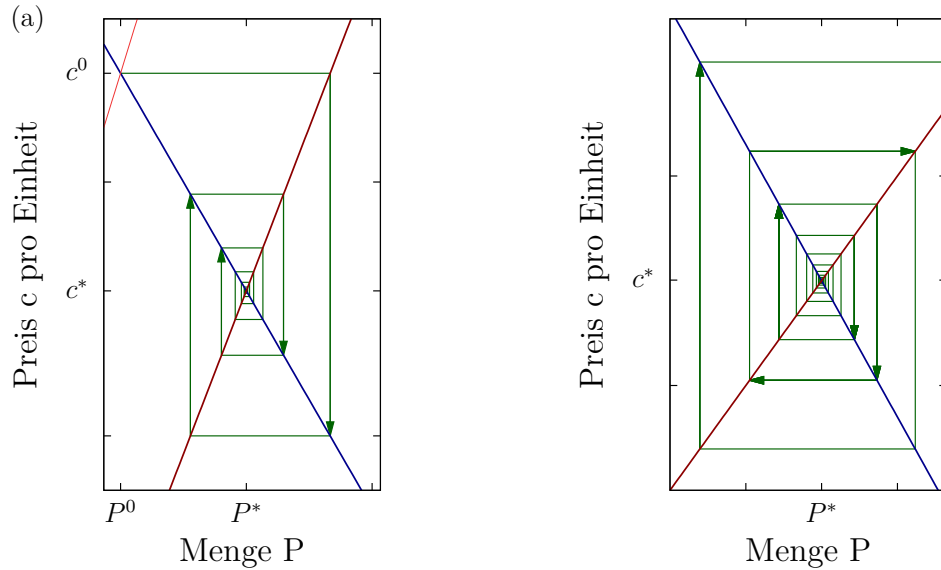


Abb. 2.4: Stabilität eines durch das Cobweb-Modell beschriebenen Marktes. (a) Stabiles Gleichgewicht. Die Steigung der Angebotskurve ist absolut größer als die Steigung der Nachfragekurve $|a^A| > |a^N|$. Die Mengen- und Preisschwankungen nähern sich dem Gleichgewichtspunkt (P^*, c^*) an, so dass der Markt in ein stabiles Gleichgewicht findet. (b) Instabiles Gleichgewicht. Die Steigung der Angebotskurve ist absolut kleiner als die der Nachfragekurve $|a^A| < |a^N|$. Sollte das Marktsystem hier auch nur geringfügig vom Gleichgewichtszustand (P^*, c^*) abweichen, so schaukeln sich Menge und Preis durch die Anpassungsprozesse auf, so dass sie sich immer weiter vom Gleichgewichtspunkt entfernen.

Ergibt sich durch Änderung der Angebots- oder Nachfragekurve ein neues theoretisches Marktgleichgewicht, so reagieren Erzeuger und Konsumenten mit Anpassungen von Menge und Preis.

Ein Modell für die Anpassung von Menge und Preis ist das Cobweb-Modell. In diesem Modell nimmt man an, dass die Erzeuger über die Höhe der Angebotsmenge des nächsten Handelszeitpunktes $P_{t+\tau}^A$ anhand des bekannten Preises des letzten Zeitpunktes c_t entscheiden,

$$P_{t+\tau}^A = P^A(c_t) . \quad (2.3)$$

Im nun folgenden Handelszeitpunkt wird die gesamte Angebotsmenge von den Konsumenten abgenommen $P_{t+\tau}^N \stackrel{!}{=} P_{t+\tau}^A$ (Einlagerung des Gutes ist in der Regel nicht möglich, wie z.B. beim Stromhandel). Um die vollständige Abnahme zu ermöglichen

[4].

muss allerdings der Preis $c_{t+\tau}$ der neuen Handelsperiode gemäß der Nachfragekurve angepasst werden,

$$P^N(c_{t+\tau}) = P^N_{t+\tau} \stackrel{!}{=} P^A_{t+\tau} = P^A(c_t) . \quad (2.4)$$

Je nach Steigungsverhältnis der Angebots- und Nachfragekurve können die Anpassungsprozesse einen stabilen oder instabilen Charakter haben (siehe Abb. 2.4). Ein berühmtes reales Beispiel für das Auftreten der Effekte des Cobweb-Modells ist der so genannte Schweinezyklus, bei dem das Handelsintervall τ bestimmt ist durch die natürliche Aufzuchtzeit von Schweinen [12].

2.3 Kostenoptimierung

Optimierungsprinzip Dieses Kapitel widmet sich dem zweiten Grundprinzip wirtschaftlichen Verhaltens, nämlich dem Optimierungsprinzip. Dieses besagt, dass jeder Marktteilnehmer versucht bei möglichst geringem Kostenaufwand einen möglichst hohen Nutzen zu erzielen [9]. Aus dieser Annahme können zwei Spezialfälle abgeleitet werden:

1. Kostenminimierung: Ist ein konstanter Bedarf nach einem Gut gegeben (vollkommen inelastische Nachfrage), so maximiert ein Konsument seinen Nutzen, indem er die Kosten des Gutes minimiert. Mit dem so eingesparten Geld können ggf. andere Güter zum Erhöhen des eigenen Nutzens erworben werden.
2. Gewinnmaximierung: Der Käufer besitzt eine gewisse Geldmenge, die er vollständig auf dem Markt ausgibt. Er maximiert nun seinen Nutzen, indem er die Anzahl der von ihm nachgefragten Güter maximiert.

In der Realität überlagern sich diese beiden Prinzipien in der Regel⁴, allerdings gibt es spezielle Situationen, in denen man das Verhalten von Marktteilnehmern mit auch nur einem der beiden Prinzipien beschreiben kann. Das Handeln von Strom ist ein solcher Spezialfall, wenn er ausschließlich an einer Strombörse gehandelt wird

⁴Aus dem Optimierungsprinzip können die in Kap. 2.1 eingeführten Nachfrage- und Angebotskurven abgeleitet werden. Dafür ermittelt ein Käufer für jeden möglichen Preis c des Gutes die Menge, die seinen Nutzen optimiert. Daraus ergibt sich die Nachfrage nach dem Gut P^N in Abhängigkeit des Preises c (Nachfragekurve). Ebenso kann ein Erzeuger für jeden möglichen Preis c seine Angebotsmenge P^A so wählen, dass sein Nutzen maximiert wird, woraus die Angebotskurve resultiert.

und das Speichern von Strom zu vernachlässigen ist. Die Stromkonsumenten versuchen an einer Strombörse ihren festen Bedarf an Strom mit minimalen Ausgaben zu decken, daher kann das Marktgeschehen über das Prinzip der Kostenminimierung beschrieben werden.

Modell der Kostenoptimierung Im Folgenden wird ein Modell entwickelt, dass die Kostenminimierung von Stromkonsumenten beschreibt. Dafür wird angenommen, dass es M_E Stromerzeuger und M_K Stromkonsumenten auf dem Markt gibt. Jedem Erzeuger i kann nun eine Angebotsfunktion $c_i^A(P)$ zugeordnet werden (siehe Kap. 2.1). Jeder Stromverbraucher j hat eine feste Nachfrage N_j , die er mit möglichst geringen Ausgaben zu decken versucht. Jeder Käufer j muss daher entscheiden, welche Strommenge $M_{ij} \geq 0$ bei welchem Verkäufer i von ihm eingekauft werden soll. Dabei muss er beachten, dass auch die anderen Käufer solche Entscheidungen treffen und Strom bei den Erzeugern nachfragen und somit die Preise c_i^A beeinflussen. Insgesamt ist das Ziel der Kostenminimierung für einen Verbraucher j unter Beachtung der Einkäufe der anderen Konsumenten die eigenen Käufe M_{ij} so zu wählen, dass seine Gesamtkosten K_j minimal werden. Diese Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den Stromeinkaufskosten K_j^E , die an die Stromerzeuger gezahlt werden, und den an die Netzbetreiber zu entrichtenden entfernungsabhängigen Transportkosten K_j^T . Die Preise T_{ij} der Transportkosten steigen mit zunehmender Distanz zwischen Erzeuger i und Verbraucher j an.⁵ Zu Beachten ist, dass der Index i in den Größen M_{ij} und T_{ij} immer einen Erzeugerknoten angibt, während der Index j hier immer für einen Verbraucher-knoten steht. Um das Modell so einfach wie möglich zu halten wird angenommen, dass sich für einen Konsumenten j sowohl die Einkaufskosten K_j^E als auch die Transaktionskosten K_j^T linear zu der bei den Erzeugern i gekauften Menge Strom M_{ij} verhalten.

$$K_j^E = \sum_i^{M_E} c_i^A M_{ij} , \quad (2.5)$$

$$K_j^T = \sum_i^{M_E} T_{ij} M_{ij} , \quad (2.6)$$

⁵In der Regel werden die Transportkosten K_j^T nicht explizit bestimmt, sondern als Umlage berechnet. Außerdem sind in realen Stromkosten neben den Erzeugungskosten und Transportkosten noch weitere Steuern und Abgaben enthalten, die hier aber der Einfachheit halber nicht berücksichtigt werden.

wobei die Summen hier nur über Erzeugerknoten laufen. Die Preise c_i^A der Erzeuger sind außerdem in diesem einfachen Modell linear abhängig von der Gesamtnachfrage an dem Erzeuger i

$$c_i^A = a_i^A \sum_k^{M_K} M_{ik} + b_i^A, \quad (2.7)$$

wobei in diesem Fall die Summe nur über Konsumentennoten läuft, a_i^A die Steigung und b_i^A der Ordinatenabschnitt der Angebotskurve sind. Die Gesamtkosten für die Verbraucher ergeben sich somit zu

$$K_j = K_j^E + K_j^T \quad (2.8)$$

$$= \sum_i^{M_E} c_i^A M_{ij} + T_{ij} M_{ij} \quad (2.9)$$

$$= \sum_i^{M_E} \left(a_i^A \sum_k^{M_K} M_{ik} + b_i^A \right) M_{ij} + T_{ij} M_{ij}. \quad (2.10)$$

Die Summe der Gesamtkosten jedes Verbrauchers bestimmt die Marktkosten K_M ,

$$K_M = \sum_j^{M_K} K_j. \quad (2.11)$$

Außerdem gibt es die Nebenbedingung, dass die konstante Nachfrage der Verbraucher N_j durch die Einkäufe M_{ij} gedeckt wird,

$$N_j = \sum_i^{M_E} M_{ij}; \quad \forall j = 1, \dots, M_K. \quad (2.12)$$

Das Minimieren der über Gl. (2.11) beschriebenen Marktkosten K_M kann unter Beachtung der Nebenbedingungen (2.12) mit Hilfe von Optimierungsalgorithmen numerisch durchgeführt werden. Die Ergebnisse sind die optimierten Einkäufe M_{ij}^* eines jeden Konsumenten und ergeben somit auch die Gleichgewichtspreise $c_i^{*,A}$ der Erzeuger und ihre Gleichgewichtsleistungen $P_i^* = \sum_j^{M_K} M_{ij}^*$, sowie die Gleichgewichtsleistungen $P_j^* = -N_j$ der Verbraucher. Die in dieser Arbeit verwendete numerische Methode ist die *Quadratische Programmierung* für konvexe Probleme, welche eine effiziente Lösung ermöglicht. Das heißt, dass der Rechenaufwand mit der Systemgröße nur sub-exponentiell ansteigt [13].

3 Physikalische Grundlagen

3.1 Wechselstromtheorie

Die in diesem Kapitel aufgeführten Beziehungen orientieren sich an den Lehrbüchern *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik* von W. Demtröder und *Elektrische Energieversorgung* von K. Heuck, K.-D. Dettmann und E. Reuter.

3.1.1 Grundlagen der Wechselstromtheorie

In einem regulären Wechselstromkreis ändern sich Spannung U und Stromstärke I zeitlich sinusförmig mit der Amplitude \hat{U} und \hat{I} . Die Effektivwerte \tilde{I} und \tilde{U} von Strom und Spannung sind definiert über [14]

$$\tilde{I} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}, \quad \tilde{U} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}. \quad (3.1)$$

Vorteilhaft ist die Darstellung der periodischen Zeitabhängigkeit der Wechselstromgrößen in Form eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene, in welchem jede Größe durch einen Real- und einen Imaginäranteil dargestellt wird,

$$U = \operatorname{Re}(U) + i \operatorname{Im}(U) = \hat{U} e^{i\theta_U}, \quad (3.2)$$

$$I = \operatorname{Re}(I) + i \operatorname{Im}(I) = \hat{I} e^{i\theta_I}. \quad (3.3)$$

Die Zeitabhängigkeit von Strom und Spannung wird hier in eine Winkelabhängigkeit transformiert, wobei θ der Polarwinkel der Wechselstromgröße ist. Der Polarwinkel lässt sich über die Relation $\theta = \omega t$ mit der Zeit t und der Winkelgeschwindigkeit ω bestimmen, oder alternativ als Arkustangens des Quotienten von Imaginär- und Realteil der komplexen Größe $\theta = \arctan(\operatorname{Im}/\operatorname{Re})$. Bedeutsam für die Berechnung von Leistungsflüssen ist die konstante relative Phase $\phi = \theta_U - \theta_I$ von Spannung und Stromstärke.

Weiterhin wird die Impedanz Z als komplexwertiger Widerstand eingeführt, sie ist

der Quotient von Spannung und Stromstärke und besitzt einen realen ohmschen Widerstandsanteil R und den imaginären Blindwiderstand X . In der Elektrotechnik wird häufig anstelle der Impedanz die Admittanz Y' verwendet, welche sich aus dem Inversen der Impedanz ergibt,

$$Z = \frac{U}{I} = R + i X , \quad (3.4)$$

$$Y' = \frac{1}{Z} = \frac{R}{R^2 + X^2} - i \frac{X}{R^2 + X^2} . \quad (3.5)$$

Besteht eine Leitung eines Stromkreises ausschließlich aus einem ohmschen realen Widerstand mit $X = 0$, so beträgt der Phasenwinkel von Spannung und Strom $\phi = 0$ und die Maxima von Strom und Spannung liegen zeitlich übereinander. Sobald allerdings induktive oder kapazitive Widerstände hinzukommen, gilt $X \neq 0$.¹ Die Impedanz Z wird dann komplex mit einem Polarwinkel θ_Z . Da sich die Impedanz aus dem Quotienten von Spannung und Stromstärke ergibt, müssen diese beiden Größen einen Phasenunterschied $\phi = \theta_Z$ aufweisen. Für induktive Widerstände mit $X > 0$ wird der Phasenunterschied ϕ positiv. Das bedeutet, dass der Winkel θ_U größer ist als θ_I , so dass das Maximum der Spannung zeitlich vor dem Maximum der Stromstärke auftritt. Kapazitive Widerstände mit $X < 0$ erzeugen negative Phasenwinkel ϕ , hier ist θ_U kleiner als θ_I und die Spannung bleibt somit zeitlich vor der Stromstärke zurück.

Im komplexen Wechselstromkreis hat jeder Verbraucher oder Erzeuger eine komplexwertige Scheinleistung S , welche über ihren Realteil P und ihren Imaginärteil Q definiert wird.² Die Wirkleistung P ist hierbei die von den Verbrauchern real nutzbare Leistung, mit der sie mechanische oder thermische Arbeit verrichten können, während die Blindleistung Q zum Aufbau elektromagnetischer Felder benötigt wird bzw. beim Abbau der Felder wieder frei wird [14],

$$S = \overline{U \cdot I^*} = P + i Q , \quad (3.6)$$

$$P = \overline{\text{Re}(U \cdot I^*)} = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\phi) , \quad (3.7)$$

$$Q = \overline{\text{Im}(U \cdot I^*)} = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\phi) . \quad (3.8)$$

Der Überstrich steht hierbei für das zeitliche Mittel und die Markierung $*$ für eine komplex konjugierte Größe.

¹Dies ist z.B. bei Transformatoren der Fall, in denen Induktivitäten wirken [1].

²In vielen Quellen wird der Betrag $|S|$ als Scheinleistung bezeichnet.

3.1.2 Wechselstrom in Stromnetzen

Ein Stromnetz kann verstanden werden als großer Wechselstromkreis mit vielen Erzeugern und Verbrauchern (Knoten), die untereinander mit leitenden Verbindungen (Kanten) verknüpft sind. Knoten und Kanten bilden in der mathematischen Graphentheorie ein Netzwerk [15]. Jedem Knoten j kann dann eine komplexe Spannung U_j und jeder Kante von Knoten j nach Knoten k ein komplexer Strom I_{jk} und eine Admittanz Y'_{jk} zugewiesen werden. Der Strom über eine Kante ergibt sich nach dem ohmschen Gesetz zu

$$I_{jk} = Y'_{jk} (U_j - U_k). \quad (3.9)$$

Der Gesamtstrom I_j eines Knotens j lässt sich über Summation des Stroms seiner Kanten ermitteln

$$I_j = \sum_k I_{jk} = \sum_k Y_{jk} U_k, \quad (3.10)$$

wobei in dieser Gleichung anstelle der Admittanz Y'_{jk} die Bus-Admittanz Y_{jk} verwendet werden muss, welche folgendermaßen definiert ist

$$Y_{jk} = \begin{cases} Y'_{jk} & j \neq k \\ -\sum_{m \neq j}^N Y'_{jm} & j = k \end{cases}. \quad (3.11)$$

Die Werte von Y_{jk} sind Elemente der Bus-Admittanz-Matrix Y . Mathematisch gesehen handelt es sich hierbei um den Graph-Laplace-Operator für den durch Y' definierten gewichteten Graphen [16]. Für den Fall, dass keine Stromleitung zwischen zwei Knoten j und k existiert, ist $Y'_{jk} = Y_{jk} = 0$.

