

Sprawozdanie z Projektu

Diagnostyka Procesów

Sebastian Parzych (188609)

Kwiecień 2025

Diagnostyka i nadzór systemu trzech zbiorników z zastosowaniem obserwatorów stanu

Cel projektu

Celem niniejszego projektu jest zaprojektowanie i przetestowanie systemu diagnostyki i nadzoru dla układu trzech zbiorników, z wykorzystaniem obserwatorów stanu. Projekt obejmuje następujące zadania:

- Poprawne zamodelowanie dynamiczne systemu trzech zbiorników,
- Przeprowadzenie symulacji poprawnego działania systemu bez zakłóceń,
- Symulacja różnych rodzajów awarii i usterek w systemie (np. wycieki, zakłócenia czujników),
- Zastosowanie metod wykrywania i lokalizacji uszkodzeń w oparciu o obserwatory stanu,
- Ocena skuteczności zaprojektowanego algorytmu Fault Detection and Isolation (FDI).

Spis treści

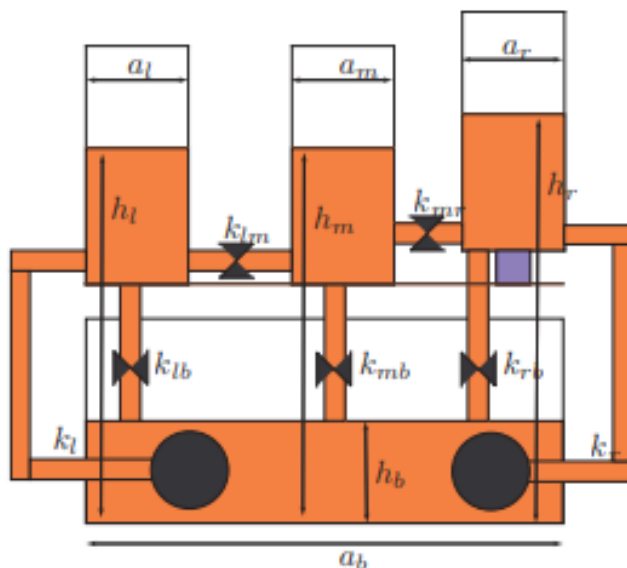
1	Wstęp teoretyczny	3
2	Opis modelu/systemu	3
2.1	Model matematyczny	3
2.2	Wykrywanie uszkodzeń na podstawie modelu systemu	5
2.3	Lokalizacja usterek	6
3	Implementacja i symulacje	6
3.1	Uszkodzenie pompy	7
3.2	Awaria przepływu (zaworu)	9
3.3	Zamulenie zbiornika	11
3.4	Awaria czujnika	13
4	Wnioski i podsumowanie	14
4.1	Modelowanie i linearyzacja	14
4.2	Detekcja usterek na podstawie residuów	14
4.3	Lokalizacja usterek	15
4.4	Rozróżnianie typów usterek	15
4.5	Podsumowanie	15

1 Wstęp teoretyczny

System trzech zbiorników przedstawiono na Rys. 1. Układ ten jest klasycznym przykładem w badaniach nad sterowanie i diagnostyką procesów dynamicznych. Charakteryzuje się nieliniową dynamiką przepływów cieczy oraz sprzężeniami między zbiornikami, co czyni go interesującym z punktu widzenia analizy i projektowania układów sterowania oraz algorytmów detekcji usterek.

W skład układu wchodzi trzy zbiorniki połączone ze sobą przewodami, przez które w zależności od różnic poziomów przepływa ciecz. Zbiornik dolny pełni funkcję przetłaczania i magazynowania wody. Wyjściem systemu są poziomy cieczy w poszczególnych zbiornikach mierzone za pomocą czujników.

Celem analizy teoretycznej jest opracowanie modelu matematycznego układu, który umożliwi implementację obserwatorów stanu oraz przeprowadzenie symulacji wykrywania oraz izolacji urządzeń.



Rysunek 1: Schemat systemu trzech zbiorników

2 Opis modelu/systemu

2.1 Model matematyczny

System może być określony za pomocą zmiany czterech parametrów - wysokości wody w każdym z trzech zbiorników oraz wysokości wody w zbiorniku dolnym.

$$\dot{h}_l = \frac{1}{a_l} (-k_{lb}s(h_l - h_b) - k_{lm}s(h_l - h_m) + k_l u_l) \quad (1)$$

$$\dot{h}_m = \frac{1}{a_m} (k_{lm}s(h_l - h_m) - k_{mr}s(h_m - h_r)) \quad (2)$$

$$\dot{h}_r = \frac{1}{a_r} (k_{mr}s(h_m - h_r) - k_{rb}s(h_r - h_b) + k_r u_r) \quad (3)$$

$$\dot{h}_b = \frac{1}{a_b} (k_{lb}s(h_l - h_b) + k_{rb}s(h_r - h_b)) \quad (4)$$

gdzie h_l, h_m, h_r, h_b to od lewej - wysokość wody w lewym, środkowym, prawym oraz dolnym zbiorniku, a_l, a_m, a_r, a_b to przekrój poprzeczny (pole podstawy) zbiorników, u_l, u_r to napięcia przyłożone do lewej i prawej pompy, k_l, k_r to wzmocnienia tych pomp, $k_{lb}, k_{lm}, k_{mr}, k_{rb}$ to współczynniki przepływu pomiędzy odpowiednimi zbiornikami. Wartości współczynników przedstawiono w Tabeli 1.

