

Technische Universität Dresden

# **Ansätze zur entkoppelten Regelung von mechanisch gekoppelten Doppelgelenken eines DLR-Medizinroboters**

**Luc Le-Tien**

Von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität  
Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktoringenieurs**

(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof.Dr.-Ing. habil. Wolfgang Schwarz

Gutachter: Prof.Dr.techn. Klaus Janschek

Prof.Dr.-Ing. Gerd Hirzinger

Tag der Einreichung: 08.01.2010

Tag der Verteidigung: 13.07.2010



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner mehrjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Oberpfaffenhofen (bei München). In dieser Zeit konnte ich immer auf eine sehr konstruktive und kompetente Unterstützung vor Ort zurückgreifen. Bei all meinen Kolleginnen und Kollegen möchte ich mich dafür herzlich bedanken.

Insbesondere geht mein Dank an:

Herrn Prof. Dr. techn. Klaus Janschek für sein großes Interesse an meiner Arbeit, seine zielgerichtete Betreuung, die Übernahme des Erstgutachtens und die Möglichkeit zur Promotion an seinem Lehrstuhl für Automatisierungstechnik an der TU Dresden.

Herrn Prof. Dr.-Ing Gerd Hirzinger für seine Unterstützung, die es mir ermöglicht hat, an seinem Institut für Robotik und Mechatronik an dem Medizinroboter-Projekt zu arbeiten, und für seine Übernahme des Zweitgutachtens.

Zudem möchte ich auch Herrn Dr.-Ing. Alin Olimpiu Albu-Schäffer für seine Anregungen und die hervorragende Betreuung dieser Arbeit am DLR-Institut für Robotik und Mechatronik danken. Sein umfassendes theoretisches Verständnis und seine langjährige Erfahrung auf dem Gebiet der Roboter-Regelung in Kombination mit einer sehr praxisorientierten Sichtweise auf die damit verbundenen Problemstellungen haben ganz wesentlich meine wissenschaftliche Forschung und deren Umsetzung in dieser Arbeit inspiriert. Seine Kommentare haben zur Durchführung und zum Gelingen dieser Arbeit maßgeblich beigetragen.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinen Kollegen aus der Entwicklungsgruppe "DLR-Medizinroboter": Ulrich Alexander Hagn und Markus Grebenstein (Mechanik), Mathias Nickel, Franz Hacker und Alexander Nothhelfer (Elektronik) und Stefan Jörg (Software). Über die Jahre haben sie mich immer wieder mit großer Hilfsbereitschaft bei der Behebung technischer Probleme sowohl am Gelenkprüfstand als auch am Roboter unterstützt.

Meinen Kollegen Bernhard-Michael Steinmetz und Friedrich Lange danke ich für die besonders sorgfältige Durchsicht des Manuskripts und die technischen Diskussionen, für die sie mir wiederholt zur Verfügung gestanden haben, um offene Fragen zu identifizieren bzw. Unklarheiten zu beseitigen.

Schließlich bedanke ich mich ganz besonders bei meiner Familie, deren Ermutigung und Unterstützung während dieser Arbeit in Deutschland ein wichtiger Rückhalt für mich waren.

Oberpfaffenhofen, 01. Jan 2010

Luc Le-Tien



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	1
1.2	DLR-Medizinroboter . . . . .	3
1.3	Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	4
1.4	Stand der Technik und Beitrag der Arbeit . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Modellierung der DLR-Medizinroboterdynamik</b>	<b>9</b>
2.1	Aufbau des DLR-Medizinroboters . . . . .	10
2.2	Modellierung des Antriebs . . . . .	12
2.3	Koordinatentransformation durch Getriebe . . . . .	12
2.3.1	Transformation durch das Harmonic-Drive Getriebe . . . . .	12
2.3.2	Transformation durch das differentielle Getriebe . . . . .	13
2.4	Modellierung der Gelenksteifigkeit . . . . .	15
2.5	Dynamisches Modell des DLR-Medizinroboters . . . . .	16
2.5.1	Lagrange-Formalismus . . . . .	17
2.5.2	Energie des Gesamtsystems . . . . .	18
	A) Kinetische Energie . . . . .	18
	B) Potentielle Energie . . . . .	21
	C) Dissipationsenergie . . . . .	21
2.5.3	Vollständiges dynamisches Modell . . . . .	22
2.5.4	Reduziertes dynamisches Modell . . . . .	23
2.6	Modellierung der Reibung . . . . .	24
2.6.1	Statisches Reibungsmodell (SRM) . . . . .	24
2.6.2	Dynamisches Reibungsmodell (DRM) - LuGre Modell . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Parameteridentifikation des DLR-Medizinroboters</b>	<b>29</b>
3.1	Vorüberlegungen zur Durchführung der Identifikation . . . . .	30
3.2	Identifikation der Starrkörperparameter . . . . .	32
3.3	Identifikation der Gelenkparameter . . . . .	33
3.3.1	Identifikation der Gelenkelastizität . . . . .	34
	A) Identifikation der Gelenkelastizität des Einfachgelenks . . . . .	35
	B) Identifikation der Gelenkelastizität des Doppelgelenks . . . . .	36

3.3.2	Identifikation der Reibungsparameter . . . . .	41
	A) Identifikation des statischen Reibungsmodells . . . . .	41
	B) Identifikation des LuGre-Modells . . . . .	43
3.4	Simulationen und Vergleich mit Experimenten . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Regelung für den DLR-Medizinroboter</b>	<b>51</b>
4.1	Beschreibung des Dynamikmodells in Gelenkkoordinaten . . . . .	52
4.2	Stand der Technik . . . . .	53
4.2.1	PD/PID Regler . . . . .	53
4.2.2	Kaskadenregelung . . . . .	54
4.2.3	Backstepping-Methode . . . . .	57
4.2.4	Zustandslinearisierung . . . . .	59
4.2.5	Singular Perturbation . . . . .	60
4.2.6	SISO-Zustandsregler . . . . .	63
4.2.7	Diskussion . . . . .	64
4.3	Entkopplungsregelung eines linearen Mehrgrößensystems . . . . .	66
4.3.1	Zentraler Reglerentwurf . . . . .	69
4.3.2	Dezentraler Reglerentwurf . . . . .	70
4.4	MIMO-Zustandsregler mit Hilfe der modalen Entkopplung . . . . .	71
4.4.1	Modale Entkopplung und Reglerauslegung . . . . .	71
4.4.2	Stabilitätsanalyse . . . . .	75
	A) Auswahl der Lyapunov-Funktion . . . . .	75
	B) Stabilitätsbedingungen des MIMO-Zustandsreglers . . . . .	76
	C) Stabilitätsbedingungen des SISO-Zustandsreglers . . . . .	79
	D) Global asymptotische Stabilität des Gesamtsystems . . . . .	79
4.5	Experimente . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Reibungskompensation</b>	<b>87</b>
5.1	Modellbasierte Reibungskompensation . . . . .	88
5.1.1	Reibungskompensation mit dem SRM . . . . .	89
5.1.2	Reibungskompensation mit dem LuGre-Modell . . . . .	89
5.2	Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation . . . . .	90
5.2.1	Idee und Beobachterstruktur im Falle eines Einfachgelenks . . . . .	91
	A) Reibungsbeobachter . . . . .	92
	B) Passivitätsanalyse . . . . .	93
	C) Einschränkung des Ansatzes . . . . .	96
5.2.2	Stabilität des geregelten Robotersystems mit Störgrößenbeobachter	96
5.2.3	Implementierung des Störgrößenbeobachters . . . . .	99
5.3	Experimente . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Applikationen</b>	<b>105</b>
6.1	Setzen von Pedikelschrauben . . . . .	106

6.2 Minimal invasive Chirurgie . . . . .	109
<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>113</b>
<b>A Grundlagen der Lyapunov-Theorie</b>	<b>117</b>
A.1 Lyapunov-Theorie . . . . .	117
A.2 Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle und Anwendung . . . . .	119
<b>B Streckenparameter vom KINEMEDIC</b>	<b>121</b>
<b>C Drehmomentkalibrierung</b>	<b>127</b>
<b>D Liste der benutzten Bezeichnungen</b>	<b>129</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>133</b>





# Abbildungsverzeichnis

1.1	KINEMEDIC Aufbau für Biopsie-Anwendung. . . . .	2
1.2	MIRO Aufbau für minimal invasive Chirurgie. . . . .	3
2.1	DLR-Medizinroboter mit sieben Freiheitsgraden: a) KINEMEDIC; b) MIRO. . . . .	10
2.2	Doppelgelenkstruktur des DLR-Medizinroboters: a) das Doppelgelenk 2-3; b) das Doppelgelenk 4-5 (und 6-7 beim KINEMEDIC); c) das Doppelgelenk 6-7 beim MIRO. . . . .	13
2.3	Koordinatensysteme beim DLR-Medizinroboter. . . . .	15
2.4	Darstellung des Viermassensystems eines Doppelgelenks. . . . .	17
2.5	Definition der Koordinatensysteme eines Einfachgelenks und eines Dop- pelgelenks. . . . .	17
2.6	Die möglichen Kombinationen der klassischen Reibphänomene. a) Cou- lomb Reibung; b) Coulomb und viskose Reibung; c) Coulomb Reibung, Haftreibung und viskose Reibung; d) Coulomb, Stribeck und viskose Rei- bung; e) Lastabhängige Reibung. . . . .	25
2.7	Das Borsten-Reibungsmodell in [33]. . . . .	27
2.8	Ergebnisse der Simulation des LuGre-Modells mit Sinus-Trajektorie für Doppelgelenk 2-3: a) Positionsabhängiges Reibmoment; b) Reibungshy- sterese. . . . .	28
3.1	Identifikation mit nichtlinearem Simulationsmodell. . . . .	31
3.2	Verkoppelte Drehmomentschwingung beim Doppelgelenk 4-5 mit mehreren überlagerten Schwingungsfrequenzen bei Anregung von Gelenk 5 ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4; $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmo- ment der Achse 5). . . . .	35
3.3	Testaufbau des Einfachgelenks 1 und Vergleich einer Drehmomentschwin- gung zwischen Messung und identifiziertem Modell bei $q = -20[\text{Grad}]$ . . . . .	36
3.4	Testaufbau der Doppelgelenke 4-5 und 6-7: a) Testaufbau für Knickachse 4 (6). b) Testaufbau für Drehachse 5 (7). . . . .	37
3.5	Gemessene Drehmomentschwingungen des Doppelgelenks 4-5 bei der Kon- figuration in Abbildung 3.4.a ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4; $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5). . . . .	39

3.6	Gemessene Drehmomentschwingungen des Doppelgelenks 4-5 bei der Konfiguration in Abbildung 3.4.b ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4; $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5). . . . .	39
3.7	Schema der Elastizitätsidentifikation mit Hilfe eines Simulationsmodells. . . . .	40
3.8	Vergleich einer Drehmomentschwingung zwischen experimenteller Messung und Simulation beim Doppelgelenk 4-5 ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4; $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5). . . . .	40
3.9	Sollgeschwindigkeit der Trajektorie zur Parameteridentifikation des SRMs. . . . .	42
3.10	Vergleich zwischen Sollmotorstrom und dessen Schätzung beim Doppelgelenk 4-5 bei der Identifikation des SRMs. . . . .	43
3.11	Sollmotorposition zur Identifikation des Steifigkeitskoeffizienten $\sigma_0$ und des Dämpfungskoeffizienten $\sigma_1$ für das LuGre-Modell eines Doppelgelenks. . . . .	44
3.12	Simulationsbasiertes nichtlineares Optimierungsschema zur Identifikation der Parameter des LuGre-Modells. . . . .	45
3.13	Vergleich der Motorströme bei der Messung und der Simulation mit dem LuGre-Modell des Doppelgelenks 2-3. . . . .	46
3.14	Vergleich der Motorströme bei der Messung und der Simulation mit dem LuGre-Modell des Einfachgelenks 1 bei ähnlicher Anregung wie in Abbildung 3.11. . . . .	46
3.15	Vergleich der Motorposition und der Motorgeschwindigkeit zwischen Simulation und Messung für das Doppelgelenk 2-3. . . . .	48
3.16	Vergleich des Motorstroms und des abtriebsseitigen Drehmoments zwischen Simulation und Messung für das Doppelgelenk 2-3. . . . .	48
3.17	Vergleich der Motorposition und der Motorgeschwindigkeit zwischen Simulation und Messung für den Gesamtroboter (MIRO). . . . .	49
3.18	Vergleich des Motorstroms und des abtriebsseitigen Drehmoments zwischen Simulation und Messung für den Gesamtroboter (MIRO). . . . .	50
4.1	Kaskadierte Regelungsstruktur. . . . .	54
4.2	Regelungsstruktur der "Singular Perturbation" Methode. . . . .	61
4.3	Drehmomentmessung beim Doppelgelenk 2-3 mit dem PD-Regler. Die Drehmomente enthalten sehr starke Ripple. . . . .	64
4.4	Vergleich der Impulsantworten von SISO- und MIMO-Zustandsregler für das Doppelgelenk 4-5 (In der linken Spalte stehen die Antworten auf einen Impuls von $u_1$ , in der rechten Spalte von $u_2$ ). Es zeigt sich, dass die Impulsantwort des MIMO-Zustandsreglers besser gedämpft ist. . . . .	66
4.5	Zustandsreglerstruktur für den DLR-Medizinroboter. . . . .	67
4.6	Vergleich der simulierten Sprungantworten für das Doppelgelenk 2-3. Fall 1: Sprungantwort mit Approximation der Dämpfung; Fall 2: Sprungantwort mit korrekter Dämpfung. . . . .	72
4.7	Vergleich zwischen SISO- und MIMO-Zustandsregler für das Testgelenk 2-3. . . . .	82

4.8	Gemessene Motorposition und Motorgeschwindigkeit für den Gesamtroboter (MIRO) mit der Zustandsreglerstruktur nach Abbildung 4.5. . . . .	83
4.9	Gemessenes abtriebsseitiges Drehmoment und Motorstrom für den Gesamtroboter (MIRO) mit der Zustandsreglerstruktur nach Abbildung 4.5. . .	84
4.10	Kartesische Position des Roboters (MIRO) entsprechend der Trajektorie 4.8.	85
5.1	Übersicht über ein Robotersystem mit elastischen Gelenken mit passiven Verbindungen. . . . .	91
5.2	Passivitätsbetrachtung eines linearen Einfachgelenks. . . . .	92
5.3	Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für ein Robotersystem mit mehreren Freiheitsgraden. . . . .	93
5.4	Darstellung des Produkts $\dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c})$ bei Kompensation der Coulomb-Reibung. In diesem Fall kann die Dissipation der Energie gewährleistet werden. . . . .	95
5.5	Darstellung des Produkts $\dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm} - \tau_{fm})$ unter Berücksichtigung der Stiction-Reibung. In diesem Fall kann die Dissipation der Energie nicht gewährleistet werden. . . . .	96
5.6	Periodische Trajektorie KINEMEDIC: Sollposition und Sollgeschwindigkeit.	100
5.7	Drehmoment zur Reibungskompensation mittels SRM bzw. Störgrößenbeobachter. . . . .	101
5.8	Positionsfehler bei der periodischen Trajektorie. . . . .	101
5.9	Punkt zu Punkt Trajektorie KINEMEDIC: Sollposition und Sollgeschwindigkeit. . . . .	102
5.10	Drehmoment zur Reibungskompensation mittels Störgrößenbeobachter. .	102
5.11	Positionsfehler bei der Punkt zu Punkt Trajektorie. . . . .	103
5.12	Punkt zu Punkt Trajektorie MIRO: Sollposition und Sollgeschwindigkeit.	103
5.13	Drehmoment zur Reibungskompensation mittels LuGre-Modell und Störgrößenbeobachter. . . . .	104
5.14	Positionsfehler bei der Punkt zu Punkt Trajektorie. . . . .	104
6.1	Regelungsstruktur des DLR-Medizinroboters für die Applikationen. . . .	106
6.2	Fixierung der Wirbelsäule [89]: 1) danebenliegender unbeschädigter Wirbelknochen; 2) beschädigter Wirbelknochen; 3) Bohrachse; 4) Pedikelschrauben. . . . .	107
6.3	Setzen von Pedikelschrauben durch den KINEMEDIC. . . . .	108
6.4	Minimal invasive Chirurgie mit dem MIRO. . . . .	109
6.5	DLR-Sensorzange für die minimal invasive Chirurgie. . . . .	110
B.1	Definition der physikalischen Nullposition des Gelenks 4 (bzw. Gelenks 6) bei ausgestreckter Konfiguration. . . . .	122

B.2	Schematische Darstellung der Kinematik des DLR-Medizinroboters und der zugehörigen Koordinatensysteme. ( $\varphi_i$ : Gelenkkordinaten, $\varphi_{si}$ : Sensorkordinaten) . . . . .	123
B.3	Der Segmentanteil 3 in der linken Abbildung (bzw. 5 in der rechten Abbildung) wird durch den Sensor der Achsen 2 und 3 (bzw. 4 und 5) erfasst.	124
C.1	Aufbauschema des Drehmomentsensors 4 (bzw. des Drehmomentsensors 6)	128

## Tabellenverzeichnis

3.1	Elastische, dynamische und kinematische Parameter des Testgelenks 2-3 für die Simulation. . . . .	45
3.2	Reibparameter des Testgelenks 2-3 auf Motorseite für die Simulation. . .	47
4.1	Parameter des Testgelenks 2-3 für Reglerentwurf. . . . .	80
4.2	MIMO-Zustandsreglerparameter des Testgelenks 2-3. . . . .	81
5.1	Parameter des Störgrößenbeobachters für die Experimente. . . . .	100
B.1	Denavit-Hartenberg-Parameter nach Yoshikawa und Craig [29] (mit $q_0$ als kinematischer Nullposition des Roboters bei ausgestreckter Konfiguration). .	121
B.2	Mechanische und elektrische Gelenkwinkelgrenzen. . . . .	122
B.3	Steifigkeit und Dämpfung beim KINEMEDIC. . . . .	124
B.4	Reibparameter von SRM und LuGre-Modell (DRM) beim KINEMEDIC. . . . .	124
B.5	Motorträgheit, Massen der gesamten Segmente und der vom Sensor erfassten Segmentanteile in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC. . . . .	124
B.6	Schwerpunkt der gesamten Segmente und der vom Sensor erfassten Segmentanteile in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC. . . . .	125
B.7	Trägheit der gesamten Segmente im Schwerpunkt in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC. . . . .	125



# 1

## Einleitung

### 1.1 Problemstellung

Auf dem Gebiet der Chirurgie bringt der Einsatz eines "Computer Assistierten Chirurgesystems" (CAS-Computer Assistent Surgery) bemerkenswerte Vorteile und dürfte sich zukünftig in der Medizin immer mehr durchsetzen. Als ein Teilsystem eines Computer Assistierten Chirurgesystems wird ein Medizinroboter benutzt, um menschliche Schwächen des Chirurgen bei der Operation zu kompensieren oder den Chirurgen während der Operation direkt zu unterstützen. Durch präoperative Verwendung von CT-Daten (CT-Computer Tomographie) kann der Einsatz eines Medizinroboters sehr genau geplant werden, wodurch eine hohe Präzision bei einem medizinischen Eingriff gewährleistet werden kann, was letztlich für den Patienten geringere Belastungen und somit eine schnellere Genesung bedeutet. Voraussetzung ist die genaue Lokalisierung des Patienten während der Operation und das erfolgreiche "Matching", d. h. das Referenzieren der Planungsdaten zur aktuellen Patientenposition. Zusätzlich erlaubt die robotergestützte minimal invasive Telechirurgie den Werkzeugeinsatz in anatomisch sehr beengten Regionen innerhalb des Körpers. Hierbei können auftretende Schwierigkeiten der klassischen minimal invasiven Chirurgie durch einen Telerobotikansatz kompensiert werden (z. B. die automatische relative Nachführung der Endoskope in Abhängigkeit von der Eigenbewegung der Organe eines Patienten, die Kompensation unerwünschter Störbewegungen des Operationsbestecks ausgelöst durch das Zittern der Hand des Chirurgen oder seiner Assistenten, oder die aufgabenabhängige Skalierung zwischen der Handbewegung des Chirurgen und der effektiv wirksamen Werkzeugbewegung, usw.).

In den letzten Jahren hat der Markt der robotergestützten Chirurgie ein erhebliches Wachstum erfahren. Dank des technischen Fortschritts im Bereich der Mechatronik, Informatik und Regelungstechnik wird der Einsatz von Robotersystemen bei chirurgischen Anwendungen weiter zunehmen, insbesondere da ständig neue Indikationsgebiete wie neurochirurgische Applikationen, endoskopische chirurgische Verfahren u.a. hinzukommen. Ein Grund für diesen Zuwachs an chirurgischen Robotersystemen ist die sich stetig steigernde Leistungsfähigkeit der Roboter in Bezug auf Sicherheit, Genauigkeit und Einsatzflexibilität. Bisher wurden bereits über 35 chirurgische Robotersysteme für medizinische Anwendungen entwickelt, wie z. B. der CRIGOS-Roboter für Orthopädiechirurgie [24], der ROBODOC für Hüftchirurgie [20], oder das kommerziell erfolgreichste minimal invasive Chirurgiesystem "Da Vinci" ([www.intuitivesurgical.com](http://www.intuitivesurgical.com)). In der Regel sind diese Systeme immer nur auf bestimmte Anwendungen beschränkt. Dies führt zu hohen Investitionskosten für die Kliniken, weil jede Anwendung ein ganz bestimmtes Robotersystem benötigt.

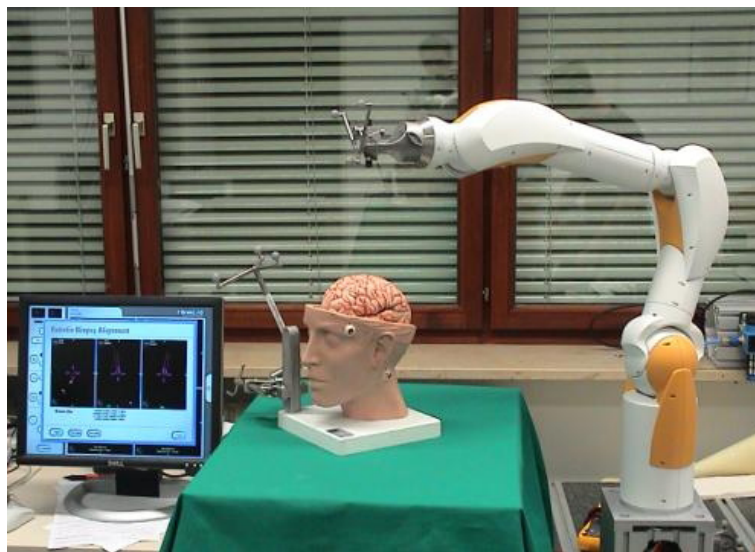


Abbildung 1.1: KINEMEDIC Aufbau für Biopsie-Anwendung.

Unter Berücksichtigung dieser technischen und ökonomischen Anforderung wurde der DLR-Medizinroboter (KINEMEDIC und sein Nachfolgesystem MIRO) in enger Zusammenarbeit mit klinischen und industriellen Partnern entwickelt [47], [46], [89], [61]. Er soll bei unterschiedlichen Operationen sowohl in der Herz-, Viszeral-, Thorax-, Beckenchirurgie als auch in der Orthopädie, Neurologie und Osteotomie einsetzbar sein. Der Roboter kann also sowohl für die offene als auch für die minimal invasive Chirurgie verwendet werden.





Abbildung 1.2: MIRO Aufbau für minimal invasive Chirurgie.

## 1.2 DLR-Medizinroboter

Der DLR-Medizinroboter ist ein redundanter Roboter mit sieben Freiheitsgraden<sup>1</sup>. Durch seine kinematische Redundanz ist ein Umkonfigurieren des Roboters einfach möglich, ohne dass die Instrumentenspitze (am TCP des Roboters) ihre räumliche Lage verändert und dadurch die Operation unterbrochen werden muss. Die sequentielle Gelenkfolge des DLR-Medizinroboters wird in Basis-, Schulter-, Ellenbogen- und Handgelenk eingeteilt. Abgesehen vom Basisgelenk handelt es sich dabei immer um sog. Doppelgelenke. Jedes Doppelgelenk entspricht in seiner Wirkung einem Kardangelenke. Dieser Aufbau bringt den Vorteil mit sich, dass die Bewegung des Roboterarmes (z. B. bei einer sog. Null-Raubewegung) für die Bediener leichter abgeschätzt werden kann. Für ein Doppelgelenk besteht die Gelenkantriebseinheit aus zwei Motoren, zwei Harmonic-Drive Getrieben und einem differentiellen Koppelgetriebe. Diese Kopplung der Antriebe führt allerdings dazu, dass eine Bewegung um eine einzelne Achse immer durch eine Kombination aus zwei Einzelantrieben realisiert werden muss.

Analog zum DLR-Leichtbauroboter verfügen die Gelenke über antriebsseitige Bremsen und Positionssensoren sowie über abtriebsseitige Drehmoment- und Positionssensoren. Zur Regelung können Motorposition und Drehmoment verwendet werden. Durch die Drehmomentsensorik bietet der Roboter die Möglichkeit zur direkten Interaktion mit seiner Umwelt durch einfaches Anfassen und Führen. Der Roboter folgt in diesem Betrieb feinfühlig den Vorgaben des Chirurgen. Darüber hinaus können Kollisionen zwischen Roboter und Umgebung schnell detektiert und sicher behandelt werden. Dadurch

<sup>1</sup>Sozusagen als nächste Generation des DLR-Leichtbauroboters [44], [5] wurde der DLR-Medizinroboter (2006 KINEMEDIC, 2008 MIRO) speziell für medizinische Anwendungen am DLR-Institut für Robotik und Mechatronik entwickelt.

kann sowohl eine Gefährdung des Patienten als auch eine Beschädigung der Operationsausrüstung weitgehend ausgeschlossen werden.

### 1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Der DLR-Medizinroboter soll in verschiedenen medizinischen Applikationen wie z. B. der Herzchirurgie, der Orthopädie, der Urologie oder der Neurologie eingesetzt werden, bei denen eine präzise und zuverlässige Arbeit mit hoher Regelgüte erforderlich ist. Daher sind Hauptziele dieser Arbeit,

- eine Regelungsstruktur zu entwerfen und
- geeignete Reibungskompensationsmethoden zu entwickeln,

so dass sichergestellt wird, dass das gewünschte Folge- und Einschwingverhalten erzielt und die Genauigkeit des Roboters verbessert wird.

Beim DLR-Medizinroboter entsteht durch den Einsatz der Doppelgelenke eine neue Gelenkstruktur mit verkoppelten Antrieben innerhalb der Leichtbauroboter-Familie. In jedem Doppelgelenk wird ein differentiell Getriebe benutzt, was eine starke Verkopplung innerhalb des Doppelgelenks zur Folge hat. Für eine spätere Regelung muss der Roboter zunächst in Kapitel 2 modelliert und anschließend in Kapitel 3 identifiziert werden. Der Gültigkeitsnachweis für das Modell erfolgt durch den Vergleich zwischen Simulation und realem Experiment.

Aufgrund der notwendigen hohen Übersetzung bei Robotern in Leichtbauweise wird hier ein Harmonic-Drive Getriebe eingesetzt, das allerdings eine geringe Steifigkeit um seine Drehachse besitzt. Als Konsequenz daraus verhält sich das Gelenk insgesamt elastisch. Diese Elastizität hat einen wesentlichen Einfluss auf die Positioniergenauigkeit und bewirkt zudem ein unerwünschtes Schwingungsverhalten. Zusätzlich muss der Einfluss der Verkopplung durch das differentielle Getriebe berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit für den Umgang mit diesem elastischen Verhalten und der Verkopplung ist der Einsatz von regelungstechnischen Methoden. Eines der Hauptziele dieser Arbeit ist deshalb der Entwurf einer praktikablen und gleichzeitig effektiven Regelungsstruktur für den DLR-Medizinroboter in Kapitel 4, um trotz innerer Verkopplung und Elastizität in den Doppelgelenken eine gute Positioniergenauigkeit und Schwingungsdämpfung im Arbeitsraum zu gewährleisten.

Generell kann gesagt werden, dass die nichtlineare Reibung zusammen mit der nichtlinearen Roboterdynamik maßgeblich für den Positionsfehler verantwortlich gemacht werden kann. Da die Positioniergenauigkeit bei den medizinischen Anwendungen eine entscheidende Rolle spielt, muss der nichtlineare Einfluss der Reibung ebenfalls als ein

Schwerpunkt dieser Arbeit angesehen und dementsprechend in Kapitel 5 untersucht und kompensiert werden.

Des Weiteren werden in Kapitel 6 zwei beispielhafte Applikationen mit den DLR-Medizinrobotern vorgestellt, bei denen die vorgeschlagene Regelungsstruktur eingesetzt wird. Den Abschluss bildet Kapitel 7 mit der Zusammenfassung und dem Ausblick.

## 1.4 Stand der Technik und Beitrag der Arbeit

Seit über 20 Jahren wird die Regelungsproblematik für Roboter mit elastischen Gelenken in der Literatur sehr ausführlich behandelt. Die dafür benötigten Robotermodelle können aus Sicht der theoretisch oder praktisch motivierten Arbeiten in vollständige und reduzierte Modelle [103], [109], [78], [5], [90], [107] eingeteilt werden, wobei das vollständige Modell die Trägheitskopplung zwischen der Motorträgheit und den darauffolgenden Segmenten beschreibt (siehe Kapitel 2). Nach Kenntnis des Autors wird aber die Elastizitätsverkopplung in der Praxis noch nicht berücksichtigt. Bei bisherigen klassischen Ansätzen wurden somit die Steifigkeits- und die Dämpfungsmatrix immer als diagonal vorausgesetzt. Deshalb ist der praktisch motivierte Übergang von der reinen Betrachtung der Motor- und Starrkörperdynamik auf die zusätzliche Berücksichtigung der elastischen Verkopplungen ein wesentlicher Beitrag dieser Arbeit zur Modellierung von Robotern mit elastischen Gelenken.

Zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken wurden viele Methoden vorgeschlagen und entwickelt. In [103] konnte das Modell eines elastischen Gelenks mittels statischer Zustandsrückführung linearisiert werden. Die Linearisierbarkeit eines vollständigen Robotermodells mit mehreren Freiheitsgraden mittels dynamischer Zustandsrückführung wurde in [74] allgemein nachgewiesen. Ferner wurde in [76] ein Algorithmus zur vollständigen Zustandslinearisierung mit dynamischer Zustandsrückführung für Roboter mit elastischen Gelenken entwickelt.

Unter der Voraussetzung einer ausreichend hohen Gelenksteifigkeit kann die "Singular Perturbation" Theorie zum Reglerentwurf für Roboter mit elastischen Gelenken verwendet werden. In [104], [45], [43], [91] wurden auf dieser Theorie basierende Regler vorgestellt. Dabei wurde das Gesamtsystem in ein schnelles Teilsystem für die Motorbewegungsgleichung und ein langsames Teilsystem für die Gelenkbewegungsgleichung aufgeteilt.

Auch in einem auf einer kaskadierten Regelung für Roboter mit elastischen Gelenken basierenden Ansatz konnte das System durch die Motordynamik und die Gelenkdynamik beschrieben werden. Die globale Stabilität des Systems wurde mit Hilfe der Lyapunov-Theorie nachgewiesen [25], [108].

Des Weiteren wurden Regler vorgestellt, die auf der Backstepping-Theorie [2], [25], [27], [81], [79], [84], [85] beruhen. Der Reglerentwurf wurde in diesen Fällen unter Berücksichtigung der Stabilitätsbedingungen des Gesamtsystems schrittweise durchgeführt.

Für ungenaue oder im Betrieb veränderliche Parameter des Roboters wurden adaptive Regler unter Verwendung der Stabilitätstheorie von Lyapunov eingesetzt [45], [60], [104], [110], [108].

Zwar haben der "Singular Perturbation" Regler, der kaskadierte Regler, der Backstepping-Regler bzw. der adaptive Regler die Stabilität für das Gesamtsystem gewährleistet, wegen ihrer komplexen Regelungsstruktur wurden sie in der Praxis aber nur für kleine Systeme mit ein oder zwei Freiheitsgraden implementiert.

Eine weitere häufig verwendete Reglerstruktur ist der PD/PID-Regler [11], [13], [37], [50], [55], [94], [105], [109]. Als ein entsprechendes Beispiel wurde in [109] ein PD-Regler mit Rückführung der antriebsseitigen Position (Motorposition) und deren Ableitung vorgestellt. Mit diesem Regler kann das System eine global asymptotische Stabilität erreichen. Für den Beweis der Stabilität wird eine Gravitationskompensation auf Basis der Sollabtriebsposition benötigt.

Als eine Erweiterung dieses PD-Reglers wurde in [6] ein SISO-Zustandsregler mit den Zuständen Motorposition und Abtriebsdrehmoment sowie deren Ableitungen vorgestellt. Dabei wurde die Verkopplung der Massenträgheit und der Elastizität vernachlässigt. Durch seine effektive und praktikable Reglerstruktur konnten am DLR-Leichtbauroboter gute Ergebnisse erreicht werden. Die global asymptotische Stabilität wurde mit Hilfe der Lyapunov-Theorie nachgewiesen.