Die Frequenz, mit der sich Strom und Spannung zeitlich ändern, ist die Netzfrequenz f_N . Sie beträgt in Deutschland 50Hz und in den USA 60Hz. Nach dem Regelwerk der deutschen Übertragungsnetzbetreiber [17] darf die Netzfrequenz maximal Abweichungen von $\pm 0.1\text{Hz}$ aufweisen, denn schon kleine Abweichungen von 1Hz führen zum Abschalten von Leitungen oder Knoten, um die Netzwerkstabilität zu gewährleisten. Außerdem wird in realen Stromnetzen eine konstante Spannung gehalten, mit welcher Verbraucher zuverlässig arbeiten können. Diese Spannung wird Netz-nennspannung U_N genannt³. Im Gegensatz zur Netzfrequenz werden bei der Netz-

³In Europa wird in Niederspannungsnetzen eine Nennspannung von 230V gehalten, im Hochspannungsbereich beträgt sie in der Regel entweder 220kV oder 380kV [17]

nennspannung höhere Toleranzbereiche von bis zu 10% zugelassen [18].

An jedem Knoten j wird entweder eine Leistung $P_j \geq 0$ in das Netz gespeist (Erzeuger) bzw. $P_j < 0$ aus dem Netz entnommen (Verbraucher). Analog zur Wirkleistung wird jedem Knoten zusätzlich ein Wert für die auftretende Blindleistung Q_j zugewiesen. Ein Blindleistung größer Null steht für stärker induktive Widerstände, eine Blindleistung kleiner Null für stärker kapazitive Widerstände. Besonders interessant sind außerdem der Energiefluss S_{jk} und die Kapazität K_{jk} einer Leitung. Die Kapazität ist über die mechanischen und thermischen Eigenschaften der Leitung gegeben. Übersteigt der Energiefluss S_{jk} die Kapazität K_{jk} einer Stromleitung, so ist diese überlastet und muss notabgeschaltet werden, um eine Überhitzung zu vermeiden [1]. Eine solche überhitzte Leitung könnte sich thermisch ausdehnen und so z.B. im Falle von Überlandleitungen mit Bäumen kollidieren, was zu einem Kurzschluss oder anderen mechanischen Beschädigungen führen könnte.

Die Scheinleistung S_{jk} zu einem festen Zeitpunkt im Netzwerk ergibt sich aus den Knoten-Spannungen U_j und den Strömen I_{jk} mit Hilfe der Gleichung (3.6) [1],

$$S_{jk} = P_{jk} + i Q_{jk} = 3 U_j I_{jk}^* , \quad (3.12)$$

wobei die mit * gekennzeichnete Größe komplex konjugiert ist. Der Faktor 3 in der Gleichung für die Scheinleistung resultiert aus dem Vorhandensein von Dreiphasenstrom in Hochspannungsnetzen [1]. In einem Stromnetz mit Dreiphasenstrom treten drei einzelne Wechselströme bzw. Wechselspannungen gleicher Frequenz jeweils um 120° phasenverschoben zusammen auf. Somit ist im Vergleich zum normalen Einphasenstrom auch eine dreifache Leistung in einem solchen System vorhanden.

4 Stromnetzmodelle

In realen Stromnetzen wird Energie von den Generatoren zu den Verbrauchern über Stromleitungen transportiert. Um die Auslastung der Leitungen theoretisch berechnen zu können, werden Stromnetzmodelle verwendet. Im Folgenden werden zwei verschiedene Modelle dargestellt. Das Modell der Lastflussrechnung beschreibt nur stationäre Zustände, berücksichtigt dafür jedoch mehrere reale Eigenschaften von Stromnetzen. Für das Oszillator-Modell hingegen werden vereinfachte Annahmen gemacht, dafür kann die *Dynamik* des Stromnetzes simuliert werden.

4.1 Das Modell der Lastflussrechnung

4.1.1 Modellgrundlagen

Das hier beschriebene Modell der Lastflussrechnung orientiert sich an dem im Buch *Elektrische Energieversorgung* von K. Heuck, K.-D. Dettmann und E. Reuter [1] in Kapitel 5 dargestellten Modell, in welchem ein Stromnetz unter Beachtung der physikalischen Gleichungen der Wechselstromtheorie (siehe Kap. 3.1) simuliert wird (siehe dafür auch das Buch *Power System Stability and Control* von P. Kundur [19]). Dieses Modell wird angewandt, um aus vorgegebenen Eigenschaften der Knoten und Kanten die Energieflüsse der Wirkleistung P_{jk} und der Blindleistung Q_{jk} zwischen zwei Knoten und außerdem den Real- und Imaginäranteil der Knoten-Spannungen $\text{Re}(U_{i,0})$ und $\text{Im}(U_{i,0})$ zu bestimmen. Besonders die Kenntnis der Scheinleistung $S_{jk} = P_{jk} + i Q_{jk}$ in Netzwerken ist von großer Bedeutung, da man mit ihrer Hilfe Aussagen über die Instabilität der Netzwerke machen kann. Übersteigt der Energiefluss S_{jk} auf einer Stromleitung deren Kapazität, so fällt die Leitung aus. Da die Stromleitungen komplexe Admittanzen Y'_{jk} und somit neben Blindwiderständen X_{jk} auch ohmsche Widerstände R_{jk} besitzen, treten in diesem Modell außerdem Leistungsverluste auf. Die Einhaltung der Energiebilanz kann daher nicht direkt aus der erzeugten bzw. verbrauchten Leistung der Netzknoten geschlossen wer-

den, da die Verluste a priori, also vor Ausführung der Simulation, noch unbekannt sind. Aus diesem Grund wird ein so genannter Bilanzknoten (englisch: slack node) eingeführt und mit dem Netzwerk verbunden, welcher ein weiteres, leistungsstarkes Netzwerk symbolisiert und Wirkleistungsverluste ausgleicht, indem er zusätzlich benötigte Energie zur Einhaltung der Energiebilanz in das Netzwerk speist. Außerdem ist zu beachten, dass die Flüsse P_{jk} und Q_{jk} im Allgemeinen keine Symmetrie aufweisen. Nur in verlustfreien Netzwerken gilt $P_{jk} = -P_{kj}$ (Erhaltung der Wirkleistung) und $S_{ij} = S_{ji}$ (Erhaltung der Scheinleistung).

Während die zu bestimmenden Größen der Simulation die Spannungen und Energieflüsse im Netzwerk sind, müssen einige Ausgangseigenschaften des Netzes vorgegeben werden. Insgesamt ist es wichtig zu beachten, dass für jede Wechselstromgröße in diesem Modell sowohl der Real- als auch der Imaginärteil bestimmt werden müssen. Insgesamt treten in einem Stromnetzwerk drei verschiedene Typen von Knoten auf: Die Generatoren, die Konsumenten und der Bilanzknoten. Letzterer sollte in jedem Netzwerk nur einmal vorkommen, da er nur der Energieerhaltung dient. Er sollte idealerweise am stärksten Generator angeschlossen sein. Alternativ kann auch der stärkste Generator selbst als Bilanzknoten wirken. Jedem der drei Knotentypen werden spezifische Eigenschaften zugewiesen: Für einen Generator-Knoten j werden seine Wirkleistung $P_j > 0$, die er ins Netz einspeist, und der Wert des Spannungsbetrags $|U_j|$ angegeben. Für einen Verbraucher wird die Wirkleistung $P_j < 0$ zusammen mit der benötigten Blindleistung Q_j angegeben. Der Grund für die unterschiedlichen Angaben liegt darin, dass Verbraucher meist einen festen Bedarf an Wirk- und Blindleistung haben, während die Generatoren vor allem die Netznennspannung aufrecht erhalten sollen. Für den Bilanzknoten wird sowohl Real- als auch Imaginärteil der Spannung angegeben. Eine Übersicht über die notwendigen Angaben ist in Tab. 4.1 zu sehen.

Generator	Realleistung $P_{j,0}$, Betrag der Spannung $ U_{j,0} $
Verbraucher	Realleistung $P_{j,0}$, Blindleistung $Q_{j,0}$
Bilanzknoten	Realteil $\text{Re}(U_{j,0})$ und Imaginärteil $\text{Im}(U_{j,0})$ der Spannung

Tab. 4.1: Übersicht der drei verschiedenen Knoten-Typen und der im Voraus der Simulation anzugebenden spezifischen Zielgrößen.

4.1.2 Das grundlegende Gleichungssystem

Das Modell der Lastflussrechnung besteht im Wesentlichen aus einem $2N$ -dimensionalen nichtlinearen Gleichungssystem $\vec{y}(\vec{U})$, dessen Argumentvektor \vec{U} aus den Werten von Real- und Imaginärteil $\text{Re}(U_j)$ und $\text{Im}(U_j)$ der Spannungen der Knoten besteht,

$$\vec{U} = (\text{Re}(U_j); \text{Im}(U_j))^T, \quad (4.1)$$

wobei T einen transponierten Vektor und N die Gesamtzahl der Knoten im Netzwerk angibt. Der Ergebnisvektor des Gleichungssystems \vec{y} enthält die Knotenwirkleistungen $P_j(\vec{U})$, die Knotenblindleistungen $Q_j(\vec{U})$ und die an den Knoten anliegenden Spannungsbeträgen $|U_j|(\vec{U})$ für jeden Knoten $j = 1 \dots N$,

$$\vec{y} = (P_j(\vec{U}); Q_j(\vec{U}); |U_j|(\vec{U}))^T. \quad (4.2)$$

Die drei Größen P_j , Q_j und $|U_j|$ hängen von den komplexen Knotenspannungen U_j ab. Um die bestimmenden Gleichungen des Systems herzuleiten, wird die Relationen (3.9) für die Stromstärke in Relation (3.12) für die Scheinleistung eingesetzt, so dass sich folgende Gleichung für die Scheinleistung ergibt

$$S_{jk} = 3 \cdot U_j \left(Y_{jk}'^* (U_j^* - U_k^*) \right). \quad (4.3)$$

Nimmt man nun den Real- bzw. den Imaginärteil der Scheinleistung, so erhält man Gleichungen für P_j und Q_j in Abhängigkeit der Knotenspannungen \vec{U} ,

$$P_j = 3 \cdot \sum_{k=1}^N \text{Re}(U_j) \left(\text{Re}(U_k) \cdot \text{Re}(Y_{jk}) - \text{Im}(U_k) \cdot \text{Im}(Y_{jk}) \right) + \text{Im}(U_j) \left(\text{Im}(U_k) \cdot \text{Re}(Y_{jk}) + \text{Re}(U_k) \cdot \text{Im}(Y_{jk}) \right), \quad (4.4)$$

$$Q_j = 3 \cdot \sum_{k=1}^N \text{Im}(U_j) \left(\text{Re}(U_k) \cdot \text{Re}(Y_{jk}) - \text{Im}(U_k) \cdot \text{Im}(Y_{jk}) \right) - \text{Re}(U_j) \left(\text{Im}(U_k) \cdot \text{Re}(Y_{jk}) + \text{Re}(U_k) \cdot \text{Im}(Y_{jk}) \right). \quad (4.5)$$

Es ist zu beachten, dass hier die Bus-Admittanz Y_{jk} anstelle der normalen Admittanz Y_{jk}' verwendet wird. Als dritte bestimmende Gleichung wird noch der Betrag der

Spannung $|U_j|$ definiert:

$$|U_j| = \sqrt{\operatorname{Re}(U_j)^2 + \operatorname{Im}(U_j)^2} . \quad (4.6)$$

Die Bus-Admittanzen sind für jede Kante als bekannt vorausgesetzt. Das Gleichungssystem 4.2 muss nun so gelöst werden, dass die Werte von Wirkleistung P_j , Blindleistung Q_j und Spannungsbetrag $|U_j|$ den ihrem Knotentyp entsprechenden Vorgaben entsprechen (siehe Tab. 4.1). Die Ergebnisse sind die Spannungen $\operatorname{Re}(U_j)$ und $\operatorname{Im}(U_j)$ für die Knoten, aus denen sich dann über Gleichung (4.3) die Energieflüsse S_{jk} auf den Leitungen bestimmen lassen.

Um für große Netzwerke das Gleichungssystem numerisch zu lösen, wird der Newton-Raphson-Algorithmus verwendet [1].

4.2 Das Oszillator-Modell

4.2.1 Modellgrundlagen

Dieses Stromnetzmodell basiert auf der Annahme, dass alle Erzeuger und Verbraucher als oszillierende Synchronmaschinen dargestellt werden können. Die Bewegungsgleichung der Maschinen ähnelt hier der des Kuramoto-Modells für gekoppelte Oszillatoren [20] und wurde in ihrer hier verwendeten Form von Filatrella et al. [8] entwickelt. Es wurde schon mehrfach für verschiedene Studien verwendet [21] [7] und auch in den Ingenieurwissenschaften wird es unter der Bezeichnung *klassisches Modell* benutzt [19].

Das Ziel einer Simulation des Oszillatormodells ist es, die Dynamik der Energieflüsse im Stromnetz aus den Phasendifferenzen der Knoten zu bestimmen. Dafür wird das gesamte Netz als Graph dargestellt (siehe Kap. 3.1.2), dessen Knoten entweder Energieerzeuger (Generatoren) darstellen, wie z.B. einen herkömmlichen Kraftwerkspark bzw. Windpark, oder aber Energieverbraucher (Konsumenten). Letzere sind hierbei allerdings nicht als einzelne Haushalte oder Industrieanlagen zu verstehen, sondern als Gesamtheit der Verbraucher einer gesamten Region, welche zusammen die Knoteneigenschaften bestimmen.

Jedem Knoten i wird eine Leistung P_i zugeordnet, wobei Erzeuger eine positive Leistung $P_i > 0$ und Verbraucher eine negative Leistung $P_i < 0$ aufweisen. Die Kanten des Graphen stellen die Stromleitungen zwischen den Regionen dar, wobei jede Kante von Knoten i nach Knoten j eine Kapazität K_{ij} besitzt. Neben der

Kapazität gibt es keine weiteren Eigenschaften der Leitungen, was unter anderem bedeutet, dass in diesem Modell keine ohmschen Widerstände berücksichtigt werden, der Energietransport verläuft also völlig verlustfrei. Wie im Folgenden gezeigt wird, beschreibt das Oszillatormodell nicht nur stationäre Zustände, sondern insbesondere die Übergangsdynamik des Systems beim Wechsel vom einen Gleichgewichtspunkt zum nächsten. Damit unterscheidet es sich auch wesentlich vom Modell der Lastflussrechnung, welches über die Lastflussrechnung nur stationäre Zustände bestimmen kann.

4.2.2 Die Bewegungsgleichung

Im Oszillatormodell wird jeder Knoten als rotierende Synchronmaschine angesehen. Die Bewegung dieser Maschine wird über eine Bewegungsgleichung beschrieben, aus deren Lösung schließlich die Phasen der Knoten und die Energieflüsse im Netzwerk bestimmt werden können.

In einem modernen Stromnetz ändert sich der Wechselstrom mit einer Frequenz von $\Omega = 2\pi \cdot 50\text{Hz}$ bzw. $\Omega = 2\pi \cdot 60\text{Hz}$ (siehe Kap. 3.1.2), daher rotieren die einzelnen Maschinen ungefähr mit dieser Frequenz. Der Winkelstand θ_i einer jeden Maschine i kann beschrieben werden über

$$\theta_i(t) = \Omega t + \phi_i(t) , \quad (4.7)$$

wobei der Phasenwinkel $\phi_i(t)$ hier eine kleine Abweichung vom Nennwinkel Ωt darstellt. Ohne diesen Phasenwinkel würden alle Maschinen identisch schwingen, so dass es keine Phasendifferenzen zwischen den Knoten gäbe und somit auch keine Energieflüsse.

Der Winkel $\theta_i(t)$ und die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}_i(t)$ geben nun den Zustand jeder Maschine i für jeden Zeitpunkt t an. Die zugehörige Bewegungsgleichung kann man aus der Energiebilanzgleichung ableiten. Folgende Leistungsterme treten an jedem einzelnen Knoten i auf

- Die Quellleistung $P_{i,0}$ eines jeden Knotens gibt an, welche mechanische Leistung von der Maschine insgesamt erzeugt bzw. verbraucht wird.
- Aus dem Energieterm der Rotationsbewegung $E_{i,\text{rot}} = \frac{1}{2} I \dot{\theta}_i^2$ ergibt sich die Rotationsleistung $P_{i,\text{rot}} = \frac{d}{dt} E_{i,\text{rot}} = \frac{1}{2} I \frac{d}{dt} (\dot{\theta}_i)^2$. Hierbei ist I das Trägheitsmoment der Synchronmaschine.

- Die durch Reibung verlorene Leistung $P_{i,\text{reib}} = \kappa(\dot{\theta}_i)^2$ mit κ dem Reibungskoeffizienten der Maschine.
- Die mit dem Stromnetz ausgetauschte Leistung $P_{i,\text{trans}} = \sum_j P_{ij,\text{max}} \sin(\theta_i - \theta_j)$, wobei $P_{ij,\text{max}}$ die maximal übertragbare Leistung einer Leitung von Knoten i nach j ist.

