



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

Nombre: Sebastián Alexander Morales Cedeño

Curso: GR1CC

Fecha: 16/07/2025

[Tarea 10] Ejercicios Unidad 04-C | Descomposición LU

Repositorio:

<https://github.com/SebastianMoralesEpn/Github1.0/tree/dafe7ac237369d0ff222d49bd39c60158b3ed15e/Tareas/%5BTarea%2010%5D%20Ejercicios%20Unidad%2004-C%20%20Descomposici%C3%B3n%20LU>

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Realice las siguientes multiplicaciones matriz-matriz:

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Resultados:

Resultado literal a:

$\begin{bmatrix} -4 & 10 \\ 1 & 15 \end{bmatrix}$

Resultado literal b:

$\begin{bmatrix} 11 & 4 & -8 \\ 6 & 13 & -12 \end{bmatrix}$

Resultado literal c:

$\begin{bmatrix} -1 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & -11 \\ -6 & -7 & -4 \end{bmatrix}$

Resultado literal d:



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -14 & 7 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Determine cuáles de las siguientes matrices son no singulares y calcule la inversa de esas matrices:

a. $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 0 \\ 9 & 11 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Resultados:

Literal a:

¿Es no singular?: No

Literal b:

¿Es no singular?: Sí

Matriz inversa:

$$\begin{bmatrix} -0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.625 & -0.125 & -0.125 \\ 0.125 & -0.625 & 0.375 \end{bmatrix}$$

Literal c:

¿Es no singular?: No

Literal d:

¿Es no singular?: Sí

Matriz inversa:

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0. & 0. & 0. \\ -0.21428571 & 0.14285714 & -0. & -0. \\ 0.10714286 & -1.57142857 & 1. & -0. \\ -0.5 & 1. & -1. & 1. \end{bmatrix}$$



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

3. Resuelva los sistemas lineales 4 x 4 que tienen la misma matriz de coeficientes:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 6, \\x_1 - x_3 + x_4 &= 4, \\2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= -2, \\-x_2 + x_3 - x_4 &= 5;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 1, \\x_1 - x_3 + x_4 &= 1, \\2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= 2, \\-x_2 + x_3 - x_4 &= -1.\end{aligned}$$

Resultado:

Solución para el primer sistema ($b = [6, 4, -2, 5]$):

$$x_1 = 3.00, x_2 = -6.00, x_3 = -2.00, x_4 = -1.00$$

Solución para el segundo sistema ($b = [1, 1, 2, -1]$):

$$x_1 = 1.00, x_2 = 1.00, x_3 = 1.00, x_4 = 1.00$$

4. Encuentre los valores de A que hacen que la siguiente matriz sea singular.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & \alpha & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Resultado:

Los valores de α que hacen singular la matriz son:

$$\alpha = -1.5000$$

$$\alpha = 2.0000$$

5. Resuelva los siguientes sistemas lineales:

$$\text{a. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultados:

Solución literal a:

$$x_1 = -3.0000, x_2 = 3.0000, x_3 = 1.0000$$



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

Solución literal b:

$$x_1 = 0.5000, x_2 = -4.5000, x_3 = 3.5000$$

6. Factorice las siguientes matrices en la descomposición LU mediante el algoritmo de factorización LU con $l_{ii} = 1$ para todas las i .

a.
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 1.012 & -2.132 & 3.104 \\ -2.132 & 4.096 & -7.013 \\ 3.104 & -7.013 & 0.014 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0.5 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 2.1756 & 4.0231 & -2.1732 & 5.1967 \\ -4.0231 & 6.0000 & 0 & 1.1973 \\ -1.0000 & -5.2107 & 1.1111 & 0 \\ 6.0235 & 7.0000 & 0 & -4.1561 \end{bmatrix}$$

Resultados:

Factorización literal a:

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} 1. & 0. & 0. \\ 1.5 & 1. & 0. \\ 1.5 & 1. & 1. \end{bmatrix}$$

Matriz U:

$$\begin{bmatrix} 2. & -1. & 1. \\ 0. & 4.5 & 7.5 \\ 0. & 0. & -4. \end{bmatrix}$$

Factorización literal b:

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} 1. & 0. & 0. \\ -2.10671937 & 1. & 0. \\ 3.06719368 & 1.19775553 & 1. \end{bmatrix}$$

Matriz U:



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

$$\begin{bmatrix} 1.012 & -2.132 & 3.104 &] \\ [0. & -0.39552569 & -0.47374308] \\ [0. & 0. & -8.93914077]] \end{bmatrix}$$

Factorización literal c:

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} 1. & 0. & 0. & 0. &] \\ [0.5 & 1. & 0. & 0. &] \\ [0. & -2. & 1. & 0. &] \\ [1. & -1.33333333 & 2. & 1. &]] \end{bmatrix}$$