Beim DLR-Medizinroboter ist die Regelungsproblematik komplizierter, weil nicht nur die Elastizität, sondern auch die zusätzliche Gelenkverkopplung berücksichtigt werden muss. Die Regelungsstruktur für den DLR-Medizinroboter muss also die unerwünschte Schwingung in den Gelenken wegen der Elastizität und der Verkopplung, die aufgrund des Einsatzes von Harmonic-Drive Getrieben und differentiellen Koppelgetrieben auftreten, beherrschen bzw. unterdrücken. Dafür soll zunächst der Roboter unter Berücksichtigung der elastischen Verkopplung in den Gelenken simuliert werden. Danach werden dessen Parameter identifiziert. In dieser Arbeit wird die Elastizitätsverkopplung in den Doppelgelenken durch symmetrische Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen beschrieben, die wegen der Komplexität des Modells eine Herausforderung bei der Identifikation darstellen und neuartige Identifikationsverfahren erfordern. Diese Methoden werden auch für die Identifikation des dynamischen Reibungsmodells beim DLR-Medizinroboter verwendet, das nicht durch eine Regressor-Matrix dargestellt werden kann. Die in der mathematischen Beschreibung dieses Robotermodells enthaltenen Verkopplungen durch die Motorträgheits-, die Massenträgheits-, die Steifigkeits- und die Dämpfungsmatrix innerhalb der Doppelgelenke sollen durch die Regelung entkoppelt werden. Diese Verkopplungen führen zu einem Mehrgrößensystem achter Ordnung je Doppelgelenk. Die

gewünschte Entkopplung innerhalb eines Doppelgelenks wird durch einen neuartigen MIMO-Zustandsregler erreicht mit zwei Motorpositionen und zwei Abtriebsdrehmomenten sowie deren Ableitungen als Zuständen. Um den Regler eines Doppelgelenks unter Berücksichtigung der Verkopplung zu entwerfen, wird das System mit Hilfe der modalen Entkopplung in zwei entkoppelte Teilsysteme vierter Ordnung zerlegt und in der Folge als zwei separate Eingrößensysteme (SISO) betrachtet. Somit können die Parameter des SISO-Zustandsreglers für das jeweilige Teilsystem bestimmt werden. Durch eine Rücktransformation in das ursprüngliche Koordinatensystem erhält man einen MIMO-Zustandsregler für das Doppelgelenk. Schließlich wird das Reglergesetz durch das Hinzufügen von Gravitations- und Reibungskompensationstermen komplettiert [67]. Eine global asymptotische Stabilität für das Gesamtsystem kann mit dem MIMO-Zustandsregler erreicht werden. Der Regler erweitert wesentlich die Ansätze aus [6] sowohl in theoretischer, wie auch in praktischer Hinsicht. Er stellt nach Kenntnis des Autors eine der komplexesten Reglerstrukturen dar, die auf Robotern mit sechs oder sieben Freiheitsgraden und elastischen Gelenken implementiert wurde.

Zum Schluss werden einige Methoden zur Reibungskompensation für den DLR-Medizinroboter behandelt. Für eine Kombination aus Zustandsregler (SISO-Zustandsregler für das Einfachgelenk und MIMO-Zustandsregler für die Doppelgelenke) und Reibungskompensation am DLR-Medizinroboter soll die Positioniergenauigkeit verbessert werden, ohne die Stabilität des Gesamtsystems zu gefährden. Zunächst wird die modellbasierte Reibungskompensation mit einem statischen Reibungsmodell (SRM) untersucht [5], [14], [56], [67]. Für die Anwendungen, die eine hohe Positioniergenauigkeit und geringe Bahngeschwindigkeiten erfordern, ist das klassische SRM nicht mehr geeignet. Als eine verbesserte Beschreibung der Reibungsphänomene wird das LuGre-Modell im Sinne eines dynamischen Reibungsmodells (DRM) eingesetzt [9], [30], [33], [96]. Da die Reibung abhängig von dem Betriebszustand (z. B. Temperatur) ist und sich somit während des Betriebs des Roboters über die Zeit ändert, ist eine adaptive Reibungskompensation in diesem Fall sinnvoll. Die meisten Schemata zur adaptiven Reibungskompensation in der Literatur wurden mit einer adaptiven Regelung für das Gesamtsystem verbunden, [32], [93], [111], [106], [113], [115], was aber zu Schwierigkeiten bei der Implementierung eines komplexen Dynamiksystems (wie z. B. Roboter mit sieben Freiheitsgraden) führt. Als eine effektive Methode zur Reibungskompensation werden gerne lineare Störgrößenbeobachter in der Praxis eingesetzt. Neben den klassischen Methoden [19], [54], [97], [114], mit denen die Stabilität komplexer nichtlinearer Systeme normalerweise nicht bewiesen werden kann, wird in dieser Arbeit ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation entwickelt und erfolgreich eingesetzt [68]. Die zugrunde liegende Idee ist, den Unterschied zwischen kommandiertem und modellbasiertem Motordrehmoment zu kompensieren. Von Vorteil ist hierbei, dass der Beobachterentwurf und der Reglerentwurf unabhängig voneinander durchgeführt werden können, wodurch die Einstellung der Regler- und Beobachterparameter sehr erleichtert wird. Durch die Kombination aus Störgrößenbeobachter

und Zustandsregler ergibt sich ein Regler mit Integratoranteil für den Drehmomentfehler, wodurch die Genauigkeit verbessert wird. Die global asymptotische Stabilität des Gesamtsystems mit Zustandsregler und Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation wird mit Hilfe der Lyapunov-Theorie nachgewiesen.

# 2

## Modellierung der DLR-Medizinroboterdynamik

In diesem Kapitel wird das Dynamikmodell für die DLR-Medizinroboter (KINEMEDIC und MIRO mit  $n$  Freiheitsgraden) entwickelt, welches sich mit seinen Eigenschaften sowohl für die theoretische Analyse als auch für den praktischen Regelungsentwurf eignet. Deshalb soll bei diesem Modell ein Kompromiss zwischen geringer Komplexität und hoher Modellierungsgenauigkeit gewählt werden.

Um die rotatorische Geschwindigkeit zu reduzieren und das Drehmoment zu erhöhen, kommen beim DLR-Medizinroboter Harmonic-Drive Getriebe mit hoher Übersetzung zum Einsatz. Je nach Motor wird ein Übersetzungsverhältnis "Antrieb zu Abtrieb" von 75:1 bis 160:1 erreicht. Dies führt neben den Armsegmenten zu einer zusätzlichen Nachgiebigkeitsquelle. Da beim DLR-Medizinroboter die Segmente aus einer speziellen Keramik bestehen, ist deren Elastizitätsbeitrag allerdings deutlich geringer als die Elastizität in Drehrichtung, die durch das Harmonic-Drive Getriebe verursacht wird und sich auf das Gelenk konzentriert. Somit können die Armsegmente als starr angenommen werden. Neben dem Harmonic-Drive Getriebe wird ein differentiell Getriebe bei der sog. Doppelgelenkkonstruktion des DLR-Medizinroboters eingesetzt, was zu einer Kopplung der einzelnen Elastizitäten führt und auch modelliert werden muss. Hierfür wird dem DLR-Medizinroboter ein Robotermodell mit elastischen Gelenken zugrunde gelegt. Eine passende Herleitung des Starrkörpermodells kann in [99], [58] gefunden werden. Robotermodelle mit elastischen Gelenken wurden in der Literatur behandelt z. B. in [103], [109], [78], [90].

Zunächst wird in Abschnitt 2.1 die Konstruktion des DLR-Medizinroboters vorgestellt. Danach wird in Abschnitt 2.2 und in Abschnitt 2.3 die mathematische Modellierung des

Antriebs und der Getriebe (Harmonic-Drive Getriebe und differentielles Koppelgetriebe) beschrieben. Die Modellierung der Elastizität der Gelenke wird dann in Abschnitt 2.4 durchgeführt. Das komplette Dynamikmodell des Roboters wird anschließend in Abschnitt 2.5 mittels des Lagrange-Formalismus hergeleitet. Da die Reibung das Regelverhalten eines Systems entscheidend beeinflussen kann, wird in Abschnitt 2.6 auf die Modellierung der Reibung eingegangen. Hierbei wird sowohl ein statisches als auch ein dynamisches Reibungsmodell vorgestellt und untersucht.

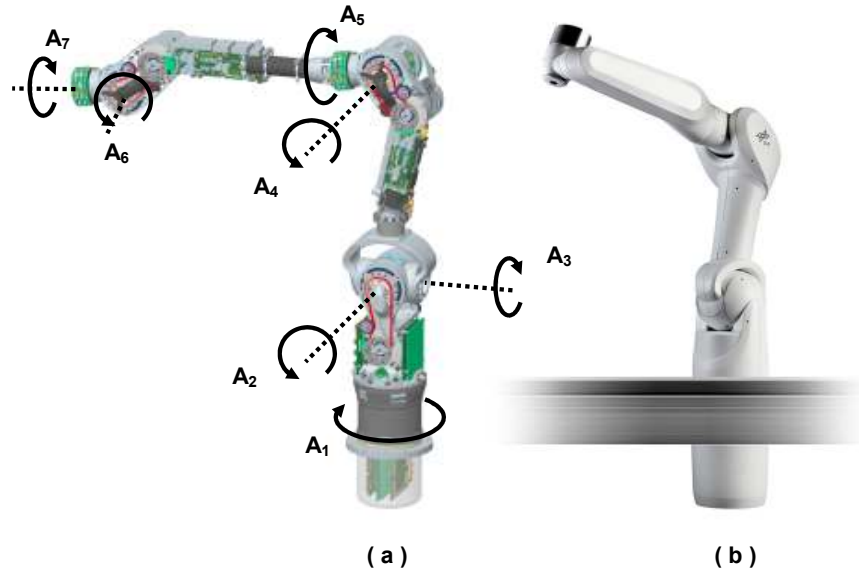


Abbildung 2.1: DLR-Medizinroboter mit sieben Freiheitsgraden: a) KINEMEDIC; b) MIRO.

## 2.1 Aufbau des DLR-Medizinroboters

In Abbildung 2.1 wird der Aufbau des DLR-Medizinroboters gezeigt. Er wurde als redundantes System mit sieben Freiheitsgraden ausgelegt und hat eine sequentielle Gelenkfolge. Hierbei wird Gelenk 1 als Basisgelenk (oder Einfachgelenk), Doppelgelenk 2-3 als Schultergelenk, Doppelgelenk 4-5 als Ellenbogengelenk und Doppelgelenk 6-7 als Handgelenk bezeichnet. Dabei unterscheidet sich der KINEMEDIC von dem MIRO in der Konstruktion des Doppelgelenks 6-7. Während das Basisgelenk des DLR-Medizinroboters analog zu der Version des DLR-Leichtbauroboters mit einer konventionellen Gelenkkonstruktion aufgebaut ist, wurde zur Realisierung des Schulter-, Ellenbogen- und Handgelenks eine Neukonstruktion mit verkoppelten Gelenkantrieben eingesetzt. Bei Gelenk 1 treibt dementsprechend ein Synchronmotor über ein Harmonic-Drive Getriebe direkt den Abtrieb an. Im Gegensatz dazu sind die beiden Synchronmotoren innerhalb eines Doppelgelenks jeweils über ein eigenes Harmonic-Drive Getriebe und ein zusätzliches gemeinsames differentielles Getriebe abtriebsseitig verkoppelt. Abhängig von der gewählten kinematischen Achsfolge wurde für jedes Doppelgelenk ein passendes differentielles Getriebe



entworfen, um ein Knick- / Knickgelenk (Doppelgelenk 2-3) oder ein Knick- / Drehgelenk (Doppelgelenk 4-5 und 6-7) zu realisieren (siehe Abbildung 2.2). Diese Kopplung der Antriebe durch ein differentielles Getriebe führt dazu, dass Bewegungen um die einzelnen Doppelgelenkachsen des Roboters immer nur im Zusammenspiel der beiden Gelenkantriebe realisiert werden können.

Als Vorteil aus einer derartigen Doppelgelenkbauweise ergibt sich:

- Die Elektronik für ein Doppelgelenk liegt auf einer Platine, wodurch die Verkabelung im DLR-Medizinroboter vereinfacht wird.
- Obwohl jede Roboterachse für eine unterschiedliche Last ausgelegt wird, können zwei gleiche Antriebsstränge bestehend aus Motor, Harmonic-Drive Getriebe und Bremse pro Doppelgelenk benutzt werden, wodurch die Servicefreundlichkeit verbessert wird.
- Der Hauptvorteil liegt in der Kinematik. Durch den Einsatz von Doppelgelenken ist die Nullraum-Bewegung des redundanten Roboters optimal zu bestimmen. So ist die Bewegung des restlichen Roboterarmes für den Bediener leichter abzuschätzen, wenn die Lage der Roboterspitze nicht verändert wird.

Neben diesen Vorteilen ergibt sich allerdings der Nachteil, dass die Verkopplung der Gelenkelastizität in jedem Doppelgelenk gesondert berücksichtigt werden muss.

Die Gelenke des DLR-Medizinroboters beinhalten neben abtriebsseitigen Drehmoment- und Positionssensoren auch antriebsseitige Positionssensoren. Eine derartige Sensorik ermöglicht aus dem Sichtwinkel der Regelungstechnik eine Nutzung der antriebsseitigen Positionssensoren und der abtriebseitigen Drehmomentsensoren, um einen SISO- oder MIMO-Zustandsregler mit vollständiger Rückkopplung pro Einfachgelenk oder Doppelgelenk zu implementieren (siehe Kapitel 4).

Im Gegensatz zu klassischen Industrierobotern ist die gesamte Elektronik beim DLR-Medizinroboter in die Roboterstruktur integriert. Die Elektroniken für das Einfachgelenk und die Doppelgelenke sind auf 4 Module (sog. Flexible Joint Moduls) verteilt. Sie basieren jeweils auf einem FPGA-Prozessor (Field Programmable Gate Array) von der Firma XILINX und stehen über einen Kommunikationsbus mit einem zentralen Steuerrechner in ständiger Verbindung [53]. Über diesen Bus werden die erfassten Messdaten der Peripherie (wie Position, Drehmoment, Zustand der Motoren und der Bremsen) durch das "SpaceWire" Protokoll mit hoher Bandbreite (1 Gbit/s) und geringer Latenz ( $< 50 \mu\text{s}$ ) dem zentralen Steuerrechner zur Verfügung gestellt. Zudem verfügen diese Module über die notwendige Rechenleistung, um die lokalen Echtzeit-Algorithmen für die Stromregler und die Zustandsbeobachter direkt auf der Gelenkebene zu verarbeiten. Somit kann eine Reglertaktzeit für die Stromreglerschleife von unter  $50 \mu\text{s}$  ( $50 \mu\text{s}$  für die Motoren 1..5,  $10 \mu\text{s}$  für die Motoren 6 und 7) erreicht werden.

## 2.2 Modellierung des Antriebs

Wie in dem vorherigen Abschnitt bereits erwähnt wurde, werden für den DLR-Medizinroboter die im DLR entwickelten Synchronmotoren eingesetzt. Dabei wird der Motor mit zwei PI-Reglern feldorientiert geregelt, was konzeptionell auf einer Einprägung der entkoppelten Stromkomponenten durch die unterlagerte Stromregelschleife basiert. Der eine Regler ist für die feldbildende Komponente  $I_d$  und der andere für die momentbildende Komponente  $I_q$  verantwortlich. Somit kann eine schnelle Drehmomenteinprägung ermöglicht werden. Details dieser Regelungsmethode stehen in [95], [21].

Einerseits kann durch die Reglertaktzeit unter  $50 \mu s$  eine Übergangszeit  $t_m \leq 200 \mu s$  für die Stromreglerschleife erreicht werden. Andererseits wird beim DLR-Medizinroboter eine Reglertaktzeit von  $333 \mu s$  für die Regelung in der Gelenkebene (bzw. auch von  $333 \mu s$  für die Regelung in der kartesischen Ebene) verwendet, was auf Grund der komplexen Roboterdynamik eine Übergangszeit  $t_g \geq 200 ms$  zur Folge hat. Daraus kann folgende Vereinfachung für die Modellierung des DLR-Medizinroboters abgeleitet werden.

**Annahme 2.1:** *Beim DLR-Medizinroboter mit  $n$  Freiheitsgraden ist die Stromreglerschleife schnell genug, so dass die daraus resultierende Motorzeitkonstante vernachlässigt und der Motor als ideale Momentenquelle angenommen werden kann.*

Darüber hinaus ist der Sollmotorstrom  $I_{q,d} \in \mathbb{R}^n$  (desired) nun durch

$$I_{q,d} = K_{T2I} \tau_{m,d} \quad (2.1)$$

gegeben, wobei  $K_{T2I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Diagonalmatrix der Motorkonstante von Moment auf Strom und  $\tau_{m,d} \in \mathbb{R}^n$  das Sollmotordrehmoment ist.

## 2.3 Koordinatentransformation durch Getriebe

### 2.3.1 Transformation durch das Harmonic-Drive Getriebe

Beim DLR-Medizinroboter ist jeder Motor mit dem zugeordneten Harmonic-Drive Getriebe konstruktionsbedingt durch einen Zahnriemen verbunden. Unter Berücksichtigung der Übersetzung  $\eta$  durch das Harmonic-Drive Getriebe ergeben sich die folgenden Beziehungen zwischen den physikalischen Größen und den antriebsseitigen Größen der Motoren

$$\theta_{m_j} = \frac{1}{\eta_j} \theta_{phy,j} \quad (2.2)$$

$$\tau_{m_j} = \eta_j \tau_{phy,j} \quad (2.3)$$

$$J_{m_j} = \eta_j^2 J_{phy,j} \quad \text{mit } j = \{1..n\} . \quad (2.4)$$

Hierbei stehen  $\theta_{phy} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\tau_{phy} \in \mathbb{R}^n$  und  $J_{phy} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  (Diagonalmatrix) für die physikalische Motorposition, das physikalische Motordrehmoment und die physikalische Motorträgheit. Des Weiteren werden  $\theta_m \in \mathbb{R}^n$ ,  $\tau_m \in \mathbb{R}^n$  und  $J_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$  (Diagonalmatrix)

als die Motorposition, das Motordrehmoment und die Motorträgheit in Motorkoordinaten bezeichnet.

### 2.3.2 Transformation durch das differentielle Getriebe

Beim Doppelgelenk werden die Abtriebsseiten der beiden Antriebsstränge durch ein differentielles Getriebe verkoppelt, das aus zwei treibenden und zwei angetriebenen Kegelrädern mit gleichem Teilkreisdurchmesser [46] besteht (im Doppelgelenk 6-7 des MIRO-Roboters wird nur je ein treibendes und ein angetriebenes Kegelrad verwendet). Diese Verkopplung ermöglicht zwei unabhängige Freiheitsgrade mit sich schneidenden Achsen, eine um die Achse der zwei treibenden Kegelräder und eine weitere um die Achse der angetriebenen Kegelräder. Wie Abbildung 2.2 verdeutlicht, kann die folgende kinematische Achssequenz in Abhängigkeit von der Konstruktion des differentiellen Getriebes realisiert werden

- Doppelgelenk 2-3: Knickachse, Knickachse
- Doppelgelenk 4-5: Knickachse, Drehachse
- Doppelgelenk 6-7: Knickachse, Drehachse.

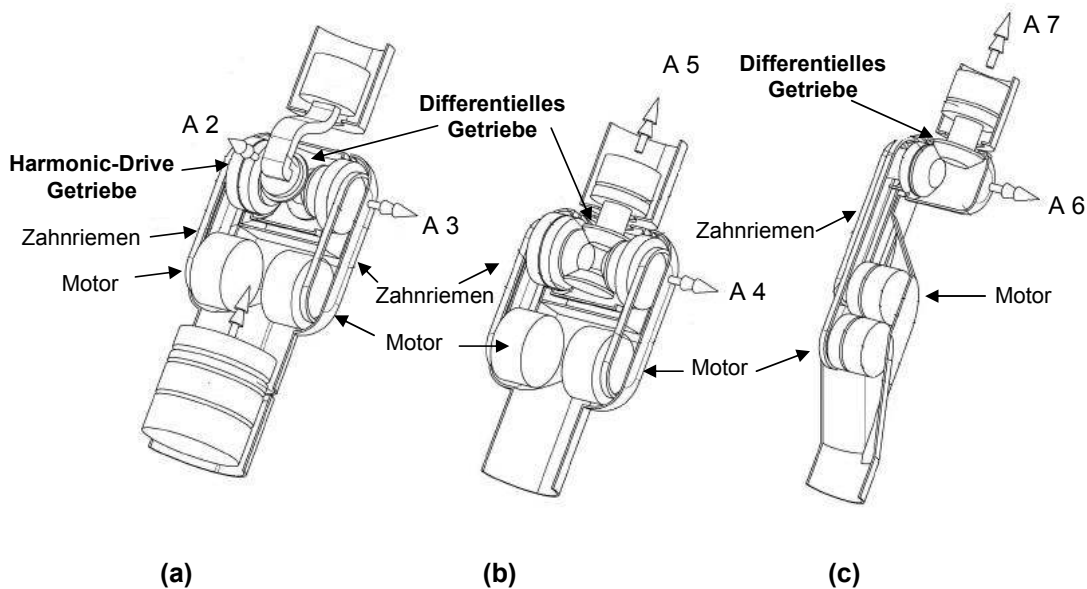


Abbildung 2.2: Doppelgelenkstruktur des DLR-Medizinroboters: a) das Doppelgelenk 2-3; b) das Doppelgelenk 4-5 (und 6-7 beim KINEMEDIC); c) das Doppelgelenk 6-7 beim MIRO.

Für die mechanische Übertragung der Position von der Antriebs- auf die Abtriebsseite eines Doppelgelenks  $i$  mit  $i = \{2\_3, 4\_5, 6\_7\}$ <sup>1</sup> durch das differentielle Getriebe lässt sich

<sup>1</sup>Der Index  $i$  mit  $i = \{2\_3, 4\_5, 6\_7\}$  entspricht dem Doppelgelenk 2-3, 4-5 und 6-7.

folgende Beziehung [26] aufstellen

$$\theta_i = T_i \theta_{m_i} \quad (2.5)$$

$$q_{m_i} = T_i^{-1} q_i. \quad (2.6)$$

Entsprechendes gilt für die Drehmomente

$$\tau_{m_i} = T_i^T \tau_i. \quad (2.7)$$

Beim Doppelgelenk bedeuten  $\theta_{m_i} \in \mathbb{R}^2$  und  $q_{m_i} \in \mathbb{R}^2$  die antriebsseitige und abtriebsseitige Position in Motorkoordinaten (z. B. für das Doppelgelenk 2-3 gilt  $\theta_{m_{2,3}} = [\theta_{m_2}, \theta_{m_3}]^T \in \mathbb{R}^2$ , wobei die Positionen  $\theta_{m_2}$  und  $\theta_{m_3}$  des entsprechenden Motors 2 und 3 skalar sind).  $\theta_i \in \mathbb{R}^2$  und  $q_i \in \mathbb{R}^2$  sind die entsprechende antriebsseitige und abtriebsseitige Position in Gelenkkoordinaten.  $\tau_i \in \mathbb{R}^2$  bezeichnet das abtriebsseitige Drehmoment in Gelenkkoordinaten und  $\tau_{m_i} \in \mathbb{R}^2$  das entsprechende abtriebsseitige Drehmoment in Motorkoordinaten.  $T_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ist die Positionsübertragungsmatrix eines Doppelgelenks (bzw.  $T_i^T$  die Drehmomentübertragungsmatrix) und ist durch

$$T_i = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

gegeben. Ausnahmsweise gilt für die Positionsübertragungsmatrix des Doppelgelenks 6-7 beim MIRO

$$T_{6,7} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & -1.0 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Für den gesamten DLR-Medizinroboter mit sieben Freiheitsgraden kann die Übertragungsmatrix  $T$  nun wie folgt beschrieben werden

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ & T_{2,3} & \\ \vdots & & T_{4,5} & \vdots \\ 0 & \dots & & T_{6,7} \end{bmatrix} \quad \{ \forall T_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid i = \{2,3,4,5,6,7\} \}. \quad (2.10)$$

Es ist zu beachten, dass für das Einfachgelenk die Motorkoordinate identisch mit der Gelenkkoordinate ist. Somit ergibt sich für das Einfachgelenk 1 das entsprechende Diagonalelement in der Matrix durch  $T_{11} = 1$ .

Zum Schluss werden in Abbildung 2.3 die Koordinatensysteme des DLR-Medizinroboters zusammenfassend dargestellt. Es ist anzumerken, dass die Messwerte der Sensoren in verschiedenen Koordinatensystemen erfasst werden. So werden Strom und Motorposition in Motorkoordinaten, Drehmoment und Abtriebsposition in Gelenkkoordinaten gemessen. Für die weitere Analyse ist jedoch die einheitliche Nutzung eines einzigen Koordinatensystems erforderlich.

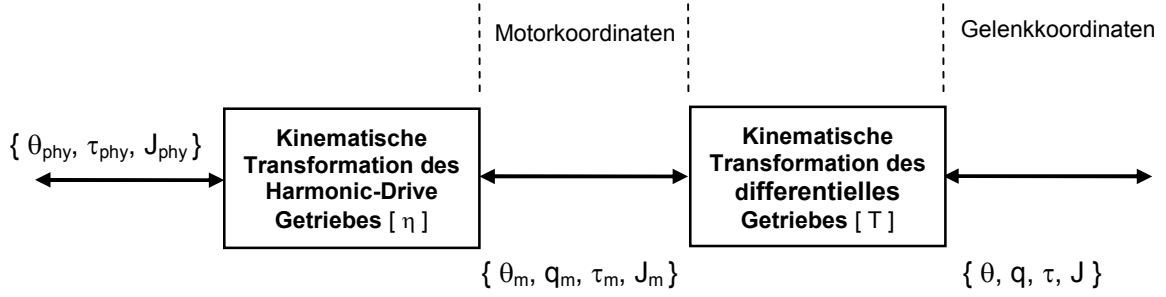


Abbildung 2.3: Koordinatensysteme beim DLR-Medizinroboter.

## 2.4 Modellierung der Gelenksteifigkeit

Beim DLR-Medizinroboter stammt die Elastizität hauptsächlich aus dem Harmonic-Drive Getriebe. Zusätzlich gibt es eine Elastizität, die auf das physikalische Meßprinzip der Drehmomentsensoren zurückzuführen ist. Die Elastizitäten des Zahnriemens und des differentiellen Getriebes wurden vernachlässigt, weil sie sehr gering im Vergleich zu den zwei oben erwähnten Elastizitätsquellen sind.

Im Allgemeinen lässt sich die Gelenkelastizität durch eine nichtlineare Funktion von Motorposition und Gelenkposition  $f(\theta_m, q) \in \mathbb{R}^n$  beschreiben [12]. Durch den Einsatz eines differentiellen Getriebes kommen an dieser Stelle zwei Möglichkeiten zur Modellierung der Gelenkelastizität beim DLR-Medizinroboter in Frage.

- Zum einen kann die Gelenkelastizität vor dem differentiellen Getriebe  $f(\theta_m - T^{-1}q)$  in Motorkoordinaten beschrieben werden.
- Zum anderen kann sie aber auch nach dem differentiellen Getriebe  $f(T\theta_m - q)$  in Gelenkkoordinaten dargestellt werden.

**Annahme 2.2:** In der folgenden Betrachtung wird vorerst davon ausgegangen, dass zwei Antriebseinheiten und zwei Harmonic-Drive Getriebe eines Doppelgelenks mit gleichen technischen Daten eingesetzt werden.

Durch diese Annahme kann vorausgesetzt werden, dass die Gelenkelastizität durch die Funktion  $f(T\theta_m - q)$  in Gelenkkoordinaten dargestellt werden kann. Diese Annahme trifft beim realen System gut zu und wird später durch Experimente und Simulationen nachgeprüft und nachgewiesen.

**Annahme 2.3:** Die Deformation des Gelenks ist klein genug, so dass die Gelenkelastizität als lineare Feder modelliert werden kann.

Wegen dieser Annahme kann jedes Gelenk mit dem darauffolgenden Verbindungssegment durch die lineare Beziehung  $\tau = K(T\theta_m - q)$  modelliert werden, wobei der Vektor  $\tau \in \mathbb{R}^n$  das Gelenkdrehmoment und die konstante Matrix  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Gelenksteifigkeit

darstellen. Des Weiteren kann der Dämpfungsterm durch die Gleichung  $\dot{\tau} = D(T\dot{\theta}_m - \dot{q})$  mit konstanter Matrix  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  modelliert werden.

**Annahme 2.4:** Die Verkopplung der Elastizität eines Doppelgelenks wird nur durch den Einsatz des differentiellen Getriebes verursacht und ist nicht vernachlässigbar.

Die Steifigkeitsmatrix  $K$  und die Dämpfungsmatrix  $D$  der Doppelgelenke sind positiv definit und symmetrisch. Für die mathematische Beschreibung dieser Matrizen beim Gesamtroboter ergibt sich somit folgende Gestalt

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_1 & \dots & 0 \\ & \mathcal{P}_{2,3} & \\ \vdots & & \mathcal{P}_{4,5} & \vdots \\ 0 & \dots & & \mathcal{P}_{6,7} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\{ \forall \mathcal{P}_1 \in \mathbb{R}, \mathcal{P}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid \mathcal{P}_1 > 0, \mathcal{P}_i = \mathcal{P}_i^T > 0, i \in \{2,3,4,5,6,7\}, \mathcal{P} \in \{K, D\} \}.$$

## 2.5 Dynamisches Modell des DLR-Medizinroboters

Für einen Roboter mit elastischen Gelenken, der  $n$  Freiheitsgrade besitzt, werden aus mechanischer Sicht  $2n$  Starrkörper betrachtet. Diese Anzahl setzt sich aus  $n$  Verbindungssegmenten und  $n$  Motoren zusammen. Hierfür sind die  $n$  Segmente über  $n$  Gelenke seriell miteinander verbunden. Jedes Einfachgelenk wird von einem Motor angetrieben, wobei per Definition Motor  $j$  an Segment  $j - 1$  befestigt ist und Segment  $j$  antreibt. Für das Doppelgelenk  $i$  mit  $i = \{2,3,4,5,6,7\}$  wird jedes einzelne Gelenk durch zwei Motoren  $j$  und  $j + 1$  gleichzeitig angetrieben. Die beiden Motoren sind an Segment  $j - 1$  befestigt. Dabei gilt der Index  $j = \{2,4,6\}$  für das entsprechende Doppelgelenk 2-3, 4-5 und 6-7.

Das Gelenkdrehmoment wird über eine elastische Verbindung übertragen, die durch die Steifigkeitsfunktion  $\tau = K(T\theta_m - q)$  und die Dämpfungsfunktion  $\dot{\tau} = D(T\dot{\theta}_m - \dot{q})$  dargestellt wird. Somit stellen der Motor eines Einfachgelenks und das darauffolgende Segment ein elastisch gekoppeltes Zweimassensystem dar. Für ein Doppelgelenk ergibt sich somit die Darstellung als Viermassensystem (zwei Antriebsmassen, zwei Abtriebsmassen) in Abbildung 2.4.

Für die folgende Berechnung der Dynamikgleichung wird ein am Segment  $j$  fixiertes Koordinatensystem  $\{S_j\}$  verwendet, dessen Ursprung im Massenschwerpunkt des entsprechenden Segments liegt. Ein Rotorkoordinatensystem  $\{R_j\}$  wird im Rotorschwerpunkt auf der Rotorachse  $j$  fixiert, so dass im Falle eines Einfachgelenks seine z-Achse identisch mit der z-Achse des Segmentkoordinatensystems  $\{S_{j-1}\}$  ist. Für ein Doppelgelenk  $i$  sind die z-Achsen der beiden Rotorkoordinatensysteme  $\{R_j\}$  und  $\{R_{j+1}\}$  ebenfalls identisch mit der z-Achse von  $\{S_{j-1}\}$ , wobei der Index  $j = \{2,4,6\}$  dem Doppelgelenk 2-3, 4-5 und 6-7 entspricht. Diese Darstellung wird in Abbildung 2.5 verdeutlicht.

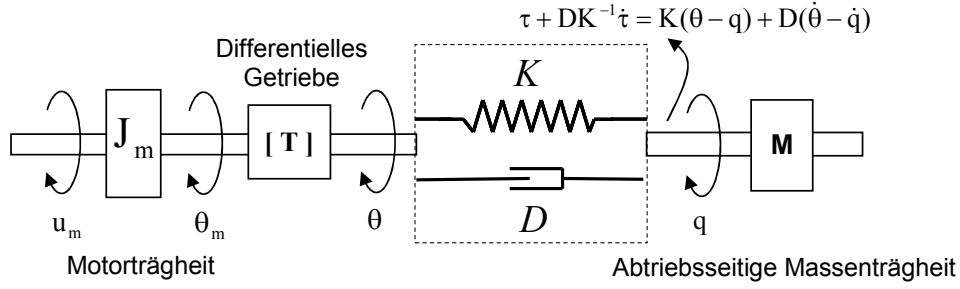


Abbildung 2.4: Darstellung des Viermassensystems eines Doppelgelenks.

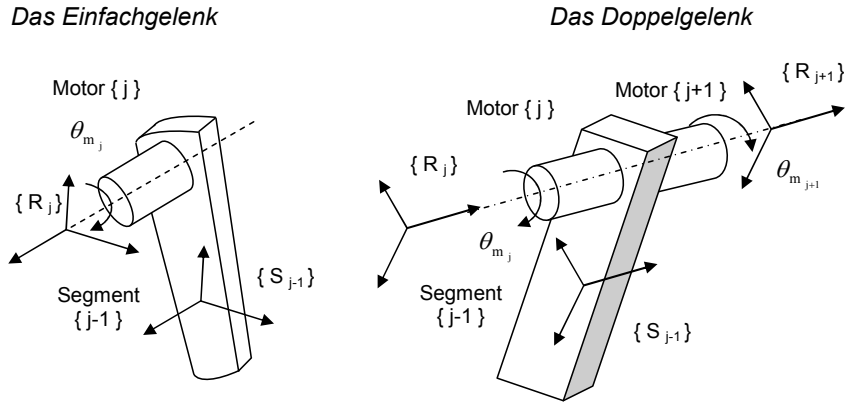


Abbildung 2.5: Definition der Koordinatensysteme eines Einfachgelenks und eines Doppelgelenks.

