

Digitale Bilddarstellung: Technische Konzepte und Formeln

Technisches Rechnen

WS-LAT

21. Februar 2025

1 PPI (Pixel per Inch) / DPI (Dots per Inch)

PPI Maßeinheit für die Pixeldichte eines digitalen Bildes oder Displays

- Gibt an, wie viele Bildpunkte auf einer Strecke von einem Zoll liegen
- Höhere PPI-Werte bedeuten schärfere Darstellung und mehr Details

DPI Ähnliches Konzept, bezieht sich traditionell auf Druckauflösung

- Bezeichnet die Anzahl der Druckpunkte pro Zoll

Berechnung
$$\text{PPI} = \frac{\text{Diagonale in Pixel}}{\text{Diagonale in Inch}}$$

Beispiel Ein 4K-Display (3840×2160 px) mit 55 Zoll Diagonale hat ca. 80 PPI

2 Umrechnung Inch in cm

Definition 1 Inch (Zoll) = 2,54 cm (exakt)

Umrechnung Inch zu cm
$$\text{Länge}_{\text{cm}} = \text{Länge}_{\text{inch}} \times 2,54$$

Umrechnung cm zu Inch
$$\text{Länge}_{\text{inch}} = \text{Länge}_{\text{cm}} \div 2,54$$

Historische Bedeutung Internationale Standardisierung 1959 (vorher leichte Abweichungen)

3 Satz des Pythagoras

Theorem In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Quadrat der Hypotenuse

Formel
$$a^2 + b^2 = c^2$$
 (wobei c die Hypotenuse ist)

Anwendung bei Displays • Bildschirmbreite = a

- Bildschirmhöhe = b
- Bildschirmdiagonale = c

Berechnung Diagonale in Pixel
$$\text{Diagonale}_{\text{px}} = \sqrt{\text{Breite}_{\text{px}}^2 + \text{Höhe}_{\text{px}}^2}$$

Beispiel Bei 3840×2160 px:
$$\sqrt{3840^2 + 2160^2} \approx 4405 \text{ px}$$

4 Elektrische Leistung

Definition Die pro Zeiteinheit umgesetzte/verbrauchte Energie

Einheit Watt (W) = Joule pro Sekunde (J/s)

Grundformel $P = U \times I$ (Leistung = Spannung \times Stromstärke)

Umrechnung • 1 Watt (W) = 1000 Milliwatt (mW)

• 1 Milliwatt (mW) = 0,001 Watt (W)

Berechnung Gesamtleistung $P_{\text{gesamt}} = P_{\text{einzel}} \times \text{Anzahl der Verbraucher}$

Beispiel Bei 24.883.200 LEDs mit je 0,05 mW: $0,05 \text{ mW} \times 24.883.200 \div 1000 \approx 1244 \text{ W}$

5 Bildschirmverhältnis (Aspect Ratio)

Definition Verhältnis von Breite zu Höhe eines Displays

Notation Breite:Höhe (z.B. 16:9, 4:3, 21:9)

Berechnung • Bei bekannter Auflösung: Verhältnis = $\frac{\text{Breite in Pixel}}{\text{Höhe in Pixel}}$

• Bei 3840×2160 px: $\frac{3840}{2160} = \frac{16}{9}$

Bedeutung Bestimmt die Form des Displays und die Darstellung von Inhalten

6 Subpixel-Technologie

Konzept Jeder sichtbare Pixel besteht aus mehreren Subpixeln (typischerweise RGB)

- Rot (R)
- Grün (G)
- Blau (B)

Berechnung Subpixel Anzahl Subpixel = Anzahl Farbkanäle \times Horizontale Auflösung \times Vertikale Auflösung

Beispiel Bei RGB-Display mit 3840×2160 px: $3 \times 3840 \times 2160 = 24.883.200$ Subpixel

Bedeutung Entscheidend für Farbdarstellung und Stromverbrauchsberechnung

7 Drucken: Übertragung von digitalen Bildern auf Papier

7.1 Auflösungsanforderungen

- Zeitschriftendruck: 300 DPI empfohlen
- Plakatdruck: 150 DPI (größerer Betrachtungsabstand)
- Kunstdruck: 600+ DPI für feine Details

7.2 Farbmodelle

Drucker stellen Farben grundlegend anders dar als Bildschirme. Daher müssen Sie ein anderes Farbmodell benutzen:

RGB Additives Farbmodell (Displays):

R Rot (Red)

G Grün (Green)

B Blau (Blue)

CMYK Subtraktives Farbmodell (Druck):

C Zyan (Cyan)

M Magenta (Magenta)

Y Gelb (Yellow)

K Schwarz (Key/Black)

Vor dem Druck ist die Umrechnung von RGB nach CMYK notwendig.

7.3 Druckverfahren

Tintenstrahldruck Einzelne Tintentröpfchen

Laserdruck Elektrostatisches Verfahren mit Toner

8 Aufgabe zum Thema Displaytechnologie

8.1 Wie vielen Pixel per Inch (PPI)...

... hat ein 16:9 4K-OLED-Display mit 55 Inch Bilddiagonale bei einer Auflösung von 3.840px x 2.160px? Wievielen Pixel/cm entspricht das? (1 in = 2,54 cm)

8.2 Wie hoch ist der Stromverbrauch ...

... wenn eine LED durchschnittlich 0,05 mW verbraucht. Runden Sie auf volle Watt.