k_{lm} (cm ² /s)	k_{lb} (cm ² /s)	k_{mr} (cm ² /s)	k_{rb} (cm ² /s)
15.86	7.04	10.48	6.93
k_{mb} (cm ² /s)	k_l (cm ³ /s·V)	k_r (cm ³ /s·V)	a_l (cm ²)
0.00	6.04	6.04	64.00
a_m (cm ²)	a_r (cm ²)	a_b (cm ²)	vol (cm ³)
64.00	64.00	1044.00	15990.00

Tabela 1: Parametry modelu

Układ jest więc nieliniowym modelem czwartego rzędu, który można zredukować do modelu rzędu trzeciego dla następujących wektora stanów i wektora sterowania:

$$\mathbf{x} = [h_l, h_m, h_r]$$

$$\mathbf{u} = [u_l, u_r]$$

To wszystko przy założeniu, że całkowita objętość cieczy pozostaje stała w czasie:

$$vol = a_l h_l + a_m h_m + a_r h_r$$

Układ został zlinearyzowany wokół punktu równowagi (x_0, u_0) .

$$\mathbf{x}_0 = (41, 39, 40.39)[cm]$$

$$\mathbf{u}_0 = (4.35, 8.76)[V]$$

2.2 Wykrywanie uszkodzeń na podstawie modelu systemu

Rozważmy dyskretny, liniowy system dynamiczny opisany przez związek wejście-wyjście bez uwzględniania zakłóceń, szumów i uszkodzeń:

$$y(k) = M(q)u(k) = \frac{V(q)}{W(q)}u(k) \quad (1)$$

gdzie $u(k)$ to sygnał wejściowy, $y(k)$ to wyjście, a $M(q)$ to transmitancja operatorowa wyrażona przez licznik $V(q)$ i mianownik $W(q)$ w klasycznym operatorze przesunięcia q .

Celem diagnostyki opartej na modelu jest porównanie pomiarów rzeczywistych z zachowaniem oczekiwanym od modelu bezuszkodzeniowego. Różnica między przewidywanym sygnałem $\hat{y}(k)$ a rzeczywistym $y(k)$ wyznacza tzw. reziduum:

$$r(k) = Q(q)(y(k) - \hat{y}(k)) \quad (2)$$

gdzie $Q(q)$ to filtr poprawiający czułość na uszkodzenia i/lub umożliwiający ich izolację.

Detekcja uszkodzeń opiera się na porównaniu modułu reziduum z ustalonym progiem τ_i :

$$s_i = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } |r_i(k)| < \tau_i \quad (\text{brak uszkodzenia}) \\ 1, & \text{jeśli } |r_i(k)| \geq \tau_i \quad (\text{wykryto uszkodzenie}) \end{cases}$$

Metody parytetowe i obserwatorowe

Dla modelu wejście-wyjście (1), przewidywane zachowanie systemu można opisać ogólnie jako:

$$\hat{y}(k) = G_u(q)u(k) + G_y(q)y(k) \quad (3)$$

Przykłady szczególne:

- ARMA: $G_u(q) = M(q)$, $G_y(q) = 0$
- MA: $G_u(q) = V(q)$, $G_y(q) = 1 - W(q)$

Z tego wynika postać reziduum:

$$r(k) = y(k) - G_u(q)u(k) - G_y(q)y(k) \quad (4)$$

ARMA opiera się na symulacji systemu, jednak jego skuteczność zależy od dokładności modelu i zgodnych warunków początkowych. W praktyce stosuje się obserwator Luenbergera:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \quad (5)$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k) \quad (6)$$

Współczynnik L (macierz wzmocnienia obserwatora) jest dobierany tak, aby zapewnić stabilność układu $A - LC$.

Dla obserwatora można wyrazić transmitancję:

$$G_u(q) = C(qI - A + LC)^{-1}B = \frac{V(q)}{W(q) + H(q)} \quad (7)$$

$$G_y(q) = C(qI - A + LC)^{-1}L = \frac{H(q)}{W(q) + H(q)} \quad (8)$$

gdzie $H(q)$ to filtr obserwatora opisany jako:

$$H(q) = \sum_{i=1}^n l_i q^{-i} \quad (9)$$

Zależnie od doboru wzmocnienia L można uzyskać różne postaci metody parytetowej:

- $L = 0$: brak korekty — odpowiada formie ARMA.
- $LC = A$: pełna kompensacja — odpowiada formie MA.