### 2.5.1 Lagrange-Formalismus

Ähnlich wie die klassischen starren Roboter können die Roboter mit elastischen Gelenken auch durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden. Die Dynamikgleichung des Roboters kann aus dem Lagrange-Formalismus [29], [34], [58], [87], [99] hergeleitet werden, der ausschließlich auf kinetischer und potentieller Energie des Systems basiert. Die Lagrange-Funktion  $\mathcal{L}$  ist durch

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{U} \quad (2.12)$$

gegeben, wobei  $\mathcal{K}$  die kinetische und  $\mathcal{U}$  die potentielle Energie des Gesamtsystems sind. Wird die generalisierte Position des Roboters  $\Theta \in \mathbb{R}^{2n}$  durch

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_m \\ q \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

definiert, dann können die Dynamikgleichungen unter Verwendung der Lagrange-Funktion (2.12) und des Prinzips von d'Alembert durch

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}(\Theta, \dot{\Theta})}{\partial \dot{\Theta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\Theta, \dot{\Theta})}{\partial \Theta} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\Theta}} = \bar{u} \quad (2.14)$$

berechnet werden, wobei  $F$  die Dissipationsenergie des Roboters ist. Das verallgemeinerte Motordrehmoment wird als  $\bar{u} \in \mathbb{R}^{2n}$  bezeichnet. Für den DLR-Medizinroboter ist es durch

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u_m \\ 0_{n \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

gegeben, mit dem kommandierten Motormoment  $u_m \in \mathbb{R}^n$ .

### 2.5.2 Energie des Gesamtsystems

Aus Gleichung (2.14) müssen bei der Berechnung der Dynamikgleichungen für Roboter mit elastischen Gelenken zunächst die kinetische Energie  $\mathcal{K}$ , die potentielle Energie  $\mathcal{U}$  und die Dissipationsenergie  $F$  der  $2n$  Starrkörper berechnet werden, die von der Position und der Geschwindigkeit der Starrkörper abhängig sind.

Im Allgemeinen wird die Position eines Starrkörpers durch einen Vektor  $p \in \mathbb{R}^3$  eines im Schwerpunkt des Starrkörpers fixierten Koordinatensystems relativ zu einem Weltkoordinatensystem ausgedrückt [12], [59], [52]. Die resultierende Bewegung kann in einem translatorischen Geschwindigkeitsvektor  $\dot{p} \in \mathbb{R}^3$  und einem rotatorischen Geschwindigkeitsvektor  $\omega \in \mathbb{R}^3$  zusammengefasst werden

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

#### A) Kinetische Energie

Die kinetische Energie  $\mathcal{K}$  des gesamten Roboters setzt sich aus der kinetischen Energie  $K_s$  der Segmente und der kinetischen Energie  $K_r$  der Rotoren zusammen.

##### ***Kinetische Energie der Segmente:***

Die kinetische Energie der Segmente wird durch

$$K_s = \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{2} m_{s_j} \dot{p}_{s_j}^T \dot{p}_{s_j} + \frac{1}{2} \omega_{s_j}^T I_{s_j} \omega_{s_j} \right) \quad (2.17)$$

berechnet, wobei  $m_{s_j} \in \mathbb{R}$  die Masse und  $I_{s_j} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  die Massenträgheit des Segments  $j$  bezogen auf den Massenschwerpunkt bezeichnen. Die generalisierte Geschwindigkeit des Segments  $j$  wird durch

$$v_{s_j} = \begin{bmatrix} \dot{p}_{s_j} \\ \omega_{s_j} \end{bmatrix} = J_{Jac, s_j}(q) \dot{q} \quad (2.18)$$



berechnet, wobei  $J_{Jac,s_j}(q) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$  die Jacobi-Matrix des Segments  $j$  in Weltkoordinaten symbolisiert. Da die Bewegung eines Segments  $j$  nur von den Gelenken 1 bis  $j$  abhängig ist, werden die Elemente der Spalten  $j+1$  bis  $n$  in  $J_{Jac,s_j}(q)$  einfach zu Null gesetzt.

Durch Einsetzen von Gleichung (2.18) in die Gleichung (2.17) wird die kinetische Energie der Segmente  $K_s$  nun durch

$$K_s = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_s(q) \dot{q} \quad (2.19)$$

beschrieben. Hierbei wird die generalisierte Trägheitsmatrix der Segmente als  $M_s(q)$  bezeichnet und ist durch

$$M_s(q) = \sum_{j=1}^n J_{Jac,s_j}^T \begin{bmatrix} m_{s_j} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{s_j} \end{bmatrix} J_{Jac,s_j} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.20)$$

gegeben, mit der Einheitsmatrix  $I_{3 \times 3} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und der Nullmatrix  $0_{3 \times 3} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .

### **Kinetische Energie der Rotoren:**

Die kinetische Energie der Rotoren  $K_r$  kann durch

$$K_r = \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{2} m_{r_j} \dot{p}_{r_j}^T \dot{p}_{r_j} + \frac{1}{2} \omega_{r_j}^T I_{r_j} \omega_{r_j} \right) \equiv \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n v_{r_j}^T \bar{M}_{r_j} v_{r_j} \quad (2.21)$$

berechnet werden, wobei  $\bar{M}_{r_j} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  die generalisierte konstante Trägheitsmatrix des Rotors  $j$

$$\bar{M}_{r_j} = \begin{bmatrix} m_{r_j} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{r_j} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

ist. Hierbei ist  $m_{r_j} \in \mathbb{R}$  die Rotormasse und  $I_{r_j} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  die Rotorträgheit bezogen auf dem Massenschwerpunkt des Rotors. Die generalisierte Geschwindigkeit eines Rotors  $v_{r_j}$  wird nun durch

$$v_{r_j} = \begin{bmatrix} \dot{p}_{r_j} \\ \omega_{r_j} \end{bmatrix} = J_{Jac,r_j}(q) \dot{q} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_{m_j} \equiv \begin{bmatrix} E_j & J_{Jac,r_j}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

mit der Matrix  $E_j \in \mathbb{R}^{6 \times n}$

$$E_{j(kl)} = \begin{cases} 1 & \{\forall k = 6, l = j\} \\ 0 & \{\text{sonst}\} \end{cases} \quad (2.24)$$

berechnet. Hierbei ist  $J_{Jac,r_j}(q) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$  die Jacobi-Matrix des Rotors  $j$ . Da die Bewegung des Segments  $j-1$ , an dem der Motor  $j$  (und der Motor  $j+1$  im Falle eines Doppelgelenks)

befestigt ist, nur von den Gelenken 1 bis  $j - 1$  abhängig ist, werden die Elemente der Spalten  $j$  bis  $n$  in  $J_{Jac,r_j}(q)$  zu Null gesetzt.

**Annahme 2.5:** Der Rotor des Motors ist symmetrisch, so dass sein Schwerpunkt ideal auf der Rotationsachse liegt.

Diese Annahme führt dazu, dass die motorseitige Massenträgheit nicht von der motorseitigen Position  $\theta_m$  abhängig ist. Außerdem wird die Rotorträgheit  $I_{r_j} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  in diesem Fall wie folgt dargestellt

$$I_{r_j} = \begin{bmatrix} J_{xx_{m_j}} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy_{m_j}} & 0 \\ 0 & 0 & J_{m_j} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.23) in die Gleichung (2.21) ergibt sich die kinetische Energie der Rotoren zu

$$\begin{aligned} K_r &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m^T & \dot{q}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j^T \\ J_{Jac,r_j}^T(q) \end{bmatrix} \bar{M}_{r_j} \begin{bmatrix} E_j & J_{Jac,r_j}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m^T & \dot{q}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j^T \bar{M}_{r_j} E_j & E_j^T \bar{M}_{r_j} J_{Jac,r_j}(q) \\ J_{Jac,r_j}^T(q) \bar{M}_{r_j} E_j & J_{Jac,r_j}^T(q) \bar{M}_{r_j} J_{Jac,r_j}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} \\ &\equiv \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m^T & \dot{q}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_m & S(q) \\ S^T(q) & M_r(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

mit

$$M_r(q) = \sum_{j=1}^n J_{Jac,r_j}^T \bar{M}_{r_j} J_{Jac,r_j} = \sum_{j=1}^n J_{Jac,r_j}^T \begin{bmatrix} m_{r_j} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{r_j} \end{bmatrix} J_{Jac,r_j} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.27)$$

$$J_m = \text{diag}(J_{m_j}) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.28)$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \text{mit } s_j = [0, 0, 0, 0, 0, J_{m_j}] J_{Jac,r_j} \in \mathbb{R}^{1 \times n}. \quad (2.29)$$

Die Matrix  $S(q)$  ist in diesem Fall eine untere Dreiecksmatrix und stellt die Trägheitskopplung zwischen dem Motor und seinem zugehörigem Segment dar.

### Gesamte kinetische Energie:

Die gesamte kinetische Energie des Roboters ergibt sich aus der Summe der kinetischen Energien aller Segmente (2.19) und aller Rotoren (2.26). Somit kann sie wie folgt geschrieben werden

$$\mathcal{K} = K_s + K_r = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m^T & \dot{q}^T \end{bmatrix} \mathcal{M}(q) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

mit

$$\mathcal{M}(q) = \begin{bmatrix} J_m & S(q) \\ S^T(q) & M(q) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}. \quad (2.31)$$

Hierbei ist  $M(q) = M_s(q) + M_r(q)$ .

## B) Potentielle Energie

Die potentielle Energie des Gesamtroboters ist eine Kombination aus der durch die Schwerkraft verursachten potentiellen Energie und der potentiellen Energie aus den Gelenkelastizitäten.

Die potentielle Energie  $U_g$ , die durch die Schwerkraft verursacht wird, ist die Summe der potentiellen Energien aller Rotoren  $U_{g,r_j}$  und aller Segmente  $U_{g,s_j}$ . Nach Annahme 2.5 ist die potentielle Energie der Rotoren  $U_{g,r}$  von der antriebsseitigen Position  $\theta_m$  unabhängig. Der Gravitationsterm kann somit nur unter Verwendung der abtriebsseitigen Position  $q$  berechnet werden. So kann die gesamte potentielle Energie  $U_g$  durch

$$U_g(q) = \sum_{j=1}^n (U_{g,r_j} + U_{g,s_j}) = \sum_{j=1}^n g_o^T (m_{r_j} p_{r_j} + m_{s_j} p_{s_j}) \quad (2.32)$$

berechnet werden, wobei  $g_o \in \mathbb{R}^3$  der Erdbeschleunigungsvektor ist.

Die potentielle Energie der Gelenkelastizitäten  $U_e(\theta_m, q)$  ist durch

$$U_e(\theta_m, q) = \frac{1}{2} (T\theta_m - q)^T K (T\theta_m - q) \quad (2.33)$$

gegeben, wobei die Steifigkeit  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  positiv definit und symmetrisch ist. Deren Gestalt wurde wie in Gleichung (2.11) angenommen.

Zusammenfassend ergibt sich die gesamte potentielle Energie des Roboters  $\mathcal{U}$  zu

$$\mathcal{U}(\theta_m, q) = U_g(q) + U_e(\theta_m, q). \quad (2.34)$$

## C) Dissipationsenergie

Bei Robotern mit elastischen Gelenken wird die Energie durch die Reibung und die Gelenkdämpfung dissipiert. Zunächst lässt sich die Dissipationsenergie der Dämpfung durch

$$F = \frac{1}{2} (T\dot{\theta}_m - \dot{q})^T D (T\dot{\theta}_m - \dot{q}) \quad (2.35)$$

beschreiben. Hierbei ist  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die als konstant vorausgesetzte Dämpfungsmatrix, deren Gestalt bereits in Gleichung (2.11) dargestellt wurde.

Die Reibung lässt sich nicht durch eine Funktion der Dissipationsenergie in Motorkoordinaten darstellen, kann aber einer sog. Rayleigh-Dissipationsfunktion  $F_r(\dot{\theta}_m)$  genügen.

Diese Funktion definiert einen strikt passiven Operator für die Motorgeschwindigkeit [88], [87]

$$\dot{\theta}_m \mapsto \frac{\partial F_r(\dot{\theta}_m)}{\partial \dot{\theta}_m} \quad (2.36)$$

und muss im Lagrange-Formalismus berücksichtigt werden.

### 2.5.3 Vollständiges dynamisches Modell

Durch Einsetzen der Energien des Roboters (2.30) und (2.34) in die Gleichung (2.12) erhält man die Lagrange-Funktion. Mit Ergänzung des Reibmoments in Motorkoordinaten  $\tau_{fm}$  ergeben sich die Dynamikgleichungen (2.14) unter Verwendung der Lagrange-Funktion und der Dissipationsenergie (2.35) zu <sup>2</sup>

$$\begin{bmatrix} u_m \\ 0_{nx1} \end{bmatrix} = \mathcal{M}(q) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_m \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \mathcal{C}(q, \dot{q}) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{nx1} \\ G(q) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) \\ -(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{fm} \\ 0_{nx1} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\tau = K(T\theta_m - q), \quad (2.38)$$

wobei  $\mathcal{C}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{2nx2n}$  die Coriolis-/Zentrifugalmatrix ist, deren Elemente nach [99] durch

$$c_{jk} = \sum_{l=1}^{2n} c_{jkl} \dot{\theta}_l \quad (2.39)$$

mit

$$c_{jkl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathcal{M}_{jk}}{\partial \theta_l} + \frac{\partial \mathcal{M}_{jl}}{\partial \theta_k} - \frac{\partial \mathcal{M}_{kl}}{\partial \theta_j} \right) \quad (2.40)$$

berechnet werden können. Die Gravitation  $G(q)$  ergibt sich durch  $G(q) = \partial U_g / \partial q$ . Das kommandierte Motordrehmoment wird als  $u_m$  bezeichnet.

---

<sup>2</sup>Da die Matrix  $K$  symmetrisch ist, gilt  $\theta_m^T T^T K q = q^T K T \theta_m$ . Es folgt, dass auch  $\frac{\partial(\theta_m^T T^T K q + q^T K T \theta_m)}{\partial \theta_m} = 2T^T K q$  gilt. Es führt dazu, dass die Ableitung der potentiellen Energie der Gelenkelastizitäten nach Zustand  $\Theta$

$$\frac{\partial(U_e = \frac{1}{2}(T\theta_m - q)^T K(T\theta_m - q))}{\partial \Theta} = \begin{bmatrix} \partial U_e(\theta_m, q) / \partial \theta_m \\ \partial U_e(\theta_m, q) / \partial q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T K(T\theta_m - q) \\ K(q - T\theta_m) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} T^T \tau \\ -\tau \end{bmatrix}$$

berechnet wird. Entsprechend gilt auch für die Berechnung mit Dissipationsenergie der Gelenkelastizitäten

$$\frac{\partial(F = \frac{1}{2}(T\dot{\theta}_m - \dot{q})^T D(T\dot{\theta}_m - \dot{q}))}{\partial \dot{\Theta}} = \begin{bmatrix} \partial F(\dot{\theta}_m, \dot{q}) / \partial \dot{\theta}_m \\ \partial F(\dot{\theta}_m, \dot{q}) / \partial \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T D(T\dot{\theta}_m - \dot{q}) \\ D(\dot{q} - T\dot{\theta}_m) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} T^T DK^{-1}\dot{\tau} \\ -DK^{-1}\dot{\tau} \end{bmatrix}.$$

### 2.5.4 Reduziertes dynamisches Modell

**Annahme 2.6:** Die kinetische Energie der Rotoren wird im wesentlichen nur durch die eigene Bewegung bestimmt.

Diese Annahme trifft beim DLR-Medizinroboter gut zu, weil hier Motorübersetzungen von ca. 75:1 bis 160:1 vorliegen. Somit ist die Gelenkgeschwindigkeit ziemlich gering im Vergleich zur eigentlichen Rotorgeschwindigkeit und so kann die wechselseitige Rückwirkung der Bewegung der Segmente auf die kinetische Energie der Rotoren vernachlässigt werden. Diese Annahme bewirkt, dass für die rotatorische Rotorgeschwindigkeit in Gleichung (2.23)  $\omega_{r_j} = [0, 0, 1]^T \dot{\theta}_{m_j}$  mit  $j = 1..n$  gilt und der Term  $S(q)$  in Gleichung (2.31) (bzw. in Gleichung (2.30)) somit zu Null gesetzt werden kann. Somit ergibt sich aus Gleichung (2.37) das vereinfachte dynamische Modell, das in dieser Arbeit für die nachfolgenden Untersuchungen zugrunde gelegt wird

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) + \tau_{fm} \quad (2.41)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (2.42)$$

$$\tau = K(T\theta_m - q). \quad (2.43)$$

Dieses dynamische Gleichungssystem für den DLR-Medizinroboter verfügt über Eigenschaften, wie sie bereits in [12], [58] und [99] für Starrkörperroboter beschrieben wurden. Um die Regelung entwerfen und die Stabilität für den Roboter im Rahmen dieser Arbeit analysieren zu können, werden folgende Eigenschaften des Robotermodells benutzt.

- **Eigenschaft E2.1:** Die Massenmatrix ist symmetrisch und positiv definit

$$M(q) = M^T(q), \text{ und } x^T M(q)x > 0 \quad \{ \forall x, q \in \mathbb{R}^n \mid x \neq 0 \} \quad (2.44)$$

und für die Eigenwerte  $\lambda$  gilt

$$\lambda_m \leq \|M(q)\| \leq \lambda_M, \quad (2.45)$$

wobei  $\lambda_m$  der minimale und  $\lambda_M$  der maximale Eigenwert von  $M(q)$  sind.

- **Eigenschaft E2.2:** Die Matrix  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  ist schiefsymmetrisch und es gilt

$$x^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0 \quad \{ \forall x, q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n \}. \quad (2.46)$$

- **Eigenschaft E2.3:** Es existiert eine reelle Zahl  $\alpha > 0$ , so dass

$$\|G(q_1) - G(q_2)\| \leq \alpha \|q_1 - q_2\| \quad (2.47)$$

gilt, oder

$$|U_g(q_d) - U_g(q) + (q - q_d)^T G(q_d)| \leq \frac{1}{2} \alpha \|q_d - q\|^2. \quad (2.48)$$

## 2.6 Modellierung der Reibung

Reibung entsteht gemäß tribologischen Gesetzmäßigkeiten durch relative Bewegung zwischen zwei Oberflächen, die in Kontakt stehen. Im Roboter kann die Reibung zu Abweichungen, Grenzyklen oder unerwünschten Stick-Slip Bewegungen führen. Deswegen sind Modellierung und Kompensation der Reibungseffekte notwendig. Könnte die Reibung exakt modelliert werden, dann wäre es möglich, deren nichtlineare Effekte durch eine Vorsteuerung bei der Regelung vollständig zu kompensieren. Zudem ist ein Reibungsmodell auch nötig, um die Stabilität der gesamten Regelung analysieren zu können. Das hier mathematisch formulierte Reibungsmodell soll erlauben, die meisten beobachteten Reibphänomene allgemein zu beschreiben. In diesem Abschnitt werden zwei Reibungsmodelle (ein statisches und ein dynamisches Reibungsmodell) vorgestellt, die zur Reibungskompensation am DLR-Medizinroboter eingesetzt werden.

### 2.6.1 Statisches Reibungsmodell (SRM)

Das statische Reibungsmodell wird sehr ausführlich in Standardwerken behandelt. Die meisten klassischen Reibungsmodelle basieren auf der Annahme, dass die Motorgeschwindigkeit bekannt ist. Solche Modelle beschreiben den Effekt der viskosen Reibung, der Stribeck-Reibung und der Coulomb-Reibung, wie in [14] dargestellt. Im Falle eines Roboters mit elastischen Gelenken, der mit Drehmomentsensoren ausgestattet ist, wurde in [6], [67] zusätzlich eine lastabhängige Reibungskomponente betrachtet.

#### ***Coulomb-Reibung:***

Das Coulomb-Reibungsmodell beschreibt einen Effekt, durch den ein konstantes Reibmoment in Abhängigkeit vom Vorzeichen der Motorgeschwindigkeit auftritt. Sein mathematisches Modell mit Coulomb-Koeffizienten  $f_c$  wird wie folgt dargestellt

$$\tau_{fm} = f_c \operatorname{sign}(\dot{\theta}_m). \quad (2.49)$$

#### ***Lastabhängige Reibung:***

Dieses Reibphänomen ist von der Belastung des Antriebs abhängig. Es wird durch eine Funktion des in Motorkoordinaten umgerechneten lastabhängigen Drehmoments dargestellt. Hierbei kommt ein lastabhängiger Koeffizient  $f_l$  zum Einsatz

$$\tau_{fm} = f_l |\tau_m|, \quad \text{mit } \tau_m = T^T \tau. \quad (2.50)$$

#### ***Viskose Reibung:***

Aufgrund der Viskosität in bewegten fluiden Medien tritt dieses Reibmoment nur während einer Bewegung auf. Sie kann durch eine Funktion in Abhängigkeit von der Motorgeschwindigkeit durch einen viskosen Koeffizienten  $f_v$  beschrieben werden

$$\tau_{fm} = f_v \dot{\theta}_m. \quad (2.51)$$

**Haftreibung:**

Im Stillstand kann die Reibung nicht mehr durch eine Funktion der Motorgeschwindigkeit, sondern nur durch das angreifende Motormoment  $u_m$  beschrieben werden. Erst wenn das angreifende Motormoment einen Momentengrenzwert (das sog. Losbrechmoment  $f_h$ ) übersteigt, kann die Bewegung aus dem Stillstand fortgesetzt werden

$$\tau_{fm} = \begin{cases} u_m & \text{wenn } \dot{\theta}_m = 0 \text{ und } |u_m| < f_h \\ f_h \text{sign}(u_m) & \text{wenn } \dot{\theta}_m = 0 \text{ und } |u_m| \geq f_h. \end{cases} \quad (2.52)$$

**Stribeck-Reibung:**

Bei kleinen Motorgeschwindigkeiten direkt nach der Überwindung des Losbrechmoments tritt diese Reibungsvariante auf. Die Reibung nimmt mit stetig steigender Motorgeschwindigkeit bis auf den Betrag der Coulomb-Reibung ab. Dieses Reibphänomen wird durch das Stribeck-Modell

$$\tau_{fm} = (f_h - f_c) e^{-|\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_c}|^\gamma} \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (2.53)$$

beschrieben, wobei  $\dot{\theta}_c$  eine kleine konstante Motorgeschwindigkeit und  $\gamma$  ein konstanter Skalar darstellt.

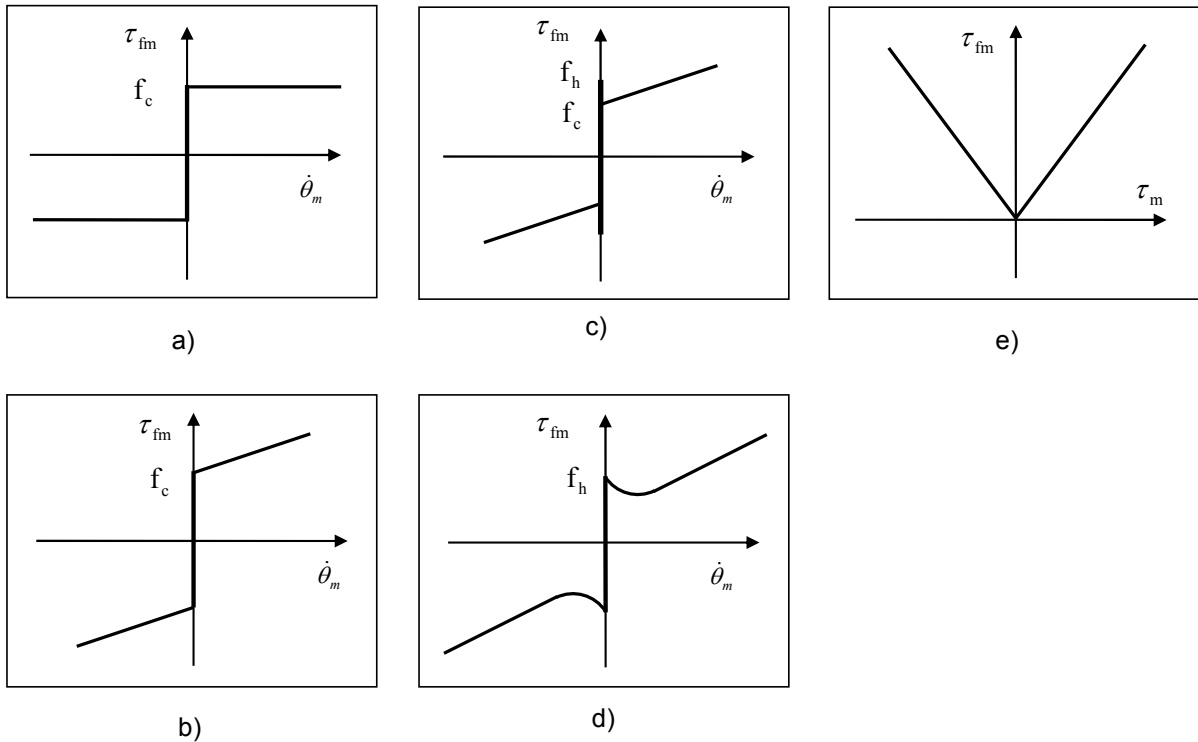


Abbildung 2.6: Die möglichen Kombinationen der klassischen Reibphänomene. a) Coulomb Reibung; b) Coulomb und viskose Reibung; c) Coulomb Reibung, Haftreibung und viskose Reibung; d) Coulomb, Stribeck und viskose Reibung; e) Lastabhängige Reibung.

Allgemein baut sich das mathematische Reibungsmodell als eine Kombination aus diesen Reibphänomenen auf. Eine Visualisierung der möglichen Kombinationen wird in

der Abbildung 2.6 vorgenommen. Für den Medizinroboter wurde folgendes statisches Reibungsmodell ausgewählt

$$\tau_{fm} = \begin{cases} \min(|u_m|, f_h + f_l |\tau_m|) \text{sign}(u_m), & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| \leq \epsilon \\ (f_c + f_l |\tau_m| + (f_h - f_c) e^{-|\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_c}|^\gamma}) \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_v \dot{\theta}_m, & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| > \epsilon \end{cases} \quad (2.54)$$

mit

$$\tau_m = T^T \tau, \quad (2.55)$$

wobei  $\epsilon$  eine kleine Konstante ist. Das kommandierte Motordrehmoment wird als  $u_m$  bezeichnet.

### 2.6.2 Dynamisches Reibungsmodell (DRM) - LuGre Modell

In Applikationen, die eine hohe Positioniergenauigkeit bei gleichzeitig geringen Geschwindigkeiten für die Bahnverfolgung benötigen, sind die Ergebnisse einer Reibungskompensation mit dem SRM nicht mehr ausreichend. Somit wird ein neues Reibungsmodell (ein dynamisches Reibungsmodell) notwendig, um die Reibphänomene beim Durchgang der Null-Geschwindigkeit bzw. bei Null-Geschwindigkeit besser beschreiben zu können.

In der Literatur wurden einige klassische DRM vorgestellt, wie z. B. das Modell von Dahl [30] oder das LuGre-Modell [33]. Sie können durch Zustandsgleichungen beschrieben werden, sind also nicht nur von der Geschwindigkeit abhängig. In Rahmen dieser Arbeit wird das LuGre-Modell behandelt und zur Reibungskompensation am DLR-Medizinroboter eingesetzt. In [33] wurde gezeigt, dass das LuGre-Modell Reibeigenschaften wie Hystereseverhalten, Verhalten ähnlich einer Feder in Haftreibung (spring-like behavior), Veränderung der Losbrechkraft (break away force) oder Stick-Slip Bewegung darstellen kann. Eine intuitive Darstellung dieser Reibphänomene ist das Borsten-Modell. Physikalisch kann man sich zwei mit Borsten besetzte Oberflächen vorstellen, die sich gegenüber stehen, wie in Abbildung 2.7 gezeigt. Dabei kommt es zu einer Berührung der Borsten durch die jeweils andere Seite. Somit können die Borsten der gegenüberliegenden Oberflächen untereinander mechanisch interagieren. Dadurch tritt Reibung auf. Es wird dabei angenommen, dass die geleistete Reibungskraft jeder Borste proportional zur Spannung der Borste ist. Sollte die Spannung einer Borste eine gewisse mechanische Grenze überschreiten, so bricht sie und leistet keinen Beitrag mehr.

#### ***Positionsabhängiges Reibmoment:***

Durch experimentelle Beobachtungen wurde nachgewiesen, dass die Reibung nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Position abhängig ist. Diese Positionsabhängigkeit beschreibt ein Hysteresese-Phänomen zwischen Position und Reibmoment und wird wie in Abbildung 2.8.a dargestellt.

#### ***Reibungshysteresese:***



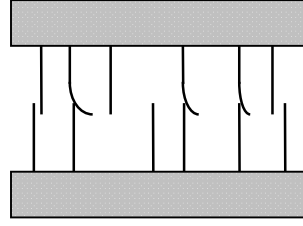


Abbildung 2.7: Das Borsten-Reibungsmodell in [33].

Diese Hysterese im Reibverhalten entsteht zwischen Reibmoment und Geschwindigkeit, wenn die Geschwindigkeit bei konstantem Vorzeichen des Lastmomentes variiert wird. Das Reibmoment ist somit bei sinkender Geschwindigkeit kleiner als bei steigender Geschwindigkeit. Die Hysterese-Schleife wird umso größer je höher der Betrag der Geschwindigkeitsveränderung ist. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 2.8.b dargestellt.

### ***Veränderung des Losbrechmoments:***

Sobald das kommandierte Moment einen Grenzwert überschreitet, setzt sich der Motor in Bewegung und die Geschwindigkeit nimmt einen Wert ungleich Null an. Das Losbrechmoment wurde erreicht, wenn eine deutliche Änderung der Geschwindigkeit beobachtet werden kann. Durch Simulationen und Experimente konnte gezeigt werden, dass das Losbrechmoment sich in Abhängigkeit von der Änderungsgeschwindigkeit des kommandierten Moments verändert.

### ***Stick-Slip Bewegung:***

Das Phänomen tritt bei sehr geringer Geschwindigkeit auf. Wenn das kommandierte Moment das Losbrechmoment erreicht hat, beginnt der Motor zu drehen. In dieser Phase nimmt das Reibmoment wegen der Stribeck-Reibung von der Höhe der Haftreibung schnell auf die Höhe der Coulomb-Reibung ab. Die treibende Regelungsabweichung reduziert sich dadurch, was zu einer Reduktion des kommandierten Drehmoments führt. Dies führt dazu, dass der Regler den Motor abbremst, bis dieser die Haftreibungsschwelle wieder unterschreitet. Bei erneutem Anstieg der Regelungsabweichung wiederholt sich dieser Ablauf.

Das LuGre-Modell wurde in [33] durch

$$\tau_{fm} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v \dot{\theta}_m \quad (2.56)$$

beschrieben, mit der inneren Zustandsgröße  $z$ . Hierbei werden  $\sigma_0$  als die Steifigkeitskoeffizienten und  $\sigma_1$  als die Dämpfungskoeffizienten des LuGre-Modells bezeichnet. Die Zustandsgröße  $z$  genügt dabei der Differentialgleichung

$$\dot{z} = \dot{\theta}_m - \frac{|\dot{\theta}_m|}{g_z} \sigma_0 z \quad (2.57)$$

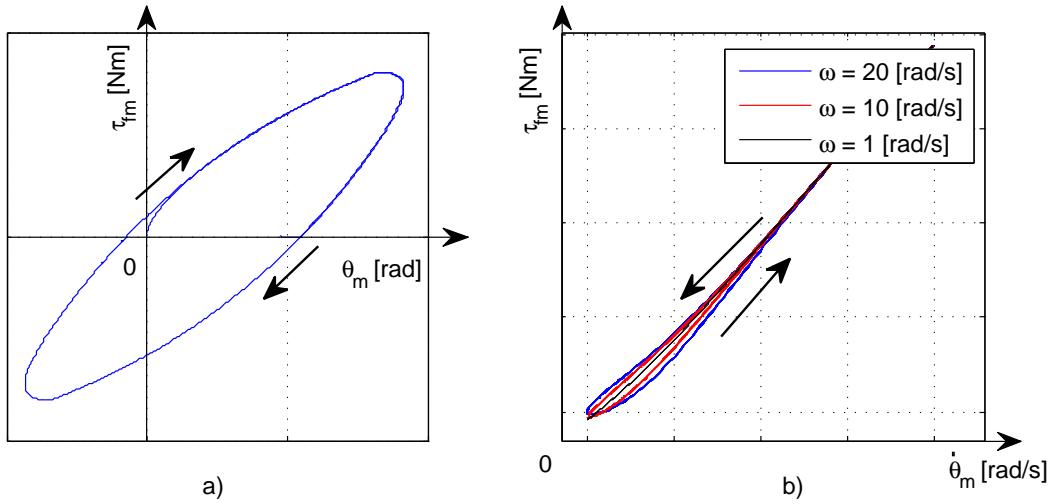


Abbildung 2.8: Ergebnisse der Simulation des LuGre-Modells mit Sinus-Trajektorie für Doppelgelenk 2-3: a) Positionsabhängiges Reibmoment; b) Reibungshysterese.

mit

$$g_z = f_c + f_l |\tau_m| + (f_h - f_c) e^{-|\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_c}|^\gamma}. \quad (2.58)$$

Analog zum statischen Reibungsmodell (2.54) werden die Koeffizienten der Coulomb-Reibung, der viskosen Reibung, der Haftreibung und der lastabhängigen Reibung als  $f_c$ ,  $f_v$ ,  $f_h$  und  $f_l$  bezeichnet.