Matriz U:

$$\begin{bmatrix} 2. & 0. & 0. & 0. &] \\ [0. & 1.5 & 0. & 0. &] \\ [0. & 0. & 0.5 & 0. &] \\ [0. & 0. & 0. & 1. &]] \end{bmatrix}$$

Factorización literal d:

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} 1. & 0. & 0. & 0. &] \\ [-1.84919103 & 1. & 0. & 0. &] \\ [-0.45964332 & -0.25012194 & 1. & 0. &] \\ [2.76866152 & -0.30794361 & -5.35228302 & 1. &]] \end{bmatrix}$$

Matriz U:

$$\begin{bmatrix} 2.1756 & 4.0231 & -2.1732 & 5.1967 &] \\ [0. & 13.43948042 & -4.01866194 & 10.80699101] \\ [0. & 0. & -0.89295239 & 5.09169403] \\ [0. & 0. & 0. & 12.03612803]] \end{bmatrix}$$

- 7. Modifique el algoritmo de eliminación gaussiana de tal forma que se pueda utilizar para resolver un sistema lineal usando la descomposición LU y, a continuación, resuelva los siguientes sistemas lineales.**

- a.** $2x_1 - x_2 + x_3 = -1,$
 $3x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 0,$
 $3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4.$
- b.** $1.012x_1 - 2.132x_2 + 3.104x_3 = 1.984,$
 $-2.132x_1 + 4.096x_2 - 7.013x_3 = -5.049,$



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

$$3.104x_1 - 7.013x_2 + 0.014x_3 = -3.895.$$

- c.
$$\begin{aligned} 2x_1 &= 3, \\ x_1 + 1.5x_2 &= 4.5, \\ -3x_2 + 0.5x_3 &= -6.6, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0.8; \end{aligned}$$
- d.
$$\begin{aligned} 2.1756x_1 + 4.0231x_2 - 2.1732x_3 + 5.1967x_4 &= 17.102, \\ -4.0231x_1 + 6.0000x_2 + 1.1973x_4 &= -6.1593, \\ -1.0000x_1 - 5.2107x_2 + 1.1111x_3 &= 3.0004, \\ 6.0235x_1 + 7.0000x_2 - 4.1561x_4 &= 0.0000. \end{aligned}$$

Resultados:

Solución literal a:

$$x_1 = 1.000000, x_2 = 2.000000, x_3 = -1.000000$$

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} 1. & 0. & 0. &] \\ [0.66666667 & 1. & 0. &] \\ [1. & -0. & 1. &] \end{bmatrix}$$

Matriz U:

$$\begin{bmatrix} [3. & 3. & 9.] \\ [0. & -3. & -5.] \\ [0. & 0. & -4.]] \end{bmatrix}$$

Solución literal b:

$$x_1 = 1.000000, x_2 = 1.000000, x_3 = 1.000000$$

Matriz L:

$$\begin{bmatrix} [1. & 0. & 0. &] \\ [-0.68685567 & 1. & 0. &] \\ [0.32603093 & -0.21424728 & 1. &] \end{bmatrix}$$

Matriz U:

$$\begin{bmatrix} [3.104 & -7.013 & 0.014 &] \\ [0. & -0.72091881 & -7.00338402 &] \\ [0. & 0. & 1.59897957 &] \end{bmatrix}$$

Solución literal c:

$$x_1 = 1.500000, x_2 = 2.000000, x_3 = -1.200000, x_4 = 3.000000$$



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

Matriz L:

```
[[ 1.      0.      0.      0.      ]
 [ 0.      1.      0.      0.      ]
 [ 1.      0.66666667 1.      0.      ]
 [ 0.5     -0.5     0.375    1.      ]]
```

Matriz U:

```
[[ 2.      0.      0.      0.      ]
 [ 0.     -3.      0.5     0.      ]
 [ 0.      0.      0.66666667 1.      ]
 [ 0.      0.      0.      -0.375   ]]
```

Solución literal d:

$x_1 = 2.939851$, $x_2 = 0.070678$, $x_3 = 5.677735$, $x_4 = 4.379812$

Matriz L:

```
[[ 1.      0.      0.      0.      ]
 [-0.66790072 1.      0.      0.      ]
 [ 0.36118536 0.14002434 1.      0.      ]
 [-0.16601644 -0.37924771 -0.5112737 1.      ]]
```

Matriz U:

```
[[ 6.0235    7.      0.     -4.1561   ]
 [ 0.     10.67530506 0.     -1.57856219]
 [ 0.      0.     -2.1732   6.91885959]
 [ 0.      0.      0.      2.24878393]]
```