2.3 Lokalizacja usterek

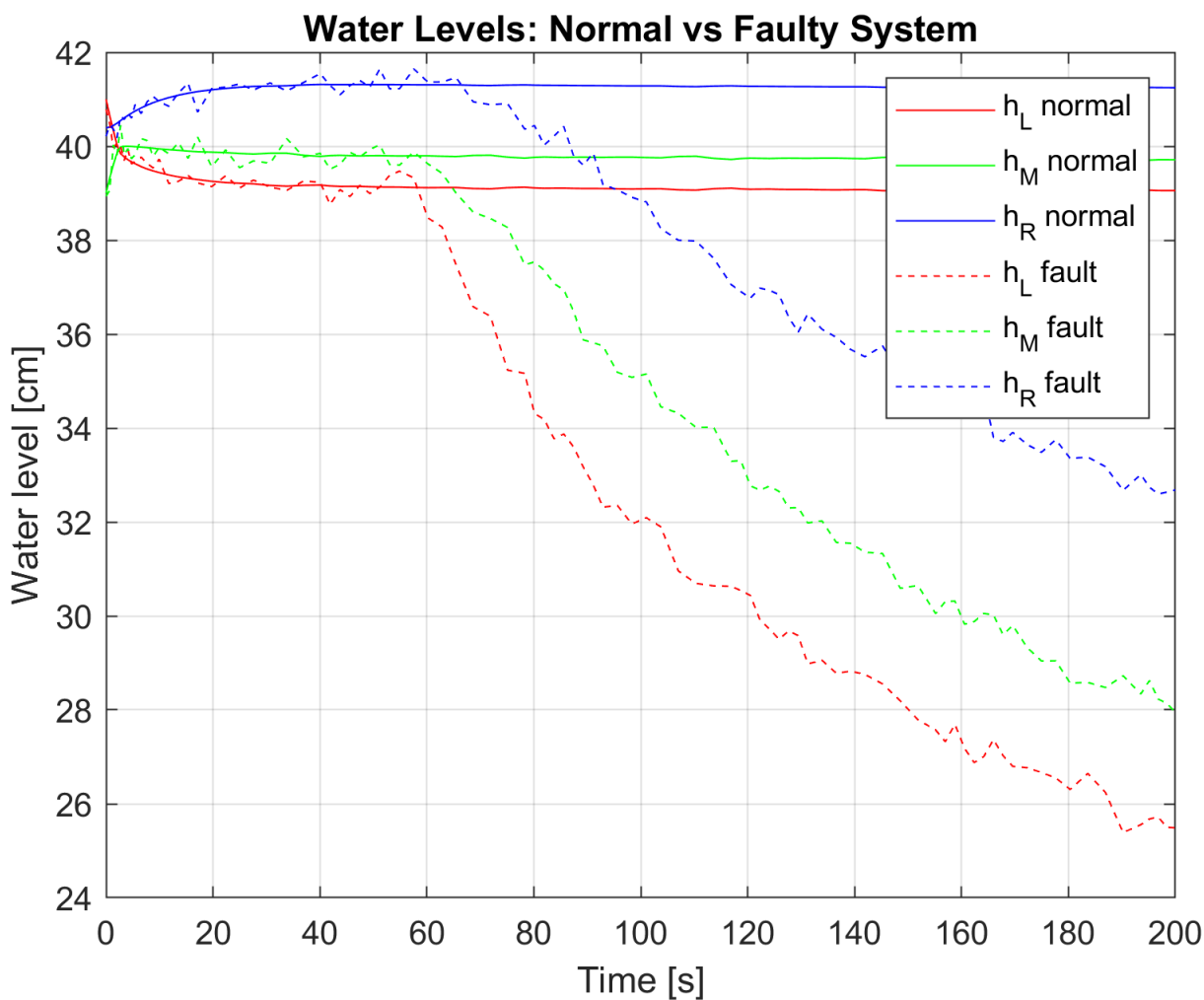
W literaturze przeważają dwa podejścia do konstrukcji zbioru residuów. Są to wektory residuów strukturalnych, gdzie każdy jest czuły na podzbiór usterek, lecz niewrażliwy na pozostałe. Drugie podejście to projektowanie wektora residuali kierunkowych, który w odpowiedzi na konkretną usterkę zmierza w ustalonym kierunku w przestrzeni residuali.

3 Implementacja i symulacje

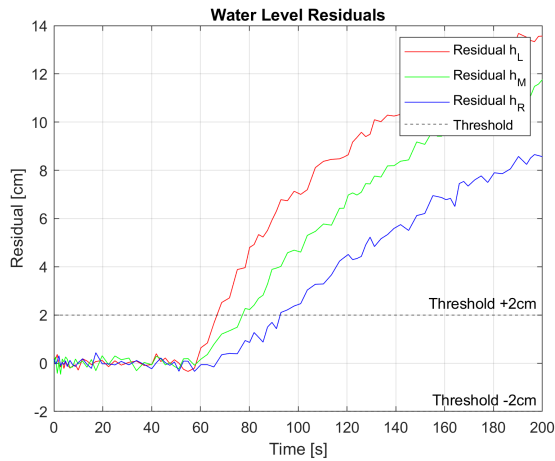
W symulacji zaimplementowano cztery typy awarii: uszkodzenie pompy, uszkodzenie (lub zatkanie) przepływu, zamulenie zbiornika oraz zepsucie się czujnika.