Der Einfachheit halber werden alle Maschinen als identisch angesehen, so dass sie alle das selbe Trägheitsmoment I und den selben Reibungskoeffizienten κ haben. Insgesamt besagt nun die Energiebilanz, dass die Quellleistung eines Knotens genau der Energiesumme entsprechen muss, die durch Reibung, Rotation und Leistungsaustausch mit dem Netz zustande kommt

$$P_{i,0} = P_{i,\text{reib}} + P_{i,\text{rot}} + P_{i,\text{trans}} \quad (4.8)$$

$$= \kappa(\dot{\theta}_i)^2 + \frac{1}{2}I \frac{d}{dt}(\dot{\theta}_i)^2 + \sum_j P_{ij,\text{max}} \sin(\theta_i - \theta_j) . \quad (4.9)$$

Setzt man in diese Gleichung nun die Definition für den Winkelstand Gl. (4.7) ein und vernachlässigt wegen $\dot{\phi}_i \ll \Omega$ die Terme mit $\dot{\phi}_i \dot{\phi}$ und $\ddot{\phi}_i \dot{\phi}_i$, so erhält man eine Gleichung, die nur noch von den Phasenwinkeln ϕ_i abhängt,

$$P_{i,0} = \kappa\Omega^2 + 2\kappa\Omega\dot{\phi}_i + I\Omega\ddot{\phi}_i + \sum_j P_{ij,\text{max}} \sin(\phi_i - \phi_j) \quad (4.10)$$

$$\Leftrightarrow I\Omega\ddot{\phi}_i = P_{i,0} - \kappa\Omega^2 - 2\kappa\Omega\dot{\phi}_i - \sum_j P_{ij,\text{max}} \sin(\phi_i - \phi_j) . \quad (4.11)$$

Teilt man nun die letzte Gleichung durch den Term $I\Omega$, so erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_i &= \frac{P_{i,0} - \kappa\Omega^2}{I\Omega} - \frac{2\kappa}{I}\dot{\phi}_i + \sum_j \frac{P_{ij,\text{max}}}{I\Omega} \sin(\phi_j - \phi_i) \\ &= P_i - \alpha\dot{\phi}_i + \sum_j K_{ij} \sin(\phi_j - \phi_i) \end{aligned} \quad (4.12)$$

mit der Leistung $P_i = \frac{P_{i,0} - \kappa\Omega^2}{I\Omega}$, dem Reibungskoeffizienten $\alpha = \frac{2\kappa}{I}$ und der Kapazität $K_{ij} = \frac{P_{ij,\text{max}}}{I\Omega}$. Diese Formel stellt die Bewegungsgleichung für die rotierenden Maschinen dar.

Für den Fall, dass sich die Phasenwinkel ϕ_i zeitlich nicht ändern ($\dot{\phi}_i = \ddot{\phi}_i = 0$)

befindet sich das System im stationären Zustand. Für Gleichung (4.12) gilt dann:

$$0 = P_i^* + \sum_j K_{ij} \sin(\phi_j^* - \phi_i^*) . \quad (4.13)$$

Hier sind P_i^* und ϕ_j^* die Gleichgewichtsgrößen im stationären Zustand.

Von dem Modell wird nun gefordert, als Ergebnis die Energieflüsse F_{ij} zwischen zwei Knoten im Stromnetz zu bestimmen. Dafür müssen zunächst die Bewegungsgleichungen für jeden Knoten i gelöst werden, so dass man für jeden Zeitpunkt die Phasenwinkel $\phi_i(t)$ kennt. Die zwischen zwei Knoten übertragene Leistung zur Zeit t ergibt sich dann einfach aus dem zugehörigen Term für den Leistungsaustausch $P_{i,\text{trans}}$

$$F_{ij}(t) = K_{ij} \sin(\phi_i(t) - \phi_j(t)) . \quad (4.14)$$

Die Lösung der Bewegungsgleichung wird in diesem Modell numerisch mit der Runge-Kutta-Methode vierter Ordnung durchgeführt. Dieses Verfahren bietet einen guten Kompromiss aus Qualität der Ergebnisse und Rechengeschwindigkeit [22].

Betrachtet man als elementares Beispiel ein Netzwerk bestehend aus genau einem Generator i und einem Verbraucher j mit $P_i = -P_j = P^*$, so muss im stationären Zustand der Fluss zwischen den beiden Knoten gerade P^* entsprechen. Der Phasenunterschied $\Delta\phi^* = \phi_i^* - \phi_j^*$ lässt sich nun bestimmen über [21]

$$\Delta\phi^* = \arcsin\left(\frac{P^*}{K_{ij}}\right) . \quad (4.15)$$

4.2.3 Energiefluss unter realistischen Parametern

Um das zeitliche Verhalten des Energieflusses für dieses Modell besser zu verstehen, wird im Folgenden für ein Beispielnetzwerk das Oszillator-Modell simuliert. Um grundsätzliches Verhalten zu beobachten, wird ein einfaches Netzwerk, bestehend aus nur einem Generator- und einem Verbraucherknoten verwendet. Aufbau und Netzwerkeigenschaften sind in Abb. 4.1 angegeben. Die Simulationsergebnisse für den Energiefluss F im Netzwerk und das Verhalten des ersten Knotens in Phasenraumdarstellung sind in Abbildung 4.2 zu sehen.

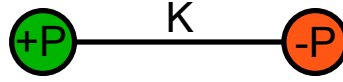


Abb. 4.1: Einfaches Netzwerk bestehend aus einem Generatorknoten (grün) mit Leistung $P = 50s^{-2}$ und Verbraucherknoden (rot) mit Leistung $P = -50s^{-2}$, welche durch eine Stromleitung mit Kapazität $K = 80s^{-2}$ verbunden sind.

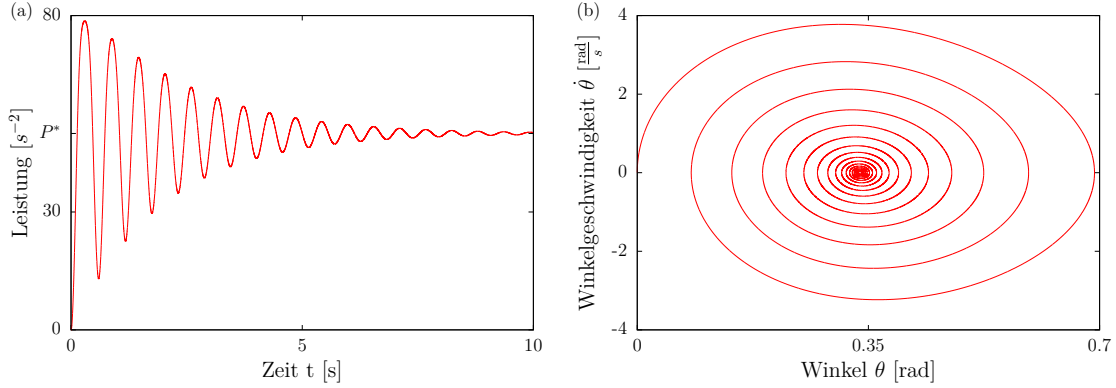


Abb. 4.2: Energiefluss im Beispielnetzwerk und in Phasenraumdarstellung. (a) Zu Beginn der Simulation schwingt der Energiefluss F (rot) um den Gleichgewichtswert $F^* = P^*$ (Übergangsbereich), bis das System schließlich in einen stabilen stationären Zustand mit konstantem Energiefluss F^* gelangt. (b) Aus dem alten Gleichgewicht ($\theta = \dot{\theta} = 0$) bewegt sich das System in Zustände mit alternierenden Winkelgeschwindigkeiten und Winkelgrößen. Die Amplituden dieser Schwingungen werden aber im Laufe der Zeit geringer, bis sich das System in das neue Gleichgewicht eingeschwenkt hat ($\dot{\theta} = 0$, θ^*). Aus didaktischen Gründen wurde für die Grafiken eine hohe Dämpfung von $\alpha = 1.0s^{-1}$ verwendet, um den Relaxationsvorgang erkenntlich zu machen.

Für das Modell werden realistische Parameter verwendet, die aus den Daten eines realen Kraftwerkparks abgeleitet wurden¹ [7]:

$$P^* = 50s^{-2}, K = 80s^{-2}, \alpha = 0.01s^{-1}. \quad (4.16)$$

Man erkennt gut, wie der Energiefluss zu Beginn starke Oszillationen um den Gleichgewichtswert $F^* = 50s^{-2}$ durchführt. Im Laufe der Zeit schwächt sich die Amplitude der Schwingung aber immer weiter ab, bis schließlich der Gleichgewichtswert erreicht wird. Wie man im Phasendiagramm erkennt, verschwindet die Winkelgeschwindig-

¹Die Dämpfung α ist in diesem Fall sehr klein, sie entspricht hier der geringen mechanischen Reibung einer modernen Synchronmaschine, welche Wirkungsgrade im Bereich von 99% erreicht. Allerdings können in realen Stromnetzen so genannte Dämpferwicklungen eingesetzt werden, die die effektive Dämpfung unter Umständen deutlich erhöhen [23].

keit im Gleichgewicht, so dass der stationäre Zustand mit $\dot{\theta} = 0$ erreicht wurde. Da die Knoten in diesem System als schwingende Systeme wirken, können im Falle von zeitlich veränderlichen Leistungen $P_i(t)$ Resonanzen auftreten. Gerade der Übergangsbereich, in dem der neue stationäre Zustand noch nicht erreicht ist, ist von starken Oszillationen im Energiefluss zwischen den Knoten geprägt. Wenn nun auf das schwingfähige System eine periodische Kraft in Form einer sich zeitlich ändernden Leistung $P_i(t)$ wirkt, so treibt diese das System an. Ein Resonanzeffekt tritt dann auf, wenn die periodische Kraft mit einer Frequenz nahe der Resonanzfrequenz f_R des schwingfähigen Systems schwingt. Um die Resonanzfrequenz zu bestimmen, wird zunächst die Differenz der Bewegungsgleichungen von Generator- und Verbraucher-knoten des elementaren 2-Knoten-Netzwerkes erstellt,

$$\Delta\ddot{\phi} = \ddot{\phi}_2 - \ddot{\phi}_1 = 2P + \alpha \Delta\dot{\phi} - 2K \sin(\Delta\phi) , \quad (4.17)$$

mit $P_1 = -P_2 = P$. Die Phasendifferenz $\Delta\phi$ wird nun linear approximiert,

$$\Delta\phi = \Delta\phi^* + \epsilon , \quad (4.18)$$

wobei $\Delta\phi^* = \phi_2^* - \phi_1^*$ die konstante Phasendifferenz der beiden Knoten im stationären Zustand und ϵ eine kleine zeitabhängige Abweichung bedeutet. Für Gl. (4.17) ergibt sich dann in der ersten Ordnung der Taylorentwicklung

$$\ddot{\epsilon} = \alpha \dot{\epsilon} - 2K \cos(\Delta\phi^*) \epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (4.19)$$

$$= \alpha \dot{\epsilon} - \omega_R^2 \epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (4.20)$$

Die Ergebnisgleichung entspricht der Bewegungsgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators [24] mit Resonanzkreisfrequenz $\omega_R = 2 \pi f_R$

$$\omega_R^2 = 2K \cos(\Delta\phi^*) \stackrel{(4.15)}{=} 2K \cos\left(\arcsin\left(\frac{P^*}{K}\right)\right) \quad (4.21)$$

$$= 2K \sqrt{1 - \frac{(P^*)^2}{K^2}} \quad (4.22)$$

4.2.4 Verknüpfung zum Modell der Lastflussrechnung

Der stationäre Zustand Gl. (4.13) der Bewegungsgleichung des Oszillator-Modells ist ein Spezialfall des Modells der Lastflussrechnung. Er lässt sich aus der Grundgleichung der Lastflussrechnung (siehe Gl. (3.12)) herleiten. Allgemein ist hier der

Leistungsfluss von Knoten i nach Knoten j gegeben durch

$$S_{ij} = 3 U_i I_{ij}^* . \quad (4.23)$$

Nun wird der Spezialfall betrachtet, dass die realen Widerstände R_{ij} der Stromleitungen vernachlässigbar gegenüber den Blindwiderständen X_{ij} sind, so dass $Z_{ij} \approx i X_{ij}$. Außerdem habe jeder Generator und Verbraucher die gleiche Spannungsamplitude $|U_i| = |U|$. Damit lässt sich der Energiefluss S_{ij} auch schreiben als

$$\begin{aligned} S_{ij} &= 3 U_i I_{ij}^* \stackrel{(3.9)}{=} 3 U_i \frac{U_i^* - U_j^*}{Z_{ij}} \\ &\approx \frac{3}{i X_{ij}} |U| e^{i\theta_i} \left(|U| e^{-i\theta_i} - |U| e^{-i\theta_j} \right) \\ &= 3 i \frac{|U|^2}{X_{ij}} (e^{i(\theta_i - \theta_j)} - 1) . \end{aligned} \quad (4.24)$$

Hier wurde die komplexe Spannung in der Exponentialschreibweise $U_i = |U| e^{i\theta_i}$ angegeben. Da im Oszillatormodell keine imaginären Anteile des Energieflusses berücksichtigt werden, wird nun die Wirkleistung bestimmt zu

$$\operatorname{Re}(S_{ij}) = P_{ij} = \frac{3 |U|^2}{X_{ij}} \sin(\theta_i - \theta_j) = -P_{ji} , \quad (4.25)$$

$$P_{ij} = K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) , \quad (4.26)$$

mit dem neuen Parameter $K_{ij} := \frac{3 |U|^2}{X_{ij}}$ für die maximale Leistungsübertragung (Kapazität) der Leitung. Summiert man nun auf beiden Seiten über alle möglichen Nachbarn j eines Knotens i , so ergibt sich schließlich die Bilanzgleichung der Lastflussrechnung

$$0 = P_i + \sum_j K_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i) . \quad (4.27)$$

Die Bilanzgleichung entspricht hierbei der Bewegungsgleichung des Oszillator-Modells im stationären Zustand (siehe Gl. (4.13)), womit die Verknüpfung der beiden Modelle gegeben ist.

4.3 Der IEEE-118 Datensatz

Für Analysen der Energieflüsse in Netzwerken wird in dieser Arbeit u.a. ein Datensatz des “Institute of Electrical and Electronics Engineers” (IEEE) verwendet [25]. Der Datensatz beschreibt unter Angabe realistischer Parameter ein reales Netzwerk in Ohio (USA) aus den 1960er Jahren, bestehend aus 118 Knoten, davon 25 Erzeuger und 93 Verbraucher und 178 Kanten (siehe Abb.4.3). Jedem Knoten wird eine Leistung P_i zugewiesen, die er erzeugt ($P_i > 0$) oder verbraucht ($P_i < 0$) und eine Position (x, y) im Netzwerk, aus denen die räumlichen Abstände der Knoten bestimmt werden können. Außerdem werden reale und komplexe Widerstände R_{ij} und X_{ij} für die Kanten angegeben. Hier ist darauf zu achten, dass die Werte für die Widerstände im *per-unit-System* (*pu*) angegeben sind. Werte im per-unit-System geben das prozentuale Verhältnis zu einer Nominalgröße an. Um von per-unit in die Einheit Ohm umzurechnen, werden folgende Relationen verwendet [26]

$$R_{ij,\Omega} = R_{ij,\text{pu}} \frac{U_{\text{nom}}^2}{S_{\text{nom}}}, \quad X_{ij,\Omega} = X_{ij,\text{pu}} \frac{U_{\text{nom}}^2}{S_{\text{nom}}}, \quad (4.28)$$

wobei $U_{\text{nom}} = 100 \text{ kV}$ die Nominalspannung und $S_{\text{nom}} = 100 \text{ MVA}$ die Nominalscheinleistung des per-unit-Systems sind. Mit Hilfe dieses Datensatzes lassen sich Berechnungen mit den Stromnetzmodellen anhand realistischer Parameterwerte eines realen Stromnetzes durchführen.

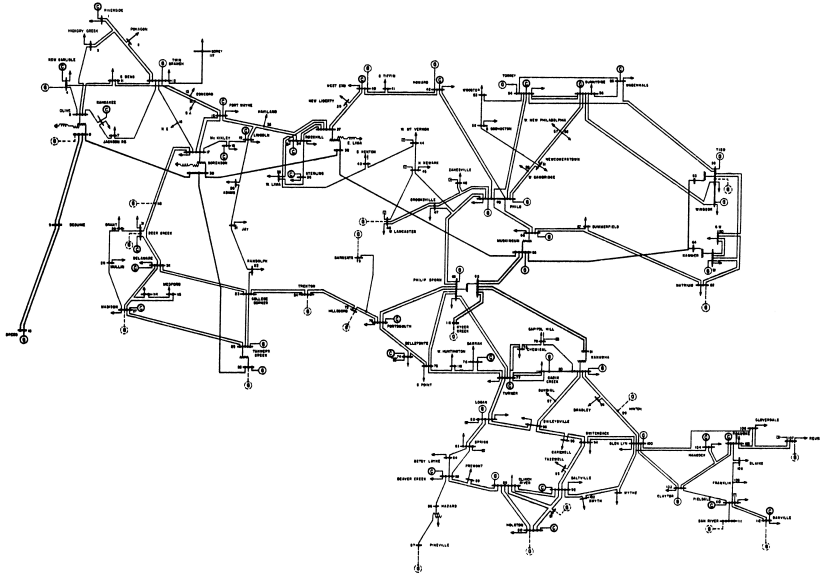


Abb. 4.3: Darstellung des 118-Knoten-Stromnetzes aus der IEEE-Datenbank [25].

