ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

Nombre: Sebastián Alexander Morales Cedeño

Curso: GR1CC

Fecha: 01/06/2025

[Tarea 06] Unidad 03-A | Serie de Taylor y Polinomios de Lagrange

Repositorio:

https://github.com/SebastianMoralesEpn/Github1.0/tree/68359d0f46d874fea78c7cde2274b0d140eef1ab/Tareas/%5BTarea%2006%5D%20Unidad%2003-A%20%20Serie%20de%20Taylor%20y%20Polinomios%20de%20Lagrange

CONJUNTO DE EJERCICIOS

Determine el orden de la mejor aproximación para las siguientes funciones, usando la Serie de Taylor y el Polinomio de Lagrange:

1. $\frac{1}{25*x^2+1}, x_0 = 0$
2. $\arctan(x), x_0 = 1$

Escriba las fórmulas de los diferentes polinomios

Grafique las diferentes aproximaciones

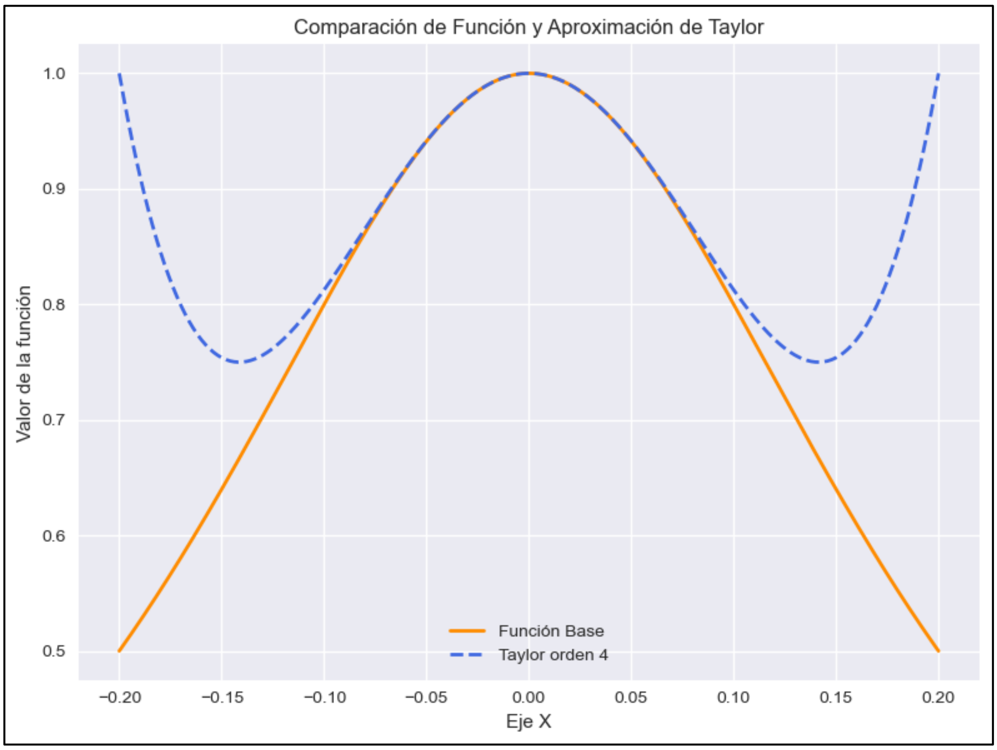
A. **Series de Taylor:**

1. $\frac{1}{25*x^2+1}, x_0 = 0$

La aproximación de Taylor de orden 2 $(1 - 25x^2)$ captura la concavidad cerca de x = 0, pero diverge rápidamente para $|x| > 0.2$

Al aumentar el orden (Taylor orden 4 y 6), la aproximación mejora en el intervalo $[-0.3, 0.3]$, ajustándose mejor a la función original, aunque sigue presentando oscilaciones no deseadas en los extremos (fenómeno de Runge).