**Dissipativität des LuGre-Modells:** Die Abbildung  $\varphi : \dot{\theta}_m \mapsto z$  ist dissipativ mit der Funktion  $V(t) = \frac{1}{2} z(t)^2$  [33]:

$$\int_0^t z(\zeta) \dot{\theta}_m(\zeta) d\zeta \geq V(t) - V(0). \quad (2.59)$$

### **Beweis:**

Durch Einsetzen der Gleichung (2.57) in das Produkt  $z\dot{\theta}_m$  ergibt sich

$$z\dot{\theta}_m = z \frac{dz}{dt} + \frac{|\dot{\theta}_m|}{g_z} \sigma_0 z^2 \geq z \frac{dz}{dt}. \quad (2.60)$$

Es folgt

$$\int_0^t z(\zeta) \dot{\theta}_m(\zeta) d\zeta \geq \int_0^t z(\zeta) \frac{dz(\zeta)}{d\zeta} d\zeta \geq V(t) - V(0). \quad (2.61)$$

# 3

## Parameteridentifikation des DLR-Medizinroboters

Im Kapitel 2 wurde das Dynamikmodell für den DLR-Medizinroboter vorgestellt. Sie basiert auf einem Modellansatz für Roboter mit elastischen Gelenken unter Berücksichtigung der speziellen Verkopplungen in den Doppelgelenken. Um die modellbasierten Regler für den Roboter entwerfen zu können, müssen die Modellparameter des Roboters bestimmt werden. Außerdem kann das Reibungsmodell zur Reibungskompensation verwendet werden. Ziel dieses Kapitels wird es also sein, die Parameter sowohl der Gelenkelastizität als auch der Reibung zu identifizieren sowie die Parameter des Starrkörpermodells zu bestimmen. Wegen der Komplexität und Nichtlinearität des Robotermodells muss die Identifikationsmethode geeignet ausgewählt werden, so dass die Parameter dieses identifizierten Modells gut bestimmt werden können und im betrachteten Arbeitsraum des Roboters physikalisch erklärbar sind. Dementsprechend soll das dynamische Verhalten der Simulation und des realen Experimentes im Arbeitsraum gut übereinstimmen.

Zunächst werden in Abschnitt 3.1 Vorüberlegungen über die in dieser Arbeit verwendeten Verfahren zur Identifikation angestellt. Danach wird in Abschnitt 3.2 die Identifikation der Starrkörperparameter vorgestellt. Anschließend wird in Abschnitt 3.3 auf die Identifikation der Elastizitätsparameter und der Reibparameter eingegangen. Zum Schluss werden in Abschnitt 3.4 Simulationen des Robotermodells mit den identifizierten Parametern durchgeführt und mit den Experimenten verglichen, um die Gültigkeit des Robotermodells im Arbeitsraum nachzuprüfen.

### 3.1 Vorüberlegungen zur Durchführung der Identifikation

Im Allgemeinen wird ein Robotermodell durch ein nichtlineares Modell mathematisch wie folgt beschrieben

$$\dot{x} = f(x, u, \beta) \quad (3.1)$$

$$y = g(x, u, \beta). \quad (3.2)$$

Dabei ist  $u$  der Vektor der Eingangsgrößen,  $y$  der Vektor der messbaren Ausgangsgrößen und  $x$  der Vektor der Zustandsgrößen. Der Vektor  $\beta$  wird als unbekannter Parametervektor des Modells bezeichnet, der durch die Identifikation bestimmt werden muss.

Mit Hilfe von Matlab-Simulink und den in der Matlab "Optimization Toolbox" implementierten Optimierungsverfahren kann im Allgemeinen ein beliebig nichtlineares Modell, das sich durch die Gleichungen (3.1) und (3.2) mathematisch beschreiben lässt, identifiziert werden. Um eine genaue Schätzung für den dynamischen Parametervektor  $\beta$  zu bestimmen, wird die  $L_2$ -Norm der Fehlerfunktion zwischen dem gemessenen Ausgang und dessen Schätzung aus der Simulation berechnet und durch das Optimierungsverfahren minimiert

$$e = \| y(x, u, \beta) - \hat{y}(\hat{x}, u, \hat{\beta}) \|_2 \rightarrow 0. \quad (3.3)$$

Hierbei betrachtet jeder Optimierungsschritt  $t_k$  die gesamte simulierte Trajektorie. Da diese Berechnung im Allgemeinen nichtlinear ist, ergibt sich meistens ein nichtlineares Optimierungsproblem mit sehr langen Rechenzeiten. Auch wenn die Zustände nicht vollständig messbar sind, wird der Identifikationsprozess mit Hilfe des nichtlinearen Simulationsmodells durchgeführt, wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Durch wiederholte Iterationsschritte und Auswertungen der Fehlerfunktion können Lösungen des Optimierungsproblems gefunden werden. Es ist hier zu beachten, dass die numerischen Verfahren bei nichtlinearen Optimierungsproblemen in der Regel nur ein lokales Minimum berechnen können. Nichtlineare Abhängigkeiten liefern jedoch oft Fehlerfunktionen, die mehrere lokale Minima besitzen. Welches lokale Minimum berechnet wird, hängt dabei direkt vom gewählten Startpunkt ab. Ein geeigneter Startpunkt muss hierfür typischerweise experimentell ermittelt werden. Außerdem sollte immer überprüft werden, ob das so berechnete lokale Minimum tatsächlich eine brauchbare Lösung darstellt, die den konkreten physikalischen Parametern der Strecke gerecht wird.

In einigen Fällen kann der Ausgang  $y$  des Systems (3.1), (3.2) direkt durch die von den Zuständen abhängige nichtlineare Regressor-Matrix  $\Pi$  als

$$y = \Pi(x)\beta \quad (3.4)$$

dargestellt werden. Wenn die Zustandsgrößen entweder durch direkte Messung oder indirekt durch Berechnung bestimmt werden können, dann ist die Regressor-Matrix  $\Pi(x)$

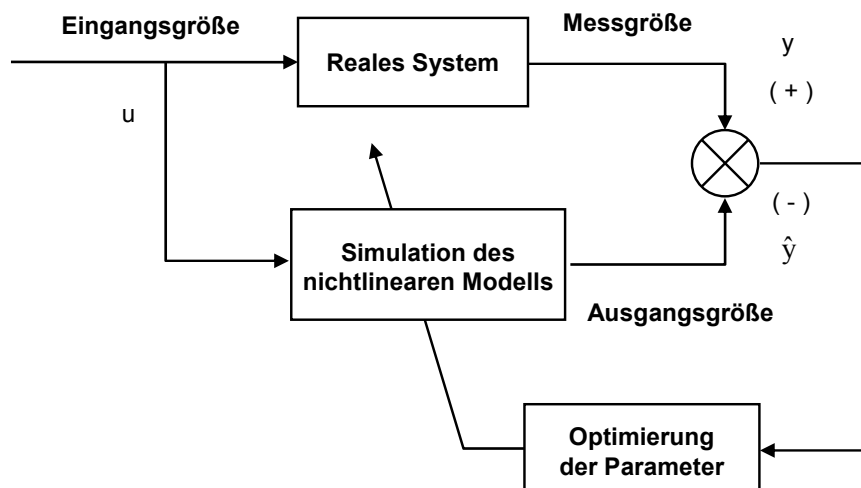


Abbildung 3.1: Identifikation mit nichtlinearem Simulationsmodell.

bekannt. Dadurch kann das nichtlineare Optimierungsproblem auf ein lineares Optimierungsproblem zurückgeführt werden, wodurch auch die Rechenzeit des Identifikationsprozesses deutlich reduziert wird. Mit Hilfe der Matlab "Optimization Toolbox" kann dieser Identifikationsprozess automatisch und effizient durchgeführt werden. Dabei können die Identifikationsparameter auch betragsmäßig beschränkt werden, so dass die Ergebnisse des Identifikationsprozesses in einem den physikalischen Grenzwerten entsprechenden Intervall liegen.

Die Parameteridentifikation ist online oder offline möglich. Außerdem kann die Identifikation der Gelenkparameter nach dem Zusammenbau des Roboters oder für jedes Einfach- und Doppelgelenk separat auf einem dafür vorgesehenen Prüfstand erfolgen. Aufgrund der Vielzahl der Modellparameter und der Nichtlinearität des Modells erscheint die Offline-Identifikationsmethode im Prüfstand für Gelenkparameter am besten geeignet. Die Parameter des Starrkörpermodells werden offline getrennt bestimmt.

Die Offline-Methode hat zwei entscheidende Vorteile. Zum einen spielt die Rechenzeit keine nennenswerte Rolle. Somit können komplizierte Algorithmen zur Optimierung verwendet und für die Optimierung der Identifikation benötigte Messungen gezielt durchgeführt werden, um deren Ergebnisse zu verbessern. Zum anderen kann die Anzahl der jeweils zu optimierenden Parameter bei der Identifikation einzelner Einfach- oder Doppelgelenke im Prüfstand minimiert werden. Außerdem reduziert sich die Komplexität der Identifikation der Elastizität, weil nur die jeweilige Gelenkelastizität betrachtet wird, die unabhängig von den Verkopplungen und zusätzlichen Elastizitäten ist, die beim zusammengebauten Roboter auftreten. Zudem wird die Inbetriebnahme der Mechanik und Elektronik im Prüfstand durchgeführt. Auch die Drehmomentsensoren des DLR-Medizinroboters werden im Prüfstand kalibriert, weil sie bei den Doppelgelenken 4-5 und 6-7 redundant ausgeführt sind und für ihre Kalibration verschiedene Messungen gezielt

durchgeführt werden müssen.

Die ausgewählte offline Identifikation im Prüfstand hat allerdings Nachteile, z. B. dass die identifizierten Parameter bei zeitvarianten Parametern der Strecke im laufenden Betrieb nicht mehr genau sind. Dieses Problem kann theoretisch durch adaptive Regelungsansätze behoben werden. Einer der wichtigsten Faktoren, der auch die Regelung des Systems qualitativ stark beeinflusst, ist die Reibung. Um die zeitvarianten Reibungsparameter im Betrieb zu kompensieren, kommt ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation zum Einsatz. Darauf wird später im Kapitel 5 noch genauer eingegangen.

### 3.2 Identifikation der Starrkörperparameter

Um die dynamischen Gleichungen des Starrkörpermodells des Roboters erzeugen zu können, die sowohl für die Simulation als auch für die Regelung benötigt werden, müssen die Starrkörperparameter wie Schwerpunkt, Masse oder Trägheit jedes einzelnen Teilkörpers bekannt sein. Sie werden entweder durch physikalische Experimente, durch Identifikation [99], [58] oder durch Berechnung mit Hilfe des CAD-Modells ermittelt.

- **Physikalische Experimente:** Die experimentellen Messungen zur Identifikation der dynamischen Parameter werden getrennt für jeden Teilkörper durchgeführt, wenn der Roboter vor dem Zusammenbau noch weitgehend in seine Einzelteile zerlegt ist. Beispielsweise kann die Masse direkt gewogen, der Massenschwerpunkt durch die Bestimmung des Gleichgewichtspunktes eines Segments geschätzt und die Massenträgheit (in diesem Fall deren Diagonalelemente) durch Pendelbewegungen bestimmt werden.
- **Identifikation:** Durch die Benutzung der dynamischen Modellgleichungen können die dynamischen Parameterwerte des Roboters geschätzt werden. Dafür ist ein Ansatz als Starrkörpermodell durch

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \Pi(\ddot{q}, \dot{q}, q)\beta \quad (3.5)$$

gegeben, wobei  $\Pi$  die Regressor-Matrix und  $\beta$  der Parametervektor ist. Dieser Parametervektor besteht jeweils aus Masse, Schwerpunkt und Massenträgheit aller einzelnen Segmente entsprechend  $m_j$ ,  $l_{c\mathcal{S}_j}$  mit  $\mathcal{S} = \{x, y, z\}$  und  $I_{\mathcal{M}_j}$  mit  $\mathcal{M} = \{xx, yy, zz, xy, xz, yz\}$ . Jeder dynamische Parametersubvektor eines einzelnen Segments kann durch

$$\beta_j = [m_j \quad m_j l_{cx_j} \quad m_j l_{cy_j} \quad m_j l_{cz_j} \quad I_{xx_j} \quad I_{xy_j} \quad I_{xz_j} \quad I_{yy_j} \quad I_{yz_j} \quad I_{zz_j}]^T \quad (3.6)$$

dargestellt werden. Dabei wird angenommen, dass die Drehmomentsensoren hinreichend gut kalibriert sind und das Drehmoment  $\tau$ , die Gelenkposition  $q$  sowie deren

höhere Ableitungen  $\dot{q}$  und  $\ddot{q}$  bekannt sind. Zur dynamischen Parameteridentifikation wird die Fehlerfunktion zwischen dem gemessenen Drehmoment und dessen Schätzung durch Gleichung (3.5) minimiert, so dass die Schätzung der Parameter  $\hat{\beta}$  gegen die realen Parameter  $\beta$  konvergiert.

- **Berechnung mit Hilfe des CAD-Modells:** Durch Informationen über Geometrie und verwendete Materialien können mit Hilfe eines 3D-CAD-Modells die Massen, Schwerpunkte und Massenträgheiten aller Starrkörper in einem entsprechenden Koordinatensystem für den Roboter berechnet werden.

Da die letztgenannte Methode mit Hilfe des CAD-Modells eine hohe Genauigkeit bei der Berechnung der dynamischen Parameter des Starrkörpermodells erreichen kann, wird sie beim DLR-Medizinroboter [46] ausgewählt, um die dynamischen Parameter zu bestimmen. Das dynamische Modell des DLR-Medizinroboters wird danach beim Zusammenbau des Roboters mit Hilfe der kalibrierten Drehmomentsensoren experimentell nachgeprüft. Dafür werden die Daten eines Experiments mit konstanter und langsamer Sollgeschwindigkeit aufgenommen und die mit Hilfe des dynamischen Modells ermittelten Gravitationsmomente der Gelenke werden mit den gemessenen abtriebsseitigen Drehmomenten verglichen.

### 3.3 Identifikation der Gelenkparameter

Neben der antriebsseitigen Position bietet es sich beim DLR-Medizinroboter an, auch die abtriebsseitige Position und das abtriebsseitige Drehmoment zur Identifikation einzusetzen. Aber nur die antriebsseitige Position und das abtriebsseitige Drehmoment werden beim DLR-Medizinroboter wirklich in der Identifikation für die Gelenkparameter benutzt, weil die abtriebsseitige Position die geforderte Meßgenauigkeit nicht liefern kann. Dabei werden die Gelenkparameter in zwei voneinander unabhängige Gruppen entsprechend den einzelnen Identifikationsmethoden eingeteilt

- **Elastizitätsparameter:** Steifigkeit und Dämpfung,
- **Reibungsparameter:** Parameter des statischen und dynamischen Reibungsmodells.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Gelenkparameter immer im Prüfstand offline bestimmt und die dazu zugehörigen Optimierungen werden mit Hilfe der Matlab "Simulink und Optimization Toolbox" durchgeführt. Dafür wird jedes Einfachgelenk oder Doppelgelenk einzeln im Prüfstand mit einer spezifischen abtriebsseitigen Last versehen, die einer Belastung durch die restlichen Elemente der kinematischen Kette des Medizinroboters an

diesem Gelenk gleichzusetzen ist. Die benötigten Messungen werden dann durchgeführt, so dass die zu identifizierenden Parameter zielgerichtet angeregt werden.

Für die Identifikation werden die folgenden dynamischen Gleichungen eines Doppelgelenks (bzw. eines Einfachgelenks)

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) + \tau_{fm} \quad (3.7)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M\ddot{q} + g(q) \quad (3.8)$$

$$\tau = K(T\theta_m - q) \quad (3.9)$$

benötigt, mit

$$g(q) = \begin{bmatrix} m_{l_1} g_0 l_{c_1} \sin(q_1) \\ m_{l_2} g_0 l_{c_2} \sin(q_2) \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Dabei sind  $m_{l_j}$  die Masse und  $l_{c_j}$  der Schwerpunkt der abtriebsseitigen Gesamtlast eines einzelnen Gelenks  $j$  mit  $j = \{1..2\}$ .  $g_0 \in \mathbb{R}$  ist die Gravitationsbeschleunigung. Die Motorträgheitsmatrix  $J_m \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , die Massenträgheitsmatrix  $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , die Steifigkeitsmatrix  $K \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und die Dämpfungsmatrix  $D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  sind konstant und symmetrisch positiv definit. Der Vektor des Reibungsmoments in Motorkoordinaten wird beim Doppelgelenk als  $\tau_{fm} \in \mathbb{R}^2$  bezeichnet.  $T \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ist die Positionsübertragungsmatrix eines Doppelgelenks. Im Falle eines Einfachgelenks reduzieren sich alle Matrizen und Vektoren zu entsprechenden Skalaren.

### 3.3.1 Identifikation der Gelenkelastizität

Beim DLR-Medizinroboter sind abgesehen vom Einfachgelenk 1 die Doppelgelenke 2-3, 4-5 und 6-7 jeweils stark verkoppelt. Eine gezielte Anregung in einer Achse führt hier immer und unmittelbar zu einer ungewünschten Anregung der verkoppelten Achse. Diese Verkopplungsschwingung mit mehreren überlagerten Schwingungsfrequenzen kann beim gemessenen abtriebsseitigen Drehmoment beobachtet werden, beispielsweise beim Doppelgelenk 4-5, wie in Abbildung 3.2 gezeigt. Daraus folgt, dass sich die Gelenkelastizität jedes einzelnen Gelenks bei einem Doppelgelenk nicht getrennt identifizieren lässt.

Wie schon in Kapitel 2 gezeigt wurde, können die Gelenksteifigkeit  $K$  und die Gelenkdämpfung  $D$  durch den linearen Zusammenhang mit dem abtriebsseitigen Drehmoment  $\tau$  und dessen Ableitung  $\dot{\tau}$  (3.9) modelliert werden. Daher besteht deren Identifikation darin, den Abtrieb zu Schwingungen anzuregen, während der Antrieb durch die Motorbremsen festgehalten wird. Dadurch erhält man ein Massenschwingungssystem mit den abtriebsseitigen Massen (eine Masse für das Einfachgelenk und zwei Massen für das Doppelgelenk). Die resultierenden Drehmomentschwingungen und Motorpositionen werden dann für die Identifikation aufgenommen. Dafür wird zunächst das Gelenk positionsgeregelt auf eine vorgegebene konstante Sollgeschwindigkeit beschleunigt, (in Richtung



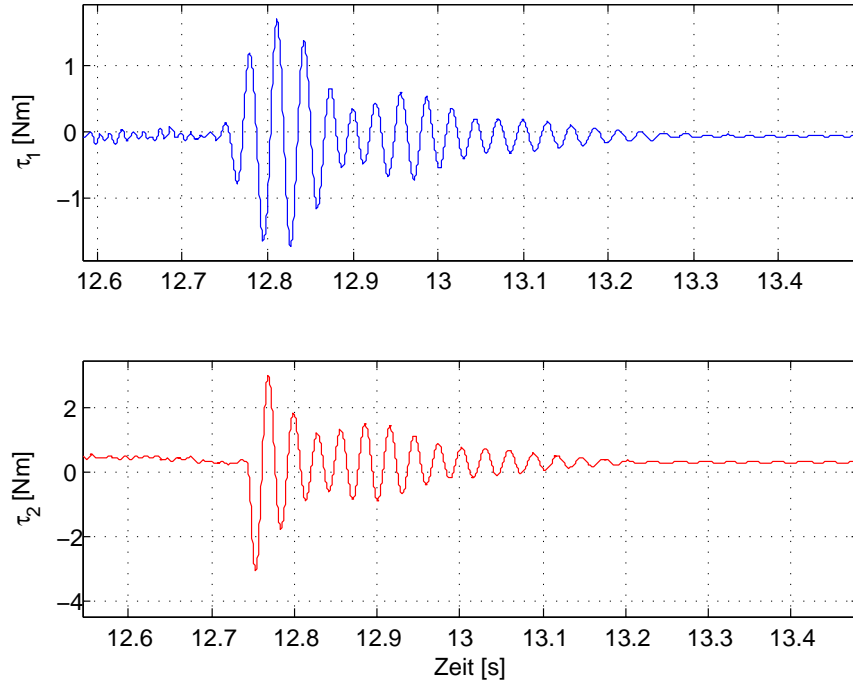


Abbildung 3.2: Verkoppelte Drehmomentschwingung beim Doppelgelenk 4-5 mit mehreren überlagerten Schwingungsfrequenzen bei Anregung von Gelenk 5 ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4;  $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5).

der Hauptachse für das Doppelgelenk). Dann wird die Regelung ausgeschaltet und die Motoren werden durch die Motorbremsen möglichst abrupt zum Stehen gebracht. Durch die sprunghafte Änderung in der Geschwindigkeit werden die abtriebsseitigen Massen zum Schwingen angeregt. Diese Schwingungsexperimente werden an verschiedenen Stellen im Arbeitsraum der betrachteten Gelenke durchgeführt.

#### A) Identifikation der Gelenkelastizität des Einfachgelenks

Die Identifikation der Elastizität eines Einfachgelenks wird ausführlich in der Literatur beschrieben [5], [65]. Darin wird ein einfaches dynamisches Modell mathematisch aufgestellt und parametrisiert. Dadurch lassen sich die Steifigkeit und die Dämpfung in Abhängigkeit von den bekannten Dynamikparametern des Testgelenks mathematisch berechnen. Der Versuchsaufbau eines Einfachgelenks ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Bei der Identifikation des Einfachgelenks reduzieren sich die dynamischen Gleichungen (3.8), (3.9) zu

$$\tau + dk^{-1}\dot{\tau} = m\ddot{q} + m_l g_0 l_c \cdot \sin(q) \quad (3.11)$$

$$\tau = k(\theta_{m_0} - q), \quad (3.12)$$

wobei  $\theta_{m_0} \in \mathbb{R}$  die konstante Motorposition ist. Durch die oben erwähnte Methode zur

Schwingungsanregung kann das System um die Ruhelage  $[\theta_{m0}, q_0, \tau_0]$  linearisiert und das Drehmoment durch eine exponentiell abklingende Funktion

$$\tau = \tau_0 + Ae^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi) \quad (3.13)$$

simuliert werden. Der Abklingkoeffizient und die Kreisfrequenz werden als  $\delta$  und  $\omega$  bezeichnet.  $A$  und  $\phi$  sind die Amplitude und Phase der Drehmomentschwingung und können aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden. Somit ist der Optimierungsprozess nur für den Abklingkoeffizienten  $\delta$  und die Frequenz  $\omega$  mit Hilfe der Matlab-Optimierungsverfahren (unter Benutzung der Optimierungsfunktion: *fmincon*) durchzuführen, so dass die Abweichung zwischen gemessener und in Gleichung (3.13) mathematisch beschriebener Drehmomentschwingung minimiert wird.

Dadurch ergibt sich die Bestimmung der Gelenksteifigkeit  $k$  und der Gelenkdämpfung  $d$  in Abhängigkeit von dem Abklingkoeffizienten  $\delta$ , der Kreisfrequenz  $\omega$  und den bekannten dynamischen Gelenkparametern (siehe mehr in [5])

$$\begin{cases} k = 2\delta m \\ d = \omega^2 m + \delta^2 m - m_l g_0 l_{ic} \cos(q_0). \end{cases} \quad (3.14)$$

In Abbildung 3.3 wird ein Vergleich der Ergebnisse von Messung und modellbasierter

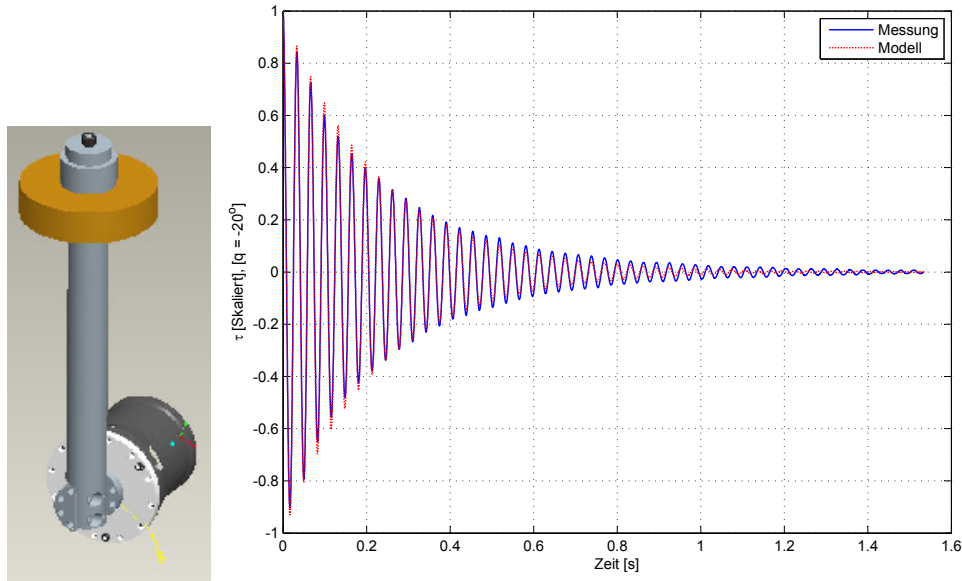


Abbildung 3.3: Testaufbau des Einfachgelenks 1 und Vergleich einer Drehmomentschwingung zwischen Messung und identifiziertem Modell bei  $q = -20[\text{Grad}]$ .

Simulation (3.13) des Einfachgelenks 1 dargestellt.

## B) Identifikation der Gelenkelastizität des Doppelgelenks

Die Konstruktion eines Doppelgelenks bedingt eine starke Verkopplung, die bei dem Schwingungsexperiment zu beobachten ist. Für das Doppelgelenk sind die Steifigkeits-

matrix  $K \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und die Dämpfungsmatrix  $D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  positiv definit und symmetrisch. Die Identifikation nach Abschnitt (3.3.1.A), die erfolgreich für das Einfachgelenk eingesetzt wurde, ist nicht mehr geeignet, um die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix der Doppelgelenke zu identifizieren. Denn das dynamische Modell ist nun zu komplex, als dass eine geschlossene mathematische Lösung gefunden werden könnte. Mit Hilfe von Matlab-Simulink kann diese Identifikation durch ein anderes Verfahren realisiert werden. Dabei sind die Elastizitätsparameter während der Simulation nach Norm-2 Kriterien der Fehlerfunktion zu optimieren, so dass das Ausgangsdrehmoment des Simulationsmodells und das gemessene Drehmoment gut übereinstimmen.

Während das Doppelgelenk 2-3 nur in einer Konfiguration auf dem Prüfstand getestet wird, sollen die Doppelgelenke 4-5 und 6-7 in zwei verschiedenen Konfigurationen untersucht werden, um hier die jeweilige Hauptachse bei der Identifikation gezielt zu belasten. In Abbildung 3.4 werden die Konfigurationen für die Identifikation eines Doppelgelenks 4-5 bzw. 6-7 skizziert. Beispielsweise muss bei der Konfiguration für Drehachse 5 die Knickachse 4 horizontal orientiert sein, wie in Abbildung 3.4.b dargestellt. In diesem Fall ist das Gewicht der Stange die eigentliche Last für das Gelenk 5.

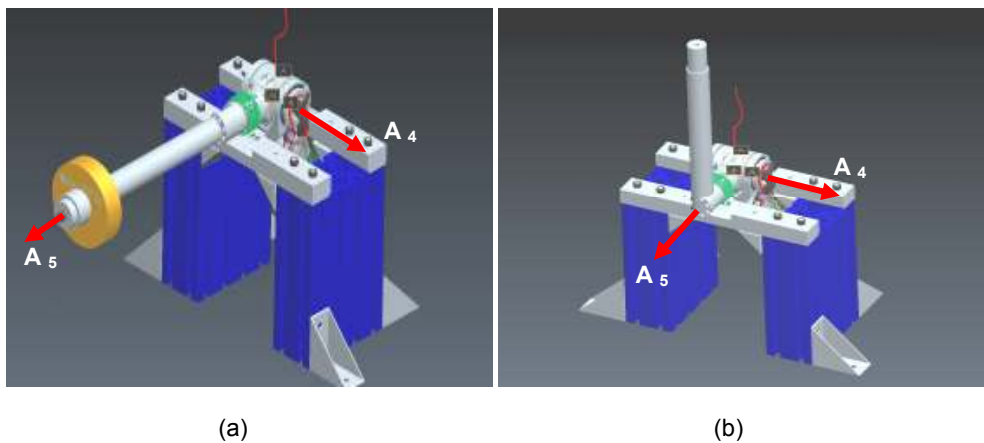


Abbildung 3.4: Testaufbau der Doppelgelenke 4-5 und 6-7: a) Testaufbau für Knickachse 4 (6). b) Testaufbau für Drehachse 5 (7).

Das Vorgehen ist ähnlich wie beim Einfachgelenk. Um die Gelenkelastizität anzuregen, wird ein Doppelgelenk um seine Hauptachsen bewegt, also um die Achse 4 bei der Konfiguration in Abbildung 3.4.a und um die Achse 5 bei der Konfiguration in Abbildung 3.4.b. Dafür müssen sich beide Motoren gleichzeitig entweder gleichläufig oder gegenläufig drehen, indem sie mit gleicher absoluter Sollmotorposition angesteuert werden. Dann wird ein Geschwindigkeitssprung durch das Ausschalten der Antriebsregelung und die gleichzeitige Aktivierung der Motorbremsen ausgelöst, der das Doppelgelenk zu einer starken Schwingung in Richtung der ursprünglichen Bewegung anregt. Im Ergebnis kann das dynamische Modell eines Doppelgelenks um die Ruhelage wie folgt aufgestellt

werden

$$K(\theta_0 - q) - D\dot{q} = M\ddot{q} + g(q) \quad (3.15)$$

mit

$$\begin{cases} \tau &= K(\theta_0 - q) \\ g(q) &= \begin{bmatrix} m_{l_1} g_0 l_{lc_1} \sin(q_1) \\ m_{l_2} g_0 l_{lc_2} \sin(q_2) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.16)$$

Dabei ist der Vektor der Motorposition in Gelenkkoordinaten  $\theta_0 \in \mathbb{R}^2$  konstant.

Da die Anzahl der gleichzeitig zu identifizierenden Elastizitätsparameter umfangreich ist (3 für Steifigkeitsmatrix, 3 für Dämpfungsmatrix) und somit das nichtlineare Optimierungsproblem zu mehreren lokalen Lösungen führen kann, sollen die Elastizitätsparameter zusätzlich auf einen vorgegebenen physikalischen Parameterbereich eingeschränkt werden. Durch das Konzept der Parameteridentifikation mittels zwei verschiedener Konfigurationen des Testaufbaus ist es möglich, den physikalischen Parameterbereich gezielt zu begrenzen. Während die Verkopplung beim Doppelgelenk 4-5 bzw. 6-7 in der gewählten Konfiguration des Testaufbaus 3.4.b ziemlich deutlich ist (die Verkopplung ist durch die unregelmäßige Form der Hüllkurve der Drehmomentschwingung um die Ruhelage zu erkennen), kann man sie kaum in der Konfiguration des Testaufbaus 3.4.a beobachten, weil im Testaufbau 3.4.a die Massenträgheit der Drehachse im Vergleich zu der Knickachse sehr klein ist. Dieses Phänomen zeigt sich bei den gemessenen Drehmomenten in den beiden Konfigurationen des Testaufbaus gemäß Abbildungen 3.5 und 3.6. Aus diesem Grund bietet es sich an, die Elastizitätsidentifikation für ein Doppelgelenk in zwei Schritten durchzuführen.

1. Zunächst wird der Testaufbau für die Konfiguration gemäß Abbildung 3.4.a zusammengestellt. Dadurch werden die Hauptelastizität des Gelenks 4 (bzw. 6) mit der in Abschnitt 3.3.1.A beschriebenen Methode ohne Berücksichtigung der Gelenkverkopplung identifiziert. So ist es möglich, den Bereich der Elemente  $K_{11}$  und  $D_{11}$  abzuschätzen und für den weiteren Optimierungsschritt zu verwenden. Dadurch wird sowohl die Anzahl der Lösungen des Optimierungsproblems als auch dessen Rechenzeit reduziert.
2. Anschließend wird der Testaufbau des Doppelgelenks in die Konfiguration 3.4.b umgebaut und entsprechende Messdaten werden aufgenommen. Der Optimierungsprozess (unter Benutzung der Optimierungsfunktion: *lsqnonlin*) wird dann mit Hilfe des Simulationsmodells für Systemgleichung (3.15) wie in Abbildung 3.7 durchgeführt. Dabei werden die restlichen Terme der verkoppelten Elastizitätsmatrizen  $K_{22}$ ,  $K_{12}$ ,  $D_{22}$  und  $D_{12}$  gleichzeitig optimiert.

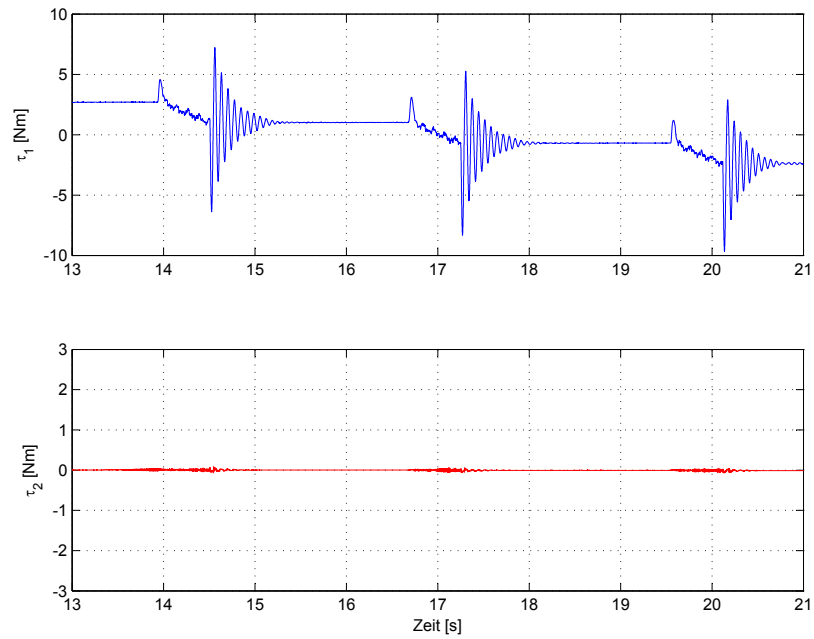


Abbildung 3.5: Gemessene Drehmomentschwingungen des Doppelgelenks 4-5 bei der Konfiguration in Abbildung 3.4.a ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4;  $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5).

