

*Ce mini-projet, à effectuer en binôme au sein du même groupe de PC, fera l'objet d'un rapport incluant notamment équations et graphiques obtenus par des simulations sous Python. La forme de ce rapport est laissée libre (pdf, notebook, version papier...). Plusieurs rendus intermédiaires sont attendus auprès de votre chargé de PC.*

## Chauffage de bâtiment résidentiel

Dans ce sujet, on cherche à chauffer un bâtiment résidentiel de sorte à minimiser la facture électrique du consommateur, tout en garantissant le confort des occupants. On s'appuiera sur des données disponibles sur Oasis.

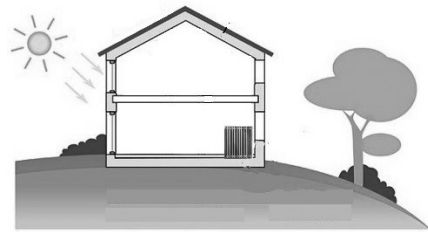


Fig.1 : Une fort jolie maison où rester confiné.

### 1 Modélisation

1. Ecrire la fonction objectif à minimiser. On pourra supposer l'existence de deux tarifs électriques (heures pleines et heures creuses).
2. Proposer un modèle dynamique de la température du bâtiment. Quelles sont les principales sources de perturbations extérieures ?
3. Discrétiser cette dynamique. Proposer une méthodologie d'identification basée sur les données fournies sur Oasis et la mettre en oeuvre.
4. Formuler le problème d'optimisation correspondant. On précisera les variables de décision et les contraintes (au nombre de cinq).

### 2 Etude et résolution numérique

1. Etudier le problème (convexité, conditionnement, existence et unicité d'une solution) par la méthode, analytique ou numérique, de votre choix. Proposer une méthode de résolution adaptée aux caractéristiques du problème.
2. Proposer des ordres de grandeurs pour les variables du problème encore non définies et développer un algorithme de résolution. Commenter les résultats obtenus.

### 3 Etude avancée

1. Etendre le problème au cas d'un immeuble résidentiel composé de plusieurs appartements disposant chacun d'un chauffage collectif piloté. On pourra traiter le cas de deux appartements et expliquer comment traiter de façons similaire le cas général.

2. On cherche maintenant à distribuer les calculs. Proposer une procédure de décomposition-coordination (présentée en annexe) permettant de résoudre un sous-problème à l'échelle de chaque appartement.
3. Implémenter votre résolution et comparer avec une résolution directe centralisée, dans le cas de deux appartements.

## Annexe : Algorithme de décomposition/coordination

L'algorithme de décomposition/coordination par méthode d'Uzawa permet de résoudre un problème d'optimisation dans le cas où :

- le coût  $f$  se décompose comme une somme de différentes termes ne dépendant que d'une variable de décision

$$f(x) = f_1(x_1) + \dots + f_n(x_n)$$

- les contraintes inégalités (et égalités)  $c$  se décomposent comme une somme de différentes termes ne dépendant que d'une variable de décision

$$c(x) = c_1(x_1) + \dots + c_n(x_n)$$

Le principe de l'algorithme est alors de "décomposer" le problème à l'aide du Lagrangien, de résoudre  $n$  problèmes d'optimisation sous contraintes à l'aide des multiplicateurs de Lagrange et de "coordonner" les solutions pour mettre à jour les variables couplées (les multiplicateurs).

Il prend la forme suivante :

### Algorithme 2 (Décomposition/coordination)

1. *Initialisation* ( $k = 0$ ) : on choisit le multiplicateur  $\lambda_0$  et le pas  $\rho$ .
2. *Décomposition* : on résout les  $n$  problèmes :

$$\min_{x_i} [f_i(x_i) + \lambda^k c_i(x_i)] \quad (3)$$

dont on note  $x_i^k$  les solutions.

3. *Coordination* : effectuer les mises à jour des multiplicateurs

$$\lambda^{k+1} = P(\lambda^k + \rho [c_1(x_1^k) + \dots + c_n(x_n^k)]) \quad (4)$$

où  $P$  est la projection sur  $(\mathbb{R}^+)^m$

4. *Test d'arrêt* : si  $|\lambda^{k+1} - \lambda^k|$  est suffisamment petit, on arrête l'algorithme. Sinon,  $k = k + 1$  et on revient à l'étape 2.