5 Stabilitätsanalyse der gekoppelten Handels- und Netzwerkdynamik

5.1 Analysegrundlagen

Im Folgenden wird die gekoppelte Dynamik von Handel und Stromnetz untersucht. Um die dynamischen Energieflüsse F im Netzwerk berechnen zu können, wird das Oszillator-Modell verwendet. Ergebnisse für stabile Systeme mit konstanten erzeugten und verbrauchten Leistungen P_i wurden bereits in Kap. 4.2.3 bestimmt. In diesem Kapitel soll nun die dynamische Stabilität des Netzwerkes unter Einfluss sich zeitlich ändernder erzeugter und nachgefragter Leistung $P_i(t)$ untersucht werden. In realen Stromnetzen werden diese Leistungen unter anderem über das Handeln an einer Strombörse bestimmt [11], welche über die Gleichungen in Kapitel 2.1 modellhaft simuliert werden kann. Der Handel reagiert auf externe Änderungen durch Anpassungsprozesse der Marktmengen P^N der Konsumenten und P^A der Erzeuger für die nächste Handelsperiode τ , welche im Rahmen des Cobweb-Modells (siehe Kap. 2.2, Gl. (2.4)) analysiert werden können,

$$P^N(c_{t+\tau}) = P^N_{t+\tau} \stackrel{!}{=} P^A_{t+\tau} = P^A(c_t) . \quad (5.1)$$

Für die Erzeuger und Verbraucher ergeben sich aus diesen gehandelten Leistungen nun die tatsächlich im Netzwerk erzeugten Leistungen $P_i(t)$, welche in der Bewegungsgleichung des Oszillatormodells (siehe Gl. (4.12))

$$\ddot{\phi}_i = P_i(t) - \alpha \dot{\phi}_i + \sum_j K_{ij} \sin(\phi_j - \phi_i) \quad (5.2)$$

die wesentlichen treibenden Faktoren sind. Zeitlich variable Leistungen $P_i(t)$ sollten daher deutlich die Energieflüsse (siehe Gl. (4.14))

$$F_{ij}(t) = K_{ij} \sin(\phi_i(t) - \phi_j(t)) . \quad (5.3)$$

zwischen zwei Knoten i und j beeinflussen und unter Umständen sogar bisher unbekannte Instabilitäten erzeugen.

Um das Handeln an der Strombörse zu beschreiben, werden gemäß Kap. 2.1 die Angebotsfunktion $c^A(P)$ und die Nachfragefunktion $c^N(P)$ der Marktteilnehmer benötigt. Dabei sollte sich die Gleichgewichtsmenge P^* in der Nähe des realistischen Wertes $P^* = \pm 50 \text{s}^{-2}$ befinden. Für die folgenden Untersuchungen verwende ich daher folgende geeignete Funktionen,

$$c^A(P) = a^A \cdot P , \quad (5.4)$$

$$c^N(P) = a^N \cdot P + b^N = -0.8 \text{s}^2 \text{GE} \cdot P + 115 \text{GE} . \quad (5.5)$$

Die Preise c werden in allgemeinen Geldeinheiten GE angegeben. Der einzig noch nicht festgelegte Parameter ist die Steigung der Angebotskurve a^A . In den folgenden Analysen wird diese Steigung verschiedene Werte annehmen, um unterschiedliche Instabilitäten aufzuzeigen. Gründe für eine Änderung der Steigung sind Kostenänderungen bei der Energieerzeugung. So kann z.B. das Aufkommen von starkem Wind dazu führen, dass Windparks viel günstigen Strom erzeugen, und die Stromkosten dieses Knotens (und somit die Steigung der Angebotsfunktion) stark sinken. Die Nachfragefunktion wird als nicht veränderlich angenommen, um das Modell nicht unnötig zu verkomplizieren, kann sich aber in der Realität durchaus auch zeitlich ändern. Alle folgenden Simulationen arbeiten in der Regel mit einem realistischen Ausgangszustand ($P_0 = 50 \text{s}^{-2}$, $c_0 = 75 \text{GE}$), dessen Gleichgewichtsmenge der Leistung eines großen realen Kraftwerksparks entspricht (siehe Kap. 4.2.3). Die Dämpfung des Stromnetzes entspricht dem realistischen Wert von $\alpha = 0.01 \text{s}^{-1}$. Die numerische Simulation wird mit einem Zeitschritt von $dt = 0.1 \text{ms}$ durchgeführt.

Das Ziel der Untersuchungen soll es sein, elementare Einflüsse des Marktes auf das Stromnetz ausfindig zu machen. Daher wird für die Simulationen ein einfaches Netzwerk verwendet, bestehend aus nur einem Erzeugerknoten und einem Verbraucher-knoten, welche durch eine Stromleitung mit Kapazität $K = 80 \text{s}^{-2}$ verbunden sind (siehe Abb. 5.1).

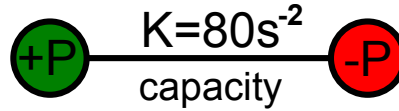


Abb. 5.1: Einfaches Netzwerk bestehend aus einem Generatorknoten (grün) mit Leistung $P = 50\text{s}^{-2}$ und Verbraucherknoten (rot) mit Leistung $P = -50\text{s}^{-2}$, welche verbunden sind durch eine Stromleitung mit Kapazität $K = 80\text{s}^{-2}$.

5.2 Ergebnisse

Im Folgenden wird die gekoppelte Handels- und Stromnetzdyamik auf Stabilität untersucht. Zunächst wird eine stabile Dynamik gezeigt, an der das allgemeine Zusammenwirken von Handel und Stromnetz exemplarisch beschrieben wird. Die drei folgenden Unterkapitel behandeln verschiedene mögliche Instabilitäten, nämlich die des instabilen Marktes, die der transienten Überschreitung der Kapazität und schließlich eine durch Resonanzeffekte herbeigeführte Instabilität. Der letzte Abschnitt bietet einen Überblick über die allgemeine Abhängigkeit der dynamischen Stabilität von der Steigung der Angebotskurve a^A und der Handelsperiode τ .

5.2.1 Stabiler Fall

Im stabilen Fall erreicht der Energiefluss F für jede vom Markt ermittelte Leistung P nach einem Einschwingvorgang seinen stationären Zustand.

Das Verhalten der gekoppelten Dynamik im stabilen Fall ist in Abbildung 5.2 zu sehen. Es wurde eine Angebotssteigung von $a^A = 1.42\text{s}^2\text{GE}$ gewählt, so dass der Markt stabil ist $\frac{a^A}{a^N} = 1.78 > 1$. Die Handelsfrequenz wurde auf $f_M = \tau^{-1} = 0.1250\text{s}^{-1}$ festgelegt. Aus didaktischen Gründen wurde die Dämpfung hier zu $\alpha = 1\text{s}^{-1}$ gewählt, so dass die Einschwingvorgänge des Energieflusses gut zu erkennen sind. Bei jeder Änderung von P treten zunächst solche Übergangsbereiche auf, die schließlich in einem stationären Zustand enden.

5.2.2 Der instabile Markt

Ein nach dem Cobweb-Modell instabiler Markt führt zu einer Instabilität des Stromnetzes.

Nach dem Cobweb-Modell (siehe Kap. 2.2) ist der Markt genau dann instabil, wenn der Quotient aus Steigung der Angebotskurve und der Nachfragekurve kleiner eins ist $\frac{a^A}{a^N} < 1$. Dafür wird hier die Steigung der Nachfragekurve einmalig auf

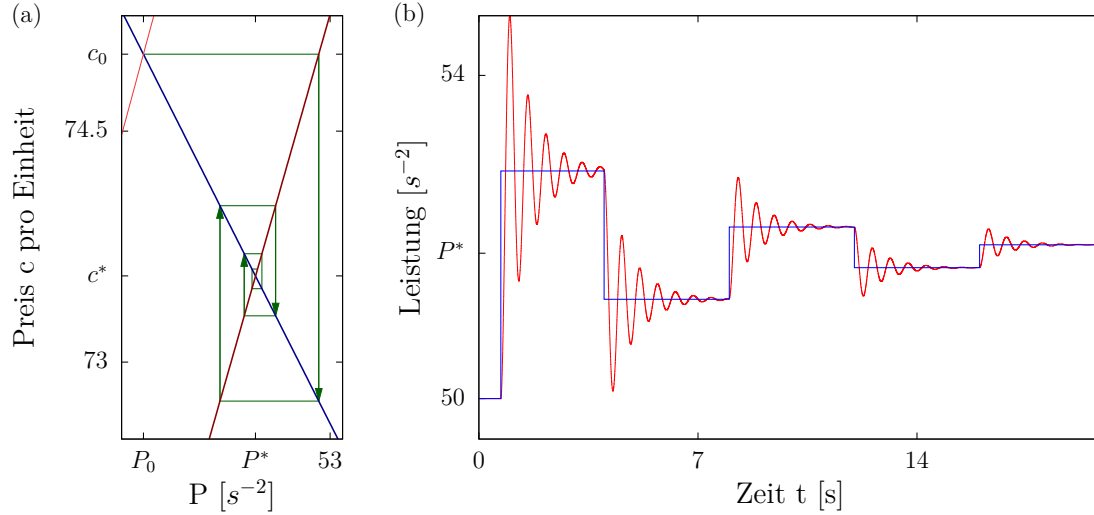


Abb. 5.2: Die Dynamik des stabilen Stromnetzes unter Einfluss eines stabilen Marktes. (a) Aus dem alten Gleichgewichtspunkt bei $P_0 = 50 \text{ s}^{-2}$ und $c_0 = 75 \text{ GE}$ (hellrot: alte Angebotskurve mit Steigung $a_0^A = 1.5 \text{ s}^2 \text{ GE}$) schwingen sich Marktpreise und Mengen gemäß dem Cobweb-Theorem in den Gleichgewichtszustand bei $P^* = 51.8 \text{ s}^{-2}$ und $c^* = 73.6 \text{ GE}$ stabil ein. Die Steigung der neuen Angebotskurve beträgt $a^A = 1.42 \text{ s}^2 \text{ GE}$. (b) Der Energiefluss F (rot) schwingt sich für eine gegebene Marktleistung $P(t)$ (blau) in einen stationären Zustand ein. Bei Änderung von $P(t)$ tritt ein neuer Einschwingvorgang auf, an dessen Ende ein neuer Gleichgewichtszustand steht.

$a^N = 1.3 \text{ s}^2 \text{ GE}$ gesetzt, während die Steigung der Angebotskurve auf $a^A = 1 \text{ s}^2 \text{ GE}$ gewählt wird, so dass $\frac{a^A}{a^N} = \frac{10}{13} < 1$ und die Gleichgewichtsmenge des Marktes bei $P^* = 50 \text{ s}^{-2}$ liegt. Für die Handelsfrequenz wurde $f_M = \frac{2}{3} \text{ s}^{-1}$ gewählt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Abb. 5.3 zu sehen. Da die Mengen $P(t)$ in einem instabilen Markt nach einer gewissen Zeitspanne stets die Leitungskapazität K überschreiten, führt ein instabiler Markt zwangsläufig zu einer dynamischen Instabilität im Stromnetz. In diesem Fall steigt die Geschwindigkeit der Phasenwinkel $\dot{\phi}$ an, was dazu führt, dass die Phasendifferenz $\Delta\phi$ zweier Knoten alle Werte des Intervalls $[0:2\pi]$ durchläuft. Der daraus resultierende Energiefluss pendelt daher im Falle einer dynamischen Instabilität mit hoher Frequenz zwischen der positiven und negativen Kapazitätsgrenze.

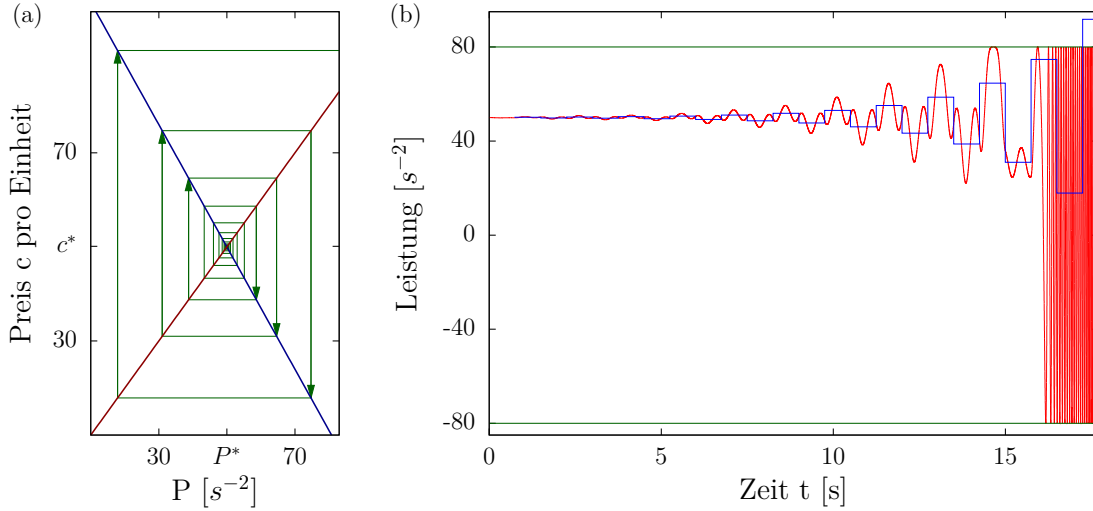


Abb. 5.3: Die Dynamik des Stromnetzes unter Einfluss eines instabilen Marktes. (a) Nach dem Cobweb-Theorem führen bereits kleine Störungen des Gleichgewichts (hier: $\Delta P = 0.1s^{-2}$) zu sich aufschaukelnden Preisen und Mengen. (b) Eine dynamische Instabilität des Stromnetzes tritt auf, sobald sich die vom Markt festgelegten Leistungen $P(t)$ (blau) der Kapazitätsgrenze $K = 80s^{-2}$ der Stromleitung zu sehr nähern oder diese sogar überschreiten, wodurch auch der Energiefluss F (rot) die Kapazitätsgrenze erreicht und somit eine dynamische Instabilität auslöst. In diesem Fall hat die Differenz der Phasenwinkel $\Delta\phi$ den Wert 2π überschritten und der daraus resultierende Energiefluss F pendelt für weitere Zeiten mit hoher Frequenz zwischen den Kapazitätsgrenzen.

5.2.3 Transiente Überschreitung der Kapazität

Auch ein stabiler Markt kann eine Instabilität der Stromnetzodynamik erzeugen indem die Marktleistung $P(t)$ im Einschwingvorgang kurzzeitig sehr nah an die Kapazität K des Stromnetzes gelangt oder diese sogar überschreitet. Um diesen Effekt zu zeigen, wurde die Steigung der Angebotskurve zu $a^A = 0.92s^2GE$ gewählt, so dass der Quotient aus Angebotssteigung und Nachfragesteigung $\frac{a^A}{a^N} = 1.15 > 1$ ist, was nach dem Cobweb-Theorem eine Bedingung für ein stabiles Marktsystem ist. Außerdem wurde die Markthandelsfrequenz zu $f_M = 0.9434s^{-1}$ gewählt. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abb. 5.4 zu sehen. Sobald die Marktmenge in der ersten Handelsperiode die Kapazität übersteigt, erreicht auch der Energiefluss F im Netzwerk die Kapazität K und löst eine dynamische Instabilität aus. Erneut überschreitet hier die Differenz der Phasenwinkel $\Delta\phi$ wiederholt den Wert von 2π , wodurch der Energiefluss F mit hoher Frequenz zwischen den Kapazitätsgrenzen pendelt.

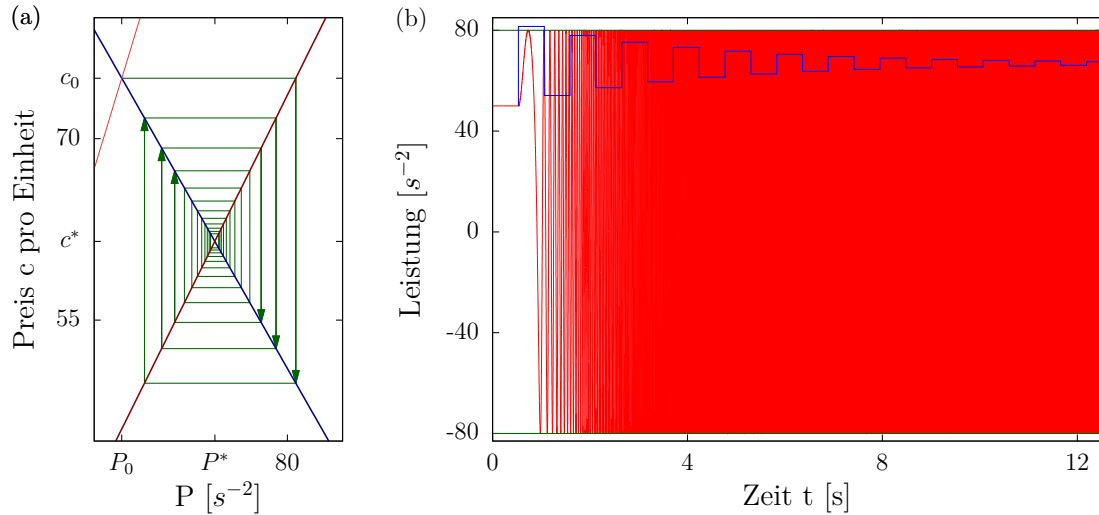


Abb. 5.4: Die Dynamik des Stromnetzes unter Einfluss der Wirtschaftsfaktoren bei transientem Überschreiten der Kapazität. (a) Aus dem alten Gleichgewichtspunkt bei $P_0 = 50\text{s}^{-2}$ und $c_0 = 75\text{ GE}$ (hellrot: alte Angebotskurve mit Steigung $a_0^A = 1.5\text{s}^2\text{GE}$) schwingen sich Marktpreise und Mengen gemäß dem Cobweb-Theorem in den Gleichgewichtszustand bei $P^* = 66.86\text{s}^{-2}$ und $c^* = 75\text{ GE}$ ein. Die Marktmenge der ersten Handelsperiode überschreitet die Kapazitätsgrenze $K = 80\text{s}^{-2}$, die Marktmengen der folgenden Handelsperioden bleiben unter dieser Grenze. Die Steigung der neuen Angebotskurve beträgt $a^A = 0.92\text{s}^2\text{GE}$. (b) Da bereits die Handelsmenge $P(t)$ (blau) der ersten Handelsperiode die Grenze K überschreitet, erreicht auch der Energiefluss F (rot) im Netzwerk diesen Wert und das System wird dynamisch instabil (siehe dazu auch Abb. 5.3)

5.2.4 Resonanzkatastrophe im stabilen Markt

Liegt die Handelsfrequenz des Marktes im Bereich einer Resonanzfrequenz des Stromnetzes, so kann der Markt die Stromnetzdynamik resonant antreiben und so unter Umständen eine dynamischen Instabilität erzeugen.