3.1 Uszkodzenie pompy

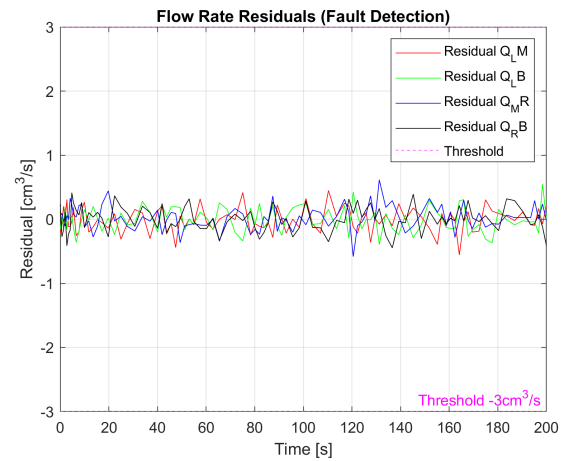
Do wykrycia i lokalizacji tej awarii wykorzystano residua związane z wysokością słupa wody w zbiornikach. Ma to związek z tym, iż w przypadku popsucia się pompy poziom wody będzie różnił się od sytuacji, w której pompa jest sprawna. Poniżej przedstawiono wykresy związane z awarią lewej pompy w 60 sekundzie.



(a) Poziomy wody



(b) residua poziomów



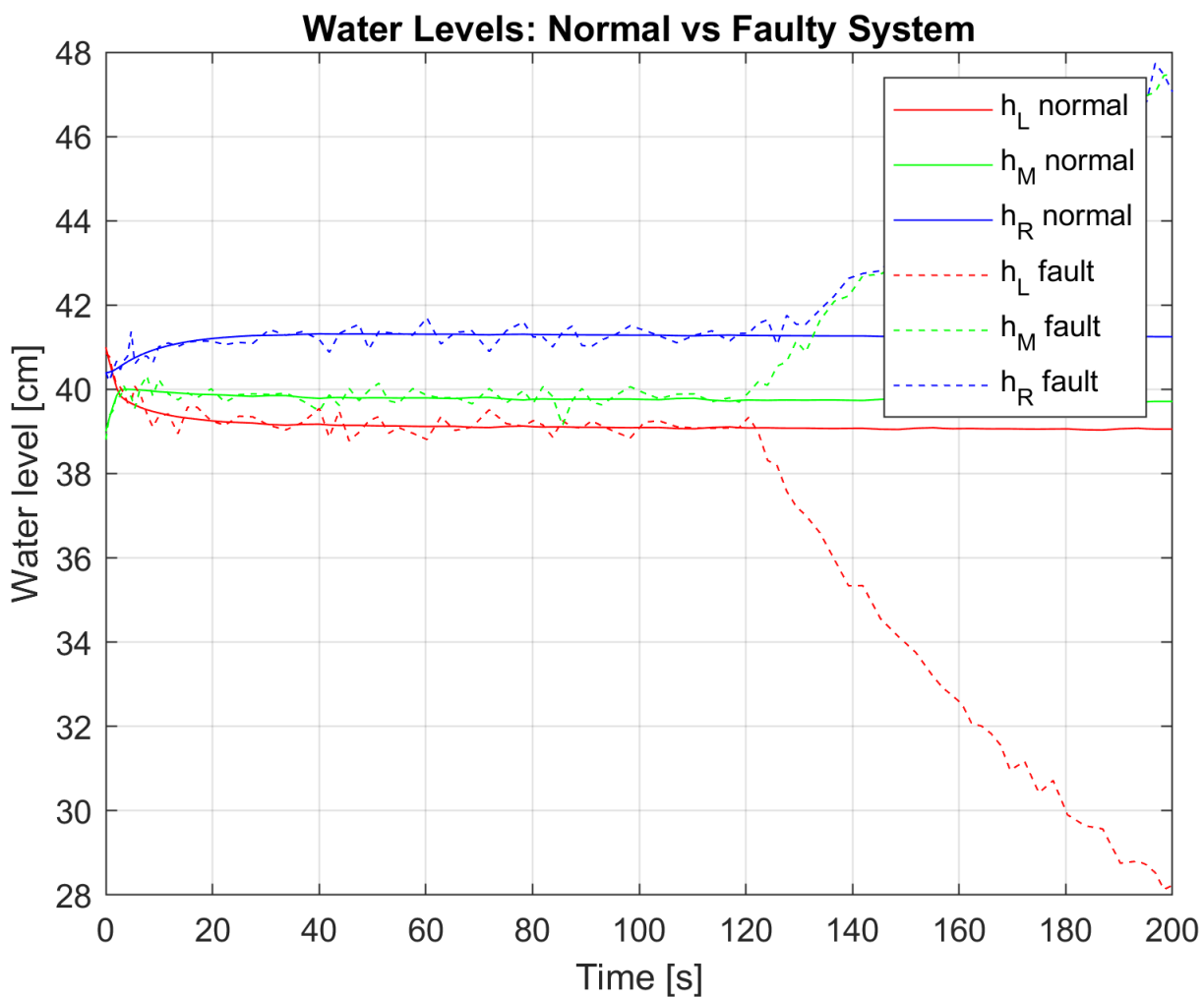
(c) residua przepływów

Rysunek 2: Porównanie wykresów: (a) poziomy wody, (b) residua poziomów, (c) residua przepływów