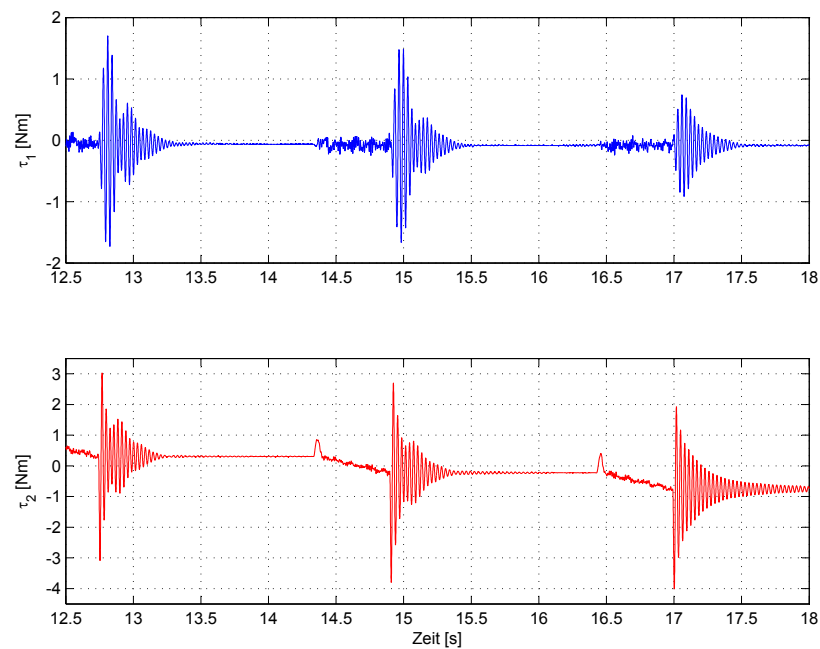


Abbildung 3.6: Gemessene Drehmomentschwingungen des Doppelgelenks 4-5 bei der Konfiguration in Abbildung 3.4.b ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4;  $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5).

Entsprechend wird beim Doppelgelenk 2-3 die Elastizitätsidentifikation ebenfalls in zwei Schritten durchgeführt, wobei es allerdings nur einen einzigen Testaufbau für die beiden Knickgelenke gibt.

In Abbildung 3.8 wird beispielhaft an einer Schwingung des Doppelgelenks 4-5 gezeigt, dass die Drehmomente aus experimenteller Messung und Simulation gut übereinstimmen.

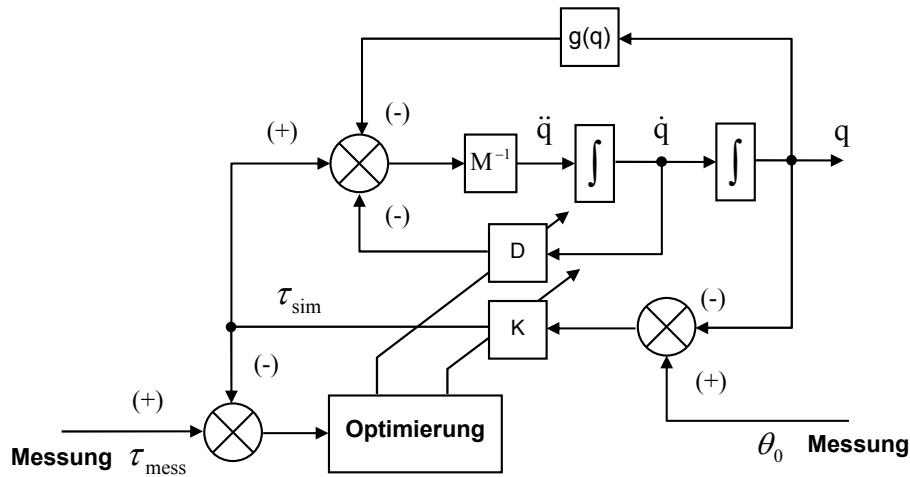


Abbildung 3.7: Schema der Elastizitätsidentifikation mit Hilfe eines Simulationsmodells.

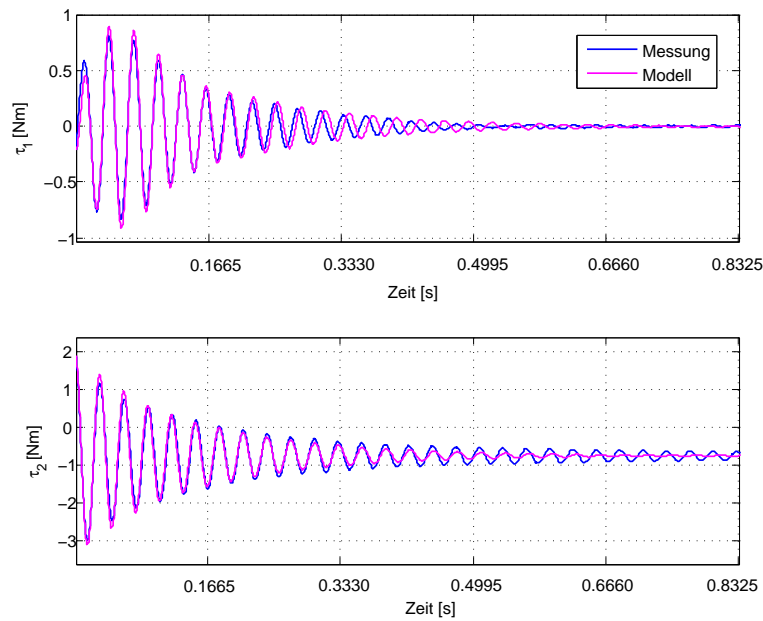


Abbildung 3.8: Vergleich einer Drehmomentschwingung zwischen experimenteller Messung und Simulation beim Doppelgelenk 4-5 ( $\tau_1$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 4;  $\tau_2$ : Das abtriebsseitige Drehmoment der Achse 5).

### 3.3.2 Identifikation der Reibungsparameter

In der Praxis zeigt sich, dass beim DLR-Medizinroboter der Einfluss der Stribeck-Reibung sowohl im SRM als auch im DRM niedrig ist und somit vernachlässigt werden kann. Es sei hier hervorgehoben, dass die Stribeck-Reibung technisch problemlos identifiziert werden kann. Zur Identifikation der Reibungsparameter müssen mehrere Messungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten im Gelenkprüfstand durchgeführt werden. Um beide Motoren eines Doppelgelenks durch das Gravitationsmoment gleichzeitig zu belasten, wird während der Identifikation nur jeweils eine Achse bewegt. Dafür werden die zwei Motoren mit gleicher absoluter Sollmotorposition gegen- oder gleichsinnig angesteuert.

Für die Identifikation stehen sowohl das gemessene abtriebsseitige Drehmoment  $\tau$ , die gemessene antriebsseitige Motorposition  $\theta_m$  sowie deren Ableitungen durch numerisches Differenzieren (Geschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$  und Beschleunigung  $\ddot{\theta}_m$ ), als auch der kommandierte Sollmotorstrom  $I_m$  (entsprechend  $I_{q,d}$  im Abschnitt 2.2) zur Verfügung. Außerdem ist die Motorkonstante  $K_{T2I}$ , die den Zusammenhang zwischen Motordrehmoment  $u_m$  und Motorstrom  $I_m$  wiedergibt, bereits bekannt. Sie wird separat in einem Motorprüfstand bestimmt. Somit lässt sich die Schätzung des kommandierten Sollmotorstroms aus Gleichung (3.7) wie folgt beschreiben

$$\hat{I}_m = K_{T2I}\hat{u}_m = K_{T2I}(J_m\ddot{\theta}_m + T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau})) + K_{T2I}\tau_{fm}, \quad (3.17)$$

wobei  $\tau_{fm}$  das Reibmoment ist. Im Folgenden soll eine geeignete Trajektorie für die Messungen, die zur Identifikation der Reibungsparameter benötigt wird, entsprechend dem jeweiligen Reibungsmodell ausgewählt werden. Die Parameter des Reibungsmodells können dann im Optimierungsprozess derart identifiziert werden, dass die  $L_2$ -Norm der Fehlerfunktion zwischen kommandiertem Motorstrom und dessen Schätzung minimiert wird

$$e_I = \| I_m - \hat{I}_m \|_2 \rightarrow 0. \quad (3.18)$$

#### A) Identifikation des statischen Reibungsmodells

Zur Identifikation des statischen Reibungsmodells nach Gleichung (2.54) wird eine Pendeltrajektorie mit unterschiedlichen konstanten Sollgeschwindigkeiten zwischen 1.0 [Grad/s] und 40.0 [Grad/s] ( $\gg \dot{\theta}_c$ , konstante Stribeck-Geschwindigkeit) verwendet, (siehe Abbildung 3.9). Dabei erfolgt die Bewegung (mit unterschiedlicher zeitlicher Auflösung) jeweils zwischen den maximal möglichen Gelenkwinkeln, bei denen das maximale Gravitationsmoment wirkt. Durch die maximale Belastung, den großen Bereich der Motorgeschwindigkeit und den Vorzeichenwechsel in der Bewegungsrichtung werden die Coulomb-Reibung, die lastabhängige und die viskose Reibung im betrachteten Arbeitsraum gut

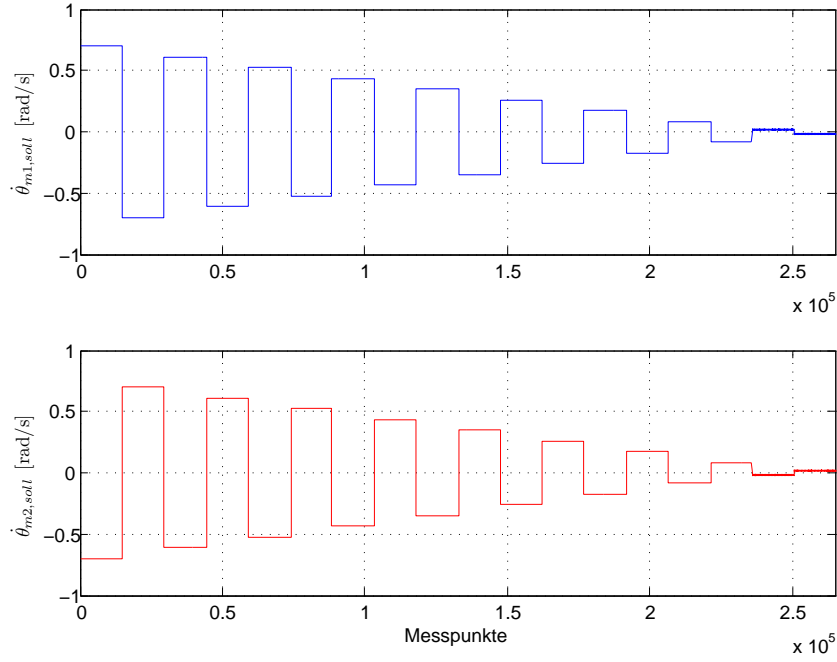


Abbildung 3.9: Sollgeschwindigkeit der Trajektorie zur Parameteridentifikation des SRMs.

angeregt. Für die Optimierung werden nur die Bereiche mit konstanter Sollmotorgeschwindigkeit ausgewertet (die Daten werden mit einer Matlab-Funktion automatisch bearbeitet), um den Nulldurchgang der Motorgeschwindigkeit ( $|\dot{\theta}_m| < \epsilon$ ) auszuschließen. Somit können die Reibungsparameter durch die Matlab-Optimierungsverfahren gut bestimmt werden.

Daraus kann die Schätzung des Sollmotorstroms nach Gleichung (3.17) bei konstanter Motorgeschwindigkeit und unter Vernachlässigung der Stribeck-Reibung durch

$$\hat{I}_m = K_{T2I}(T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) + \tau_{fm}) \equiv K_{T2I}T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau}) + K_{T2I}\Pi(\dot{\theta}_m, \tau_m)\beta \quad (3.19)$$

mit dem Parametervektor  $\beta$  und der Regressor-Matrix  $\Pi$

$$\beta = [f_c^T, f_l^T, f_v^T]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (3.20)$$

$$\Pi(\dot{\theta}_m, \tau_m) = [\text{diag}(\text{sign}(\dot{\theta}_m)), \text{diag}(|\tau_m| \text{sign}(\dot{\theta}_m)), \text{diag}(\dot{\theta}_m)] \in \mathbb{R}^{2 \times 6} \quad (3.21)$$

approximiert werden.

Wenn die Stromschätzung aus Gleichung (3.19) mit dem gemessenen Sollmotorstrom übereinstimmt, kann man davon ausgehen, dass die Identifikationsergebnisse die physikalischen Werte gut approximieren. In Abbildung 3.10 ist das Ergebnis der Identifikation durch die Matlab-Optimierungsverfahren beispielhaft für ein Doppelgelenk dargestellt. Man erkennt, dass die Übereinstimmung der Stromschätzung mit dem gemessenen Sollmotorstrom sehr gut ist.



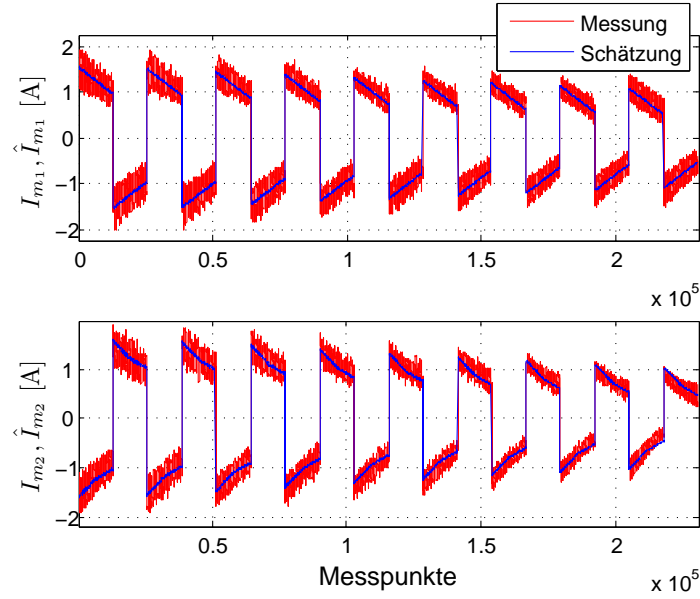


Abbildung 3.10: Vergleich zwischen Sollmotorstrom und dessen Schätzung beim Doppelgelenk 4-5 bei der Identifikation des SRMs.

### B) Identifikation des LuGre-Modells

Um die nichtlinearen Reibungseffekte bei geringer Geschwindigkeit bzw. dem Nulldurchgang der Geschwindigkeit besser kompensieren zu können, wird ein dynamisches Reibungsmodell für den DLR-Medizinroboter eingesetzt. Als ein mögliches dynamisches Reibungsmodell wurde das vollständiges LuGre-Modell bereit in Kapitel 2 vorgestellt. Durch die Vernachlässigung der Stribeck-Reibung ergibt sich das LuGre-Modell (2.56), (2.57), (2.58) zu

$$\tau_{fm} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v \dot{\theta}_m \quad (3.22)$$

$$\dot{z} = \dot{\theta}_m - \frac{|\dot{\theta}_m|}{g_z} \sigma_0 z \quad (3.23)$$

mit

$$g_z = f_c + f_l |\tau_m|. \quad (3.24)$$

Bei konstanter Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m = \text{const}$  ist die Zustandsgleichung für  $z$  nach Gleichung (3.23) exponentiell stabil und somit gilt  $\dot{z} = 0$  im Ruhezustand. Dadurch reduziert sich das LuGre-Modell (3.22), (3.23), (3.24) nun zu

$$\tau_{fm} = (f_c + f_l |\tau_m|) \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_v \dot{\theta}_m. \quad (3.25)$$

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Gleichung (3.25) bei vernachlässigter Stribeck-Reibung der Reibungsgleichung des statischen Reibungsmodells (2.54) entspricht. Durch

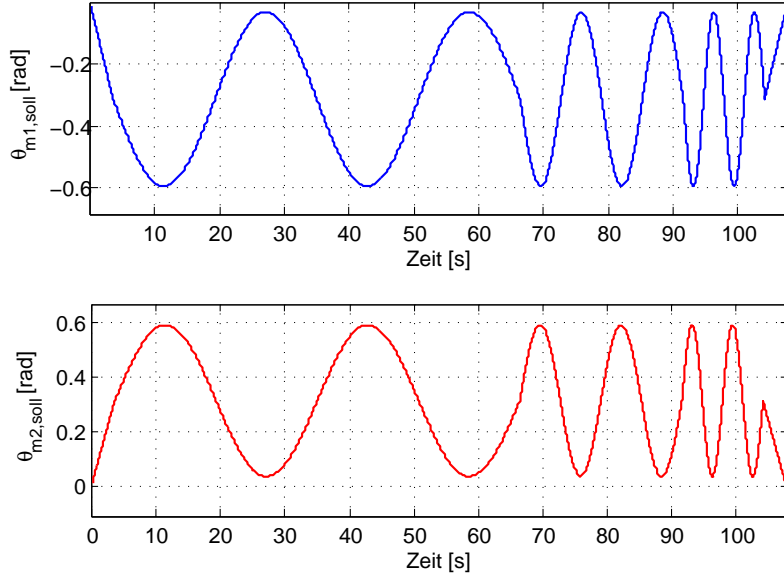


Abbildung 3.11: Sollmotorposition zur Identifikation des Steifigkeitskoeffizienten  $\sigma_0$  und des Dämpfungskoeffizienten  $\sigma_1$  für das LuGre-Modell eines Doppelgelenks.

die Parameteridentifikation des statischen Reibungsmodells im vorherigen Abschnitt wurden die Koeffizienten der Coulomb-Reibung  $f_c$ , der lastabhängigen Reibung  $f_l$  und der viskosen Reibung  $f_v$  bestimmt und sind schon bekannt. Die übrigen Reibungsparameter des LuGre-Modells, die bestimmt werden müssen, sind somit nur noch der Steifigkeitskoeffizient  $\sigma_0$  und Dämpfungskoeffizient  $\sigma_1$ .

Im Allgemeinen wird die Schätzung des Sollmotorstroms durch Einsetzen von Gleichung (3.22) in die Gleichung (3.17) durch

$$\hat{I}_m = K_{T2I}(J_m \ddot{\theta}_m + T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau})) + K_{T2I}(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v \dot{\theta}_m) \quad (3.26)$$

berechnet, mit dem Zustand  $\dot{z}$  aus den Gleichungen (3.23) und (3.24).

Zur Identifikation der Steifigkeitskoeffizienten  $\sigma_0$  und der Dämpfungskoeffizienten  $\sigma_1$  wird eine Sinus-Funktion mit zeitvariabler Kreisfrequenz wie in Abbildung 3.11 als Trajektorie ausgewählt. Die Optimierung wird dann mit Hilfe von Matlab-Simulink und der Optimization Toolbox, wie in Abbildung 3.12 dargestellt, unter Berücksichtigung der Gleichungen (3.26), (3.23) und (3.24), durchgeführt. In den Abbildungen 3.13 und 3.14 sind die Identifikationsergebnisse durch die Matlab-Optimierungsverfahren jeweils für das Doppelgelenk 2-3 und das Einfachgelenk 1 dargestellt. Man erkennt, dass die Ergebnisse der Optimierung mit den Messungen gut übereinstimmen. Es kann davon ausgegangen werden, dass die gefundenen Parameter die physikalische Wirklichkeit gut approximieren.

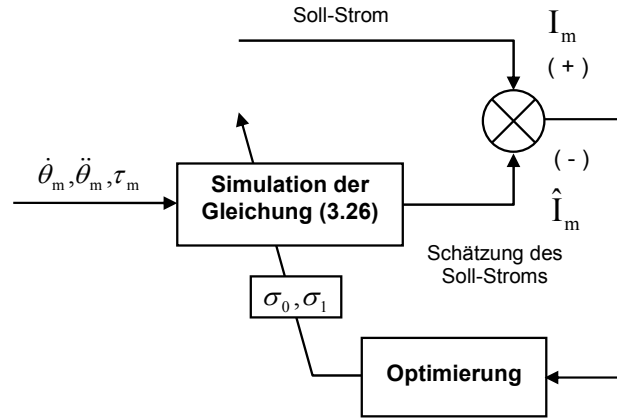


Abbildung 3.12: Simulationsbasiertes nichtlineares Optimierungsschema zur Identifikation der Parameter des LuGre-Modells.

### 3.4 Simulationen und Vergleich mit Experimenten

Im vorigen Abschnitt wurden die Verifikationsergebnisse für die Reibungs- und Elastizitätsidentifikation getrennt dargestellt. Um die Gültigkeit des Robotermodells im betrachteten Arbeitsraum zu überprüfen, werden in diesem Abschnitt die Simulationen des Robotermodells mit Reibung und Elastizität durchgeführt. Dann werden die Simulationsergebnisse mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Dabei werden die in den Abschnitten 3.2 und 3.3 ermittelten Parameter verwendet. Dieses Modell wird in der weiteren Folge zur Entwicklung des Reglers benötigt.

Motorkonstante ( $K_{T2I}$ [A/Nm])	[ 0.0331145, 0.0346233 ]
Motorträgheit ( $J_m$ [kgm <sup>2</sup> ])	[ 1.26813, 1.26813 ]
Übertragungsmatrix (T)	$\begin{bmatrix} -0.5, & 0.5 \\ -0.5, & -0.5 \end{bmatrix}$
Streifigkeitsmatrix (K[Nm/rad])	$\begin{bmatrix} 2700.0, & -101.10 \\ -101.10, & 3035.6 \end{bmatrix}$
Dämpfungsmatrix (D[Nms/rad])	$\begin{bmatrix} 6.09, & -1.05 \\ -1.05, & 4.60 \end{bmatrix}$
Massenträgheit (M[kgm <sup>2</sup> ])	$\begin{bmatrix} 0.953376, & 4.5E-7 \\ 4.5E-7, & 0.952769 \end{bmatrix}$
Schwerpunkt ( $l_c$ [m])	[ 0.3844, 0.4355 ]
Masse ( $m_l$ [kg])	[ 4.878, 4.306 ]

Tabelle 3.1: Elastische, dynamische und kinematische Parameter des Testgelenks 2-3 für die Simulation.

Zunächst wird das Doppelgelenk 2-3 verifiziert. Für die Simulation werden die notwen-

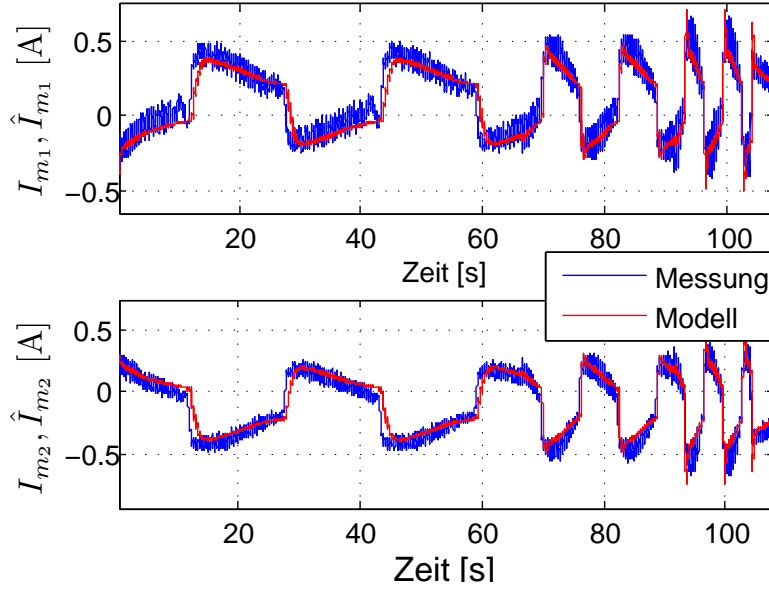


Abbildung 3.13: Vergleich der Motorströme bei der Messung und der Simulation mit dem LuGre-Modell des Doppelgelenks 2-3.

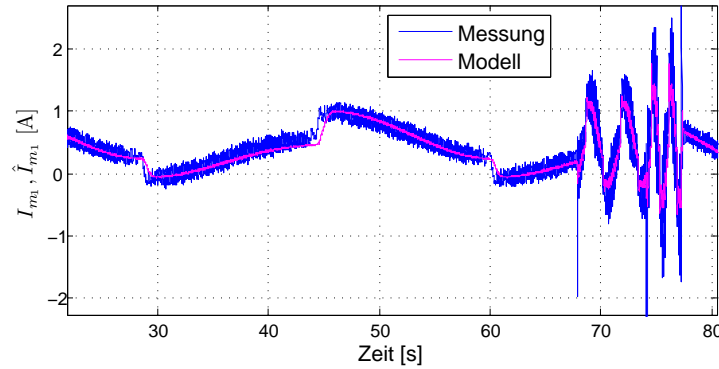


Abbildung 3.14: Vergleich der Motorströme bei der Messung und der Simulation mit dem LuGre-Modell des Einfachgelenks 1 bei ähnlicher Anregung wie in Abbildung 3.11.

digen Modellparameter entweder auf dem Gelenkprüfstand per Identifikation ermittelt (Reibungsparameter, Gelenksteifigkeit und Gelenkdämpfung) oder aus dem CAD-Modell mit hoher Genauigkeit entnommen (Masse, Schwerpunkt und Massenträgheit). Zusätzlich wird für die Simulation das statische Reibungsmodell benötigt. Somit liegen in den Tabellen 3.1 und 3.2 alle benötigten Parameter für die Simulation vor. Dabei werden die gleichen Reglerparameter für die Simulation und das Experiment verwendet. Außerdem wird im Experiment eine Solltrajektorie mit sprunghaftigen Geschwindigkeitsänderungen ausgewählt, die auch als Solltrajektorie bei der Simulation verwendet wird. Diese Trajektorie ermöglicht die Überprüfung der Schwingungsdämpfung durch den Regler im Umkehrpunkt der Bewegung (siehe Abbildung 3.16). Für die experimentelle Verifikation wurden die Motorpositionen, Motorgeschwindigkeiten, Sollmotorströme und die abtriebsseitigen Drehmomente aufgenommen und mit der Simulation verglichen. In den Abbil-

Motor	$f_c$ [Nm]	$f_v$ [Nms/rad]	$f_t$ []	$\sigma_0$ [Nm/rad]	$\sigma_1$ [Nms/rad]
1	10.9782	11.347449	0.1693114	5033.382	317.664
2	8.55226	11.332242	0.1896119	5423.556	286.503

Tabelle 3.2: Reibparameter des Testgelenks 2-3 auf Motorseite für die Simulation.

dungen 3.15 und 3.16 wird gezeigt, dass alle Signale des Experiments mit der Simulation gut übereinstimmen. Dies beweist, dass das Experiment und die Simulation die gleiche Dynamik aufweisen.

Zum Schluss wird der Vergleich zwischen Experiment und Simulation beim Gesamtroboter (MIRO) durchgeführt. Bei dieser Verifikation wird eine Trajektorie ausgewählt, bei der die Geschwindigkeitssprünge der einzelnen Gelenke zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattfinden. Somit wird auch die Verkopplung innerhalb eines Doppelgelenks beim Umkehrpunkt erfasst. Die Signale, die für die Verifikation gebraucht werden, werden in der Abtastzeit der Gelenkregelung (3kHz) aufgezeichnet. Die Abbildungen 3.17 und 3.18 zeigen, dass die Ergebnisse der Simulation und des Experiments mit ausreichender Genauigkeit übereinstimmen.

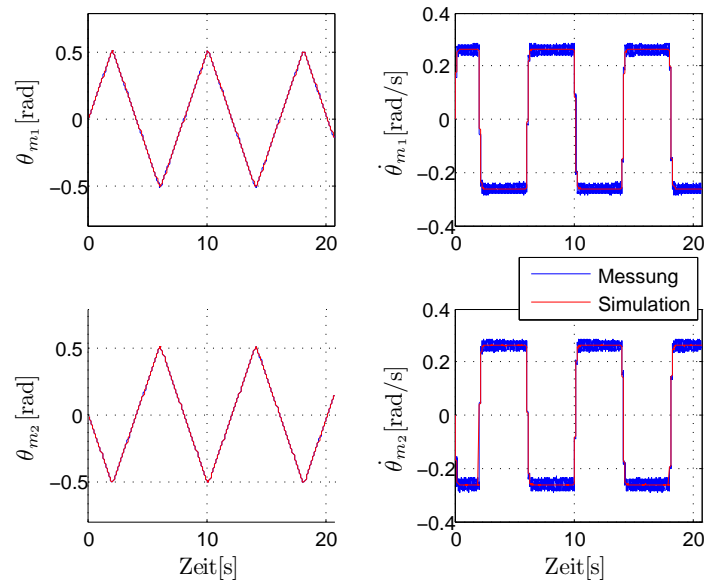


Abbildung 3.15: Vergleich der Motorposition und der Motorgeschwindigkeit zwischen Simulation und Messung für das Doppelgelenk 2-3.

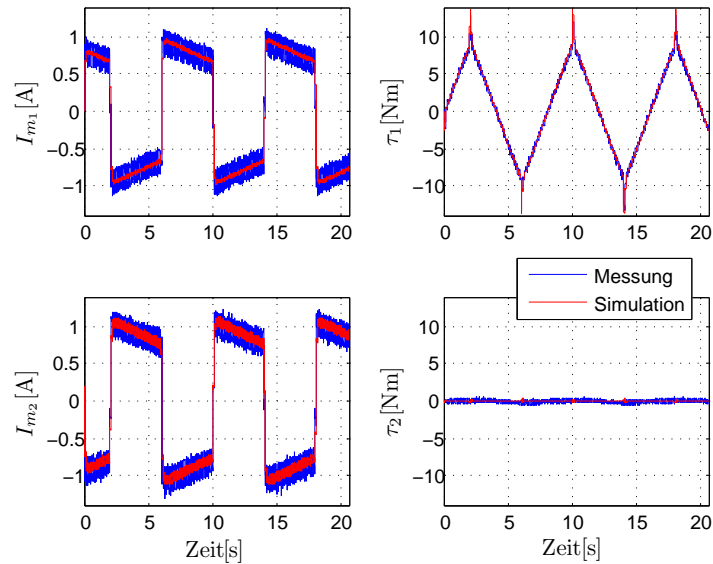


Abbildung 3.16: Vergleich des Motorstroms und des abtriebsseitigen Drehmoments zwischen Simulation und Messung für das Doppelgelenk 2-3.

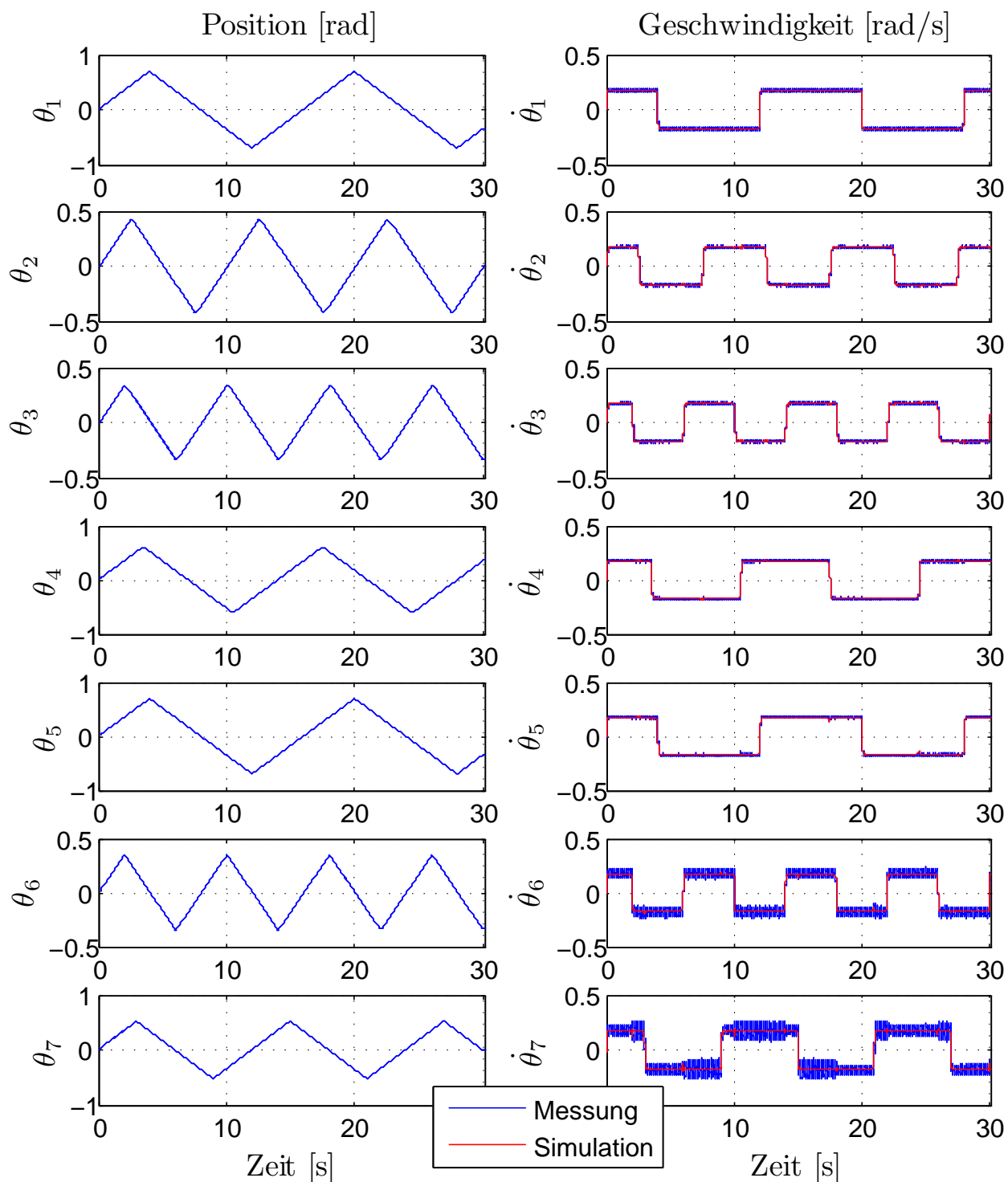


Abbildung 3.17: Vergleich der Motorposition und der Motorgeschwindigkeit zwischen Simulation und Messung für den Gesamtroboter (MIRO).