Für diese Analyse wird erneut ein stabiler Markt verwendet, außerdem überschreitet die Marktmenge niemals die Kapazitätsgrenze K des Stromnetzes. Die Steigung der Angebotskurve beträgt $a^A = 1.2\text{s}^2\text{GE}$, so dass das Kriterium des Cobweb-Modells für einen stabilen Markt erfüllt ist $\frac{a^A}{a^N} = 1.5 > 1$. Um nun Resonanzeffekte der Marktmengenschwankungen $P(t)$ auf den Energiefluss $F(t)$ zu untersuchen, müssen die Markthandelsfrequenz f_M und die Resonanzfrequenz f_R des Stromnetzes

bekannt sein. Die Resonanzfrequenz kann bestimmt werden über Gl. (4.22),

$$f_R = \frac{\omega_R}{2\pi} = \sqrt{\frac{K}{2}} \frac{\left(1 - \frac{(P^*)^2}{K^2}\right)^{1/4}}{\pi} . \quad (5.6)$$

Der Wert der Gleichgewichtsmenge ist $P^* = 57.5\text{s}^{-2}$. Zusammen mit der Leitungskapazität von $K = 80\text{s}^{-2}$ ergibt sich somit für die Resonanzfrequenz des Netzwerkes $f_R = 1.6786\text{s}^{-1}$. Für die folgende Simulation wurde nun die Marktfrequenz f_M mit der Resonanzfrequenz des Netzwerkes gleichgesetzt

$$f_M = f_R = 1.6786\text{s}^{-1} . \quad (5.7)$$

Führt man nun eine Simulation mit diesen Parameterwerten durch, so ergeben sich die in Abb. 5.5 zu sehenden Ergebnisse. Die Marktmengen gelangen zu keinem Zeitpunkt in die Nähe der Kapazität K , dennoch kommt es aufgrund von Resonanzeffekten durch die fluktuierenden Marktmengen $P(t)$ zu einer dynamischen Instabilität.

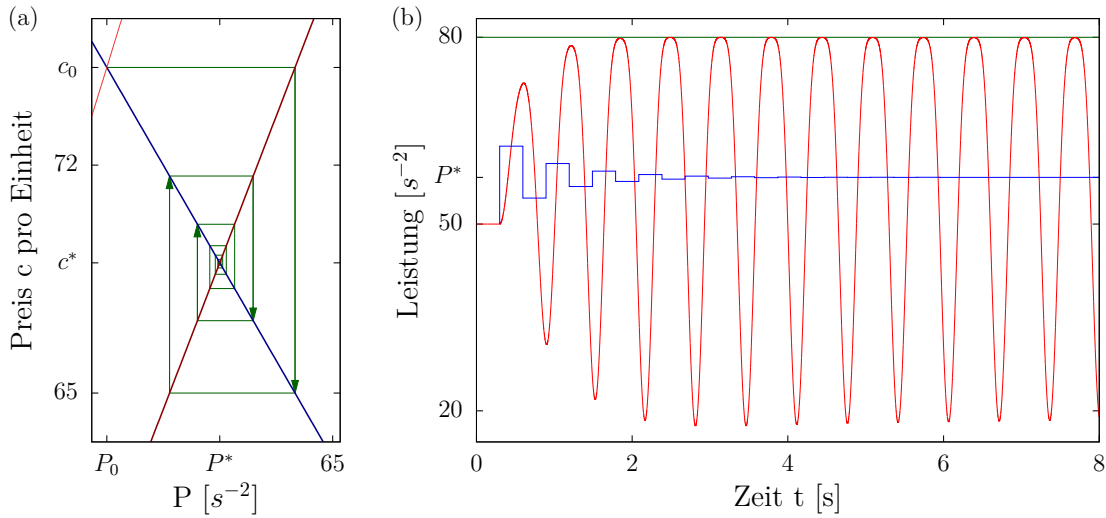


Abb. 5.5: Die Dynamik des Stromnetzes unter Einfluss der Wirtschaftsfaktoren bei Auftreten von Resonanzeffekten. (a) Aus dem alten Gleichgewichtspunkt bei $P_0 = 50\text{s}^{-2}$ und $c_0 = 75$ GE (hellrot: alte Angebotskurve mit Steigung $a_0^A = 1.5\text{s}^2\text{GE}$) schwingen sich Marktpreise und Mengen gemäß dem Cobweb-Theorem in den Gleichgewichtszustand bei $P^* = 57.5\text{s}^{-2}$ und $c^* = 69$ GE stabil ein. Die Steigung der neuen Angebotskurve beträgt $a^A = 1.2\text{s}^2\text{GE}$. (b) Die mit der Resonanzfrequenz des Stromnetzes fluktuierenden Marktmengen $P(t)$ (blau) treiben den Energiefluss $F(t)$ (rot) im Netzwerk resonant an, so dass sich dessen Schwingungsamplituden so lange erhöhen, bis es zur dynamischen Instabilität kommt (siehe dazu auch Abb. 5.3).

Selbst sehr geringe Fluktuationsamplituden genügen noch, um den Energiefluss anzutreiben. Das zeigt, dass selbst kleinste Marktschwankungen dazu führen können, dass innerhalb weniger Sekunden dynamische Instabilitäten auftreten können.

Der Weg in den instabilen Zustand ist in Abb. 5.6 noch zusätzlich im Phasenraum dargestellt. Es wird die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ der rotierenden Maschine des ersten Knotens gegen den Winkel θ aufgetragen. Das System startet aus dem alten Fixpunkt bei $(\theta_0 = 0.34; \dot{\theta}_0 = 0)$. Im Zeitverlauf schwingen sich Winkelwert und Winkelgeschwindigkeit zu immer höheren Absolutwerten auf, bis schließlich die Stabilitätsgrenze erreicht wird, und nur noch große Schwingungen um den Fixpunkt herum stattfinden.

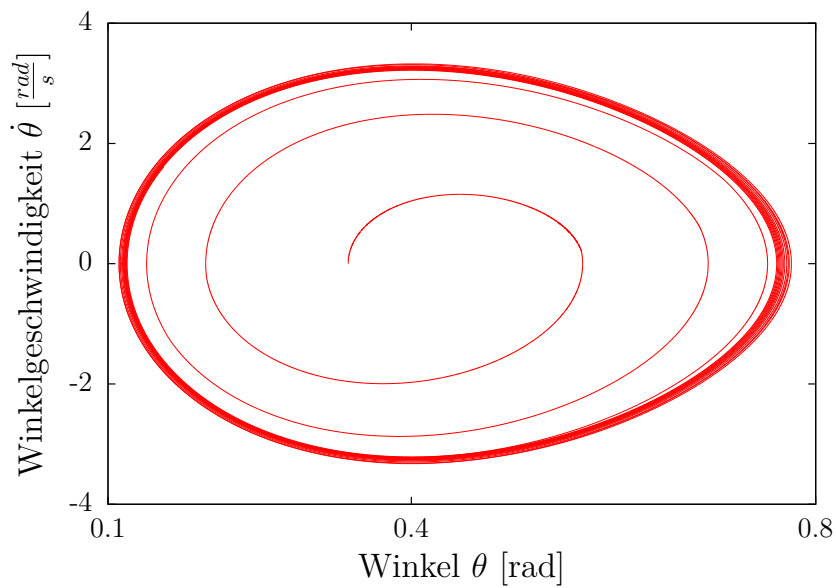


Abb. 5.6: Phasenraumdarstellung des Zustandes des Generatorknotens. Aus dem alten Gleichgewichtszustand $(\theta_0 = 0.34; \dot{\theta}_0 = 0)$, schwingt sich das System zu immer höheren Werten auf und kreist schließlich in einem instabilen Zustand um den Fixpunkt.

5.2.5 Allgemeine Abhängigkeiten der Netzwerkstabilität

Um die allgemeine Abhängigkeit der dynamischen Stabilität des Stromnetzes von Handelsperiode $\tau = f_M^{-1}$ und Angebotskurvensteigung a^A zu bestimmen, wird das gekoppelte System aus Handels- und Stromnetzodynamik für verschiedene Parameterkombinationen simuliert und die Art der Instabilität bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.7 zu sehen. Für kleine Angebotssteigungen ist der Markt instabil.

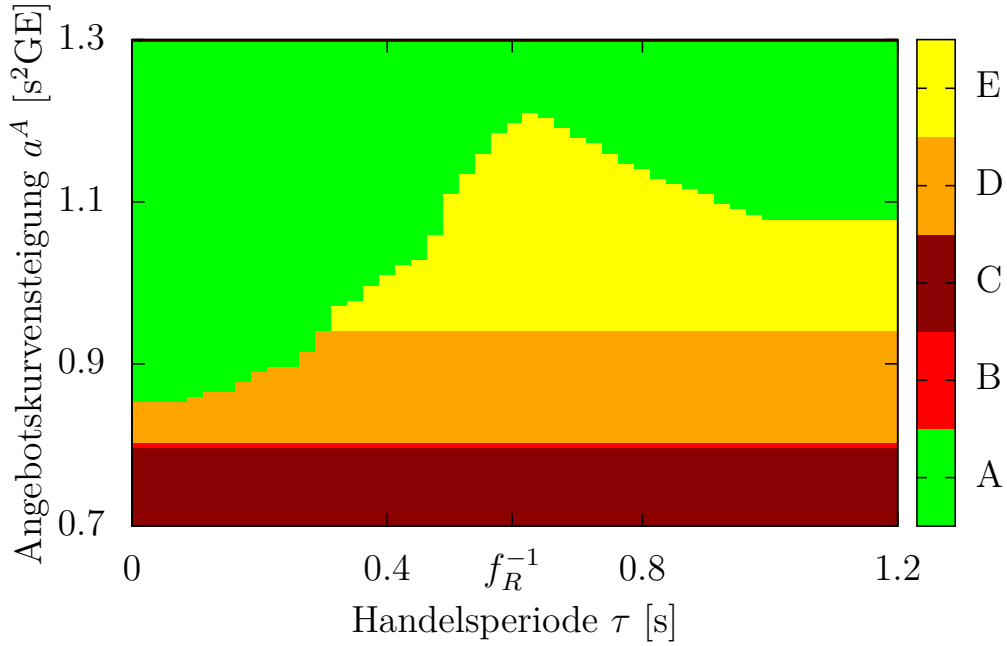


Abb. 5.7: Stabilitätsverhalten der Stromnetzdynamik in Abhängigkeit von Handelsperiode τ und Angebotssteigung a^A . Grün (A): Die Handelsdynamik ist stabil und auch die Netzdynamik gelangt in einen stabilen Zustand, es treten keine dynamischen Instabilitäten auf. Rot (B): Die Steigung der Angebotskurve entspricht der Steigung der Nachfragekurve $a^A = a^N$. Dadurch kommt ein Grenzzyklus auf, bei dem Marktmenge $P(t)$ und Marktpreise $c(t)$ wiederholt die gleichen Werte annehmen. Dabei wird die Kapazität K des Netzwerkes transient überschritten, was in einer Instabilität resultiert. Dunkelrot (C): Die Handelsdynamik ist instabil, so dass daraus eine dynamische Netzwerkinstabilität folgt. Orange (D): Die Handelsdynamik ist stabil, jedoch wird die Kapazität des Netzwerkes transient überschritten. Daraus folgt eine dynamische Instabilität des Stromnetzes. Gelb (E): Die Handelsdynamik ist stabil und die Marktmengen $P(t)$ sind weit entfernt von der Kapazität K , aber die Handelsfrequenz $f_M = \tau^{-1}$ liegt nahe an der Resonanzfrequenz $f_R = 1.6786\text{s}^{-1}$ des Stromnetzes. Dadurch kommt es durch Resonanzeffekte zu einer dynamischen Instabilität des Netzwerkes.

Da die Nachfragekurvensteigung konstant bleibt, wird ab einem gewissen Wert für a^A der Markt stabil, allerdings ist die Amplitude der Marktschwankungen dann noch so hoch, dass die Marktmengen $P(t)$ transient zu nah an die Kapazität K gelangen und so eine Instabilität auslösen. Für höhere Angebotssteigungen treten diese transienten Instabilitäten nicht mehr auf, dafür erkennt man gut, wie für gewisse

Handelsperioden τ Instabilitäten durch Resonanzeffekte auftreten. Für sehr niedrige Perioden ist das Stromnetz kaum noch von Instabilitäten betroffen. Der Grund liegt darin, dass hier die Leistung $P(t)$ so schnell wechselt, dass der Energiefluss im Netzwerk noch vor Erreichen seines Extrempunktes bereits abgelenkt wird, so dass ein Erreichen der Kapazität K nur bei geringen Steigungen der Angebotskurve von weniger als $a^A = 0.85\text{s}^2\text{GE}$ auftritt. Im Bereich nahe der Resonanzfrequenz $f_R = 1.6786\text{s}^{-1}$ (siehe auch Markierung in Abb. 5.7) treten selbst für hohe Werte von a^A und somit sehr stabile Handelssysteme noch Netzwerkinstabilitäten durch Resonanzeffekte auf.

6 Fehlerkaskaden im adaptiven Netz

6.1 Analysegrundlagen

Für zukünftige komplexe Stromnetzwerke wird eine stärkere Ökonomisierung angestrebt, um Angebot und Nachfrage zeitlich anzupassen [2]. Dies kann unter anderem durch den verstärkten Handel an einer Strombörse erreicht werden, an der die Erzeuger Strommengen zu gewissen Preisen anbieten und die Verbraucher je nach Bedarf entsprechende Mengen einkaufen. Hierbei werden die Verbraucher gemäß dem Prinzip der Kostenminimierung ihre Einkäufe so wählen, dass ihre Gesamtkosten möglichst gering bleiben. Zwei wesentliche Faktoren für die Entscheidung des Stromkaufs sind hierbei die Steigung der Angebotsfunktion a_i^A der einzelnen Erzeuger und die auftretenden Netzkosten T_{ij} von Erzeuger- i zu Verbraucher- j .¹ Ein Modell zur Beschreibung der Gesamtkosten bei Handel an einer Strombörse mit einbezogenen Netzkosten wurde in Kapitel 2.3 dargestellt. Für jeden Verbraucher j fallen demnach folgende Kosten K_j an,

$$K_j = \sum_i^{M_E} \left(a_i^A \sum_k^{M_K} M_{ik} + b_i^A \right) M_{ij} + T_{ij} M_{ij} . \quad (6.1)$$

Optimiert man gemäß dieser Kostenformel die Einkäufe M_{ij} der Verbraucher, so ergeben sich die von den Generatoren erzeugten Strommengen, welche nun zusammen mit den nachgefragten konstanten Leistungen der Verbraucher an das Stromnetzmodell übergeben und damit die Energieflüsse im Netzwerk bestimmt werden.

Die Frage der folgenden Untersuchungen ist es nun, auf welche Weise das Handeln an der Strombörse gemäß dem Optimierungsprinzip die Stabilität des Stromnetzes beeinflusst. Besonderes Augenmerk wird dabei auf das Auftreten von Fehlerkaskaden gelegt. Eine Fehlerkaskade tritt dann auf, wenn eine Stromleitung im anfänglich stabilen Netzwerk ausfällt (z.B. aufgrund von Wettereinflüssen). Der Energiefluss

¹Die Verteilung von Leistungen wird in heutigen Stromnetzen hauptsächlich technisch geregelt [1], der Einfluss des Marktes ist also aktuell noch nicht von sehr großer Bedeutung.

der Leitung muss nun über alternative Routen geleitet werden, daher können weitere Stromleitungen durch Überlastung ausfallen, die dann wiederum diesen Effekt fortführen. In extremen Fällen kann durch die Instabilität einer einzelnen Leitung ein Großteil des Stromnetzes ausfallen.² Betrachtet man eine Fehlerkaskade unter Einfluss von Handel, so werden sich durch den Ausfall von Leitungen ggf. die Netzkosten T_{ij} erhöhen, da der Strom über alternative (längere) Leitungen transportiert werden muss. Diese Preiserhöhung kann dazu führen, dass Verbraucher ihre Kaufentscheidungen ändern. Denkbar wäre einerseits, dass die Transportkosten der längeren Alternativrouten die Kaufentscheidungen der Verbraucher zu näheren Generatoren verlagern und somit der Energiefluss auf den Alternativrouten verringert wird und das weitere Ausbreiten der Fehlerkaskade gestoppt werden kann. Möglich wären theoretisch aber auch Szenarien, in denen der Einfluss von Handel Fehlerkaskaden antreibt, da durch die neuen Kaufentscheidungen Stromleitungen belastet werden, die nur für niedrige Energieflüsse vorgesehen sind.