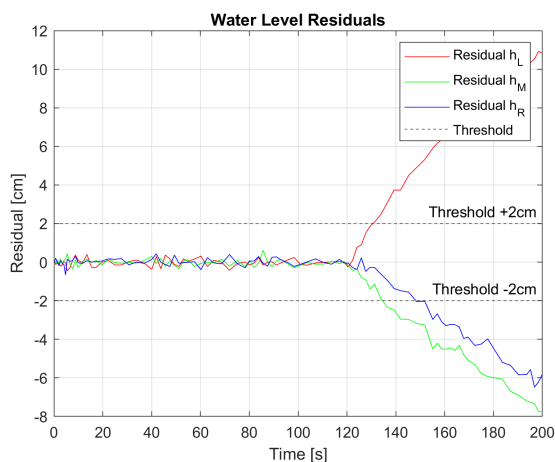
Jak można zauważyć na Rys. 2(b) residua związane z poziomami wody w zbiornikach wykryły zmianę względem idealnego modelu. Zaprojektowany threshold ustalono na $\pm 2cm$. Pierwsze wykryte residuum jest związane z lewym zbiornikiem. Oznacza to, że poziom wody w lewym zbiorniku jest mniejszy niż spodziewany, co rzutuje na kolejne zbiorniki, jednak jest to przesunięte w czasie ze względu na fizykę układu. Możemy stąd wnioskować, iż lewa pompa (związana z dotłaczaniem wody do tegoż zbiornika) musiała ulec awarii.

3.2 Awaria przepływu (zaworu)

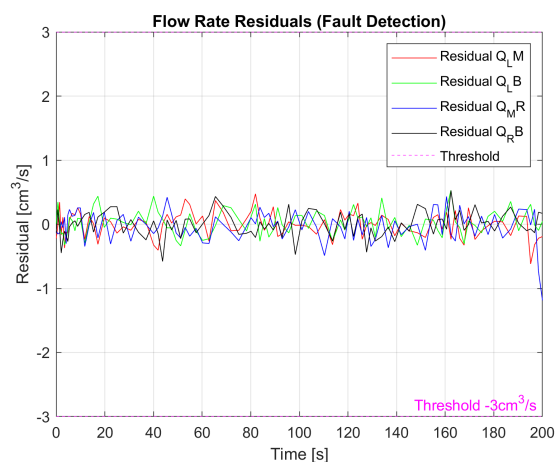
W tej części symulacyjnej ustawiono awarię zaworu poprzez zatkanie częściowe pomiędzy lewym, a środkowym zbiornikiem. Czas, w którym nastąpiła awaria to $t_a = 120s$.