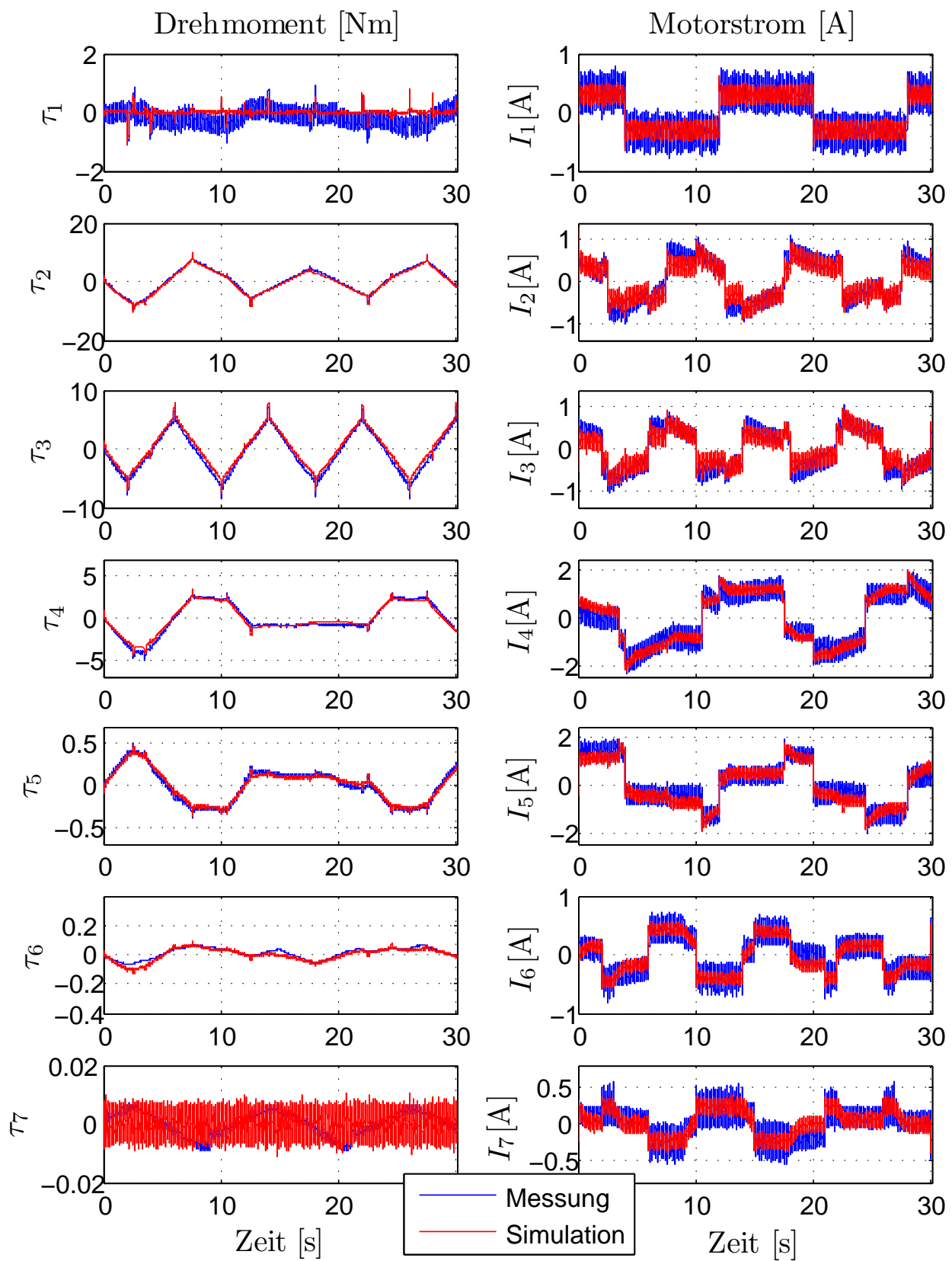


Abbildung 3.18: Vergleich des Motorstroms und des abtriebsseitigen Drehmoments zwischen Simulation und Messung für den Gesamtroboter (MIRO).



# 4

## Regelung für den DLR-Medizinroboter

In diesem Kapitel wird die Regelungsproblematik für Roboter mit elastischen verkoppelten Gelenken am Beispiel des DLR-Medizinroboters beschrieben. In der Literatur werden die Regelungsmethoden für Roboter mit elastischen Gelenken ausführlich präsentiert, ausgehend von einfacheren (PD-, PID-Regler) bis hin zu komplexeren Regelungsstrukturen (SISO-Zustandsregler, Kaskadenregler, Singular Perturbation-Regler oder Backstepping-Regler) [109], [6], [74], [25], [104], [91], [108]. Diese standardisierten Regelungsansätze benutzen entweder keine direkte abtriebsseitige Information, wodurch die Systemdynamik nicht ausreichend gedämpft wird, oder sie vernachlässigen die Verkopplung innerhalb eines Doppelgelenks, so dass die Güte des geregelten Systems nicht zufriedenstellend ist. Daher ist es Ziel dieses Kapitels, eine neue Reglerstruktur unter Berücksichtigung nicht nur der Gelenkelastizität, sondern auch der Gelenkverkopplung zu entwickeln. Diese soll ein besseres Ergebnis beim DLR-Medizinroboter als bisher bekannte Reglerstrukturen erzielen.

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 eine Transformation des Koordinatensystems zur Erleichterung der Stabilitätsanalyse und des Reglerentwurfs durchgeführt. Anschließend wird in Abschnitt 4.2 der Stand der Technik der Regelungsstrukturen für Roboter mit elastischen Gelenken vorgestellt. Zusätzlich zur Gelenkelastizität entsteht beim DLR-Medizinroboter eine spezielle Gelenkverkopplung innerhalb jedes Doppelgelenks durch den Einsatz von differentiellen Koppelgetrieben, die bei der Regelung berücksichtigt werden muss. Daher wird in Abschnitt 4.3 auf die Analysemethoden zur Dynamikentkopplung für ein Doppelgelenk eingegangen. Danach wird in Abschnitt 4.4 ein MIMO-Zustandsregler mit Hilfe der modalen Entkopplung entworfen und die Stabilität des nicht-

linearen Gesamtroboters wird nachgewiesen. Zum Schluss werden Experimente durchgeführt und deren Ergebnisse für SISO- und MIMO-Zustandsregler diskutiert.

#### 4.1 Beschreibung des Dynamikmodells in Gelenkkoordinaten

Da die Messwerte der Sensoren in verschiedenen Koordinatensystemen erfasst werden, ist die einheitliche Darstellung der Dynamikgleichungen in einem einzigen Koordinatensystem erforderlich, um die Regler für das System einfach zu entwerfen und die Stabilität des Systems überschaubar zu analysieren. Dafür werden die Dynamikgleichungen (2.41), (2.42), (2.43) nun in das Gelenkkoordinatensystem umgeschrieben und im Folgenden verwendet. So erhält man die neuen Dynamikgleichungen wie folgt

$$u = J\ddot{\theta} + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_f \quad (4.1)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (4.2)$$

$$\tau = K(\theta - q) \quad (4.3)$$

mit

$$\begin{cases} u = T^{-T}u_m \\ \tau_f = T^{-T}\tau_{fm} \\ \theta = T\theta_m \\ J = T^{-T}J_mT^{-1}. \end{cases} \quad (4.4)$$

Hierbei werden  $u \in \mathbb{R}^n$  als Motordrehmomentvektor,  $\tau_f \in \mathbb{R}^n$  als Reibmomentvektor,  $\theta \in \mathbb{R}^n$  als Motorpositionsvektor und  $J \in \mathbb{R}^{n \times n}$  als Motorträgheitsmatrix in Gelenkkoordinaten bezeichnet. Die Transformationen dieser Größen zwischen Motor- und Gelenkkoordinaten werden durch die Gleichung (4.4) beschrieben. Die Transformation von Matrix  $J$  in (4.4) ist eine kongruente Transformation, die die positive Definitheit und Symmetrie einer Matrix beibehält. Im Allgemeinen ist die Motorträgheitsmatrix  $J$  nicht diagonal. Es sei hier nochmals hervorgehoben, dass die Steifigkeitsmatrix  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und die Dämpfungsmatrix  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symmetrisch und positiv definit sind und im Falle des DLR-Medizinroboters folgende Gestalt besitzen

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_1 & \dots & 0 \\ & \mathcal{P}_{2,3} & \\ \vdots & & \mathcal{P}_{4,5} & \vdots \\ 0 & \dots & & \mathcal{P}_{6,7} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\{ \forall \mathcal{P}_1 \in \mathbb{R}, \mathcal{P}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid \mathcal{P}_1 > 0, \mathcal{P}_i = \mathcal{P}_i^T > 0, i \in \{2,3,4,5,6,7\}, \mathcal{P} \in \{K, D\} \}.$$

Formal unterscheidet sich hier der DLR-Medizinroboter vom Modell des DLR-Leichtbauroboters [5], bei dem die Steifigkeitsmatrix  $K$  und die Dämpfungsmatrix  $D$  diagonal sind.

## 4.2 Stand der Technik

### 4.2.1 PD/PID Regler

Diese Reglerstruktur ist am Roboter in der Praxis leicht realisierbar und wird im Bereich der Roboterregelung weit verbreitet eingesetzt [11]. Dank seiner Stabilitätseigenschaft herrscht der PD-Regler bisher in den meisten Anwendungen der industriellen Robotik vor. Für Roboter mit elastischen Gelenken wird in [109] ein einfacher PD-Regler mit Gravitationskompensation vorgeschlagen, der nur die antriebsseitige Position und deren Ableitung benötigt. Die zugehörige Reglerstruktur ist wie folgt aufgebaut

$$u = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} + G(q_d) + \tau_f \quad (4.6)$$

mit abtriebsseitiger Sollposition  $q_d$  (bzw. antriebsseitiger Sollposition  $\theta_d$  in Gelenkkoordinaten) und

$$\begin{cases} e_\theta = \theta_d - \theta & (\text{bzw. } e_q = q_d - q) \\ \theta_d = q_d + K^{-1}G(q_d). \end{cases} \quad (4.7)$$

Hierbei sind die Verstärkungsmatrizen  $K_P$  und  $K_D$  positiv definit und symmetrisch. Diese PD-Reglerstruktur kann in der Praxis auch zu einer PID-Reglerstruktur erweitert werden.

Zum Beweis, dass das System asymptotische Stabilität erreicht, wird eine Lyapunov-Funktion

$$\begin{aligned} V(x) = & \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J \dot{\theta} + \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \\ & + \frac{1}{2} e_\theta^T K_P e_\theta + \frac{1}{2} (e_\theta - e_q)^T K (e_\theta - e_q) + U_g(q) - U_g(q_d) + e_q^T G(q_d) \end{aligned} \quad (4.8)$$

mit  $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  ausgewählt, wobei  $U_g(q)$  als potentielle Energie-Funktion des Systems bezeichnet wird und  $G(q) = \partial U_g(q)/\partial q$  gilt. Mit Eigenschaft E2.3 der Roboterdynamik (aus Kapitel 2) gilt

$$\begin{aligned} V(x) \geq & \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J \dot{\theta} + \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} (e_\theta - e_q)^T K (e_\theta - e_q) + \frac{1}{2} e_\theta^T K_P e_\theta - \frac{1}{2} e_q^T \alpha e_q = \\ = & \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J \dot{\theta} + \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \begin{bmatrix} e_q^T & e_\theta^T \end{bmatrix} H \begin{bmatrix} e_q \\ e_\theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

wobei sich die Hesse-Matrix  $H$  der potentiellen Energie durch

$$H = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K - I\alpha & -K \\ -K & K_P + K \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

darstellen lässt, mit der Einheitsmatrix  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Für die weitere Analyse wird folgendes Lemma aus der Matrix-Algebra benötigt [49]:

**Lemma 4.1 (positiv definite Matrix):** Eine symmetrische Matrix  $A$  besitzt die folgende Gestalt

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{bmatrix},$$

wobei jede Untermatrix  $A_{ij}$  quadratisch ist. Matrix  $A$  ist positiv definit, wenn  $A_{11}$  positiv definit ist und  $A_{22} > A_{12}^T A_{11}^{-1} A_{12}$  gilt.

So ist die Lyapunov-Funktion  $V(x)$  positiv definit, wenn die Hesse-Matrix (4.10) als positiv definit gilt, d. h. die Ungleichungen

$$I\alpha < K \quad (4.11)$$

$$I\alpha < K - K(K_P + K)^{-1}K = K(K_P + K)^{-1}K_P \quad (4.12)$$

erfüllt werden. Ferner gilt  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$  und somit ist die Lyapunov-Funktion  $V(x)$  radial unbeschränkt. Durch Einsetzen der Gleichungen (4.1), (4.2), (4.6) und (4.7) in die Ableitung von  $V$  und durch Benutzung der Eigenschaft E2.2 der Roboterdynamik (aus Kapitel 2) ergibt sich somit das Ergebnis zu

$$\dot{V}(x) = -\dot{\theta}^T K_D \dot{\theta} - (\dot{\theta} - \dot{q})^T D(\dot{\theta} - \dot{q}) \leq 0. \quad (4.13)$$

Die globale asymptotische Stabilität des Systems kann damit mit Hilfe der Krassovskii-LaSalle-Theorie im Anhang A nachgewiesen werden. Für ein ausreichend hohes  $K_P$  besitzt das System nur einen Gleichgewichtspunkt  $x = \{\theta = \theta_d, \dot{\theta} = 0, q = q_d, \dot{q} = 0\}$ .

#### 4.2.2 Kaskadenregelung

Die Kaskadenregelung für einen Roboter basiert auf einer Eigenschaft dynamischer Systeme, die eine Zerlegung in kaskadierte Teilsysteme erlaubt. Die Stabilität des Gesamtsystems bleibt gewährleistet, auch wenn für jedes Teilsystem ein separater Regler entworfen wird. Für Roboter mit elastischen Gelenken werden 2 kaskadierte Teilregler entwickelt, die von der Auswahl der Zustandsvariablen zur Systembeschreibung abhängig sind [83], [25]. Beim DLR-Medizinroboter wurde der Zustandsvektor  $\{q, \dot{q}, \tau, \dot{\tau}\}$  ausgewählt, um

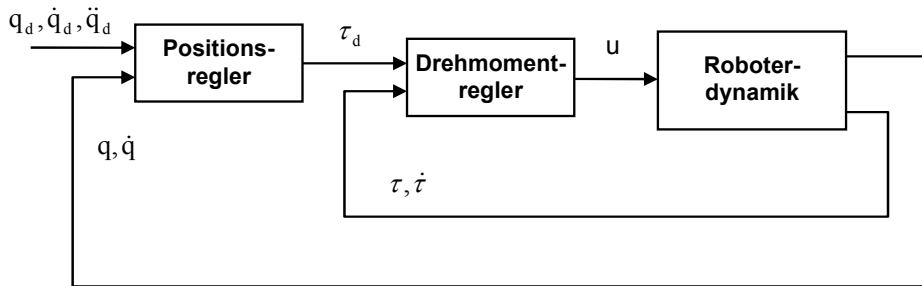


Abbildung 4.1: Kaskadierte Regelungsstruktur.

einen Kaskadenregler aufzubauen. Somit besteht dieser Regler aus einem äußeren Positionsregelkreis und einem inneren Drehmomentregelkreis, wie in Abbildung 4.1 gezeigt. Bei diesem Ansatz wird der Einfluss der Gelenkdämpfung nicht betrachtet. Es gilt also

$$u = J\ddot{\theta} + \tau + \tau_f \quad (4.14)$$

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (4.15)$$

$$\tau = K(\theta - q). \quad (4.16)$$

Für den Entwurf des Kaskadenreglers soll die Gleichung (4.14) zunächst in kaskadierte Koordinaten von Drehmoment und Abtriebsposition transformiert werden. Somit wird die Antriebsdynamik (4.14) nun durch die Zustandsvariablen  $\{q, \dot{q}, \tau, \dot{\tau}\}$  und durch einen neuen Regelungseingang  $u_\tau$  beschrieben

$$u_\tau = \ddot{\tau} + KJ^{-1}\tau \quad (4.17)$$

mit

$$u_\tau = KJ^{-1}(u - J\ddot{q} - \tau_f), \quad (4.18)$$

wobei  $\ddot{q} = M^{-1}(q)[\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)]$  aus (4.15) berechnet wird.

Des Weiteren wird in einem Positionsregler das gewünschte Drehmoment  $\tau_d$  aus der abtriebsseitigen Position  $q$ , der abtriebsseitigen Sollposition  $q_d$  und deren Ableitungen generiert. Daraus wird im Drehmomentregler eine geeignete Stellgröße  $u_\tau$  erzeugt, so dass das Drehmoment  $\tau$  dem gewünschten  $\tau_d$  folgt und somit die abtriebsseitige Position  $q$  ebenfalls die gewünschte Position  $q_d$  erreichen kann.

### Positionsregler:

Die Fehlervektoren der abtriebsseitigen Position und des Drehmoments werden durch

$$\begin{cases} e_q = q_d - q \\ e_\tau = \tau_d - \tau \end{cases} \quad (4.19)$$

und

$$\begin{cases} r_q = \dot{q}_d + \Lambda_q(q_d - q) = \dot{q}_d + \Lambda_q e_q \\ r_\tau = \dot{\tau}_d + \Lambda_\tau(\tau_d - \tau) = \dot{\tau}_d + \Lambda_\tau e_\tau \end{cases} \quad (4.20)$$

definiert, wobei  $\Lambda_q$  und  $\Lambda_\tau$  positiv definite Diagonalmatrizen repräsentieren.

Wie im Falle eines starren Roboters [69] wird  $\tau_d$  als das Solldrehmoment der Abtriebsdynamik betrachtet und folgendermaßen ausgewählt

$$\tau_d = M(q)\dot{r}_q + C(q, \dot{q})r_q + G(q) + K_1 s_q \quad (4.21)$$

mit

$$s_q = r_q - \dot{q} = \dot{e}_q + \Lambda_q e_q \quad (4.22)$$

und der positiv definiten Diagonalmatrix  $K_1$ .

Durch Subtraktion der Gleichungen (4.21) und (4.15) erhält man den geschlossenen Regelkreis der Abtriebsdynamik

$$e_\tau = M(q)\dot{s}_q + C(q, \dot{q})s_q + K_1 s_q. \quad (4.23)$$

Es ist anzumerken, dass das System (4.23) mit einer geeigneten Matrix  $K_1$  exponentiell stabil ist, wenn die Drehmomentabweichung gegen Null  $e_\tau \rightarrow 0$  geht.

### Drehmomentregler:

Des Weiteren wird der Regeleingang  $u_\tau$  so bestimmt, dass der Drehmomentfehler  $e_\tau$  globale asymptotische Stabilität aufweist. Hierfür wird das kommandierte Drehmoment  $u_\tau$  wie folgt gewählt

$$u_\tau = \dot{r}_\tau + KJ^{-1}\tau + K_2 s_\tau \quad (4.24)$$

mit

$$s_\tau = r_\tau - \dot{\tau} = \dot{e}_\tau + \Lambda_\tau e_\tau \quad (4.25)$$

und der positiv definiten Diagonalmatrix  $K_2$ .

Mit Einsetzen der Gleichung (4.24) in die Gleichung (4.17) ergibt sich für die dynamische Gleichung des Drehmomentfehlers ein lineares System

$$\dot{s}_\tau + K_2 s_\tau = 0, \quad (4.26)$$

welches mit einer geeigneten Reglerverstärkungsmatrix  $K_2$  exponentiell stabil ist.

### Stabilitätsanalyse:

Zum Beweis, dass mit den Regelgesetzen (4.21) und (4.24) die dynamischen Fehler (4.23) und (4.26) global asymptotisch gegen Null konvergieren ( $\lim_{t \rightarrow \infty} s_\tau = 0$  und  $\lim_{t \rightarrow \infty} s_q = 0$ ) und somit das System (4.17) und (4.15) stabilisieren, wird eine strikte Lyapunov-Funktion

$$V(x) = \frac{1}{2} s_q^T M(q) s_q + \frac{1}{2} s_\tau^T s_\tau + e_\tau^T \Lambda_\tau K_2 e_\tau \quad (4.27)$$

mit  $x = \{e_q, \dot{e}_q, e_\tau, \dot{e}_\tau\}$  ausgewählt. Offensichtlich ist diese Lyapunov-Funktion positiv definit und radial unbeschränkt, sofern  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$  gilt.

Daraus ergibt sich die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V(x)$  entlang der Trajektorie des Systems zu

$$\dot{V}(x) = s_q^T M(q) \dot{s}_q + \frac{1}{2} s_q^T \dot{M}(q) s_q + s_\tau^T \dot{s}_\tau + 2e_\tau^T \Lambda_\tau K_2 \dot{e}_\tau. \quad (4.28)$$

Mit den Gleichungen (4.23) und (4.26) eingesetzt in die Gleichung (4.28) und durch Benutzung der Eigenschaft E2.2 ergibt sich

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= -s_q^T K_1 s_q + s_q^T e_\tau - \dot{e}_\tau^T K_2 \dot{e}_\tau - e_\tau^T \Lambda_\tau K_2 \Lambda_\tau e_\tau \\ &= - \begin{bmatrix} s_q^T & e_\tau^T \end{bmatrix} H \begin{bmatrix} s_q \\ e_\tau \end{bmatrix} - \dot{e}_\tau^T K_2 \dot{e}_\tau\end{aligned}\quad (4.29)$$

mit der Hesse-Matrix

$$H = \begin{bmatrix} K_1 & -\frac{1}{2}I \\ -\frac{1}{2}I & \Lambda_\tau K_2 \Lambda_\tau \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

An dieser Stelle ist anzumerken, dass  $\dot{V}(x)$  negativ definit ist, wenn die Hesse-Matrix  $H$  in Gleichung (4.30) positiv definit ist. Dies bedeutet, dass gemäß Lemma 4.1

$$\Lambda_\tau K_2 \Lambda_\tau > \frac{1}{4} K_1^{-1} \quad (4.31)$$

für geeignete Verstärkungsmatrizen  $K_1$ ,  $K_2$  und  $\Lambda_\tau$  sein muss. Die asymptotische Stabilität folgt aus dem Invarianzprinzip von Krasovskii-LaSalle. Demnach konvergiert das System in die größte invariante Menge, für die  $s_q = 0$ ,  $e_\tau = 0$  und  $\dot{e}_\tau = 0$  gilt. Da die Größen  $e_q$  und  $\dot{e}_q$  begrenzt und gleichmäßig stetig sind, folgt, dass das System global asymptotisch stabil ist, mit  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\tau = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_\tau = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_q = 0$  und  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_q = 0$ .

### 4.2.3 Backstepping-Methode

Die Idee der Backstepping-Methode besteht darin, dass ein nichtlineares Kaskadensystem mit interner Integratorkette durch eine rekursive Auslegung stabilisiert werden kann. Bei dieser Reglerauslegung wird für jeden Schritt eine Lyapunov-Funktion (Control Lyapunov Function) entworfen, um eine geschlossene Regelschleife mit den gewünschten Stabilitätseigenschaften zu erzeugen [62], [57].

#### - Schritt 1:

Es sei zunächst angenommen, dass das Drehmoment  $\tau$  ein virtueller Eingang des Systems ist und dem gewünschten  $\tau_d$  aus Gleichung (4.21) folgt. Für den idealen Fall gilt  $\tau = \tau_d$  und aus dem geschlossenen Regelkreis (4.23) ergibt sich die Abtriebsdynamik somit zu

$$M(q)\dot{s}_q + C(q, \dot{q})s_q + K_1 s_q = 0. \quad (4.32)$$

Zur Stabilitätsanalyse wird eine Lyapunov-Funktion wie folgt ausgewählt

$$V_1 = \frac{1}{2} s_q^T M(q) s_q \quad (4.33)$$

mit  $s_q$  aus Gleichung (4.22). Durch Einsetzen der Gleichung (4.32) in die Ableitung von  $V_1$  ergibt sich damit

$$\dot{V}_1 = -s_q^T K_1 s_q. \quad (4.34)$$

Im Allgemeinen ist aber  $\tau \neq \tau_d$ . Es existiert dadurch eine Drehmomentabweichung  $e_\tau = \tau_d - \tau$  und somit gilt die geschlossene Abtriebsdynamik (4.23). Mit Einsetzen der Gleichung (4.23) in die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_1$  (4.33) ergibt sich  $\dot{V}_1$  in diesem Fall zu

$$\dot{V}_1 = -s_q^T K_1 s_q + s_q^T e_\tau. \quad (4.35)$$

### - Schritt 2:

Um den Term  $s_q^T e_\tau$  in Gleichung (4.35) zu entfernen und um sicherzustellen, dass die Funktion  $\dot{V}_1$  negativ definit wird, wird ein zusätzlicher positiv definierter Funktionsterm mit einer positiv definiten und symmetrischen Matrix  $K_2$  zu der Lyapunov-Funktion addiert

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_\tau^T K_2 e_\tau. \quad (4.36)$$

Dies führt durch Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_2$  zu

$$\dot{V}_2 = -s_q^T K_1 s_q + s_q^T e_\tau + e_\tau^T K_2 \dot{e}_\tau. \quad (4.37)$$

Die Ableitung des Drehmomentfehlers  $\dot{e}_\tau$  wird nun als neuer virtueller Eingang angenommen und soll der Ableitung des Solldrehmomentfehlers  $\dot{e}_{\tau d}$  folgen. Für den idealen Fall gilt  $\dot{e}_\tau = \dot{e}_{\tau d}$ . Damit die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $\dot{V}_2$  negativ definit ist, wird die Ableitung des Solldrehmomentfehlers  $\dot{e}_{\tau d}$  wie folgt ausgewählt

$$\dot{e}_{\tau d} = -K_2^{-1}(s_q + e_\tau). \quad (4.38)$$

Mit Einsetzen von  $\dot{e}_\tau \equiv \dot{e}_{\tau d}$  (4.38) in die Gleichung (4.37) ergibt sich somit die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_2$  zu

$$\dot{V}_2 = -s_q^T K_1 s_q - e_\tau^T e_\tau. \quad (4.39)$$

Im Allgemeinen ist aber  $\dot{e}_\tau \neq \dot{e}_{\tau d}$  und dadurch entsteht eine Abweichung der Ableitung des Drehmomentfehlers  $e_t$

$$e_t = \dot{e}_{\tau d} - \dot{e}_\tau. \quad (4.40)$$

Durch Einsetzen von Gleichungen (4.40) und (4.38) in die Gleichung (4.37) folgt somit

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -s_q^T K_1 s_q + s_q^T e_\tau + e_\tau^T K_2 [-K_2^{-1}(s_q + e_\tau) - e_t] \\ &= -s_q^T K_1 s_q - e_\tau^T e_\tau - e_\tau^T K_2 e_t. \end{aligned} \quad (4.41)$$



### - Schritt 3:

Um den Term  $e_\tau^T K_2 e_t$  in Gleichung (4.41) zu entfernen, wird die Lyapunov-Funktion erneut erweitert

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} e_t^T K_3 e_t, \quad (4.42)$$

wobei  $K_3$  eine positiv definite und symmetrische Matrix ist. Damit ergibt sich die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_3$  zu

$$\dot{V}_3 = -s_q^T K_1 s_q - e_\tau^T e_\tau - e_\tau^T K_2 e_t + e_t^T K_3 \dot{e}_t. \quad (4.43)$$

Hierbei wird der Term  $\dot{e}_t = \ddot{e}_{\tau d} - \ddot{e}_\tau = \ddot{e}_{\tau d} - (\ddot{\tau}_d - \ddot{\tau}) = \ddot{e}_{\tau d} - \ddot{\tau}_d + u_\tau - K J^{-1} \tau$  aus den Gleichungen (4.40) und (4.17) bestimmt und in die Gleichung (4.43) eingesetzt. Dies führt zu

$$\dot{V}_3 = -s_q^T K_1 s_q - e_\tau^T e_\tau - e_\tau^T K_2 e_t + e_t^T K_3 (\ddot{e}_{\tau d} - \ddot{\tau}_d + u_\tau - K J^{-1} \tau). \quad (4.44)$$

Damit die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_3$  negativ definit ist, wird ein Regelgesetz  $u_\tau$  wie folgt gewählt

$$u_\tau = K_3^{-1} K_2 e_\tau - \ddot{e}_{\tau d} + \ddot{\tau}_d - K_3^{-1} e_t + K J^{-1} \tau \quad (4.45)$$

mit  $\ddot{e}_{\tau d} = -K_2^{-1}(\dot{s}_q + \dot{e}_\tau)$  aus Gleichung (4.38) und  $e_t = \dot{e}_{\tau d} - \dot{e}_\tau$  aus Gleichung (4.40). Durch Einsetzen des Reglers (4.45) in die Ableitung der Lyapunov-Funktion (4.44) ergibt sich somit  $\dot{V}_3$  zu

$$\dot{V}_3 = -s_q^T K_1 s_q - e_\tau^T e_\tau - e_t^T e_t < 0. \quad (4.46)$$

Mittels des Invarianzprinzips von Krasovskii-LaSalle folgt, dass das System in die größte Menge konvergiert, für die  $e_t = 0$ ,  $e_\tau = 0$  und  $s_q = 0$  (oder  $\dot{e}_\tau = 0$ ,  $e_\tau = 0$  und  $s_q = 0$ ) gilt. Da die Größen  $e_q$  und  $\dot{e}_q$  begrenzt und gleichmäßig stetig sind, folgt, dass das System mit dem Regelgesetz (4.45) global asymptotisch stabil ist, mit  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\tau = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_\tau = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_q = 0$  und  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_q = 0$ .

#### 4.2.4 Zustandslinearisierung

Der Ansatz der Zustandslinearisierung zielt darauf ab, die dynamischen Gleichungen eines nichtlinearen Systems in eine lineare Form zu transformieren, so dass die Regelungstheorie für lineare Systeme verwendet werden kann [57], [102]. Die Anwendung dieser Methode für Roboter mit elastischen Gelenken wurde bereits in [103], [76] beschrieben.

Wir betrachten wieder das Robotermodell ohne Dämpfung mit den Gleichungen (4.14), (4.15) und (4.16). Hierbei ist  $q$  die Ausgangsgröße des Systems und  $q_d$  der gewünschte

Sollwert. Es wird vorausgesetzt, dass die Größen  $\{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  bekannt sind (durch Messung oder Berechnung, z. B.  $q = \theta - K^{-1}\tau$ ). Unter Verwendung der Abkürzung  $n(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$  und durch die Nutzung von Ableitungen niedrigerer Ordnung für die Berechnung der Ableitungen höherer Ordnung werden die Größen  $\ddot{q}$ ,  $q^{(3)}$  und  $q^{(4)}$  in Abhängigkeit von dem Zustandsvektor  $\{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  berechnet

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[K(\theta - q) - n(q, \dot{q})] \quad (4.47)$$

$$\equiv f_1(\theta, q, \dot{q})$$

$$\begin{aligned} q^{(3)} &= \dot{M}^{-1}(q)[K(\theta - q) - n(q, \dot{q})] + M^{-1}(q)[K(\dot{\theta} - \dot{q}) - \dot{n}(q, \dot{q})] \\ &= \dot{M}^{-1}(q)M(q)\ddot{q} + M^{-1}(q)[K(\dot{\theta} - \dot{q}) - \dot{n}(q, \dot{q})] \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\equiv f_2(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q})$$

$$\begin{aligned} q^{(4)} &= \ddot{M}^{-1}(q)M(q)\ddot{q} + 2\ddot{q} + 2\dot{M}^{-1}(q)M(q)q^{(3)} + M^{-1}(q)[K(\ddot{\theta} - \ddot{q}) - \ddot{n}(q, \dot{q})] \\ &= \ddot{M}^{-1}(q)M(q)\ddot{q} + 2\ddot{q} + 2\dot{M}^{-1}(q)M(q)q^{(3)} \\ &\quad + M^{-1}(q)[KJ^{-1}u - KJ^{-1}\tau_f - KJ^{-1}K(\theta - q) - K\ddot{q} - \ddot{n}(q, \dot{q})] \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\equiv f_3(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) + M^{-1}(q)KJ^{-1}u.$$

Mit der abtriebsseitigen Positionsabweichung  $e_q = q_d - q$  kann ein Regelgesetz zur Linearisierung der Roboterdynamik durch

$$u = JK^{-1}M(q)[(q_d^{(4)} + K_3e_q^{(3)} + K_2e_q^{(2)} + K_1\dot{e}_q + K_0e_q) - f_3(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q})] \quad (4.50)$$

formuliert werden, wobei die positiv definiten Verstärkungsmatrizen  $[K_3, K_2, K_1, K_0]$  so ausgewählt werden, dass das Polynom  $[1, K_3, K_2, K_1, K_0]$  ein Hurwitz-Polynom ist<sup>1</sup>. Daraus resultiert folgende geschlossene Regelschleife

$$e_q^{(4)} + K_3e_q^{(3)} + K_2e_q^{(2)} + K_1\dot{e}_q + K_0e_q = 0 \quad (4.51)$$

und folglich ist das System exponentiell stabil.

#### 4.2.5 Singular Perturbation

Diese Methode erlaubt den Entwurf von kaskadierten Systemen mit Teilreglern unterschiedlicher Zeitkonstante. Für Roboter mit elastischen Gelenken lässt sich das System in zwei verkoppelte Teilsysteme zerlegen, wobei das eine als schnelles Teilsystem (sog. Boundary Layer System) und das andere als langsames Teilsystem (sog. quasi-stationäres System) bezeichnet wird [57]. In diesem Fall bedeutet dies, dass das schnelle Teilsystem durch eine Drehmomentregelschleife und das langsame durch eine Positionsregelschleife repräsentiert wird [105], [5], [91]. Hierbei wird das Regelgesetz für jedes Teilsystem getrennt entworfen. Nach dem Separationsprinzip der "Singular-Perturbation" Methode ergibt sich das Regelgesetz für das Gesamtsystem zu

$$u = u_{lan} + u_{sch} \quad (4.52)$$

<sup>1</sup>Das ist der Fall, wenn alle Pole des Systems auf der linken Seite der komplexen Ebene liegen.

und wird in Abbildung 4.2 dargestellt. Mit Hilfe der Thikhonov-Theorie kann die Stabilität des Gesamtsystems durch eine Stabilitätsanalyse der Teilregelschleifen nachgewiesen werden [57].

