

Inicio del movimiento de un fluido por una placa que súbitamente se mueve

Para el problema:

Si el movimiento del fluido de viscosidad cinemática ν es laminar y unidimensional, la componente de su velocidad paralela a la placa está dada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (5.1)$$

con condiciones de frontera e inicial

$$\text{En } y = 0 \quad v_x = v_0, \text{ para } t > 0 \quad (5.2)$$

$$\text{para } y \text{ suficientemente lejos de la placa} \quad v_x \rightarrow 0 \quad (5.3)$$

$$\text{cuando } t = 0 \quad v_x = 0 \quad (5.4)$$

Se encontró:

$$u(Y, \tau) = \operatorname{erfc}\left(\frac{Y}{2\sqrt{\tau}}\right)$$

Donde:

$$u = \frac{v_x}{v_0} \quad \tau = \frac{t \nu}{b^2} \quad Y = \frac{y}{b}$$

```
clearvars
clear all
clc
```

Valores extremos del dominio de la función

Al encontrarse que la solución de la ecuación diferencial es de la forma $u=u(Y, \tau)$ (es decir, una función real

de variable vectorial), escogemos un rectángulo, $[Y, \tau] = [Y_{\inf}, Y_{\sup}] \times [\tau_{\inf}, \tau_{\sup}]$, tal que se defina el dominio de

dicha función u . Introducimos los valores extremos de dicho intervalo:

```
Yinf = 10
```

```
Yinf = 10
```

```
Ysup = 50
```

```
Ysup = 50
```

```
tinf = 1
```

```
tinf = 1
```

```
tsup = 15
```

```
tsup = 15
```

Vectores generados

Con ayuda de la función *linspace()* predeterminada de matlab, generamos dos vectores cuyas entradas se encuentren entre los valores extremos previamente mencionados. La característica de *linspace* es que genera vectores tal que una sucesión arbitraria de entradas consecutivas guardan un paso constante entre ellas.

```
Y = linspace(Yinf,Ysup,400)
```

```
Y =  
    10.0000    10.1003    10.2005    10.3008    10.4010    10.5013    10.6015    10.7018 ...
```

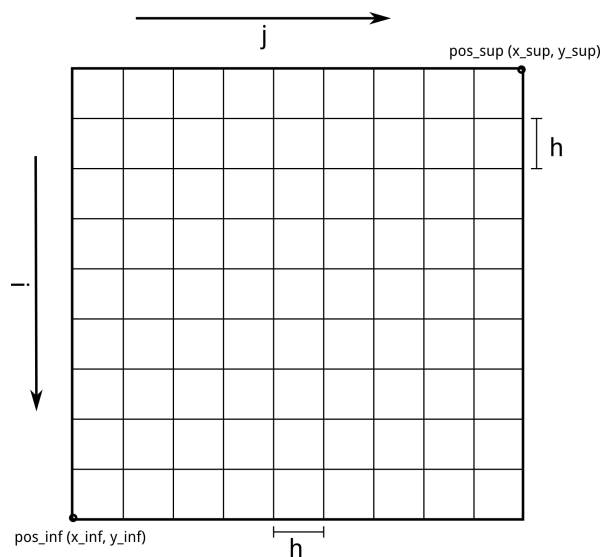
```
tau = linspace(tinf,tsup,40)
```

```
tau =  
    1.0000    1.3590    1.7179    2.0769    2.4359    2.7949    3.1538    3.5128 ...  
•
```

Construcción del dominio

Con ayuda de la función *meshgrid()* predeterminada de matlab generamos dos matrices. La primera matriz es un ordenamiento sucesivo del vector *Y* previamente declarado, en filas. Mientras que la segunda matriz es un ordenamiento sucesivo de la transpuesta del vector *tau* previamente declarado, en columnas.

Observe que la cantidad de columnas en ambas matrices es igual al número de entradas del vector *Y*, a la vez que la cantidad de filas en ambas matrices es igual al número de entradas del vector *tau*. **El objetivo de ello es construir un rectángulo en el dominio en el que hemos definido nuestra función a graficar.**



```
[Yg,taug] = meshgrid(Y,tau)
```

10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018 . . .
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
10.0000	10.1003	10.2005	10.3008	10.4010	10.5013	10.6015	10.7018
:							
:							

1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000 . . .
1.3590	1.3590	1.3590	1.3590	1.3590	1.3590	1.3590	1.3590
1.7179	1.7179	1.7179	1.7179	1.7179	1.7179	1.7179	1.7179
2.0769	2.0769	2.0769	2.0769	2.0769	2.0769	2.0769	2.0769
2.4359	2.4359	2.4359	2.4359	2.4359	2.4359	2.4359	2.4359
2.7949	2.7949	2.7949	2.7949	2.7949	2.7949	2.7949	2.7949
3.1538	3.1538	3.1538	3.1538	3.1538	3.1538	3.1538	3.1538
3.5128	3.5128	3.5128	3.5128	3.5128	3.5128	3.5128	3.5128
3.8718	3.8718	3.8718	3.8718	3.8718	3.8718	3.8718	3.8718
4.2308	4.2308	4.2308	4.2308	4.2308	4.2308	4.2308	4.2308
:	:	:	:	:	:	:	:

1.0e-03	*
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0009	0.0007	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
0.0059	0.0047	0.0038	0.0031	0.0024	0.0020	0.0016	0.0012

0.0234	0.0194	0.0160	0.0132	0.0109	0.0089	0.0073	0.0060
0.0684	0.0578	0.0488	0.0411	0.0345	0.0290	0.0243	0.0203
0.1615	0.1387	0.1189	0.1018	0.0871	0.0744	0.0634	0.0540
0.3261	0.2838	0.2467	0.2142	0.1857	0.1608	0.1391	0.1202
0.5866	0.5162	0.4537	0.3984	0.3494	0.3061	0.2679	0.2341
⋮							

Observe que el resultado es una matriz, donde la entrada ij -ésima de u es la operación entre las entradas ij -ésimas de las matrices Yg y τ_{aug} .

Gráfica

Ya que tenemos Yg , τ_{aug} y $u(Y, \tau_{aug})$, nos apoyamos de la función `surf()` predeterminada de matlab para construir la superficie gráfica generada a partir de alzar el valor $u(Y, \tau_{aug})$ al operar u en el punto (Y, τ_{aug}) . La función `shading interp` hará lisa dicha superficie, haciéndola más estética.

```
surf(Yg, tau_g, u)
shading interp
grid on
xlabel('Y')
ylabel('tau')
zlabel('u(Y, tau)')
```