(a) Poziomy wody



(b) residua poziomów



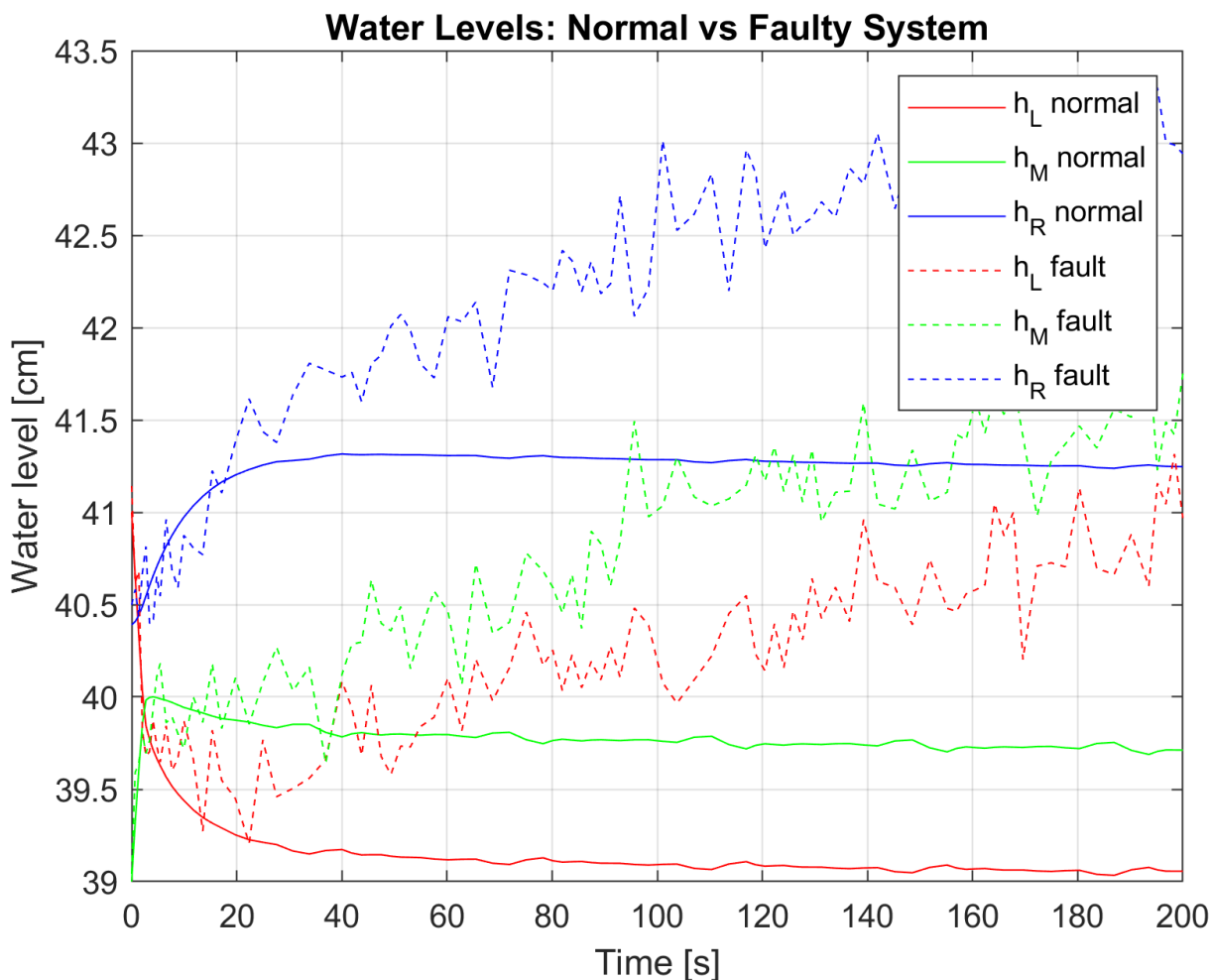
(c) residua przepływów

Rysunek 3: Porównanie wykresów: (a) poziomy wody, (b) residua poziomów, (c) residua przepływów

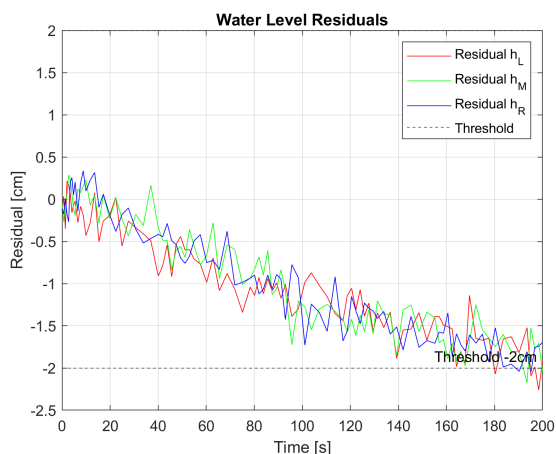
Ponownie widzimy zmiany w poziomach wody, jednak tutaj mają one inny wymiar. W lewym zbiorniku poziom wody malał w stosunku do przewidywanego (co widać po rosnącym residuum), natomiast w środkowym i prawym odwrotnie (residua maleją - poziom większy niż przewidywany). Jeśli chodzi o lokalizację awarii to nadal najszybciej pojawia się ona przy zbiorniku, którego dotyczy. W lewym to opóźnienie pomiędzy usterką, a jej wykryciem wyniosło $\Delta t_L = 11.23s$, natomiast w kolejnych $\Delta t_M = 16.58s$ oraz $\Delta t_R = 28.54s$. Aby odróżnić ją od uszkodzenia pompy należy wziąć pod uwagę znaki związane z resztą residuów. Jeśli są różne - oznacza to awarię związaną z zaworem, w przypadku tych samych - awaria pompy.

3.3 Zamulenie zbiornika

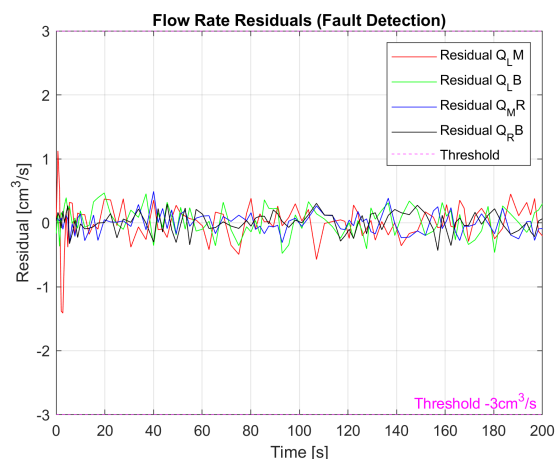
Kolejnym typem awarii jest zamulenie zbiornika. Jest to awaria, która będzie charakteryzowała się długim czasem wykrycia, ze względu na proces, który ją powoduje. Zazwyczaj zamulenie to nie jest nagły przeskok, a nagromadzenie się materiału (np. piasku) w czasie. W symulacji zaimplementowano to za pomocą zmniejszającej się objętości danego zbiornika. Czas, w którym rozpoczął się proces zamulania zbiornika lewego ustawiono na $t_z = 20s$.



