Digitale Bilddarstellung: Technische Konzepte und Formeln

Technisches Rechnen

WS-LAT

22. Februar 2025

1 PPI (Pixel per Inch) / DPI (Dots per Inch)

PPI Maßeinheit für die Pixeldichte eines digitalen Bildes oder Displays

- Gibt an, wie viele Bildpunkte auf einer Strecke von einem Zoll liegen
- Höhere PPI-Werte bedeuten schärfere Darstellung und mehr Details

DPI Ähnliches Konzept, bezieht sich traditionell auf Druckauflösung

• Bezeichnet die Anzahl der Druckpunkte pro Zoll

Berechnung

$$PPI = \frac{Diagonale in Pixel}{Diagonale in Inch}$$

Beispiel Ein 4K-Display (3840×2160 px) mit 55 Zoll Diagonale hat ca. 80 PPI

2 Umrechnung Inch in cm

Definition 1 Inch (Zoll) = 2,54 cm (exakt)

Umrechnung Inch zu cm

$$\mathrm{L\ddot{a}nge_{cm}} = \mathrm{L\ddot{a}nge_{inch}} \times 2,54$$

Umrechnung cm zu Inch

$$\mathrm{L\ddot{a}nge}_{\mathrm{inch}} = \mathrm{L\ddot{a}nge}_{\mathrm{cm}} \div 2,54$$

Historische Bedeutung Internationale Standardisierung 1959 (vorher leichte Abweichungen)

3 Satz des Pythagoras

Theorem In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Quadrat der Hypotenuse

Formel

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(wobei c die Hypotenuse ist)

Anwendung bei Displays • Bildschirmbreite = a

- Bildschirmhöhe = b
- Bildschirmdiagonale = c

Berechnung Diagonale in Pixel

$$\mathsf{Diagonale}_{\mathsf{px}} = \sqrt{\mathsf{Breite}_{\mathsf{px}}^2 + \mathsf{H\ddot{o}he}_{\mathsf{px}}^2}$$

Beispiel Bei 3840×2160 px:

$$\sqrt{3840^2 + 2160^2} \approx 4405$$

рх

4 Elektrische Leistung

Definition Die pro Zeiteinheit umgesetzte/verbrauchte Energie

Einheit Watt (W) = Joule pro Sekunde (J/s)

Grundformel

$$P = U \times I$$

(Leistung = Spannung × Stromstärke)

Umrechnung • 1 Watt (W) = 1000 Milliwatt (mW)

• 1 Milliwatt (mW) = 0,001 Watt (W)

Berechnung Gesamtleistung

$$P_{
m gesamt} = P_{
m einzeln} imes {
m Anzahl \, der \, Verbraucher}$$

Beispiel Bei 24.883.200 LEDs mit je 0,05 mW:

$$0.05\,\mathrm{mW} \times 24.883.200 \div 1000 \approx 1244\,\mathrm{W}$$

5 Bildschirmverhältnis (Aspect Ratio)

Definition Verhältnis von Breite zu Höhe eines Displays

Notation Breite: Höhe (z.B. 16:9, 4:3, 21:9)

Berechnung • Bei bekannter Auflösung:

$$\mbox{Verh\"{a}ltnis} = \frac{\mbox{Breite in Pixel}}{\mbox{H\"{o}he in Pixel}}$$

• Bei 3840×2160 px:

$$\frac{3840}{2160} = \frac{16}{9}$$

Bedeutung Bestimmt die Form des Displays und die Darstellung von Inhalten

6 Subpixel-Technologie

Konzept Jeder sichtbare Pixel besteht aus mehreren Subpixeln (typischerweise RGB)

- R Rot (Red)
- **G** Grün (Green)
- **B** Blau (Blue)

Berechnung Subpixel

Anzahl Subpixel = Anzahl Farbkanäle \times Horizontale Auflösung \times Vertikale Auflösung

Beispiel Bei RGB-Display mit 3840×2160 px:

$$3 \times 3840 \times 2160 = 24.883.200$$

Subpixel

Bedeutung Entscheidend für Farbdarstellung und Stromverbrauchsberechnung

7 Drucken: Übertragung von digitalen Bildern auf Papier

7.1 Auflösungsanforderungen

- Zeitschriftendruck: 300 DPI empfohlen
- Plakatdruck: 150 DPI (größerer Betrachtungsabstand)
- Kunstdruck: 600+ DPI für feine Details

7.2 Farbmodelle

Drucker stellen Farben grundlegend anders dar als Bildschirme. Daher müssen Sie ein anderes Farbmodell benutzen:

RGB Additives Farbmodell (Displays):

- R Rot (Red)
- **G** Grün (Green)
- **B** Blau (Blue)

CMYK Subtraktives Farbmodell (Druck):

- C Zyan (Cyan)
- M Magenta (Magenta)
- Y Geld (Yellow)
- **K** Schwarz (Key/Black)

Vor dem Druck ist die Umrechnung von RGB nach CMYK notwendig.

