

Lista zadań nr 3
Teoria Grafów – przeszukiwanie grafów, spójność, silna spójność, dwuspójność
dr Anna Beata Kwiatkowska

Dane jest graf $G=(V,E)$, gdzie $|V|=n$ – liczba wierzchołków grafu, $|E|=m$ – liczba krawędzi grafu G , oraz danych jest m par wierzchołków opisujących jego krawędzie.

Zadanie 1.

Zapoznaj się z animacją przeszukiwania w głąb (DFS) udostępnioną na moodle.

Zadanie 2.

Napisz funkcję liniową realizującą:

- a) przeszukiwanie grafu G wszerz,
- b) przeszukiwanie grafu G w głąb

od wskazanego z klawiatury wierzchołka v . Jako wynik wypisz zawartość tablicy/listy F .

Zadanie 3.

Napisz program liniowy, który wypisze wierzchołki wszystkich składowych spójności grafu G z podziałem na te składowe.

Zadanie 4.

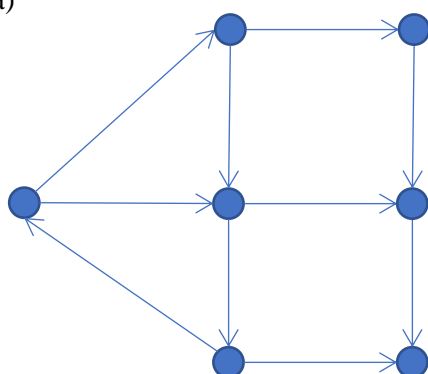
Napisz program liniowy, który wypisze najkrótszą ścieżkę (kolejne wierzchołki) z wierzchołka v do u (podawane z klawiatury).

Zadanie 5.*

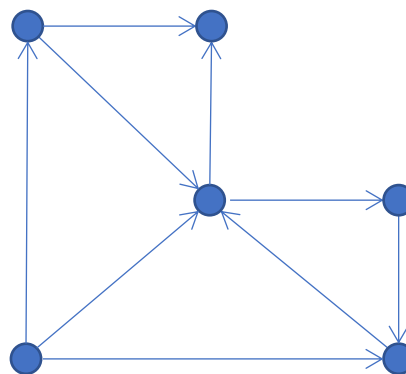
Zarejestruj się w portalu treningowym Olimpiady Informatycznej <https://szkopul.edu.pl/>
Rozwiąż jedno z zadań: Skarbonki lub Prostokąty. Wyślij rozwiązanie na portalu treningowym do przetestowania i sprawdź, ile otrzymasz punktów. Twój program nie powinien generować zbędnych napisów, czytanie danych i wypisywanie wyników jest takie samo jak dla czytania i wypisywania na ekran. Można wysyłać pliki *.cpp i *.py. Pozostałe wskazówki i rady znajdują się na portalu. Prześlij rozwiązanie wybranego zadania za pośrednictwem moodle.

Zadanie 6. Wyznacz silnie spójne składowe digrafów przedstawionych na rysunkach a) i b) poniżej.

a)



b)



Zadanie 7. Źródłem nazywamy wierzchołek do którego nie wchodzi żaden łuk. Ujściem nazywamy wierzchołek z którego nie wychodzi żaden łuk.

W digrafach z rysunku do zadania 6. wskaż źródła i ujścia, o ile istnieją.

Zadanie 8. Digraf acykliczny (*DAG – ang. directed acyclic graph*) to graf niezawierający cykli zorientowanych, tzn. poruszając się od dowolnego wierzchołka zgodnie z kierunkiem łuków, nigdy nie powrócimy do tego samego wierzchołka.

Jak wykorzystać przeszukiwanie wszerz lub w głąb do sprawdzenia, czy dany digraf jest acykliczny?

Zadanie 9. Domknięciem przechodnim digrafu D nazywamy digraf F o tym samym zbiorze wierzchołków, dla którego łuk z wierzchołka v do u istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy w digrafie D istnieje ścieżka skierowana z v do u .

Zastosuj przeszukiwanie w głąb lub przeszukiwanie wszerz do obliczania macierzy przechodniego domknięcia diagrafu. Przyjmij odpowiednią reprezentację diagrafu. Zapisz swój algorytm w postaci programu. Określ złożoność otrzymanego algorytmu.

Szkic rozwiązania: Przeszukiwanie z danego wierzchołka daje nam jeden wiersz w macierzy przechodniego domknięcia, odpowiadający temu wierzchołkowi.

Pseudokod algorytmu:

```
for i = 1 to n do begin
    bfs(i) lub dfs(i);
    niech Q oznacza zbiór wierzchołków osiągniętych z i w tych wywołaniach procedur;
    for k = 1 to n do
        if k jest w Q then A[i, k] = 1 else A[i, k] = 0
    end
```

Zadanie 10. Podaj algorytm znajdowania macierzy przechodniego domknięcia grafu nieskierowanego (niekoniecznie spójnego), którego złożoność wynosi $O(n^2)$. Zapisz ten algorytm w języku programowania.

Szkic rozwiązania. W grafie nieskierowanym, jeśli jest spójny, to jego macierz przechodniego domknięcia jest pełna (złożona z wartości 1 za wyjątkiem przekątnej). Rozbijamy graf na składowe spójności – w czasie $O(m+n)$ i wypełniamy macierz 1-kami składowa po składowej – czas proporcjonalny do n^2 .