(a) Poziomy wody



(b) residua poziomów



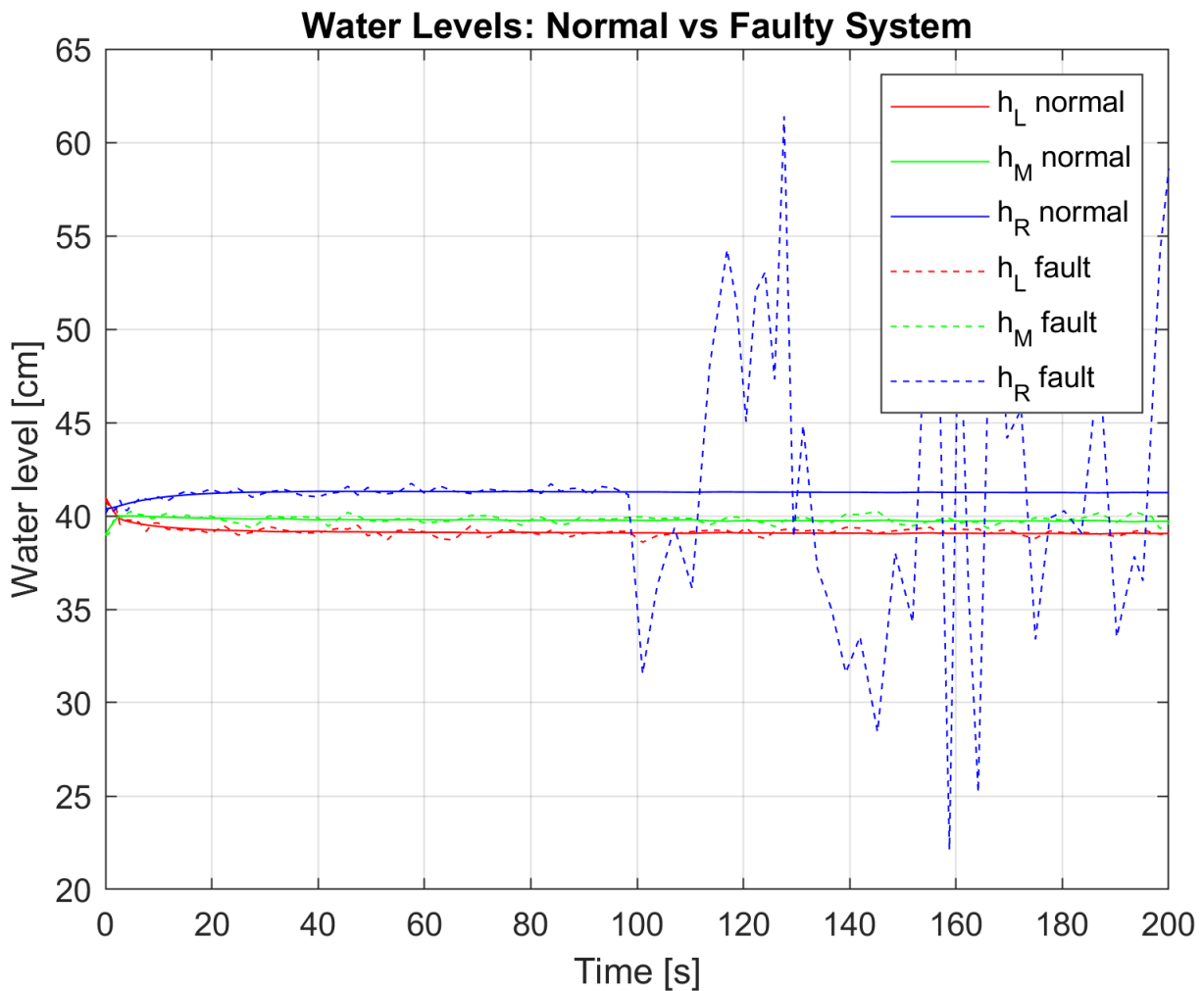
(c) Residua przepływów

Rysunek 4: Porównanie wykresów: (a) poziomy wody, (b) residua poziomów, (c) residua przepływów

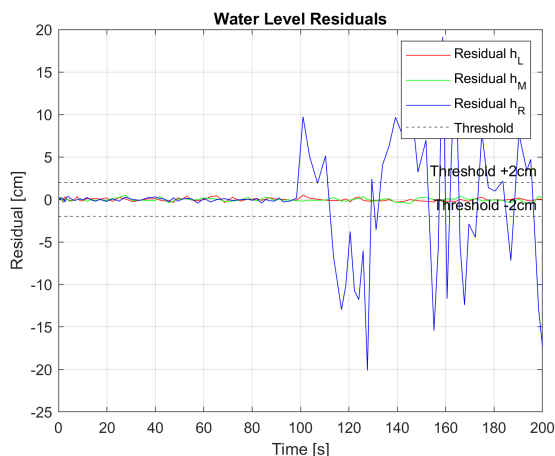
W tym przypadku lokalizacja jest nieco utrudniona. Residua związane z poziomem wody wykrywają różnicę, jednak ona powiększa się w czasie. W tym przypadku lokalizacja takiego problemu polegałaby na liczeniu pola pod całą każdego z residuum. Jeśli pole wykazuje w czasie zmiany residuum - następuje ich stopniowe zwiększanie w czasie - to na podstawie tych zmian jesteśmy w stanie zidentyfikować problem. Awaria będzie tam, gdzie te zmiany zaobserwowano najszybciej lub gdzie były największe.