Das in diesem Abschnitt verwendete Stromnetzmodell zur Bestimmung der Energieflüsse S_{ij} ist das Modell der Lastflussrechnung (siehe Kapitel 4.1), da es für das Berechnen der Fehlerkaskaden ausreichend ist, die stationären Zustände des Netzes zu bestimmen. Um die Analysen möglichst realistisch zu gestalten, wird das 118-Knoten-Netzwerk des IEEE verwendet (siehe Kapitel 4.3). Da der Datensatz allerdings keine wirtschaftlichen Komponenten enthält, werden in diesem Modell die Steigungen der Preisfunktionen der Erzeuger vereinfacht durch ihren Anteil an der Gesamtstromversorgung angenommen. Dafür wird zunächst über alle Erzeugerleistungen des Datensatzes gemittelt, so dass sich die mittlere erzeugte Leistung P_E ergibt. Die Steigung der Preisfunktion a_i^A ist in diesem Modell nun gegeben über den Quotienten der mittleren Leistung P_E und der jeweiligen Erzeugerleistung des einzelnen Knotens P_i

$$a_i^A = \frac{P_E}{P_i} = \frac{\sum_k^{M_E} P_k}{N_E P_i}, \quad (6.2)$$

wobei die Summe nur die Indizes der Erzeugerknoten im Netzwerk berücksichtigt und M_E die Gesamtzahl der Erzeuger darstellt. Verwendet man die auf diese Weise bestimmten Steigungen, so befinden sich die durch das Handeln bestimmten Generatorenleistungen im Bereich der durch den Datensatz vorgegebenen Werte.

Die Transaktionspreise T_{ij} zwischen zwei benachbarten Knoten i und j im Netz-

²Ein Beispiel ist hier der große Stromausfall in Westeuropa im November 2006 [27]

werk werden hier modellhaft angenähert durch ihren räumlichen Abstand, der über die Raumkoordinaten (x_i, y_i) aus dem IEEE-Datensatz für jede Verbindung zweier Nachbarknoten bestimmt werden kann. Die Transaktionspreise für nicht benachbarte Knoten ergeben sich dann aus dem kürzesten Weg zwischen den beiden Knoten, indem die Summe aus der auf diesem Weg durchlaufenen Kanten-Transaktionspreise gebildet wird.

Der IEEE-Datensatz enthält leider keine Angaben über den Wert der Leitungskapazitäten K_{ij} , daher wird vor Beginn der Simulation einer Fehlerkaskade stets ein Handelsvorgang durchgeführt und die daraus resultierenden Energieflüsse $S_{ij,0}$ bestimmt. Aus diesen anfänglichen Energieflüssen wird nun die im weiteren Kaskadenverlauf konstante Leitungskapazität K_{ij} bestimmt über [6]

$$K_{ij} = (1 + \alpha) |S_{ij,0}| . \quad (6.3)$$

Der Wert von α gibt hierbei an, wie viel Prozent des anfänglichen Energieflusses $S_{ij,0}$ an freier Kapazität auf der Leitung verfügbar ist. In den in dieser Arbeit erstellten Fehlerkaskaden wird ein Wert von $\alpha = 0.25$ verwendet, so dass die Stromleitungen 25% ihrer Belastung im Grundzustand an freier Kapazität übrig haben für mögliche zusätzliche Leistungsaufnahmen im Verlauf der Fehlerkaskade. Für jeden Schritt der folgenden Fehlerkaskade kann der Betrag des aktuellen Energieflusses $|S_{ij}|$ von der Kapazität der Leitungen K_{ij} subtrahiert werden. Das Ergebnis ist die Differenz Δ_{ij} ,

$$\Delta_{ij} = K_{ij} - |S_{ij}| . \quad (6.4)$$

Sollte im Laufe der Fehlerkaskade der Energiefluss einer Leitung den Wert der Kapazität erreichen oder übersteigen, so wird $\Delta_{ij} \leq 0$. In diesem Fall gilt die Leitung als überlastet und wird aus dem Netzwerk entfernt. Der Wert von $\Delta_{ij} > 0$ für weiter existierende Stromleitungen gibt an, wie stabil diese Stromleitung aktuell ist und wie viel weiteren Energiefluss sie in der Lage ist zusätzlich aufzunehmen.

Im Verlauf einer Fehlerkaskade kann es dazu kommen, dass einzelne Knoten vom Gesamtnetzwerk abgeschnitten werden, oder das Netzwerk in zwei verschiedene kleinere Netzwerke (Cluster) getrennt wird. Für den folgenden Schritt der Fehlerkaskade wird stets nur der Cluster weiter betrachtet, der die zahlenmäßig meisten Knoten beinhaltet, wobei hier mindestens ein Generator zugehören muss. Die Zahl der Knoten, die ein Netzwerk in einem Schritt der Fehlerkaskade enthält, wird angegeben durch die Netzwerkgröße G_S . Mit der Netzwerkgröße kann die relative Qualität ei-

ner Fehlerkaskade beurteilt werden, indem man G_S für verschiedene Fehlerkaskaden vergleicht.

6.2 Ergebnisse

6.2.1 Positiver Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität

Der Einfluss von Handel kann in gewissen Situationen einen positiven Einfluss auf die dynamische Stabilität des Netzwerkes haben. Um diesen positiven Einfluss zu zeigen, wurden zwei Fehlerkaskaden des IEEE-118-Netzwerkes simuliert, wobei in

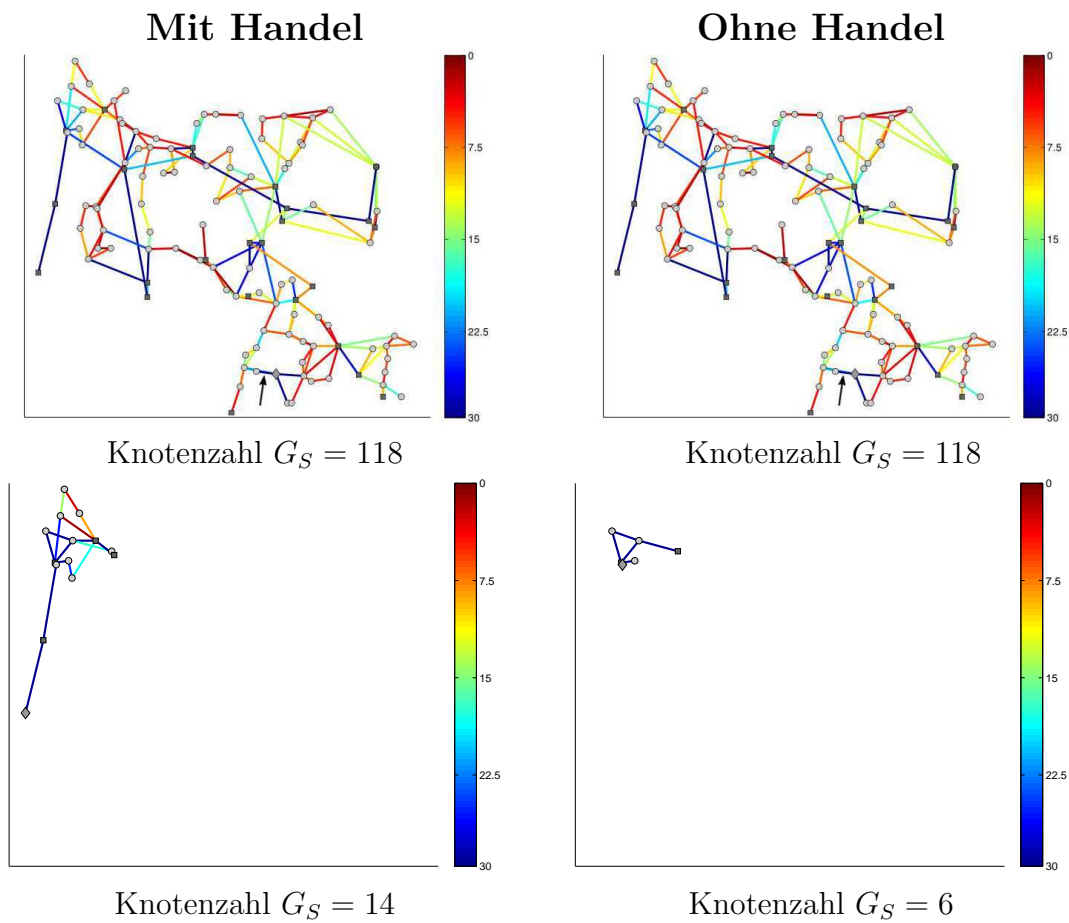


Abb. 6.1: Positiver Handelseinfluss. Anfangszustand der Fehlerkaskaden (oben) mit initial entfernter Leitung (schwarzer Pfeil) und finaler Zustand der Fehlerkaskaden (unten). Das finale Netzwerk der Kaskade mit Handelseinfluss weist deutlich mehr Knoten auf ($G_S = 14$) als die Kaskade ohne Handelseinfluss ($G_S = 6$). Im relativen Vergleich hat das Handeln in diesem Beispiel somit eine positive Auswirkung auf die Netzwerkgröße.

der ersten Kaskade in jedem Kaskadenschritt zusätzlich gehandelt wurde, so dass die Leistungen P_i der Generatoren angepasst werden. Die zweite Fehlerkaskade wurde ohne Handelseinflüsse erzeugt, die Leistungen P_i der Generatoren bleiben also konstant. Beide Fehlerkaskaden sind Schritt für Schritt im Anhang 8.1.1 dargestellt, wobei für beide Kaskaden die Nachfragen der Verbraucher $P_j = -N_j$ und die Kapazitäten der Leitungen K_{ij} identisch sind. Für jeden Kaskadenschritt wird außerdem die Gesamtzahl der Knoten G_S des größten Netzwerkclusters bestimmt, um die Qualität der Kaskade zu beschreiben.

Man erkennt, dass zu Beginn der Kaskaden jene ohne Handelseinfluss größere Werte G_S erzeugt, doch ab dem sechsten Schritt ist G_S für die Kaskade mit Handelseffekten größer als in der Kaskade ohne Handel. Außerdem bleibt ab Kaskadenschritt sieben die Netzwerkgröße G_S in der Kaskade mit Handel konstant, es bleibt also ein stabiles kleines Netzwerk zurück, während das Netzwerk in der Kaskade ohne Handelseffekte weiter schrumpft. Initial- und Finalzustand beider Kaskaden sind in Abb. 6.1 abgebildet (eine allgemeine Beschreibung zum Aufbau der Grafiken befindet sich im Anhang 8.1).

6.2.2 Negativer Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität

Es werden erneut zwei Simulationen von Fehlerkaskaden im IEEE-118-Netzwerk durchgeführt, wobei in der ersten gehandelt wird und in der zweiten nicht. Die Ergebnisse der Fehlerkaskaden sind Schritt für Schritt im Anhang 8.1.2 angegeben, auch hier sind für beide Fälle die Nachfrageleistungen der Verbraucher $P_j = -N_j$ und die Kapazitäten K_{ij} identisch. Für jeden Kaskadenschritt ist die Netzwerkgröße G_S angegeben. In den ersten vier Kaskadenschritten ist G_S für beide Kaskadenfälle noch sehr ähnlich, doch ab dem fünften Schritt verringert sich G_S für den Fall mit Handel sehr schnell, bis schließlich im neunten Schritt das gesamte Netzwerk zusammengebrochen ist und kein Knoten übrig bleibt. Für die Kaskade ohne Handelseinfluss bleiben stets wesentlich mehr Netzwerkknoten vorhanden, selbst im neunten Schritt enthält das Netzwerk noch 32 Knoten. Initial- und Finalzustand beider Kaskaden sind in Abb. 6.2 abgebildet (eine allgemeine Beschreibung zum Aufbau der Grafiken befindet sich im Anhang 8.1).

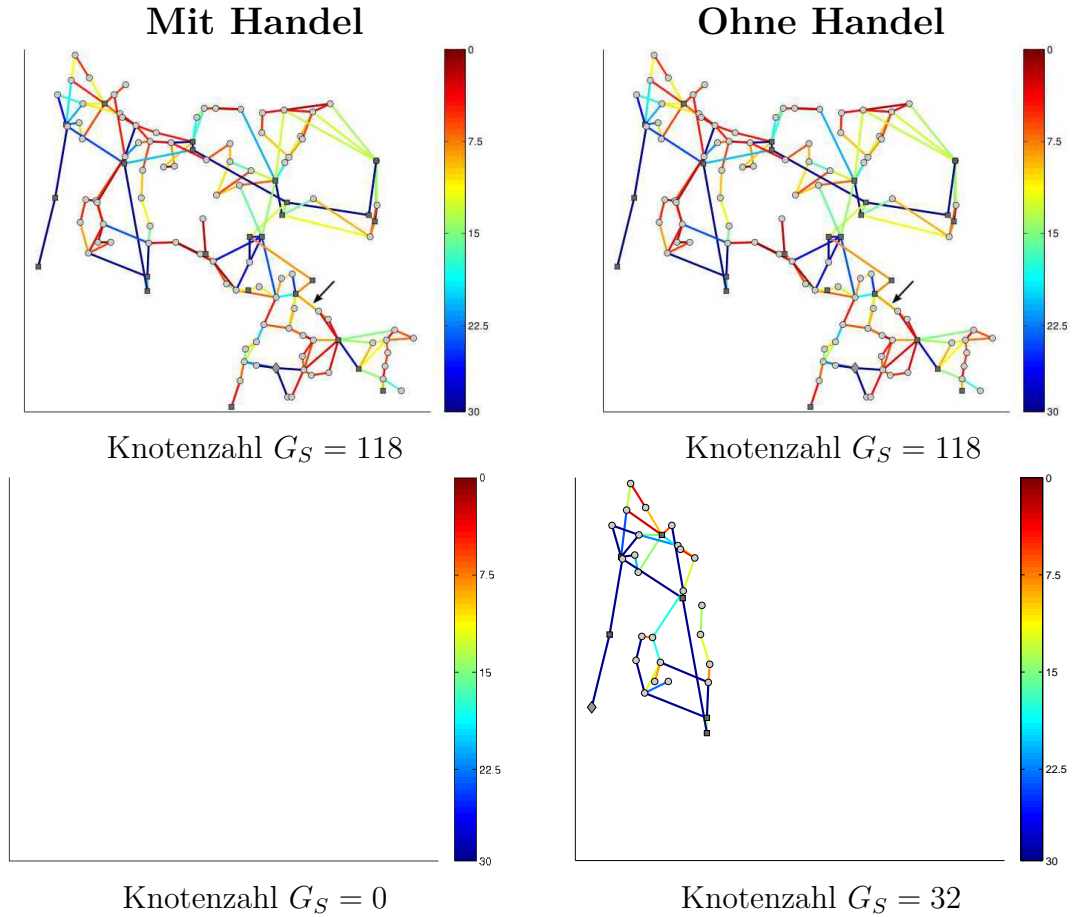


Abb. 6.2: Negativer Handelseinfluss. Anfangszustand der Fehlerkaskaden (oben) mit initial entfernter Leitung (schwarzer Pfeil) und finaler Zustand der Fehlerkaskaden (unten). Das finale Netzwerk der Kaskade mit Handelseinfluss ist vollständig zusammengebrochen, es sind keine Knoten mehr vorhanden ($G_S = 0$). Das Ergebnis der Kaskade ohne Handel hingegen weist noch ein deutlich größeres Netzwerk auf ($G_S = 32$). Im relativen Vergleich hat das Handeln in diesem Beispiel somit eine negative Auswirkung auf die Netzwerkgröße.

6.2.3 Gemittelter Handelseinfluss auf die Netzwerkstabilität

In den vorherigen beiden Kapiteln wurden Beispiele für sowohl positiven als auch negativen Einfluss des Handelns auf die dynamische Stabilität des Netzwerkes exemplarisch dargestellt. Um eine allgemeinere Aussage über den Einfluss des Handelns machen zu können, wurden nun insgesamt 100 Fehlerkaskaden simuliert, wobei in jeder der Simulationen eine andere Stromleitung initial entfernt wurde. Am Ende jeder Kaskade ist das Netzwerk entweder vollständig ausgefallen, oder ein stabiles Restnetzwerk bleibt übrig. Für diesen finalen Zustand jeder Kaskade wurde der

Wert der Netzwerkgröße G_S der Fehlerkaskade ohne Handel von dem Wert G_S der Kaskade mit Handel subtrahiert. Das Ergebnis ist die Differenz der Netzwerkgrößen im Endzustand der Fehlerkaskade $\Delta G_{S,f}$. Dieser Wert wurde nun für jede der 100 Simulationen bestimmt und der Mittelwert $\langle \Delta G_{S,f} \rangle$ berechnet,

$$\langle \Delta G_{S,f} \rangle = -5.04 \approx -5 . \quad (6.5)$$

Für das IEEE-118-Netzwerk hat das Handeln somit durchschnittlich einen negativen Einfluss, da im Mittel das Netzwerk der Fehlerkaskade ohne Handelseffekte ca. 5 Knoten mehr enthält als jenes, in welchem Handelseffekte berücksichtigt werden. Zu beachten ist, dass diese Aussage nur für dieses spezielle Netzwerk unter den zuvor angenommenen modellhaften Näherungen gilt.

7 Diskussion und Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass eine weitestgehend ökonomische Festlegung von Erzeugung und Verbrauch von Strom eine Vielzahl neuartiger Risiken für die Stabilität des Stromnetzes birgt.

