

Results

Initial Matrix

$$\begin{bmatrix} 219 & 305 & 318 & 207 \\ 292 & 482 & 560 & 279 \\ 317 & 539 & 419 & 250 \\ 221 & 287 & 227 & 195 \end{bmatrix}$$

Normalized Transition Matrix

$$\begin{bmatrix} 0.20877026 & 0.18908865 & 0.20866142 & 0.22234157 \\ 0.27836034 & 0.29882207 & 0.36745407 & 0.29967777 \\ 0.30219256 & 0.33415995 & 0.27493438 & 0.26852846 \\ 0.21067684 & 0.17792932 & 0.14895013 & 0.20945220 \end{bmatrix}$$

Column Vectors

$$\begin{bmatrix} 0.20877026 \\ 0.27836034 \\ 0.30219256 \\ 0.21067684 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.20611795 \\ 0.31547063 \\ 0.29576155 \\ 0.18264987 \end{bmatrix}$$

Steady-state Vector v

$$v = [0.20499983 \quad 0.31523720 \quad 0.29802823 \quad 0.18173474]$$

Long-run Transition Matrix

$$\begin{bmatrix} 0.20499983 & 0.20499983 & 0.20499983 & 0.20499983 \\ 0.31523720 & 0.31523720 & 0.31523720 & 0.31523720 \\ 0.29802823 & 0.29802823 & 0.29802823 & 0.29802823 \\ 0.18173474 & 0.18173474 & 0.18173474 & 0.18173474 \end{bmatrix}$$

Matrix M

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 & 256 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 81 & 243 & 729 & 2187 & 6561 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 256 & 1024 & 4096 & 16384 & 65536 \\ 1 & 5 & 25 & 125 & 625 & 3125 & 15625 & 78125 & 390625 \\ 1 & 6 & 36 & 216 & 1296 & 7776 & 46656 & 279940 & 1679600 \\ 1 & 7 & 49 & 343 & 2401 & 16807 & 117649 & 823543 & 5764801 \\ 1 & 8 & 64 & 512 & 4096 & 32768 & 262144 & 2097152 & 16777216 \\ 1 & 9 & 81 & 729 & 6561 & 59049 & 531441 & 4782969 & 43046721 \\ 1 & 10 & 100 & 1000 & 10000 & 100000 & 1000000 & 10000000 & 100000000 \end{bmatrix}$$

Matrix M^T

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000
1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049	100000
1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441	1000000
1	128	2187	16384	78125	279940	823543	2097152	4782969	10000000
1	256	6561	65536	390625	1679600	5764801	16777216	43046721	100000000

Matrix $M^T M$

1.0000×10^1	5.5000×10^1	3.8500×10^2	3.0250×10^3	2.5333×10^4	2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8
5.5000×10^1	3.8500×10^2	3.0250×10^3	2.5333×10^4	2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9
3.8500×10^2	3.0250×10^3	2.5333×10^4	2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}
3.0250×10^3	2.5333×10^4	2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}
2.5333×10^4	2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}	1.3674×10^{12}
2.2082×10^5	1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}	1.3674×10^{12}	1.3203×10^{13}
1.9784×10^6	1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}	1.3674×10^{12}	1.3203×10^{13}	1.2804×10^{14}
1.8080×10^7	1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}	1.3674×10^{12}	1.3203×10^{13}	1.2804×10^{14}	1.2463×10^{15}
1.6773×10^8	1.5743×10^9	1.4914×10^{10}	1.4236×10^{11}	1.3674×10^{12}	1.3203×10^{13}	1.2804×10^{14}	1.2463×10^{15}	1.2171×10^{16}

Vector $Z = (((M^T M)^{-1})X)$

$$Z = \begin{bmatrix} -0.57953 \\ 1.44240 \\ -1.51390 \\ 0.81931 \\ -0.24904 \\ 0.044040 \\ -0.0044831 \\ 0.00024316 \\ -0.054368 \end{bmatrix}$$

Reconstructed Values vs Original x

Day	Original	Fitted
1	-0.041002	-0.040999
2	-0.028534	-0.028522
3	0.000848	0.000815
4	0.009175	0.009258
5	-0.006356	-0.006479
6	0.007206	0.007330
7	0.049740	0.049659
8	0.057683	0.057718
9	0.024539	0.024531
10	0.041740	0.041742