7.3 Druckverfahren

Tintenstrahldruck Einzelne Tintentröpfchen

Laserdruck Elektrostatisches Verfahren mit Toner

8 Aufgabe zum Thema Displaytechnologie

8.1 Wie vielen Pixel per Inch (PPI)...

... hat ein 16:9 4K-OLED-Display mit 55 Inch Bilddiagonale bei einer Auflösung von 3.840px x 2.160px? Wievielen Pixel/cm entspricht das? (1 in = 2,54 cm)

8.2 Wie hoch ist der Stromverbrauch ...

... wenn eine LED durchschnittlich 0,05 mW verbraucht. Runden Sie auf volle Watt.

9 Aufgabe zur Drucktechnologie

Ein Fotograf möchte ein Bild für eine Ausstellung drucken lassen. Das digitale Originalbild hat eine Auflösung von 5.184 × 3.456 Pixel (typisch für eine 18-Megapixel-DSLR-Kamera). Er plant, das Bild im Format 60 cm × 40 cm zu drucken.

- 1. Berechnen Sie die resultierende Druckauflösung in DPI.
- 2. Der Drucker verbraucht bei voller Farbdeckung ca. 12 ml Tinte pro m². Wie viel Tinte wird benötigt, wenn das Bild eine durchschnittliche Farbdeckung von 75% hat?
- 3. Wie groß könnte das Bild maximal bei einer empfohlenen Druckauflösung von mindestens 240 DPI gedruckt werden? Geben Sie die Maße an.
- 4. Der Drucker verarbeitet CMYK-Daten mit 8 Bit pro Kanal. Wie viel Speicherplatz (in MB) wird für die Druckdaten bei der Originalgröße des Bildes benötigt? (1 Byte = 8 Bit)

10 Lösung zum Thema Displaytechnologie

10.1 Pixel per Inch

Diagonale in Pixel (nach Satz des Pythagoras)

$$=\sqrt{3.840^2+2.160^2}pprox 4.405~{
m px}$$

PPI

$$= \frac{\mathrm{Diagonale_{px}}}{\mathrm{Diagonale_{in}}} = \frac{4.405\,\mathrm{px}}{55\,\mathrm{in}} \approx 80\,\mathrm{PPI}$$

Diagonale in cm

$$=55 \text{ in } *2,54 = 139,7 \text{ cm}$$

Pixel

$$=\frac{\mathrm{Diagonale_{px}}}{\mathrm{Diagonale_{cm}}}=\frac{4.405\,\mathrm{px}}{139,7\,\mathrm{cm}}\approx32\,\mathrm{Pixel/cm}$$

10.2 Stromverbrauch

LEDs (3 Subpixel: Red - Green - Blue)

$$= 3 * 3.840 \, \text{px} * 2.160 \, \text{px} = 24.883.200 \, \text{Subpixel}$$

Stromverbrauch

$$= 0,05\,\mathrm{mW} * 24.883.200\,\mathrm{Subpixel}/1.000 \approx 1.244\,\mathrm{W}$$

11 Lösung zur Drucktechnologie

11.1 Aufgabenteil 1: Druckauflösung berechnen

Breite des Drucks 60 cm = 23,62 in (60 cm ÷ 2,54 cm/in)

Höhe des Drucks $40 \text{ cm} = 15,75 \text{ in } (40 \text{ cm} \div 2,54 \text{ cm/in})$

DPI in Breite 5.184 px \div 23,62 in \approx 219,5 DPI

DPI in Höhe 3.456 px \div 15,75 in \approx 219,4 DPI

Resultierende DPI ≈ 219 DPI (gerundet)

11.2 Aufgabenteil 2: Tintenverbrauch berechnen

Fläche des Drucks $60 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 2.400 \text{ cm}^2 = 0,24 \text{ m}^2$

Tintenverbrauch bei voller Deckung 12 ml/m² \times 0,24 m² = 2,88 ml

Tintenverbrauch bei 75% Deckung 2,88 ml × 0,75 = 2,16 ml

11.3 Aufgabenteil 3: Maximale Druckgröße bei 240 DPI

Maximale Breite 5.184 px ÷ 240 DPI = 21,6 in = 54,86 cm

Maximale Höhe $3.456 \text{ px} \div 240 \text{ DPI} = 14,4 \text{ in} = 36,58 \text{ cm}$

Maximale Druckgröße 54,9 cm × 36,6 cm (gerundet)

11.4 Aufgabenteil 4: Speicherplatzbedarf für CMYK-Daten

Anzahl Pixel 5.184 × 3.456 = 17.915.904 Pixel

CMYK-Kanäle 4 Kanäle (Cyan, Magenta, Yellow, Key/Black)

Farbtiefe 8 Bit pro Kanal = 1 Byte pro Kanal

Gesamter Speicherbedarf 17.915.904 Pixel × 4 Kanäle × 1 Byte ≈ 71.663.616 Byte

Umrechnung in MB 71.663.616 Byte ÷ 1.048.576 Byte/MB ≈ 68,34 MB