In Kapitel 5 wurde analysiert, dass bei hochfrequentem Handel mit Handelsperioden von einer Sekunde oder weniger Instabilitäten durch Resonanzeffekte auftreten können, wobei die realen langsamen Leistungsoszillationen im Bereich von ca. 10s liegen (siehe beispielsweise [28]). Für das heutige Stromnetz ist dieser Effekt noch unerheblich, da die schnellsten Handelsprozesse aktuell im 15-Minutentakt geschehen [11]. Doch schon schnelles Handeln mit Periodendauern von ca. einer Minute birgt Gefahrenpotential, da auch Handel mit einem Vielfachen der Resonanzperiode die Oszillationen resonant antreiben kann, was unter Umständen ausreichend sein könnte für einen Leitungsausfall. Außerdem könnte das Handeln Resonanzen durch Oberschwingungen anregen. In der Realität ist es äußerst problematisch, das Auftreten von Resonanzeffekten exakt vorherzusagen, da die Berechnungen für komplexe Stromnetze mit vielen Knoten und Kanten äußerst umfangreich sind und viele vereinfachte Annahmen gemacht werden müssen. Ohne ausreichende Kenntnis von Resonanzfrequenzen sollte eine Entwicklung hin zu hochfrequentem Handel zunächst vermieden werden. Aktuell wird jedoch - besonders auch politisch [2] - ein Zustand mit wesentlich höheren Handelsfrequenzen angestrebt. In der öffentlichen Diskussion über intelligente Stromnetze wird vor allem die ökonomische Effizienz hervorgehoben und die Tatsache, dass sich Angebot und Nachfrage durch die Preissteuerung angleichen können [3]. Die Ergebnisse meiner Arbeit zeigen jedoch, dass eine solche Entwicklung aufgrund der Interdependenz von Handel und Energiefluss im Stromnetz äußerst kritisch zu sehen ist.

Neben den Resonanzeffekten wurden weitere Instabilitäten gefunden, die allein auf Effekte des Marktes zurückzuführen sind, nämlich die des instabilen Marktes und der transienten Instabilität. Das Auftreten dieser Effekte kann jedoch relativ einfach durch Regulierungsmaßnahmen verhindert werden, z.B. indem dem Markt gewisse

Handelsgrenzen auferlegt werden. Eine Maßnahme wäre beispielsweise, dass die an einem Knoten gehandelte Strommenge niemals eine gewisse Grenze überschreiten darf, welche u.a. durch die Kapazitäten der anliegenden Stromnetzleitungen gegeben ist, so dass die Leitungen nicht überlastet werden.

Bei der Analyse der Fehlerkaskaden (siehe Kap. 6) ist es äußerst schwierig, allgemeine Aussagen über den Einfluss von Handel zu machen. Es wurde gezeigt, dass unter gewissen Bedingungen das Handeln sowohl positive als auch negative Einflüsse auf die Netzwerkstabilität haben kann. Daher sollte in Zukunft jedes Netzwerk speziell auf mögliche negative Einflüsse hin untersucht werden. Allerdings lassen sich gewiss auch einige allgemeine Aussagen z.B. hinsichtlich der Netzwerktopologie finden. So könnte man u.a. charakteristische Netzstrukturen ausfindig machen und klassifizieren, die in der Regel in verschiedenen Netzwerken den gleichen Einfluss auf die Netzwerkstabilität haben. Eine Verbindungsleitung, die zwei große Cluster verbindet, könnte eine solche Netzstruktur sein. Außerdem könnten noch speziell die wirtschaftlichen Eigenschaften des Netzwerks untersucht werden, z.B. in welchem Maße die Stabilität von den einzelnen Strompreiskomponenten, also von den Erzeugungspreisen c_i^A und den Transportkosten T_{ij} , abhängt. Weiterhin wäre eine dynamische Analyse eines erweiterten Modells interessant, in welches Erzeuger und Verbraucher mit schnell fluktuierenden Angebots- und Nachfragemengen integriert werden, wobei hier die Überlegungen aus dem Kapitel der gekoppelten Dynamiken (siehe Kap. 5) in das Modell der Kostenminimierung und der Fehlerkaskaden eingebunden werden könnten.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse meiner Arbeit, dass für zukünftige ökonomisierte Stromverteilungsnetze mit hoher Handelsfrequenz eine Vielzahl neuer Instabilitäten auftreten können. Die politische, wirtschaftliche und technische Entwicklung der nächsten Jahre wird zeigen, in welchem Maße eine systematische Untersuchung der hier vorgestellten Ergebnisse an realen Stromnetzen notwendig wird.

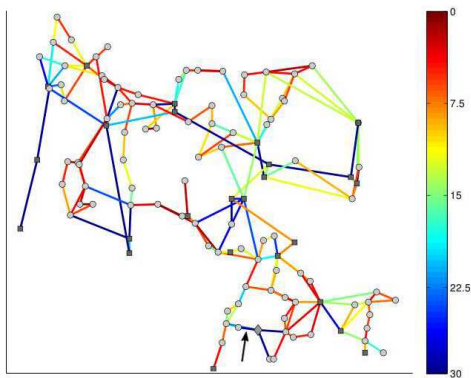
8 Anhang

8.1 Fehlerkaskaden

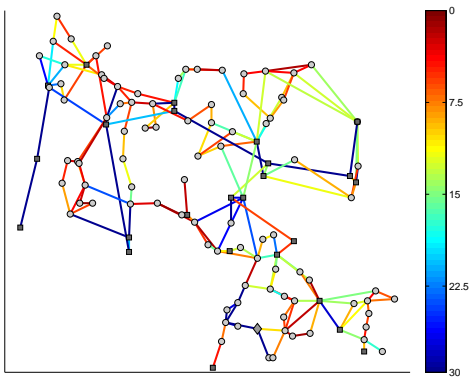
Gezeigt werden in den folgenden Unterkapiteln jeweils zwei Fehlerkaskaden mit identischen Startbedingungen. In der ersten Kaskade (links) werden jeweils Handelseinflüsse berücksichtigt, in der zweiten (rechts) nicht. In beiden Fällen wird außerdem die gleiche Stromleitung initial entfernt, sie ist in der jeweils ersten Abbildung der Fehlerkaskaden mit einem schwarzen Pfeil gekennzeichnet. Generatoren werden in den Abbildungen als dunklere Quadrate, Verbraucher als hellere Kreise dargestellt. Der aktuelle Bilanzknoten wird durch eine Raute symbolisiert. Die Farbskala stellt jeweils die residuale Kapazität Δ_{ij} dar. Kleine Werte nahe null werden rötlich dargestellt, um darauf hinzuweisen, dass nur noch wenig zusätzliche Leistung über diese Leitungen transportiert werden kann. Stabile Leitungen mit höherem Δ_{ij} sind grün und für besonders hohe Restkapazitäten werden die Leitungen blau dargestellt. Um eine detailliertere Ansicht im Bereich kleiner Restkapazitäten zu ermöglichen, wurden alle Werte $\Delta_{ij} > 30s^{-2}$ ebenfalls in der Farbe blau (entsprechend $\Delta_{ij} = 30s^{-2}$) angegeben. Unter jedem Kaskadenschritt wird außerdem der Wert der Gesamtzahl der Netzwirknoten G_S gezeigt.