Für den Reglerentwurf wird zunächst angenommen, dass jedes Diagonalelement der Steifigkeitsmatrix  $k_{ii}$  groß genug ist, damit die Anwendung dieser Methodik für den DLR-Medizinroboter möglich wird. Um das System in die Singular Perturbation Form bringen zu können, wird die Steifigkeit  $K$  durch  $K = K_\epsilon/\epsilon^2$  mit positiv definiter Matrix  $K_\epsilon$  und kleiner Konstante  $\epsilon$  ersetzt. Je kleiner dabei der Wert von  $\epsilon$  ist, desto höher wird die Gelenksteifigkeit. Somit kann das Dynamikmodell (4.14), (4.15), (4.16) nun in die Singular Perturbation Form umgeschrieben werden

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (4.53)$$

$$\epsilon^2 \ddot{\tau} + K_\epsilon(J^{-1} + M^{-1}(q))\tau = K_\epsilon J^{-1}(u - \tau_f) + K_\epsilon M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) \quad (4.54)$$

### Das quasi-stationäre System:

Das quasi-stationäre Motordrehmoment ergibt sich durch das Einsetzen der Gleichung (4.53) in die Gleichung (4.54) mit  $\epsilon = 0$

$$\begin{aligned} u &= J(J^{-1} + M^{-1}(q))\tau - JM^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) + \tau_f \\ &= (J + M(q))\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Um zu gewährleisten, dass das quasi-stationäre System nur eine einzige Lösung für  $\lim_{t \rightarrow \infty} q = q_d$  und  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q} = \dot{q}_d$  besitzt, wird das Soll-drehmoment  $\tau_d$  folgendermaßen ausgewählt

$$\tau_d = M(q)(\ddot{q}_d + K_1\dot{e}_q + K_2e_q) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (4.56)$$

wobei  $e_q = q_d - q$  als Positionsabweichung bezeichnet wird. Die Matrizen  $K_1$  und  $K_2$  sind symmetrisch positiv definit und werden so ausgewählt, dass das Polynom  $[1, K_1, K_2]$  ein Hurwitz-Polynom wird. Dies führt zu dem Regelgesetz

$$u_{lan} = (J + M(q))(\ddot{q}_d + K_1\dot{e}_q + K_2e_q) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f. \quad (4.57)$$

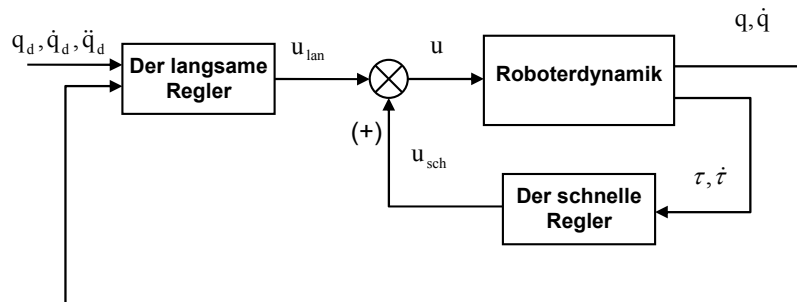


Abbildung 4.2: Regelungsstruktur der "Singular Perturbation" Methode.

Die hiermit geschlossene Regelschleife des quasi-stationären Systems ist durch Einsetzen von  $u = u_{lan}$  in die Gleichung (4.55) exponentiell stabil

$$\ddot{e}_q + K_1 \dot{e}_q + K_2 e_q = 0. \quad (4.58)$$

### Das Boundary Layer System:

Im Boundary Layer System werden die Zustände  $\{q, \dot{q}\}$  als Konstanten angesehen. Zur Ableitung des Modells des Boundary Layer Systems wird eine neue Koordinate  $y \in \mathbb{R}^n$  eingeführt. Sie repräsentiert die Abweichung des Drehmoments  $\tau$  von dem quasi-stationären Punkt  $\tau_d$

$$\tau(t) = \tau_d(t) + y(v) + O(\epsilon), \quad (4.59)$$

wobei  $O(\epsilon)$  der Restfehler in der Größenordnung von  $\epsilon$  ist und vernachlässigt werden kann. Durch Einsetzen der Gleichung (4.59) in die Gleichung (4.54) und unter Verwendung der Gleichungen (4.56) und (4.57) ergibt sich die neue Darstellung des schnellen Motordrehmoments wie folgt

$$\begin{aligned} \epsilon^2 \ddot{y} + K_\epsilon(J^{-1} + M^{-1}(q))y &= \\ &= K_\epsilon J^{-1}(u - \tau_f) + K_\epsilon M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) - K_\epsilon(J^{-1} + M^{-1}(q))\tau_d \\ &= K_\epsilon J^{-1}[u - \tau_f - (J + M(q))(\ddot{q}_d + K_1 \dot{e}_q + K_2 e_q) - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] \\ &= K_\epsilon J^{-1}[u - u_{lan}]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Dementsprechend steht  $v = t/\epsilon$  für eine schnelle Zeitskala und es gilt  $dt = \epsilon dv$ . Somit folgt

$$\frac{d^2 y}{dv^2} + K_\epsilon(J^{-1} + M^{-1}(q))y = K_\epsilon J^{-1}(u - u_{lan}). \quad (4.61)$$

Für das Boundary Layer System aus Gleichung (4.61) wird folgendes Regelgesetz mit  $y = \tau - \tau_d$  aus Gleichung (4.59) ausgewählt

$$\begin{aligned} u &= u_{lan} - K_3 y - \epsilon K_4 \dot{y} \\ &= u_{lan} + K_3(\tau_d - \tau) - \epsilon K_4 \dot{\tau}, \end{aligned} \quad (4.62)$$

wobei  $K_3$  und  $K_4$  symmetrische positiv definite Matrizen sind. Da die Zustände  $\{q, \dot{q}\}$  im Boundary Layer System als Konstanten angesehen werden, folgt  $\dot{\tau}_d = 0$  und somit gilt  $\dot{\tau} = \dot{y} = \frac{\partial y}{\partial v} \frac{1}{\epsilon}$ . Durch Einsetzen der Gleichung (4.62) in die Gleichung (4.61) ergibt sich die neue Gleichung für das Boundary Layer System

$$\frac{d^2 y}{dv^2} + K_\epsilon J^{-1} K_4 \frac{dy}{dv} + K_\epsilon(J^{-1} + M^{-1}(q) + J^{-1} K_3)y = 0. \quad (4.63)$$

Durch eine geeignete Auswahl der Matrizen  $K_3$  und  $K_4$  wird das Boundary Layer System (4.63) asymptotisch stabil. Die Stabilität des Gesamtsystems kann nun mit Hilfe der Thikhonov-Theorie [57] nachgewiesen werden.

### 4.2.6 SISO-Zustandsregler

Eine Erweiterung des einfachen PD-Reglers [109] für Roboter mit elastischen Gelenken ist ein Zustandsregler vierter Ordnung, der bereits in [6] vorgeschlagen und erfolgreich für den DLR-Leichtbauroboter eingesetzt worden ist. In dieser Reglerstruktur werden neben der antriebsseitigen Position und Geschwindigkeit auch das abtriebsseitige Drehmoment und dessen Ableitung als Zustandsgrößen  $\{\theta, \dot{\theta}, \tau, \dot{\tau}\}$  verwendet. Zusätzlich können zwei nichtlineare Terme zur Schwerkraft- und Reibungskompensation hinzugefügt werden. Hierfür wird ein SISO-Zustandsregelgesetz (SISO-Single Input and Single Output) in Gelenkkoordinaten für das System (4.1), (4.2) und (4.3) wie folgt zusammengestellt

$$u = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d) + \tau_f, \quad (4.64)$$

wobei  $e_\theta = \theta_d - \theta$  und  $\theta_d = q_d + K^{-1} G(q_d)$  ist.  $K_P, K_D, K_T$  und  $K_S \in \mathbb{R}^{n \times n}$  werden als Verstärkungsmatrizen bezeichnet.

Ausgehend von der Voraussetzung, dass die elastische Gelenkkopplung innerhalb des Doppelgelenks beim DLR-Medizinroboter vernachlässigt werden kann, folgt, dass die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix als positiv definite Diagonalmatrizen ausgeführt werden können. Außerdem werden die Motorträgheitsmatrix  $J$  und die Massenmatrix  $M$  für den Reglerentwurf ebenfalls als diagonal in Gelenkkoordinaten angenommen. Somit sind die Gelenkkoordinaten in diesem Fall echte Modal-Koordinaten und führen dazu, dass auch die Verstärkungsmatrizen  $K_P, K_D, K_T$  und  $K_S$  diagonal sind.

Die Stabilität des Gesamtsystems kann unter Verwendung der Lyapunov-Theorie analysiert und nachgewiesen werden. Für den Stabilitätsnachweis wird die Lyapunov-Funktion (4.8) durch

$$\begin{aligned} V(x) = & \frac{1}{2} \dot{\theta}^T K (K + K_T)^{-1} J \dot{\theta} + \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} (e_\theta - e_q)^T K (e_\theta - e_q) \\ & + \frac{1}{2} e_\theta^T K (K + K_T)^{-1} K_P e_\theta + U_g(q) - U_g(q_d) + e_q^T G(q_d) \end{aligned} \quad (4.65)$$

mit  $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  erweitert. Diese Funktion enthält neben der abtriebsseitigen und antriebsseitigen kinetischen Energie auch die potentielle Energie aus der abtriebsseitigen Gravitation und aus der Gelenkelastizität. Außerdem wird zusätzlich die potentielle Energie des Reglers berücksichtigt.

Nach [6] ergibt sich damit die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V(x)$  entlang der Trajektorie des Systems zu

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & -\dot{\theta}^T K (K + K_T)^{-1} (K_D + K_S + D) \dot{\theta} \\ & -\dot{q}^T D \dot{q} + \dot{q}^T D \dot{\theta} + \dot{\theta}^T K (K + K_T)^{-1} (K_S + D) \dot{q}. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Die Stabilitätsbedingungen für den Gesamtroboter mit SISO-Zustandsregler (4.64), die  $\{V(x) \geq 0; \lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty\}$  und  $\{\dot{V}(x) \leq 0\}$  gewährleisten, wurden in [6] unter Berücksichtigung der vollständigen Nichtlinearität des Roboters gezeigt.

### 4.2.7 Diskussion

- Wegen des Mangels an abtriebsseitiger Information kann der PD-Regler nur unzufriedenstellende Ergebnisse bringen. Im Falle des DLR-Medizinroboters mit geringer Gelenksteifigkeit und hoher Reibung löst diese einfache Reglerstruktur in der Praxis schlecht gedämpfte Gelenkschwingungen aus, wie der Drehmomentverlauf in Abbildung 4.3 zeigt. Deswegen ist der PD-Regler nur sehr eingeschränkt für den DLR-Medizinroboter geeignet.

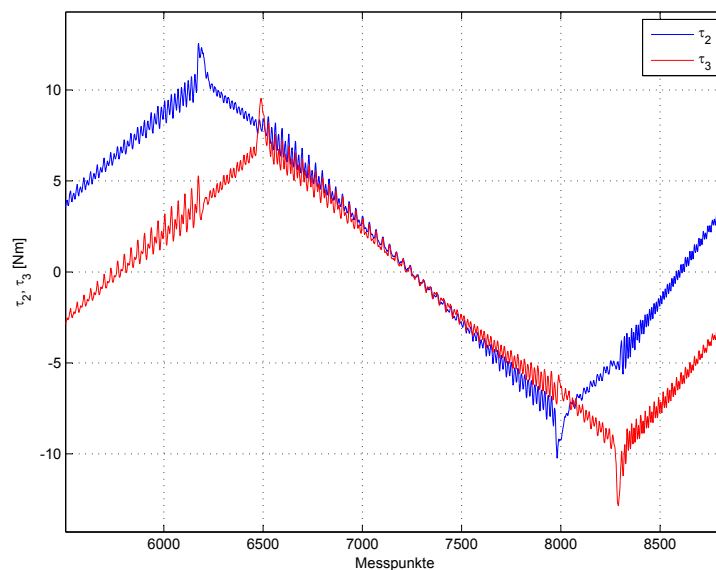


Abbildung 4.3: Drehmomentmessung beim Doppelgelenk 2-3 mit dem PD-Regler. Die Drehmomente enthalten sehr starke Ripple.

- Bei dem Zustandslinearisierungsregler oder bei den Reglern basierend auf einer kaskadierten dynamischen Struktur des Roboters, wie Kaskadenregler, Backstepping-Regler oder "Singular Perturbation"-Regler, wird eine strikte asymptotische Stabilität für das vollständige nichtlineare Dynamiksystem gewährleistet. Diese Reglerstrukturen erlauben auch eine mögliche Erweiterung hin zu adaptiven Reglern, die die Regelgüte des Systems für den Fall von ungenau identifizierten oder zeitvarianten Parametern theoretisch verbessern können.

Für diese Methoden ist es erforderlich, alle Parameter des Robotermodells gut zu kennen. Außerdem werden auch die abtriebsseitige Beschleunigung  $\ddot{q}$  und der Ruck  $q^{(3)}$  benötigt. Diese abtriebsseitige Beschleunigung  $\ddot{q}$  kann entweder durch Beschleunigungssensoren gemessen oder durch einen Beobachter geschätzt werden. Allerdings wurde in [107] gezeigt, dass der Aufbau von Beschleunigungssensoren am Roboter mechanisch schwierig ist. Andererseits ist die alternative Möglichkeit zur Bestimmung von  $\ddot{q}$  mittels Beobachter sehr rechenintensiv und eignet sich in

der Praxis nur für einfache Roboter. In der Praxis führt das Signalrauschen hoher Ableitungen zu deutlichen Beschränkungen bei der Verwendung dieser Regler.

Außerdem setzt die Stabilitätsanalyse im Falle des "Singular Perturbation"-Reglers voraus, dass die Diagonalelemente der Gelenksteifigkeitsmatrix hoch genug sind, was aber für den DLR-Medizinroboter (Steifigkeiten um ca. 2000-4000 [Nm/rad] je nach Doppelgelenk) nicht zutrifft. Durch dieses konstruktive Merkmal wird die Stabilitätsbedingung für das Gesamtsystem verletzt. Also ist die "Singular Perturbation"-Methode beim DLR-Medizinroboter nicht brauchbar.

Letztendlich führen diese Probleme dazu, dass diese Methoden meistens nur auf kleinen Experimentalsystemen mit ein oder zwei Freiheitsgraden implementiert und erprobt wurden.

- Als eine Erweiterung des PD-Reglers kann der SISO-Zustandsregler mit vollständiger Zustandsrückführung (antriebsseitige Position, abtriebsseitiges Drehmoment und jeweils deren erste Ableitung) sowie einer Gravitations- und Reibungskompensation bessere Ergebnisse erzielen. Dieser Regler wird bereits experimentell erfolgreich für den DLR-Leichtbauroboter eingesetzt. Aber für den DLR-Medizinroboter hätte der asymptotische Stabilitätsbeweis nur unter Vernachlässigung der Gelenkverkopplung durchgeführt werden können. Hierfür wären die Steifigkeit  $K$  und die Dämpfung  $D$  als reine Diagonalmatrizen anzusetzen. Außerdem ist die erreichbare Regelungssteifigkeit durch die hohe Elastizität des DLR-Medizinroboters sehr beschränkt [5].
- Ein wesentliches Merkmal des DLR-Medizinroboters ist es, dass jede Achse eines Doppelgelenks gleichzeitig zwei Antriebseinheiten benötigt. Für die beteiligten zwei Regelkreise bedeutet dies eine gegenseitige Wechselwirkung, wodurch es zu einer nicht vernachlässigbaren Verkopplung im Doppelgelenk kommt. Als eine Erweiterung des SISO-Zustandsreglers wird nunmehr ein MIMO-Zustandsregler (MIMO - Multi Input and Multi Output) mit vollständiger Zustandsrückführung, Reibungs- und Gravitationskompensation für den DLR-Medizinroboter entwickelt, der die Verkopplungen des Doppelgelenks berücksichtigt und dadurch bessere Ergebnisse erzielt. Dies wird in Abbildung 4.4 durch den Vergleich der Sprungantworten von MIMO- und SISO-Zustandsregler für das lineare Modell eines Doppelgelenks 4-5 deutlich. Eine vollständige Zustandsreglerstruktur für den gesamten DLR-Medizinroboter wird in Abbildung 4.5 dargestellt. In den kommenden Abschnitten wird auf die Analyse der Entkopplungsregelung und die Stabilitätsanalyse für den DLR-Medizinroboter eingegangen.

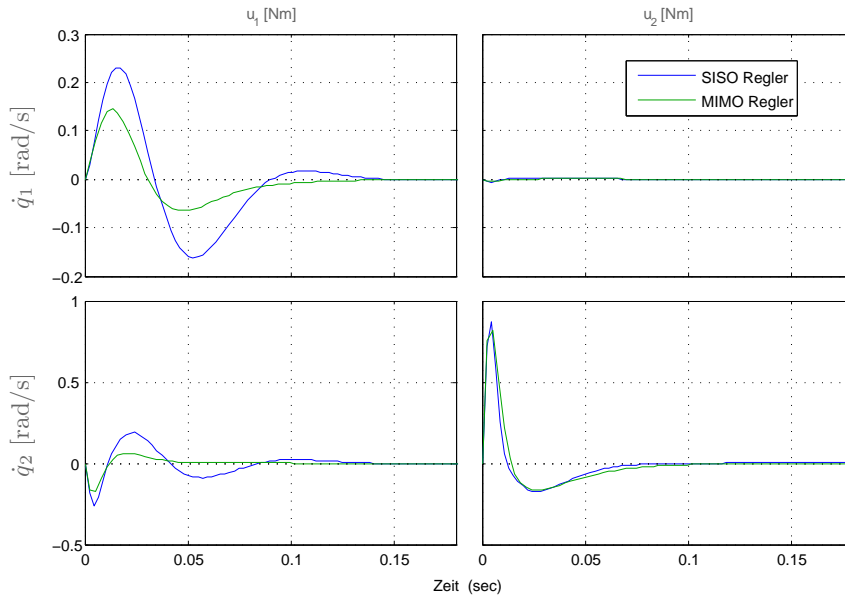


Abbildung 4.4: Vergleich der Impulsantworten von SISO- und MIMO-Zustandsregler für das Doppelgelenk 4-5 (In der linken Spalte stehen die Antworten auf einen Impuls von  $u_1$ , in der rechten Spalte von  $u_2$ ). Es zeigt sich, dass die Impulsantwort des MIMO-Zustandsreglers besser gedämpft ist.

### 4.3 Entkopplungsregelung eines linearen Mehrgrößensystems

Mehrgrößensysteme, bei denen mehrere Ausgangsgrößen gleichzeitig von mehreren Eingangsgrößen abhängig sein können, werden durch die wechselseitige Verkopplung von Eingängen und Ausgängen charakterisiert. Daher ist es die Aufgabe beim Regelungsentwurf für Mehrgrößensysteme, den Einfluss der Verkopplung zu minimieren, so dass - im Idealfall - jede Ausgangsgröße genau nur durch eine entsprechende virtuelle Stellgröße beeinflusst wird und somit das geregelte System das gewünschte Dynamikverhalten erreicht [10], [41], [101], [98].

Beim Reglerentwurf für ein lineares Mehrgrößensystem bestehen hier grundsätzlich zwei Möglichkeiten:

- zentraler Reglerentwurf,
- dezentraler Reglerentwurf.

Zur Entkopplung des Systems durch die Regelung wird die modale Methode für den Reglerentwurf verwendet. Während beim zentralen Reglerentwurf das Gesamtsystem zugrunde gelegt wird, werden beim dezentralen Reglerentwurf an Stelle des verkoppelten Systems hoher Ordnung mehrere entkoppelte Teilsysteme niedriger Ordnung verwendet. Im Folgenden werden die beiden Methoden für den DLR-Medizinroboter nacheinander vorgestellt und analysiert.



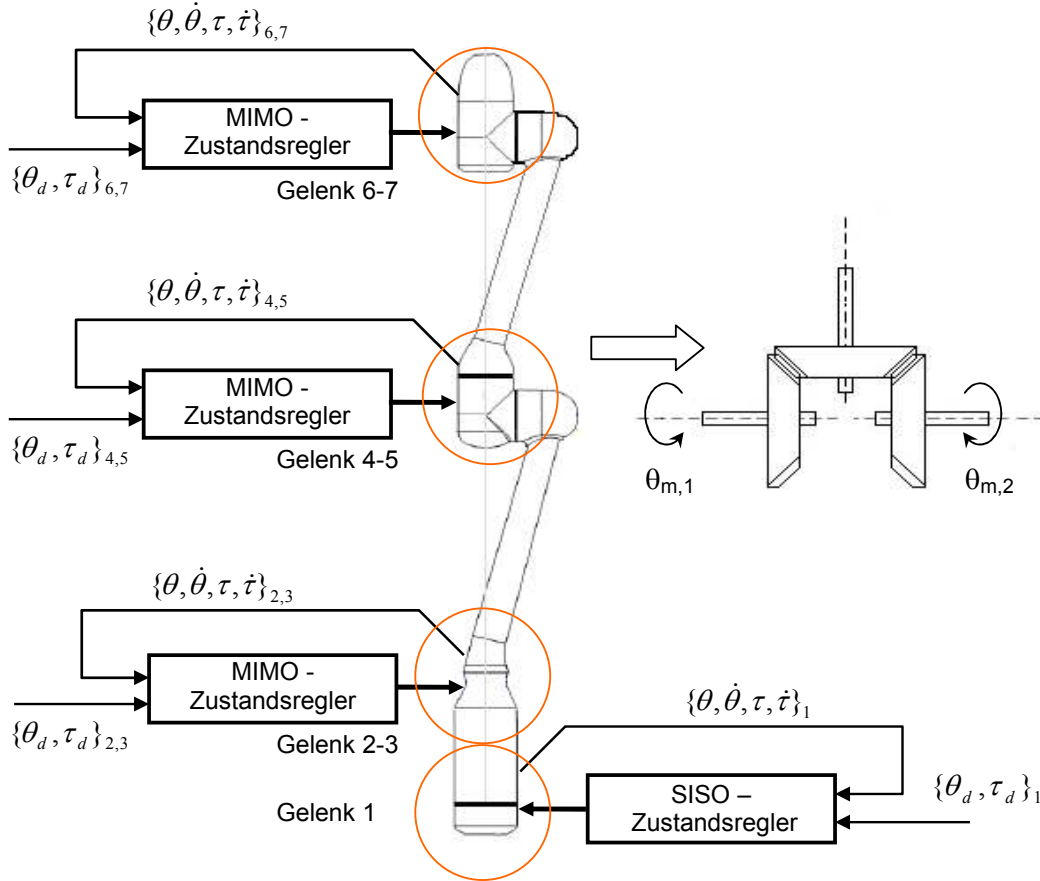


Abbildung 4.5: Zustandsreglerstruktur für den DLR-Medizinroboter.

Bei dem DLR-Medizinroboter wird die Reibung identifiziert und in der Folge als bekannt angenommen. So kann die Motordynamik (4.1) wie folgt in

$$u = J\ddot{\theta} + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} \quad (4.67)$$

mit

$$u = T^{-T}(u_m - \tau_{fm}) \quad (4.68)$$

umgeschrieben werden.

Um den Regler für ein Doppelgelenk entwerfen zu können, ist es noch erforderlich, die Dynamikgleichungen eines Doppelgelenks basierend auf den Gleichungen (4.67) und (4.2) zu linearisieren. Dabei wird im Sinne einer "Worst Case" Betrachtung für die Regelgüte beim Reglerentwurf die maximal mögliche abtriebsseitige Massenträgheit  $M$  angenommen. Für den Zustandsvektor  $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  wird eine Linearisierung jedes Doppelgelenks  $i$  mit  $i = \{2-3, 4-5, 6-7\}$ <sup>2</sup> um den Arbeitspunkt

$$\begin{cases} x = x_d + \underline{x} \\ u = u_d + \underline{u} \end{cases} \quad (4.69)$$

<sup>2</sup>Der Index  $i = \{2-3, 4-5, 6-7\}$  entspricht dem Doppelgelenk 2-3, 4-5 und 6-7.

durchgeführt, wobei  $\mathbf{x}_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$  der Zustandsvektor im Arbeitspunkt und  $\underline{\mathbf{x}} = \{\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}, \underline{q}, \underline{\dot{q}}\}$  der Zustandsvektor der kleinen Abweichungen um den Arbeitspunkt darstellen. Daraus folgt

$$\underline{u}_i = J_i \ddot{\underline{\theta}}_i + \underline{\tau}_i + D_i K_i^{-1} \dot{\underline{\tau}}_i \quad (4.70)$$

$$\underline{\tau}_i + D_i K_i^{-1} \dot{\underline{\tau}}_i = \underline{M}_i \ddot{\underline{q}}_i \quad (4.71)$$

$$\underline{\tau}_i = K_i(\underline{\theta}_i - \underline{q}_i). \quad (4.72)$$

Darüber hinaus gilt für den Arbeitspunkt

$$u_{d_i} = K_i(\theta_{d_i} - q_{d_i}) = G_i(q_d). \quad (4.73)$$

Dabei sind  $K_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $D_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $J_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und  $\underline{M}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  symmetrische und positiv definite Matrizen. Es ergibt sich somit für jedes Doppelgelenk ein verkoppeltes Zustandsgleichungssystem (4.70) und (4.71) achter Ordnung mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen, wobei die Verkopplung durch die Matrizen  $K_i$ ,  $D_i$ ,  $J_i$  und  $\underline{M}_i$  gegeben ist. Die Auswirkungen des Gravitationsterms werden in diesem Fall vernachlässigt<sup>3</sup>.

Das System mit dem Ausgang  $\underline{q}_i = (\underline{\theta}_i - K_i^{-1} \underline{\tau}_i) \in \mathbb{R}^2$  kann auch durch die Zustandsdarstellung mit bekannten Zustandsgrößen  $\mathbf{x} = [\underline{\theta}_i^T, \underline{\dot{\theta}}_i^T, (K_i^{-1} \underline{\tau}_i)^T, (K_i^{-1} \dot{\underline{\tau}}_i)^T]^T \in \mathbb{R}^8$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (4.74)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (4.75)$$

beschrieben werden. Die Matrizen  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 8}$  setzen sich folgendermaßen zusammen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & -J_i^{-1} K_i & -J_i^{-1} D_i \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & -(J_i^{-1} + \underline{M}_i^{-1}) K_i & -(J_i^{-1} + \underline{M}_i^{-1}) D_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ J_i^{-1} \\ 0_{2 \times 2} \\ J_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

und

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & -I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad (4.77)$$

mit der Einheitsmatrix  $I_{2 \times 2} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und der Nullmatrix  $0_{2 \times 2} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

<sup>3</sup>Im betrachteten Arbeitspunkt  $\mathbf{x}_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$  gilt für die Linearisierung des Systems  $C(q, \dot{q})\dot{q}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_d} = 0$  und  $G(q = q_d + \underline{q}) = G(q_d) + K_g \underline{q}$  mit  $K_g = \frac{\partial G(q)}{\partial q}|_{q=q_d}$ . So ergibt sich die Starrkörperdynamik

$$K(\underline{\theta} - \underline{q}) + D(\underline{\dot{\theta}} - \underline{\dot{q}}) = M(q_d)\ddot{\underline{q}} + K_g \underline{q}$$

und durch Umformung erhält man

$$K(\underline{\theta} - K^{-1}(K + K_g)\underline{q}) + D(\underline{\dot{\theta}} - \underline{\dot{q}}) = M(q_d)\ddot{\underline{q}}.$$

Da am Medizinroboter das Verhältnis  $K_{jj}/|K_{gj}| > 50$  ist, gilt  $K^{-1}(K + K_g) \approx I$  und damit folgt Gleichung (4.71).

### 4.3.1 Zentraler Reglerentwurf

Es sei hier angenommen, dass der vollständige Zustandsvektor  $\{\theta, \dot{\theta}, K^{-1}\tau, K^{-1}\dot{\tau}\}$  beim DLR-Medizinroboter bekannt ist. Somit kann für das Zustandsgleichungssystem (4.74), (4.75) durch die vollständige modale Synthese [41] ein Zustandsregler entworfen werden, wodurch das geschlossene Gesamtsystem entkoppelt wird.

**Definition "Differenzordnung des Systems":**  $y_j^{(\delta_j)}$  bezeichnet die niedrigste Ableitung von  $y_j$ , die sprungfähig ist, d. h. wird durch eine Sprungfunktion an einem geeigneten Eingang, die Ableitung  $y_j^{(\delta_j)}$  eines Ausgangs ebenfalls zu einem Sprung veranlasst, so nennt man  $\delta_j$  die Differenzordnung des Systems  $\{A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{m \times n}\}$  bezüglich  $y_j$ .

Somit ist der Wert von  $\delta_j$  die kleinste positive ganze Zahl, für die  $c_j^T A^{\delta_j-1} B \neq 0^T$  gilt, wobei  $c_j^T$  die  $j$ -te Zeile von  $C$  bezeichnet. Die Differenzordnung des Gesamtsystems ergibt sich zu  $\delta = \sum \delta_j$ .

Für den Reglerentwurf eines Doppelgelenks (4.74), (4.75) mit  $A \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 8}$  werden 8 Pole  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8\}$  vorgegeben. Um zum Zustandsregler mit der Verstärkungsmatrix  $R \in \mathbb{R}^{2 \times 8}$  zu gelangen, wird die Entwurfsmethodik der vollständigen modalen Synthese nach G. Roppenecker [41] eingesetzt. Danach kann der Regler

$$R = [p_1, p_2, \dots, p_8][v_1, v_2, \dots, v_8]^{-1} \quad (4.78)$$

mit dem konstanten Vektor  $p_j \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  und dem Vektor  $v_j \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$  aus

$$v_j = (A - \lambda_j I)^{-1} B p_j \quad \text{mit } j = 1..8 \quad (4.79)$$

berechnet werden. In dieser Berechnungsvorschrift kann der Parametervektor  $p_j$  prinzipiell beliebig vorgegeben werden. Zur vollständigen Entkopplung des Systems müssen die beiden Parametervektoren  $v_j$  und  $p_j$  mit Hilfe der Gleichungen

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_{jk} I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{jk} \\ -p_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_j \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} j = 1..2 \\ k = 1.. \delta_j \end{matrix} \quad (4.80)$$

mit den vorgegebenen Polen  $\lambda_{jk}$  und

$$\begin{bmatrix} A - \lambda_\nu I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\nu \\ -p_\nu \end{bmatrix} = 0, \quad \nu = (\delta + 1)..8 \quad (4.81)$$

bestimmt werden [73], wobei  $e_j \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  der Einheitsvektor mit einer Eins an  $j$ -ter Stelle und  $\lambda_\nu$  (eine sog. invariante Nullstelle) die Lösung der Gleichung

$$\det \begin{bmatrix} A - \lambda_\nu I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.82)$$

ist. Im Falle des Systems (4.74), (4.75) gibt es zwei derartige Nullstellen und daraus resultieren  $\delta_1 = 3, \delta_2 = 3$ .

Die Lösungen der Gleichungen (4.80), (4.81) und (4.82) können mit Hilfe der Matlab "Symbolic Toolbox" gefunden werden. Allerdings können die zwei Nullstellen nach Gleichung (4.82) im Falle eines Doppelgelenks beim DLR-Medizinroboter real nicht berücksichtigt werden, weil die Bandbreite der Reglerverstärkungen in der Praxis durch das Rauschen der gemessenen Zustandsgrößen beschränkt ist. Anstatt also diese Nullstellen als vorgegebene Pole zu benutzen, werden beim Reglerentwurf für ein Doppelgelenk alle acht Pole vorgegeben. Als Nachteil dieser Entwurfsmethode ist zu nennen, dass die Stabilität so nur für das lineare Teilsystem sichergestellt werden kann. Die Stabilität des Gesamtsystems unter Einbezug des nichtlinearen Systemanteils (vollständiges dynamisches Starrkörpermodell) kann nicht ohne Weiteres gewährleistet werden.

### 4.3.2 Dezentraler Reglerentwurf

Wird ein Mehrgrößensystem entkoppelt, so wird das Syntheseproblem auf den Fall der Einzelregelung zurückgeführt. Dafür wird das System zunächst in eine Modalform transformiert, in der es in mehrere kleine entkoppelte Teilsysteme aufgeteilt werden kann.

Dabei werden die Zustandsgleichungen eines Doppelgelenks (4.74), (4.75) betrachtet. Gemäß der modalen Entkopplung [41] kann das Gleichungssystem (4.74) durch eine Koordinatentransformation in Modalkoordinaten

$$x = V\rho \quad (4.83)$$

abgebildet werden, wobei  $\rho \in \mathbb{R}^8$  den neuen Zustandsvektor und  $V \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  die Transformationsmatrix bezeichnen. Dadurch ergibt sich eine neue Dynamikgleichung

$$\dot{\rho} = \Lambda\rho + \hat{B}\underline{u} \quad (4.84)$$

mit

$$\begin{cases} \Lambda = V^{-1}AV \\ \hat{B} = V^{-1}B. \end{cases} \quad (4.85)$$

Die Matrix  $V$  soll nun so gewählt werden, dass

$$\Lambda = V^{-1}AV = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \lambda_j & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

zu einer Diagonalmatrix wird, wobei  $\lambda_j$  positiv definit ist. Somit kann das System (4.84) in Modalform entkoppelt werden.

Im Falle eines Doppelgelenks (4.74), (4.75) ist das System achter Ordnung. Es gibt aber nur zwei Eingänge  $\underline{u} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\text{rank}(\hat{B}) = 2$ . Das bedeutet, dass das System (4.84) nicht in acht entkoppelte Teilsysteme aufgeteilt werden kann. Stattdessen sollen nur zwei Pole

frei vorgegeben werden. Die sechs restlichen Pole sind identisch mit den Streckenpolen [41]. Dies führt dazu, dass das geschlossene System das gewünschte Dynamikverhalten nicht erreichen kann.