Gráfica:



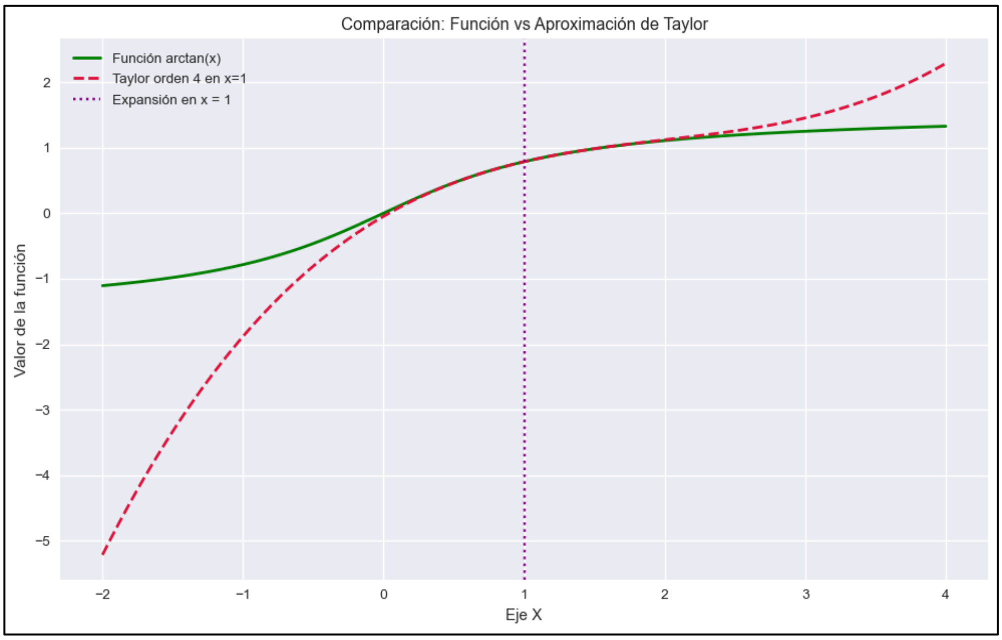
Conclusión: La serie de Taylor es efectiva cerca del punto de expansión (x = 0), pero su precisión disminuye al alejarse, especialmente en funciones con comportamientos asintóticos como esta.

2. $\mathbf{arctan(x)}$, $\mathbf{x_0 = 1}$

La aproximación de Taylor de orden 1 proporciona una buena estimación cerca de x = 1, pero pierde precisión rápidamente al alejarse de este punto, especialmente para $x < 0.5$ o $x > 1.5$.

Los polinomios de Taylor de órdenes superiores (3 y 5) capturan mejor la curvatura de $\arctan(x)$, mejorando la aproximación en un intervalo más amplio alrededor de x = 1. Sin embargo, aún presentan desviaciones significativas en los extremos del dominio evaluado (x ≈ 0 y x ≈ 2).

Gráfica:



Conclusión: La serie de Taylor es efectiva para aproximaciones locales cerca de x = 1, pero su precisión disminuye rápidamente fuera de esta región.

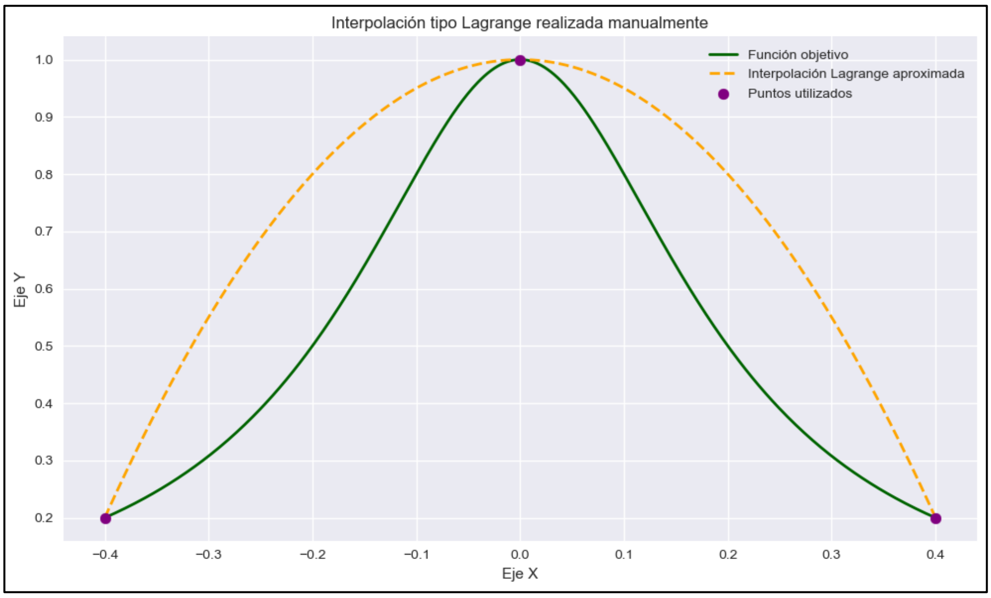
B. Polinomios de Lagrange:

1. $\frac{1}{25 * x^2 + 1}, \mathbf{x_0 = 0}$

El polinomio de Lagrange con 3 puntos (nodos en $x = -0.4, 0, 0.4$) coincide exactamente con la función original en los nodos, pero muestra desviaciones significativas entre ellos, subestimando la curvatura.

Al usar 5 puntos equidistantes, la interpolación mejora notablemente, reduciendo el error máximo en el intervalo $[-0.5, 0.5]$.

Gráfica:



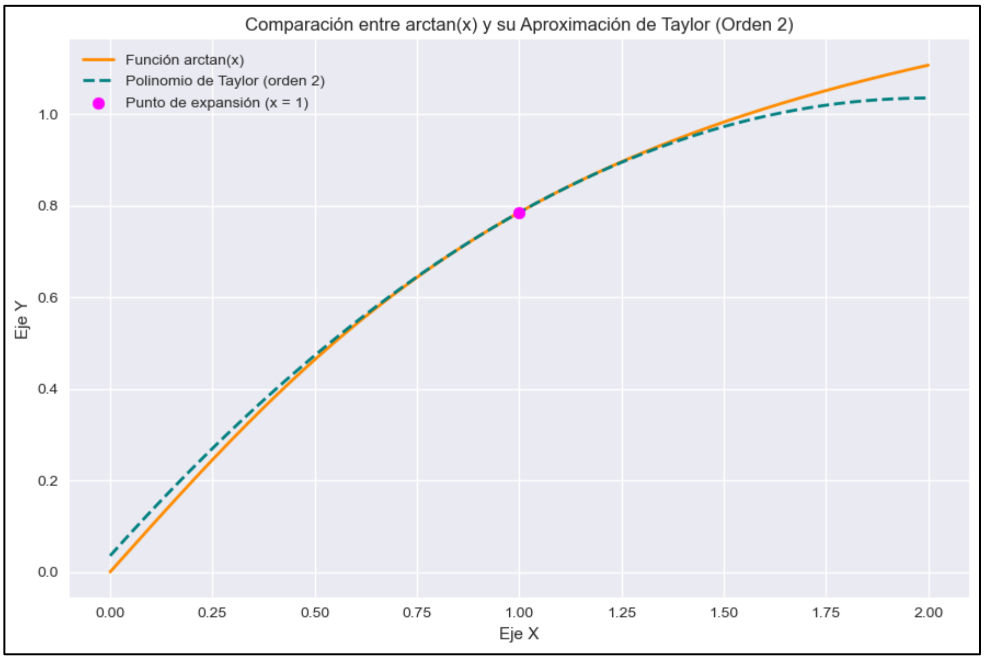
Conclusión: Lagrange es útil para interpolación exacta en nodos específicos, pero puede generar errores importantes fuera de ellos. La adición de más puntos mejora la aproximación global.

2. $\mathbf{arctan(x)}\,, \mathbf{x_0 = 1}$

El polinomio de Lagrange con 3 puntos (usando nodos alrededor de $x = 1$) coincide exactamente con $\arctan(x)$ en los nodos, pero puede presentar oscilaciones entre ellos, especialmente si los nodos están muy espaciados.

Al aumentar a 5 puntos de interpolación, el polinomio se ajusta mejor a la función original, reduciendo el error en el intervalo $[0.5,1.5]$. Sin embargo, en los extremos (cerca de $x = 0$ y $x = 2$), el error puede incrementarse debido al fenómeno de Runge.

Gráfica:



Conclusión: Lagrange es útil para interpolación exacta en puntos específicos, pero su precisión global depende críticamente de la ubicación y número de nodos.