9 Aufgabe zur Drucktechnologie

Ein Fotograf möchte ein Bild für eine Ausstellung drucken lassen. Das digitale Originalbild hat eine Auflösung von 5.184 × 3.456 Pixel (typisch für eine 18-Megapixel-DSLR-Kamera). Er plant, das Bild im Format 60 cm × 40 cm zu drucken.

1. Berechnen Sie die resultierende Druckauflösung in DPI.
2. Der Drucker verbraucht bei voller Farbdeckung ca. 12 ml Tinte pro m². Wie viel Tinte wird benötigt, wenn das Bild eine durchschnittliche Farbdeckung von 75% hat?
3. Wie groß könnte das Bild maximal bei einer empfohlenen Druckauflösung von mindestens 240 DPI gedruckt werden? Geben Sie die Maße an.
4. Der Drucker verarbeitet CMYK-Daten mit 8 Bit pro Kanal. Wie viel Speicherplatz (in MB) wird für die Druckdaten bei der Originalgröße des Bildes benötigt? (1 Byte = 8 Bit)

10 Lösung zum Thema Displaytechnologie

10.1 Pixel per Inch

Diagonale in Pixel (nach Satz des Pythagoras) = $\sqrt{3.840^2 + 2.160^2} \approx 4.405 \text{ px}$

$$\text{PPI} = \frac{\text{Diagonale}_{\text{px}}}{\text{Diagonale}_{\text{in}}} = \frac{4.405 \text{ px}}{55 \text{ in}} \approx 80 \text{ PPI}$$

$$\text{Diagonale in cm} = 55 \text{ in} * 2,54 = 139,7 \text{ cm}$$

$$\text{Pixel} = \frac{\text{Diagonale}_{\text{px}}}{\text{Diagonale}_{\text{cm}}} = \frac{4.405 \text{ px}}{139,7 \text{ cm}} \approx 32 \text{ Pixel/cm}$$

10.2 Stromverbrauch

$$\text{LEDs (3 Subpixel: Red - Green - Blue)} = 3 * 3.840 \text{ px} * 2.160 \text{ px} = 24.883.200 \text{ Subpixel}$$

$$\text{Stromverbrauch} = 0,05 \text{ mW} * 24.883.200 \text{ Subpixel} / 1.000 \approx 1.244 \text{ W}$$

11 Lösung zur Drucktechnologie

11.1 Aufgabenteil 1: Druckauflösung berechnen

$$\text{Breite des Drucks} \quad 60 \text{ cm} = 23,62 \text{ in} \quad (60 \text{ cm} \div 2,54 \text{ cm/in})$$

$$\text{Höhe des Drucks} \quad 40 \text{ cm} = 15,75 \text{ in} \quad (40 \text{ cm} \div 2,54 \text{ cm/in})$$

$$\text{DPI in Breite} \quad 5.184 \text{ px} \div 23,62 \text{ in} \approx 219,5 \text{ DPI}$$

$$\text{DPI in Höhe} \quad 3.456 \text{ px} \div 15,75 \text{ in} \approx 219,4 \text{ DPI}$$

$$\text{Resultierende DPI} \approx 219 \text{ DPI (gerundet)}$$

11.2 Aufgabenteil 2: Tintenverbrauch berechnen

$$\text{Fläche des Drucks} \quad 60 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 2.400 \text{ cm}^2 = 0,24 \text{ m}^2$$

$$\text{Tintenverbrauch bei voller Deckung} \quad 12 \text{ ml/m}^2 \times 0,24 \text{ m}^2 = 2,88 \text{ ml}$$

$$\text{Tintenverbrauch bei 75% Deckung} \quad 2,88 \text{ ml} \times 0,75 = 2,16 \text{ ml}$$

11.3 Aufgabenteil 3: Maximale Druckgröße bei 240 DPI

$$\text{Maximale Breite} \quad 5.184 \text{ px} \div 240 \text{ DPI} = 21,6 \text{ in} = 54,86 \text{ cm}$$

$$\text{Maximale Höhe} \quad 3.456 \text{ px} \div 240 \text{ DPI} = 14,4 \text{ in} = 36,58 \text{ cm}$$

$$\text{Maximale Druckgröße} \quad 54,9 \text{ cm} \times 36,6 \text{ cm (gerundet)}$$

11.4 Aufgabenteil 4: Speicherplatzbedarf für CMYK-Daten

$$\text{Anzahl Pixel} \quad 5.184 \times 3.456 = 17.915.904 \text{ Pixel}$$

$$\text{CMYK-Kanäle} \quad 4 \text{ Kanäle (Cyan, Magenta, Yellow, Key/Black)}$$

$$\text{Farbtiefe} \quad 8 \text{ Bit pro Kanal} = 1 \text{ Byte pro Kanal}$$

$$\text{Gesamter Speicherbedarf} \quad 17.915.904 \text{ Pixel} \times 4 \text{ Kanäle} \times 1 \text{ Byte} \approx 71.663.616 \text{ Byte}$$

$$\text{Umrechnung in MB} \quad 71.663.616 \text{ Byte} \div 1.048.576 \text{ Byte/MB} \approx 68,34 \text{ MB}$$