3.4 Awaria czujnika

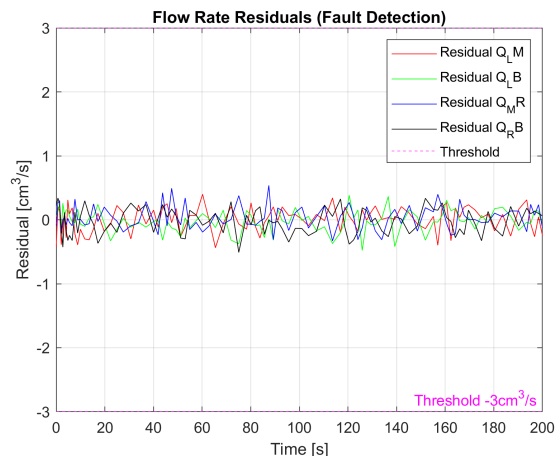
Ostatnim typem awarii przedstawionego systemu jest zepsucie się czujnika. Jest to związane z pomiarowym przyrządem i w podanym przykładzie jest to czujnik wysokości słupa wody w prawym zbiorniku. Jego awarię ustawiono dla czasu $t_c = 100s$. Awaria polega na losowym działaniu czujnika, co polegało na wzmocnieniu szumu pomiarowego do wartości 10 cm.



(a) Poziomy wody



(b) residua poziomów



(c) residua przepływów

Rysunek 5: Porównanie wykresów: (a) poziomy wody, (b) residua poziomów, (c) residua przepływów

W tym przypadku widzimy, iż tylko jedno residuum wychodzi poza poziom bezpieczny, co pozwala na szybkie zlokalizowanie tego, który czujnik i przy którym zbiorniku został uszkodzony. Sama awaria nie wpływa na dynamikę, więc inne residua nie reagują na tego typu problem. Toteż można to w prosty sposób sklasyfikować, gdyż w innych przypadkach związanych z fizyką układu mielibyśmy zmiany w residuach poziomów wody, bądź przepływu między zbiornikami.

4 Wnioski i podsumowanie

Analiza oraz symulacje systemu trzech zbiorników pozwoliły na skuteczne zastosowanie metod diagnostyki modelowej do wykrywania i lokalizacji usterek. Opracowany model matematyczny, pomimo swojej nieliniowej natury, po zlinearyzowaniu wokół punktu pracy umożliwia implementację klasycznych obserwatorów stanu, takich jak obserwator Luenbergera. Uzyskane wyniki wskazują na wysoką skuteczność podejścia opartego na analizie residuów.

4.1 Modelowanie i linearyzacja

Opracowany model układu czterech zbiorników (zredukowany do trzech zmiennych stanu) pozwala na precyzyjną analizę zachowania systemu.

Zastosowanie założenia o stałej objętości cieczy upraszcza analizę, jednocześnie zachowując kluczowe właściwości dynamiki układu.

4.2 Detekcja usterek na podstawie residuów

Residua obliczane jako różnice między pomiarami rzeczywistymi a wyjściami modelu pozwalają na szybką detekcję odchyleń od zachowania nominalnego.

Odpowiednio dobrane progi detekcji (np. $\pm 2\text{cm}$ dla poziomu wody) umożliwiają jednoznaczne wykrycie usterek.

4.3 Lokalizacja usterek

Czas reakcji poszczególnych residuów wskazuje nie tylko wystąpienie usterki, ale także jej lokalizację.

W przypadku awarii pompy pierwsze odchylenie pojawia się w zbiorniku z uszkodzoną pompą i propaguje się dalej z opóźnieniem, co jest zgodne z fizyką układu.

Dla awarii przepływu (np. zaworu) obserwujemy odwrotny efekt — różne kierunki zmian residuów oraz charakterystyczne opóźnienia czasowe w sąsiednich zbiornikach.

4.4 Rozróżnianie typów usterek

Kluczowe znaczenie mają znaki i czas pojawienia się residuów. Dla awarii pomp wszystkie residua mają zgodny znak, natomiast w przypadku awarii zaworu obserwuje się różne znaki residuów między zbiornikami.

4.5 Podsumowanie

Opracowany i zaimplementowany system diagnostyki pozwala na skuteczne wykrywanie oraz lokalizację usterek w systemie zbiorników wodnych. Dzięki wykorzystaniu modeli matematycznych i metod obserwatorowych możliwe było rozróżnienie typów uszkodzeń, takich jak awarie pomp i zaworów, na podstawie analizy residuów. W dalszych etapach rozwoju systemu można rozważyć wprowadzenie adaptacyjnych progów detekcji, uwzględnienie szumów pomiarowych oraz rozszerzenie systemu diagnostycznego o nowe typy usterek, co pozwoli zwiększyć jego praktyczną niezawodność i zastosowanie.