8.1.1 Fehlerkaskade mit positivem Handelseinfluss

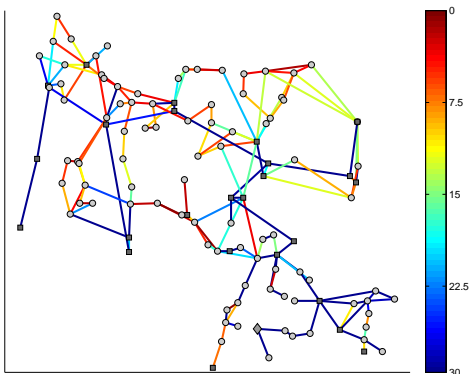
Mit Handel



Knotenzahl $G_S = 118$

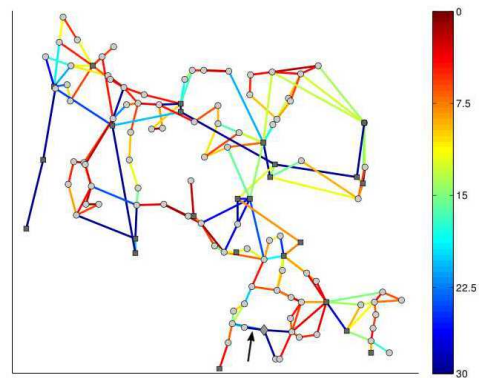


Knotenzahl $G_S = 118$

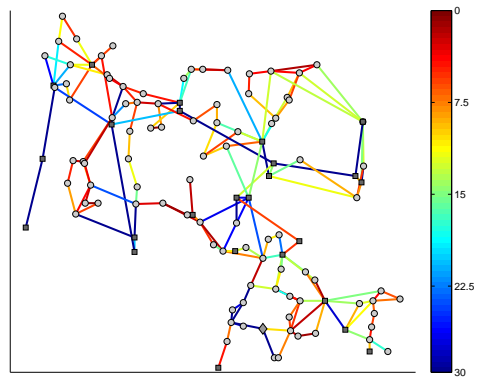


Knotenzahl $G_S = 116$

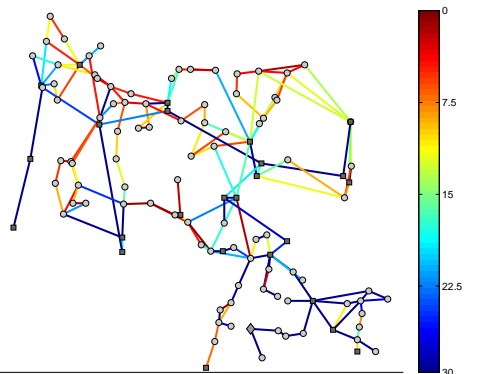
Ohne Handel



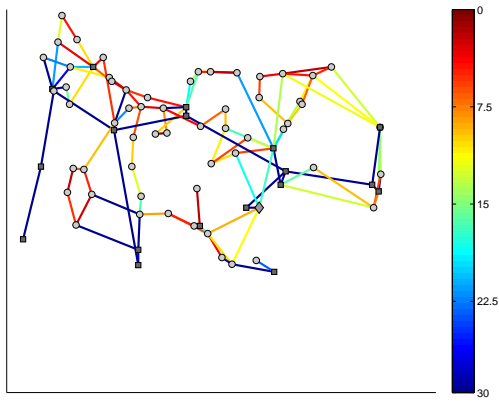
Knotenzahl $G_S = 118$



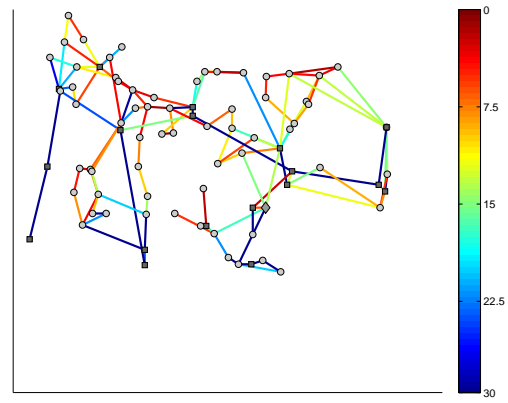
Knotenzahl $G_S = 118$



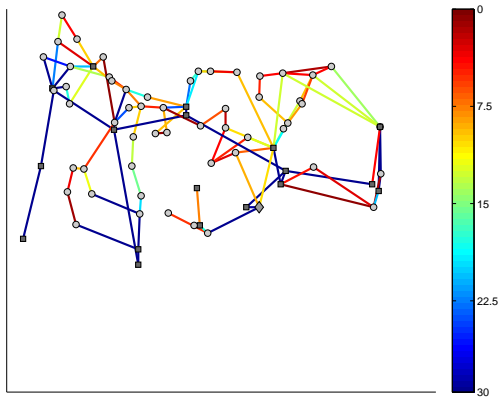
Knotenzahl $G_S = 116$



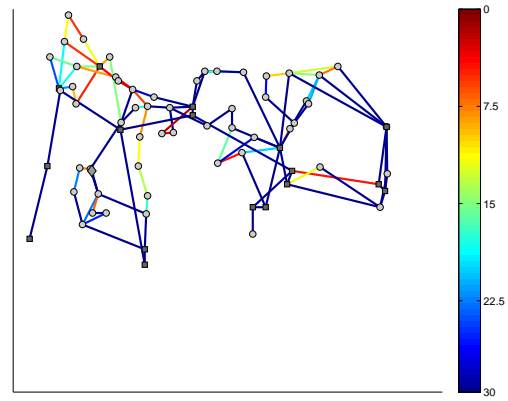
Knotenzahl $G_S = 77$



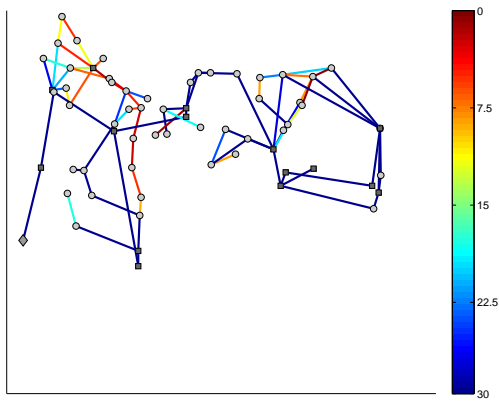
Knotenzahl $G_S = 83$



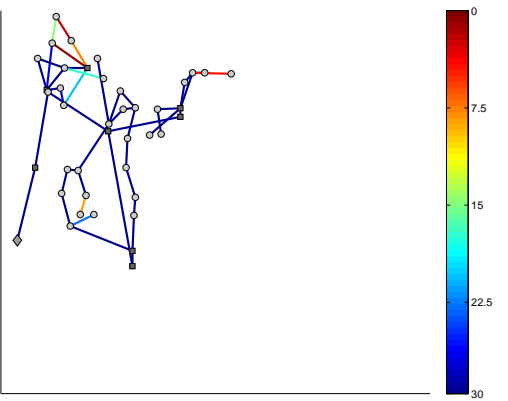
Knotenzahl $G_S = 73$



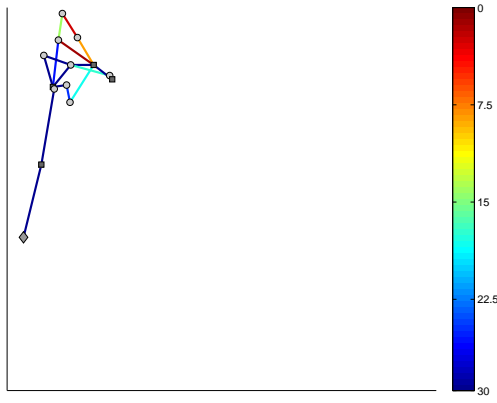
Knotenzahl $G_S = 73$



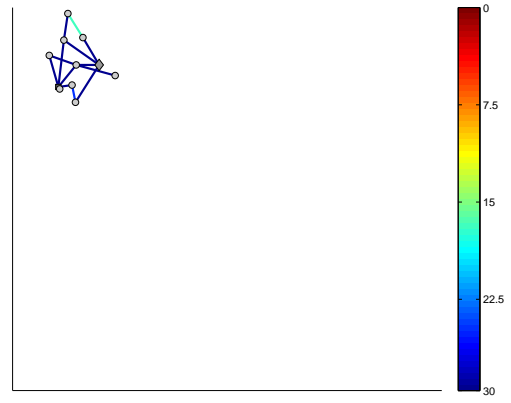
Knotenzahl $G_S = 65$



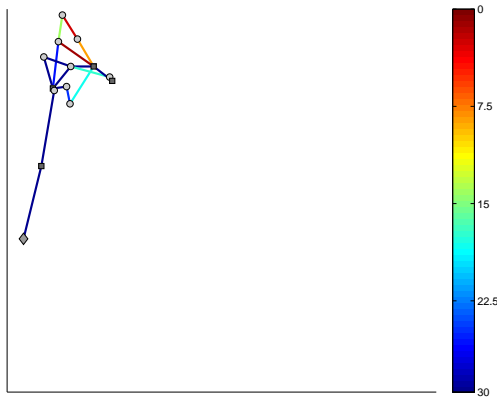
Knotenzahl $G_S = 42$



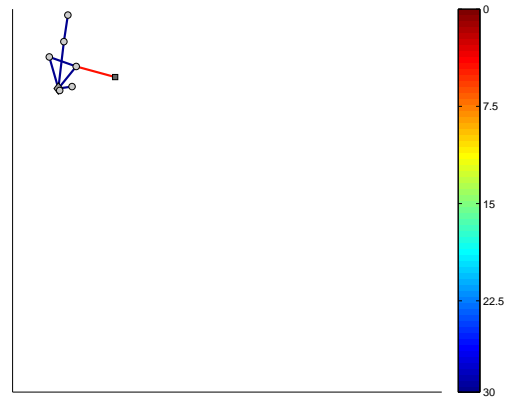
Knotenzahl $G_S = 14$



Knotenzahl $G_S = 12$



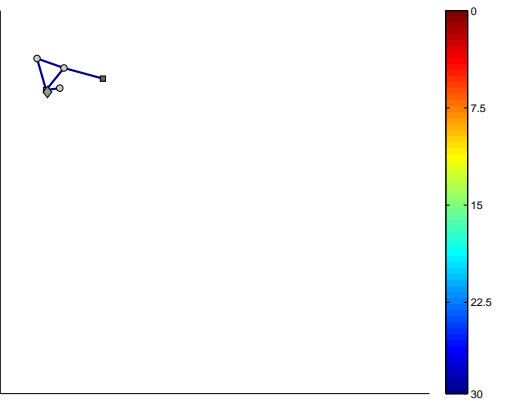
Knotenzahl $G_S = 14$



Knotenzahl $G_S = 8$



Knotenzahl $G_S = 14$

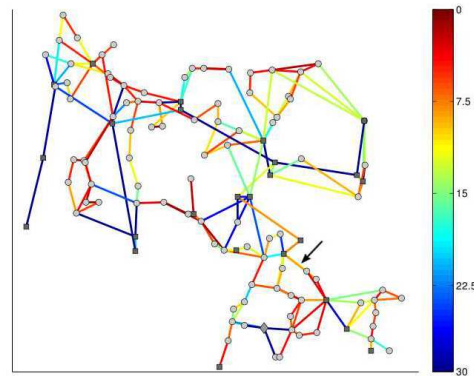
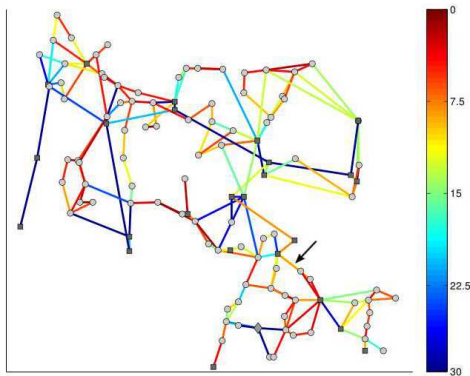
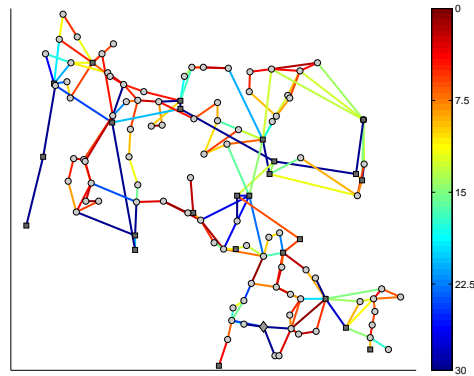
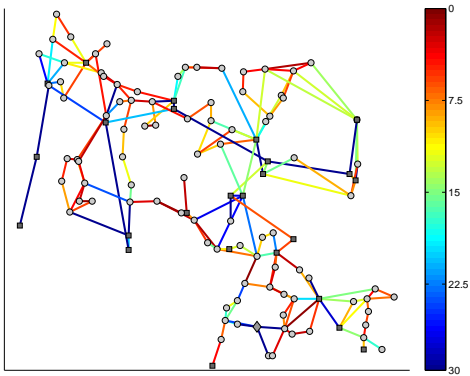
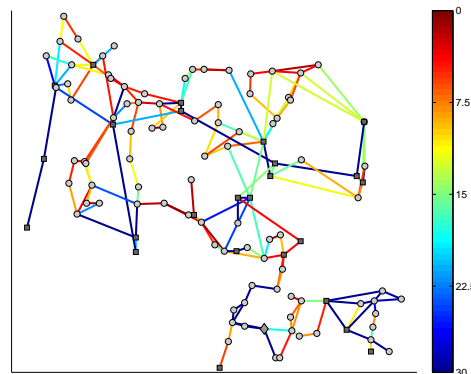
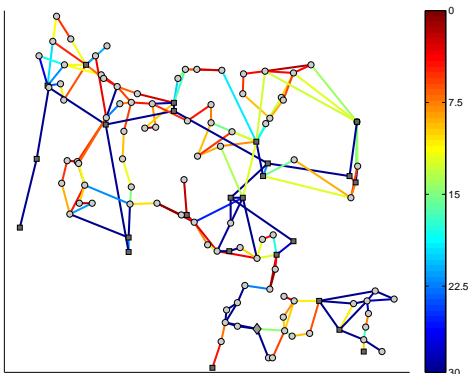


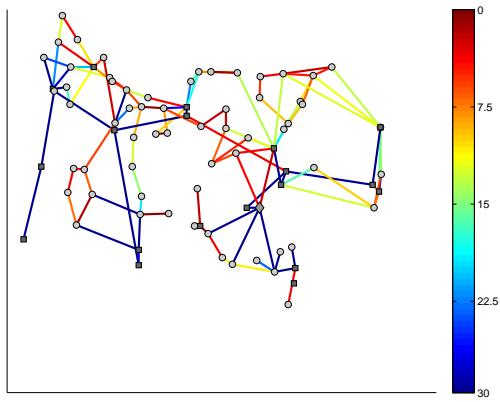
Knotenzahl $G_S = 6$

8.1.2 Fehlerkaskade mit negativem Handelseinfluss

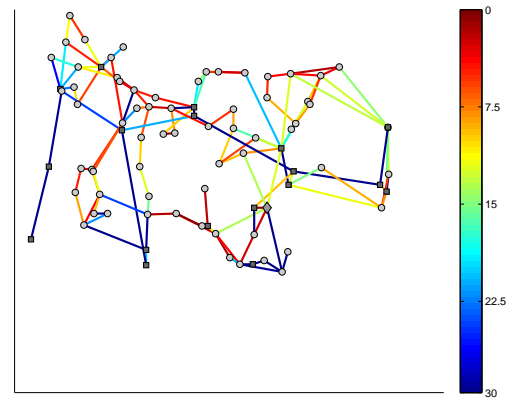
Mit Handel

Ohne Handel

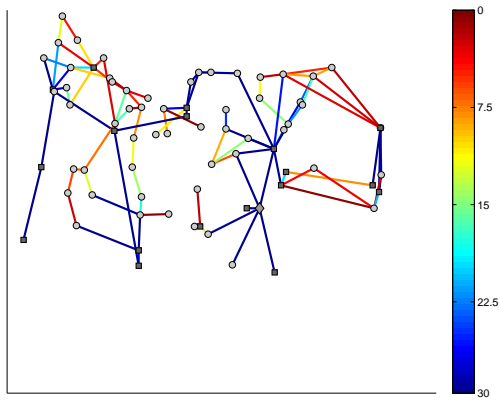
Knotenzahl $G_S = 118$ Knotenzahl $G_S = 118$ Knotenzahl $G_S = 118$ Knotenzahl $G_S = 118$ Knotenzahl $G_S = 116$ Knotenzahl $G_S = 116$



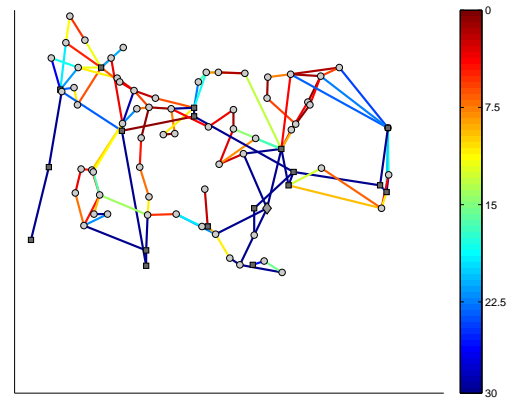
Knotenzahl $G_S = 82$



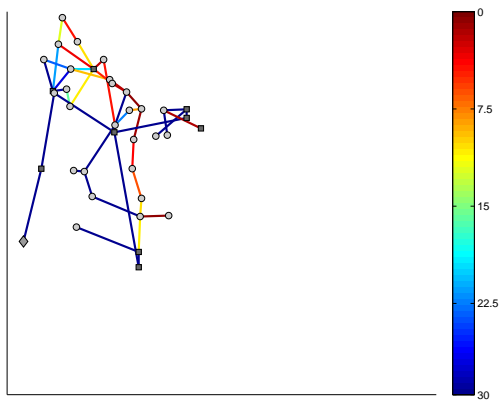
Knotenzahl $G_S = 84$



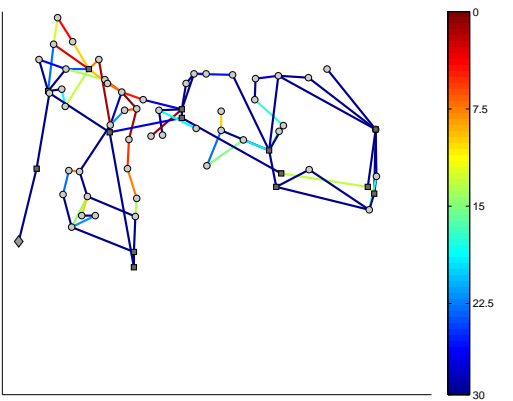
Knotenzahl $G_S = 75$



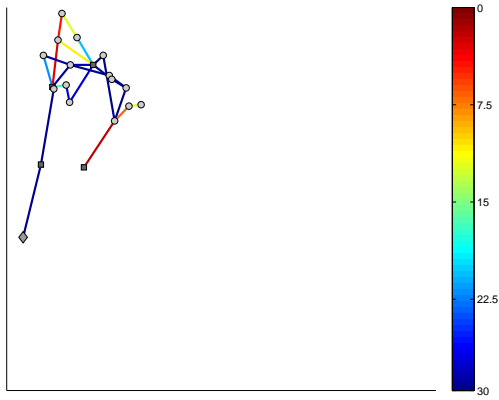
Knotenzahl $G_S = 83$



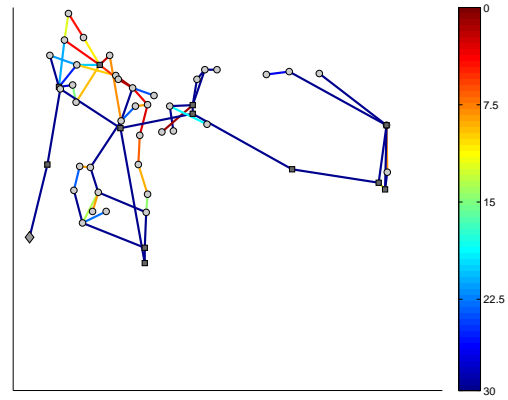
Knotenzahl $G_S = 37$



Knotenzahl $G_S = 66$



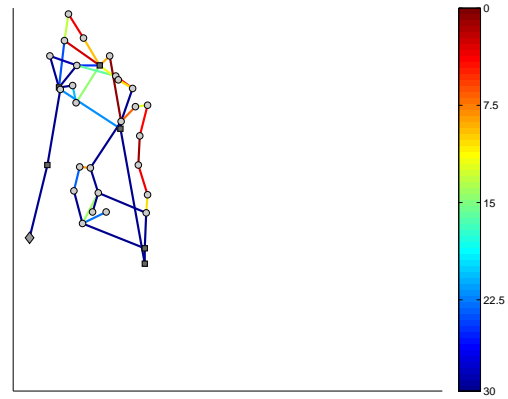
Knotenzahl $G_S = 20$



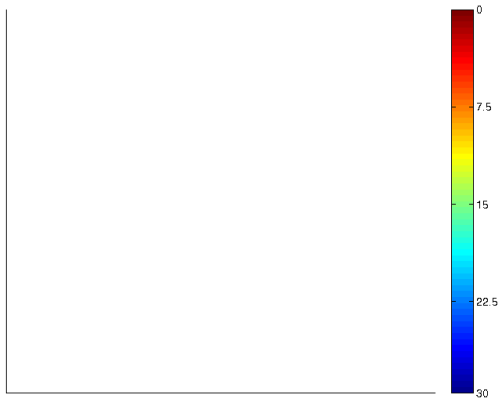
Knotenzahl $G_S = 53$



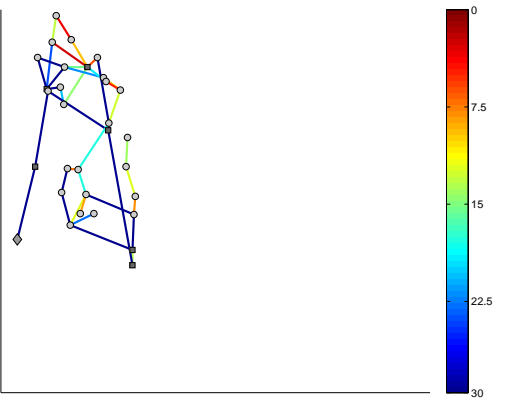
Knotenzahl $G_S = 3$



Knotenzahl $G_S = 34$



Knotenzahl $G_S = 0$



Knotenzahl $G_S = 32$

Literaturverzeichnis

- [1] K. Heuck, K.-D. Dettmann, and E. Reuter. *Elektrische Energieversorgung*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2010.
- [2] Bundesnetzagentur. *Eckpunktepapier der Bundesnetzagentur zu den Aspekten des sich verändernden Energieversorgungssystems*. <http://www.bundesnetzagentur.de/SharedDocs/Downloads/DE/BNetza/Sachgebiete/Energie/Sonderthemen/SmartGridEckpunktepapier/SmartGridPapierpdf.pdf>. [Online; accessed 19-April-2013].
- [3] A. Ipakchi and F. Albuyeh. Grid of the Future. *IEEE power & energy magazine*, march/april 2009.
- [4] K.-M. Hentschel. *Es bleibe Licht. 100% Ökostrom für Europa ohne Klimaabkommen: Ein Reiseführer*, chapter 15. Deutscher Wissenschafts-Verlag, Baden-Baden, 2010.
- [5] D. Witthaut and M. Timme. Braess' paradox in models of supply networks. *New Journal of Physics*, 14:083036, 2012.
- [6] A.E. Motter and Y.-C. Lai. Cascade-based attacks on complex networks. *Physical Review*, 66, 2002.
- [7] Moritz Matthiae. *Stability of oscillatory electrical grids against stochastic and periodic power fluctuations*. Bachelor thesis, Georg-August-Universität Göttingen, 2012.
- [8] G. Filatrella, A. Nielsen, and N. Pedersen. Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model. *The European Physical Journal*, 61:485–491, 2008.
- [9] H. R. Varian. *Grundzüge der Mikroökonomik*, chapter 1. Oldenbourg, München, 2003.

- [10] U. Fehl and P. Oberender. *Grundlagen der Mikroökonomie*, chapter 1. Verlag Franz Vahlen, München, 1994.
- [11] European Energy Exchange (EEX) AG. *Informationsbroschüre: Produkte und Dienstleistungen an der EEX*. http://cdn.eex.com/document/125130/Broschuere_Produnkte_Dienstleistungen_EEX_web_DE.pdf. [Online; accessed 25-March-2013].
- [12] A. Hanau. *Vierteljahreshefte zur Konjunkturforschung: Die Prognose der Schweinepreise*. Verlag Reimar Hobbing, Berlin, 1928.
- [13] Carl Geiger. *Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben*, chapter 2. Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [14] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*. Springer Verlag, Berlin, 1995.
- [15] R. Diestel. *Graphentheorie*, chapter 1. Springer Verlag, Berlin, 2010.
- [16] F. R. K. Chung. *Spectral Graph Theory*, chapter 1. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1997.
- [17] Regelwerk der deutschen Übertragungsnetzbetreiber. *TransmissionCode*, chapter 7.3.4. 2007.
- [18] B&W TechComp. *Europäische Norm EN 50160 „Spannungen in öffentlichen Elektrizitätsversorgungsnetzen“*. www.b-w.at/download/category/29-b-w-wissensdatenbank.html?download=212:en50160. [Online; accessed 16-April-2013].
- [19] Prabha Kundur. *Power System Stability and Control*. Mcgraw-Hill Professional, New York, 1994.
- [20] Y. Kuramoto. *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [21] M. Rohden, A. Sorge, M. Timme, and D. Witthaut. Self-Organized Synchronization in Decentralized Power Grids. *Physical Review Letters*, 109:064101, 2012.

- [22] E. Hairer, S.P. Norsett, and G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations I*. Springer Verlag, Berlin, 2008.
- [23] J. Machowski, J.W. Bialek, and J.R. Bumby. *Power system dynamics: stability and control*. John Wiley & Sons, Hoboken, 2008.
- [24] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme*, chapter 11. Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [25] IEEE Power Systems Test Case Archive. *Datensatz des IEEE-118-Netzwerkes*. <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>. [Online; accessed 13-April-2013].
- [26] D. Oeding and B. R. Oswald. *Elektrische Kraftwerke und Netze*, chapter 15.6. Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [27] Union for the Coordination of Transmission of Electricity (UCTE). *Final Report System Disturbance on 4 November 2006*. https://www.entsoe.eu/fileadmin/user_upload/_library/publications/ce/otherreports/Final-Report-20070130.pdf. [Online; accessed 24-April-2013].
- [28] O. Tör, C. Gençoğlu, Ö. Tanıdır, M.E. Cebeci, and N. Güven. Investigation of necessary Transmission Enforcements at the Balkan Region of ENTSO/E in the sense of Inter-area Oscillations after Interconnection of Turkey. *ELECO*, 7th International Conference:I-7 – I-12, 2011.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Bachelor-Arbeit unterstützt und motiviert haben.

Ganz besonders gilt dieser Dank meinen Betreuern Prof. Dr. Marc Timme und Dr. Dirk Witthaut, die es mir ermöglichten eine Arbeit mit Bezug zur aktuellen Forschung zu erstellen und mir stets bei meinen vielen Fragen hilfreich zur Seite standen. Durch ihre Unterstützung und Ermutigung konnte ich Teile meiner Bachelorarbeit auf der Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Regensburg präsentieren, was eine einmalige Erfahrung war. Vielen Dank für die in meine Arbeit investierte Zeit und Mühe. Außerdem bedanke ich mich bei Dr. Jan Nagler für seine Bereitschaft, diese Arbeit als Zweitkorrektor zu bewerten. Ein großes Dankeschön geht auch an die Mitarbeiter des Max-Planck-Instituts für Dynamik und Selbstorganisation in Göttingen, die stets bereit waren, mir bei organisatorischen und technischen Problemen unter die Arme zu greifen.

Besonders danke ich meiner Freundin Janjenka Szillat, die es gewusst hat, mich trotz der vielen Arbeit immer wieder zu motivieren. Schließlich will ich mich bei meinen Eltern bedanken für ihre Unterstützung während meines Studiums.

Erklärung nach §13(8) der Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Physik und den Master-Studiengang Physik an der Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe.

Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestanden Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 25. April 2013

(Sebastian Klipp)