Im nächsten Abschnitt wird eine neue Methode zur Entkopplung eingeführt, die ein Doppelgelenk zum Reglerentwurf in zwei Teilsysteme vierter Ordnung entkoppelt. Dieser modale Regelungsansatz ermöglicht es zudem, die Stabilität der nichtlinearen Dynamik des so geregelten Gesamtroboters zu analysieren und zu beweisen. Diese Reglerstruktur ist einer der wichtigsten Beiträge der vorliegenden Arbeit.

## 4.4 MIMO-Zustandsregler mit Hilfe der modalen Entkopplung

### 4.4.1 Modale Entkopplung und Reglerauslegung

In diesem Abschnitt soll eine MIMO-Zustandsreglerstruktur anhand einer modalen Entkopplung des Doppelgelenks entworfen werden. Dabei wird das System nicht wie im Abschnitt 4.3.2 in unabhängige Teilsysteme erster Ordnung, sondern in Teilsysteme vierter Ordnung zerlegt. Diese entsprechen entkoppelten Masse-Dämpfer-Feder Systemen. Dazu wird das System durch eine Koordinatentransformation in Modal-Koordinaten abgebildet, die das folgende Lemma "Zerlegung symmetrischer Matrizen" benötigt [42].

**Lemma 4.2:** *Matrix  $A$  ist symmetrisch, Matrix  $B$  ist symmetrisch und positiv definit. Somit existiert eine Matrix  $Q$ , so dass  $A = QQ^T$  und  $B = QCQ^T$  gilt, mit Matrix  $C$  positiv definit und diagonal.*

Für ein Doppelgelenk  $i$  (4.70), (4.71) mit  $i = \{2,3,4,5,6,7\}$  ist die Verkopplung durch die Matrizen  $K_i$ ,  $D_i$ ,  $J_i$  und  $\underline{M}_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  gegeben. An dieser Stelle ist anzumerken, dass nur zwei Matrizen davon gleichzeitig diagonalisiert werden können (z. B. die Matrizen  $K_i$  und  $\underline{M}_i$ ). Um die modale Entkopplung anwenden bzw. um das linearisierte Modell eines Doppelgelenks vollständig diagonalisieren zu können, wird zunächst eine weitere Approximation mit  $D_i \simeq \lambda_D K_i$  eingeführt. Dabei ist  $\lambda_D$  ein positiver Skalar, der mit den Materialeigenschaften des Gelenks zusammenhängt. Wie aus dem Stabilitätsbeweis im Abschnitt 4.4.2 klar hervorgeht, bleibt das System stabil, solange die Dämpfungsmatrix  $D_i$  positiv definit ist. Außerdem wird sich die durch diese Approximation verursachte Veränderung nur geringfügig auf die Regelgüte auswirken, wie ein Vergleich der Sprungantworten beim Doppelgelenk 2-3 in Abbildung 4.6 zeigt. Diese Approximation hat sich experimentell als hinreichend genau erwiesen. Des Weiteren kann die Motorträgheit  $J_i$  in Gleichung (4.70) durch einen Drehmomentregler<sup>4</sup> auf die Form  $\lambda_J K_i$  gebracht werden

$$\underline{u}_i = J_i(\lambda_J K_i)^{-1} \underline{w}_i + (I - J_i(\lambda_J K_i)^{-1})(\underline{z}_i + D_i K_i^{-1} \dot{\underline{z}}_i), \quad (4.87)$$

<sup>4</sup>Drehmomentrückführung kann generell als Skalierung der Motorträgheit betrachtet werden [8].

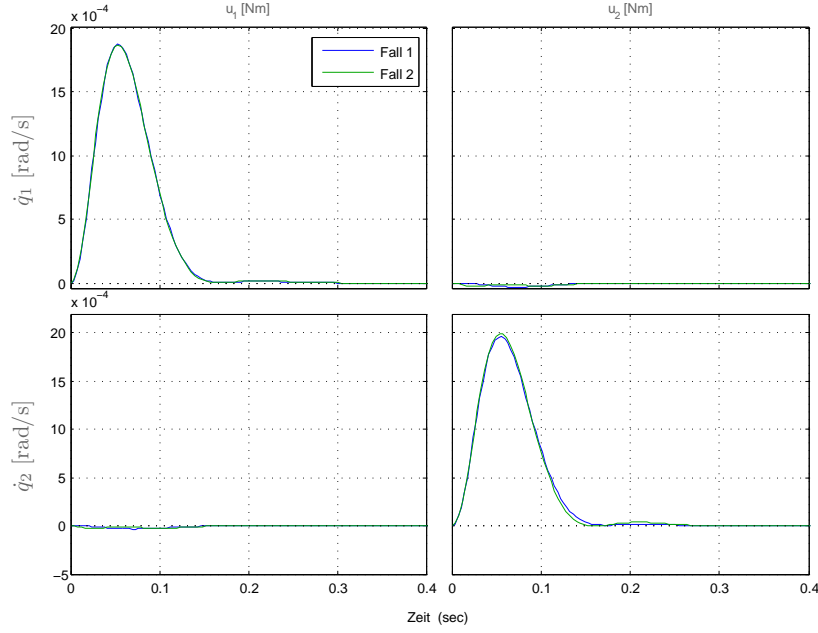


Abbildung 4.6: Vergleich der simulierten Sprungantworten für das Doppelgelenk 2-3. Fall 1: Sprungantwort mit Approximation der Dämpfung; Fall 2: Sprungantwort mit korrekter Dämpfung.

wobei  $\underline{w}_i \in \mathbb{R}^2$  einen neuen Eingangsvektor und  $I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  die Einheitsmatrix darstellt,  $\lambda_J$  eine positive Konstante ist. Man erhält somit folgende neue Systemgleichungen aus (4.70) und (4.71)

$$\underline{w}_i = \lambda_J K_i \ddot{\underline{\theta}}_i + \underline{\tau}_i + \lambda_D \dot{\underline{\tau}}_i \quad (4.88)$$

$$\underline{\tau}_i + \lambda_D \dot{\underline{\tau}}_i = \underline{M}_i \ddot{\underline{q}}_i \quad (4.89)$$

$$\underline{\tau}_i = K_i (\underline{\theta}_i - \underline{q}_i). \quad (4.90)$$

Nun ist das linearisierte Dynamikmodell eines Doppelgelenks (4.88) und (4.89) durch eine Modal-Transformation vollständig entkoppelbar. Daraus resultieren konstante Reglerparameter, für die auch die Stabilität des kompletten nichtlinearen Robotermodells gezeigt werden kann und die gutes Einschwingverhalten und geringen Folgefehler im gesamten Arbeitsraum liefern.

Nach dem Lemma 4.2 (Zerlegung symmetrischer Matrizen) existiert eine Matrix  $Q_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , so dass

$$\begin{cases} K_i = Q_i Q_i^T \\ \underline{M}_i = Q_i M_{Q_i} Q_i^T \end{cases} \quad (4.91)$$

gilt, mit  $M_{Q_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  positiv definit und diagonal. Mit Gleichung (4.91) eingesetzt in die

Gleichungen (4.88) und (4.89) ergibt sich

$$w_{Q_i} = \lambda_J \ddot{\theta}_{Q_i} + (\theta_{Q_i} - q_{Q_i}) + \lambda_D (\dot{\theta}_{Q_i} - \dot{q}_{Q_i}) \quad (4.92)$$

$$(\theta_{Q_i} - q_{Q_i}) + \lambda_D (\dot{\theta}_{Q_i} - \dot{q}_{Q_i}) = M_{Q_i} \ddot{q}_{Q_i} \quad (4.93)$$

$$\tau_{Q_i} = \theta_{Q_i} - q_{Q_i} \quad (4.94)$$

mit

$$\begin{cases} \theta_{Q_i} = Q_i^T \underline{\theta}_i \\ q_{Q_i} = Q_i^T \underline{q}_i \\ w_{Q_i} = Q_i^{-1} \underline{w}_i \\ \tau_{Q_i} = Q_i^{-1} \underline{\tau}_i. \end{cases} \quad (4.95)$$

An dieser Stelle ist anzumerken, dass das System beschrieben durch (4.92) und (4.93) entkoppelt ist, weil die Matrix  $M_{Q_i} = \text{diag}(M_{Q_{i,j}})$  diagonal ist. Somit ist es möglich, dieses Dynamiksystem (4.92), (4.93) in zwei Teilsysteme vierter Ordnung aufzuteilen. Für jedes Teilsystem  $j$  mit  $j = \{1, 2\}$  kann durch die Zustandsdarstellung mit dem Zustandsvektor  $x_Q = [\theta_{Q_{i,j}}, \dot{\theta}_{Q_{i,j}}, \tau_{Q_{i,j}}, \dot{\tau}_{Q_{i,j}}]^T \in \mathbb{R}^4$  und dem Ausgang  $y_Q = q_{Q_{i,j}} \in \mathbb{R}$  nun durch

$$\begin{aligned} \dot{x}_Q &= A_Q x_Q + B_Q w_Q \\ y_Q &= C_Q x_Q \end{aligned}$$

beschrieben werden, wobei sich die Matrizen  $A_Q \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ,  $B_Q \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ,  $C_Q \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  folgendermaßen zusammensetzen

$$A_Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\lambda_J & -\lambda_D/\lambda_J \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(1/\lambda_J + 1/M_{Q_{i,j}}) & -(1/\lambda_J + 1/M_{Q_{i,j}})\lambda_D \end{bmatrix}, \quad B_Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\lambda_J \\ 0 \\ 1/\lambda_J \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

und

$$C_Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.97)$$

So ist es möglich, für jedes entkoppelte Teilsystem  $j$  einen separaten linearen SISO-Zustandsregler folgender Form zu entwerfen

$$w_{Q_{i,j}} = -K_{PQ_{i,j}} \theta_{Q_{i,j}} - K_{DQ_{i,j}} \dot{\theta}_{Q_{i,j}} - K_{TQ_{i,j}} \tau_{Q_{i,j}} - K_{SQ_{i,j}} \dot{\tau}_{Q_{i,j}}. \quad (4.98)$$

Die Reglerverstärkungen  $K_{PQ_{i,j}} \in \mathbb{R}$ ,  $K_{DQ_{i,j}} \in \mathbb{R}$ ,  $K_{TQ_{i,j}} \in \mathbb{R}$  und  $K_{SQ_{i,j}} \in \mathbb{R}$  sind positiv. Für jedes Teilsystem (4.92), (4.93) mit dem Reglergesetz (4.98) werden vier Pole  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$  vorgegeben, entsprechend einem Polynom vierter Ordnung

$$(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) \equiv s^4 + s^3 P_3 + s^2 P_2 + s P_1 + P_0. \quad (4.99)$$

Durch Verwendung der Methode der Polvorgabe werden die Reglerverstärkungen jedes Teilsystems durch die Streckenparameter und die vorgegebenen Pole berechnet. Hierfür werden die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms aus den Eigenwerten der Matrix  $(A_Q - B_Q R)$  mit  $R = [K_{PQ_{i,j}}, K_{DQ_{i,j}}, K_{TQ_{i,j}}, K_{SQ_{i,j}}] \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  mit den Koeffizienten in Gleichung (4.99) gleichgesetzt. Somit ergeben sich die Ergebnisse

$$K_{DQ_{i,j}} = P_1 M_{Q_{i,j}} \lambda_J - \lambda_D P_0 M_{Q_{i,j}} \lambda_J \quad (4.100)$$

$$K_{PQ_{i,j}} = P_0 M_{Q_{i,j}} \lambda_J \quad (4.101)$$

$$K_{SQ_{i,j}} = (-P_1 M_{Q_{i,j}}^2 \lambda_J - \lambda_D M_{Q_{i,j}} - \lambda_D \lambda_J + P_3 M_{Q_{i,j}} \lambda_J + \lambda_D P_0 M_{Q_{i,j}}^2 \lambda_J) / M_{Q_{i,j}} \quad (4.102)$$

$$K_{TQ_{i,j}} = -1/M_{Q_{i,j}} (M_{Q_{i,j}} + \lambda_D P_1 M_{Q_{i,j}} \lambda_J + \lambda_J - P_2 M_{Q_{i,j}} \lambda_J + M_{Q_{i,j}}^2 P_0 \lambda_J - \lambda_D^2 P_0 M_{Q_{i,j}} \lambda_J). \quad (4.103)$$

Durch die Transformationsgleichungen (4.95) wird das Regelgesetz (4.98) in Gelenkkordinaten zurücktransformiert

$$\underline{w}_i = -K_{P_i} \underline{\theta}_i - K_{D_i} \dot{\underline{\theta}}_i - K_{T_i} K_i^{-1} \underline{\tau}_i - K_{S_i} K_i^{-1} \dot{\underline{\tau}}_i, \quad (4.104)$$

mit

$$\begin{cases} K_{P_i} = Q_i \text{diag}(K_{PQ_{i,j}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{PQ_i} Q_i^T \\ K_{D_i} = Q_i \text{diag}(K_{DQ_{i,j}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{DQ_i} Q_i^T \\ K_{T_i} = Q_i \text{diag}(K_{TQ_{i,j}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{TQ_i} Q_i^T \\ K_{S_i} = Q_i \text{diag}(K_{SQ_{i,j}}) Q_i^T \equiv Q_i K_{SQ_i} Q_i^T. \end{cases} \quad (4.105)$$

Dabei sind alle Matrizen  $K_{P_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $K_{D_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $K_{T_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und  $K_{S_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  positiv definit und symmetrisch, was für den Stabilitätsbeweis im nächsten Abschnitt benötigt wird.

Für den gesamten nichtlinearen DLR-Medizinroboter mit

$$w = \lambda_J K \ddot{\theta} + \tau + DK^{-1} \dot{\tau} \quad (4.106)$$

$$\tau + DK^{-1} \dot{\tau} = M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (4.107)$$

$$\tau = K(\theta - q) \quad (4.108)$$

gilt  $w_d = G(q_d)$  im Arbeitspunkt  $\underline{x}_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$ . Bezüglich der Linearisierungsgleichung (4.69) ergibt sich ein kompletter Zustandsregler für den DLR-Medizinroboter in Gelenkkordinaten zu

$$w = w_d + \underline{w}(\underline{x}), \quad (4.109)$$

mit dem Zustandsvektor der kleinen Abweichung  $\underline{x} = \underline{x} - \underline{x}_d$  (oder  $\{\underline{\theta}, \dot{\underline{\theta}}, \underline{q}, \dot{\underline{q}}\} = \{\theta - \theta_d, \dot{\theta}, q - q_d, \dot{q}\}$ ).



Durch Einsetzen von Gleichung (4.104) und  $w_d = G(q_d)$  in die Gleichung (4.109) und unter Verwendung der Gleichungen (4.73), (4.108) folgt

$$w = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d), \quad (4.110)$$

mit der antriebsseitigen Abweichung  $e_\theta = \theta_d - \theta$ . Die Reglerverstärkungsmatrizen  $K_\xi \in \{K_P, K_D, K_T, K_S\}$  sind symmetrisch positiv definit und besitzen folgende Gestalt

$$K_\xi = \begin{bmatrix} K_{\xi_1} & \dots & 0 \\ & K_{\xi_{2..3}} & \\ \vdots & & K_{\xi_{4..5}} & \vdots \\ 0 & \dots & & K_{\xi_{6..7}} \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

$$\{K_{\xi_1} \in \mathbb{R}, K_{\xi_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid K_{\xi_1} > 0, K_{\xi_i} = K_{\xi_i}^T > 0, i = \{2..3, 4..5, 6..7\}, \xi \in \{P, D, T, S\}\}.$$

#### 4.4.2 Stabilitätsanalyse

##### A) Auswahl der Lyapunov-Funktion

Zum Beweis der Stabilität werden die Gleichungen des Gesamtsystems (4.106) und (4.107) nochmals umgeschrieben

$$w = \lambda_J K \ddot{\theta} + K \Delta + D \dot{\Delta} \quad (4.112)$$

$$K \Delta + D \dot{\Delta} = M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q). \quad (4.113)$$

Hierbei steht  $\Delta$  als Abkürzung für  $\Delta = \theta - q$ . Damit ist das Regelgesetz (4.110) mit Gravitationskompensation gegeben durch

$$w = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T \Delta - K_S \dot{\Delta} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d). \quad (4.114)$$

Hierin ist für eine gegebene abtriebsseitige Sollposition  $q_d$  (desired) die antriebsseitige Sollposition  $\theta_d$  durch

$$\theta_d = q_d + K^{-1} G(q_d) \quad \text{oder} \quad \Delta_d \equiv \theta_d - q_d = K^{-1} G(q_d) \quad (4.115)$$

definiert. Es sei  $x = \{\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}\}$  der Zustandsvektor und  $x_s = \{\theta_s, 0, q_s, 0\}$  der Zustandsvektor des Roboters in der Ruhelage (stationary). Durch Einsetzen von  $x_s$  in die Dynamikgleichungen (4.112), (4.113) und das Regelgesetz (4.114) muss der Zustandsvektor  $x_s$  die folgenden stationären Gleichungen erfüllen

$$\begin{cases} K_P(\theta_d - \theta_s) - (K + K_T)(\theta_s - q_s) + (K + K_T) K^{-1} G(q_d) = 0 \\ K(\theta_s - q_s) = G(q_s). \end{cases} \quad (4.116)$$

Offensichtlich erfüllt  $x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$  diese Gleichungen. Im Folgenden soll bewiesen werden, dass das die einzige Lösung ist.

Zur Stabilitätsanalyse wird folgende Lyapunov-Funktion ausgewählt

$$\begin{aligned} V(x) = & \frac{1}{2}\dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) \\ & + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta + U_g(q) - U_g(q_d) + e_q^T G(q_d), \end{aligned} \quad (4.117)$$

wobei  $K_P$  und  $(K + K_T)$  positiv definit sind. Diese Funktion enthält sowohl die kinetische Energie als auch die potentielle Energie des Gesamtsystems.

### B) Stabilitätsbedingungen des MIMO-Zustandsreglers

Für Doppelgelenke  $i$  mit  $i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  sind  $K_{P_i}, K_{D_i}, K_{T_i}, K_{S_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  als Matrizen anzusetzen. In Abschnitt 4.4.1 wurde gezeigt, dass die Matrizen  $K_{P_i}, K_{D_i}, K_{T_i}, K_{S_i}$  symmetrisch positiv definit sind und dass eine Matrix  $Q_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  existiert, so dass

$$\begin{cases} K_i = Q_i Q_i^T \\ D_i \simeq \lambda_D K_i = \lambda_D Q_i Q_i^T \end{cases} \quad (4.118)$$

gilt. Damit kann nachgewiesen werden, dass die folgenden Matrizen der Gleichung (4.117)

$$\begin{cases} K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} \lambda_J K_i = \lambda_J Q_i (I + K_{T_i} Q_i)^{-1} Q_i^T \\ K_i(K_i + K_{T_i})^{-1} K_{P_i} = Q_i (I + K_{T_i} Q_i)^{-1} K_{P_i} Q_i^T \end{cases} \quad (4.119)$$

ebenfalls symmetrisch und positiv definit sind, weil  $K_{P_i}$  und  $K_{T_i}$  laut Reglerentwurfsmethode im Abschnitt 4.4.1 diagonal und positiv definit sind. Für das Einfachgelenk wird im kommenden Abschnitt gezeigt, dass  $(K_1 + K_{T_1}) > 0$  und auch  $K_{P_1} > 0$  gilt. Daraus folgt, dass die vollständigen Matrizen  $K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K$  und  $K(K + K_T)^{-1} K_P$  ebenfalls symmetrisch und positiv definit sind.

Aus der Eigenschaft E2.3 der Roboterdynamik ergibt sich

$$\begin{aligned} V(x) \geq & \frac{1}{2}\dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q) \dot{q} \\ & + \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta - \frac{1}{2}e_q^T \alpha e_q. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Um zu zeigen, dass die Lyapunov-Funktion  $V$  (bzw. die rechte Seite der Ungleichung (4.120)) für  $x \neq x_d$  positiv definit ist, muss also gezeigt werden, dass folgende Funktion positiv definit ist

$$V(x) \geq V^* = \frac{1}{2}(e_\theta - e_q)^T K(e_\theta - e_q) + \frac{1}{2}e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P e_\theta - \frac{1}{2}e_q^T \alpha e_q > 0. \quad (4.121)$$

Beim DLR-Medizinroboter kann  $V^*$  wegen der Block-Diagonalstruktur in unabhängige Teilfunktionen für Einfach- und Doppelgelenke aufgeteilt werden. Es folgt

$$V^* = \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} V_i^* \equiv \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} \begin{bmatrix} e_{q_i}^T & e_{\theta_i}^T \end{bmatrix} H(V_i^*) \begin{bmatrix} e_{q_i} \\ e_{\theta_i} \end{bmatrix}. \quad (4.122)$$

Für das Einfachgelenk 1 werden die Bedingungen für eine positiv definite Funktion  $V_1^*$  in dem kommenden Abschnitt gezeigt. Für die Doppelgelenke  $i$  mit  $i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  ist  $V_i^*$  positiv definit, wenn die Hesse-Matrix von  $V_i^*$

$$H(V_i^*) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K_i - \alpha I & -K_i \\ -K_i & K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}K_{P_i} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.123)$$

positiv definit ist, mit der Einheitsmatrix  $I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ . Da die Matrix  $K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}K_{P_i}$  nach (4.119) positiv definit ist, folgt, dass die Hesse-Matrix  $H(V_i^*)$  ebenfalls positiv definit ist, wenn die Bedingungen

$$K_i > \alpha I \quad (4.124)$$

$$[K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}K_{P_i}] > K_i(K_i - \alpha I)^{-1}K_i \quad (4.125)$$

oder

$$\alpha I < K_i(K_i + K_{T_i} + K_{P_i})^{-1}K_{P_i} = Q_i(I + K_{T_{Q_i}} + K_{P_{Q_i}})^{-1}K_{P_{Q_i}}Q_i^T \quad (4.126)$$

erfüllt sind<sup>5</sup>.

Ferner gilt  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$  und somit ist diese Lyapunov-Funktion radial unbeschränkt.

Die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V$  in (4.117) entlang der Trajektorie des Systems ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} \lambda_J K \ddot{\theta} + \dot{q}^T M(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} + (e_\theta - e_q)^T K(-\dot{\theta} + \dot{q}) \\ &\quad - e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P \dot{\theta} + \dot{q}^T G(q) - \dot{q}^T G(q_d). \end{aligned} \quad (4.127)$$

Mit den Gleichungen (4.112), (4.113) und (4.114) eingesetzt in (4.127) ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} [K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T \Delta - K_S \dot{\Delta} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d) \\ &\quad - K \Delta - D \dot{\Delta}] + \dot{q}^T [K \Delta + D \dot{\Delta} - C(q, \dot{q}) \dot{q} - G(q)] + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} \\ &\quad - (\Delta_d - \Delta)^T K \dot{\Delta} - e_\theta^T K(K + K_T)^{-1} K_P \dot{\theta} + \dot{q}^T G(q) - \dot{q}^T G(q_d), \end{aligned} \quad (4.128)$$

wobei  $\Delta_d = \theta_d - q_d$  ist. Unter Berücksichtigung der Eigenschaft E2.2 folgt

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} K_D \dot{\theta} - \dot{\theta}^T K \Delta - \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1} (K_S + D) \dot{\Delta} \\ &\quad + \dot{\theta}^T G(q_d) + \dot{q}^T K \Delta + \dot{q}^T D \dot{\Delta} - \Delta_d^T K \dot{\Delta} + \Delta^T K \dot{\Delta} - \dot{q}^T G(q_d). \end{aligned} \quad (4.129)$$

<sup>5</sup>Für die Matrizen bedeutet die Ungleichung  $A > B$ , dass  $(A-B)$  eine positiv definite Matrix ist. Die Bedingung (4.125) entspricht allgemein  $(H_{22} > H_{12}H_{11}^{-1}H_{21})$  und lässt sich wie folgt umformen

$$\begin{aligned} &[K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}K_{P_i}] > K_i(K_i - \alpha I)^{-1}K_i \\ \implies &K_i - \alpha I > K_i[K_i + K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}K_{P_i}]^{-1}K_i \\ \implies &K_i - \alpha I > K_i[K_i + K_{T_i} + K_{P_i}]^{-1}(K_i + K_{T_i} + K_{P_i} - K_{P_i}) \\ \implies &\alpha I < K_i[K_i + K_{T_i} + K_{P_i}]^{-1}K_{P_i}. \end{aligned}$$

Gemäß Gleichung (4.115) gilt  $\Delta_d = K^{-1}G(q_d)$ . Dies wird dann in Gleichung (4.129) eingesetzt und führt zu

$$\begin{aligned}\dot{V} = & - \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1}(K_D + K_S + D)\dot{\theta} \\ & - \dot{q}^T D\dot{q} + \dot{q}^T D\dot{\theta} + \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1}(K_S + D)\dot{q}.\end{aligned}\quad (4.130)$$

Des Weiteren kann die Funktion  $\dot{V}$  noch als Summe dargestellt werden, wobei die einzelnen Summanden die jeweiligen Anteile der Einfach- bzw. Doppelgelenke an der Funktion  $\dot{V}$  repräsentieren

$$\dot{V} = \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} \dot{V}_i \equiv \sum_{i=\{1,2,3,4,5,6,7\}} - \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i^T & \dot{q}_i^T \end{bmatrix} H(-\dot{V}_i) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix}. \quad (4.131)$$

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $\dot{V}$  dann negativ definit wird, wenn alle Teil-Funktionen  $\dot{V}_i$  mit  $i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  negativ definit sind (für das Einfachgelenk 1 gilt auch  $\dot{V}_1 < 0$ , was im kommenden Abschnitt noch gezeigt werden wird). Für jedes Doppelgelenk  $i$  muss gelten, dass die Hesse-Matrix

$$H(-\dot{V}_i) = \begin{bmatrix} dv_{11} & dv_{12} \\ dv_{12} & dv_{22} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.132)$$

positiv definit ist, wobei die Elemente der Hesse-Matrix durch

$$\begin{cases} dv_{11} = K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}(K_{D_i} + K_{S_i} + D_i) \\ dv_{12} = -\frac{1}{2}[K_i(K_i + K_{T_i})^{-1}(K_{S_i} + D_i) + D_i] \\ dv_{22} = D_i \end{cases} \quad (4.133)$$

bzw.

$$\begin{cases} dv_{11} = Q_i(I + K_{TQ_i})^{-1}(K_{DQ_i} + K_{SQ_i} + \lambda_D I)Q_i^T \\ dv_{12} = -\frac{1}{2}Q_i[(I + K_{TQ_i})^{-1}(K_{SQ_i} + \lambda_D I) + \lambda_D I]Q_i^T \\ dv_{22} = \lambda_D Q_i Q_i^T \end{cases} \quad (4.134)$$

berechnet werden.

Gemäß dem Lemma 4.1 ist die Hesse-Matrix  $H(-\dot{V}_i)$  positiv definit, wenn

$$\begin{cases} dv_{11} > 0 \\ dv_{22} > dv_{12}(dv_{11})^{-1}dv_{12} \end{cases} \quad (4.135)$$

erfüllt ist. Da  $dv_{11} > 0$  ist, ergibt sich (4.135) zu

$$\begin{aligned}4\lambda_D Q_i Q_i^T & > Q_i[(I + K_{TQ_i})^{-1}(K_{SQ_i} + \lambda_D I) + \lambda_D I](K_{DQ_i} + K_{SQ_i} + \lambda_D I)^{-1}[K_{SQ_i} + \\ & + 2I\lambda_D + \lambda_D K_{TQ_i}]Q_i^T.\end{aligned}\quad (4.136)$$

### C) Stabilitätsbedingungen des SISO-Zustandsreglers

Dieser Abschnitt erlaubt neben einer Betrachtung des Gelenks 1 des DLR-Medizinroboters auch die Betrachtung gesamter Roboter, die nur aus Einfachgelenken bestehen, wie z. B. der DLR-Leichtbauroboter. Wenn alle Matrizen  $J$ ,  $M$ ,  $K$  und  $D$  für den Reglerentwurf in diesem Abschnitt als Diagonalmatrizen in Gelenkkoordinaten vorausgesetzt werden können, dann handelt es sich bei den Gelenkkoordinaten auch wirklich um Modal-Koordinaten. Dies bewirkt, dass die Reglerverstärkungsmatrizen  $K_P$ ,  $K_D$ ,  $K_T$  und  $K_S$  ebenfalls eine diagonale Struktur aufweisen. Somit kann der Entwurf der SISO-Zustandsregler für die einzelnen Einfachgelenke in Gelenkkoordinaten durchgeführt werden. Neben den verbleibenden Stabilitätsbedingungen für  $K_P$  und  $(K + K_T)$  reduzieren sich die Stabilitätsbedingungen (4.124), (4.126) und (4.136) (wie in [7] gezeigt) zu

$$K_{P_i} > 0 \quad (4.137)$$

$$K_i + K_{T_i} > 0 \quad (4.138)$$

$$K_i > \alpha \quad (4.139)$$

$$\frac{K_i K_{P_i}}{K_{P_i} + K_{T_i} + K_i} > \alpha \quad (4.140)$$

$$K_{D_i} > \frac{(K_{S_i} K_i - K_{T_i} D_i)^2}{4 K_i D_i (K_{T_i} + K_i)}. \quad (4.141)$$

Dabei handelt es sich bei den Werten  $K_{P_i}$ ,  $K_{D_i}$ ,  $K_{T_i}$ ,  $K_{S_i}$ ,  $\alpha$ ,  $K_i$  und  $D_i$  um Skalare. Die Bedingungen (4.137) und (4.138) sind offensichtlich erfüllt. Bedingung (4.139) prüft, ob die Steifigkeit  $K_i$  groß genug ist, um den Roboter im Gravitationsfeld halten zu können, während die Motoren fixiert sind, sofern das Gelenk  $i$  von der Schwerkraft betroffen ist. Auch das ist für reale Roboter in der Praxis offensichtlich erfüllt. Des Weiteren wird durch Bedingung (4.140) gefordert, dass die Steifigkeit des geregelten Systems unter Schwerkrafteinfluss ausreicht, um eine kommandierte Sollposition zu halten. Zum Schluss prüft Bedingung (4.141), ob eine geeignete Reglerdämpfung entsprechend den anderen Regler- und Streckenparametern vorliegt.

### D) Global asymptotische Stabilität des Gesamtsystems

Die asymptotische Stabilität folgt aus dem Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle [102]. Demnach konvergiert das System in die größte invariante Menge, für die  $\dot{V} = 0$  gilt, d. h.  $x = \{\theta, \dot{\theta} = 0, q, \dot{q} = 0\}$ . Durch Einsetzen von  $x$  in (4.112), (4.113) und (4.114) soll diese Menge den Gleichungen

$$K_{Pe\theta} - (K_T + K)(\theta - q) + (K + K_T)K^{-1}G(q_d) = 0 \quad (4.142)$$

$$K(\theta - q) = G(q) \quad (4.143)$$

genügen. Mit  $\theta_d$  aus Gleichung (4.115) und  $\theta$  aus Gleichung (4.143) eingesetzt in die Gleichung (4.142) erhält man die stationäre Gleichung

$$G(q_d) - G(q) = K[K_P + K_T + K]^{-1}K_P(q - q_d). \quad (4.144)$$

Unter Berücksichtigung der Eigenschaft E2.3 folgt die Ungleichung

$$\begin{aligned} \| G(q_d) - G(q) \| &= \| K[K_P + K_T + K]^{-1}K_P(q - q_d) \| \\ &\leq \alpha \| q_d - q \|. \end{aligned} \quad (4.145)$$

Unter Bezug auf Bedingung (4.126) ist die Ungleichung genau dann erfüllt, wenn  $q = q_d$  gilt. Es folgt somit, dass das System in die Ruhelage  $x = x_d = \{\theta_d, 0, q_d, 0\}$  konvergiert und global asymptotisch stabil ist.

## 4.5 Experimente

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Experimente mit den Zustandsreglern dargestellt. Zunächst werden die Experimente mit SISO- und MIMO-Zustandsregler unter Verwendung von Doppelgelenk 2-3 im Prüfstand durchgeführt und verglichen. Die benötigten Parameter für den Reglerentwurf und die Reglerparameter sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 aufgelistet. In Abbildung 4.7 werden die Sollmotorposition, die Motorgeschwindigkeit, das Drehmoment und der kommandierte Motorstrom in Gelenkkoordinaten dargestellt. Es ist hier anzumerken, dass mit dem MIMO-Zustandsregler das Drehmoment besser gedämpft wird. Allerdings geht dies zu Lasten der Geschwindigkeit, die insgesamt etwas träger wird als beim SISO-Zustandsregler.

Streifigkeitsmatrix $K[\text{Nm/rad}]$	$\begin{bmatrix} 2700.0, & -101.10 \\ -101.10, & 3035.6 \end{bmatrix}$
Dämpfungsmatrix $D[\text{Nms/rad}]$	$\begin{bmatrix} 6.09, & -1.05 \\ -1.05, & 4.60 \end{bmatrix}$
Massenträgheit $M[\text{Nms}^2/\text{rad}]$	$\begin{bmatrix} 0.953376, & 4.5E-7 \\ 4.5E-7, & 0.952769 \end{bmatrix}$
Diagonalisierte Massenträgheit $M_Q$	$\begin{bmatrix} 0.3568005, & 0.0 \\ 0.0, & 0.31100488 \end{bmatrix}$
Matrix $Q$	$\begin{bmatrix} 49.81925, & -14.76623 \\ 13.7817087, & 53.3443015 \end{bmatrix}$
Konstante $\lambda_J$	0.001
Konstante $\lambda_D$	0.0022

Tabelle 4.1: Parameter des Testgelenks 2-3 für Reglerentwurf.

$K_P$	$K_D$	$K_T K^{-1}$	$K_S K^{-1}$
$\begin{bmatrix} 7606.33, & 144.33 \\ 144.33, & 7120.02 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 465.08, & 6.61 \\ 6.61, & 442.70 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.04824, & 0.08149 \\ 0.08143, & 5.77639 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.004742, & -0.006841 \\ -0.006837, & 0.027564 \end{bmatrix}$

Tabelle 4.2: MIMO-Zustandsreglerparameter des Testgelenks 2-3.

Des Weiteren wird das Experiment mit der Zustandsreglerstruktur in Abbildung (4.5) (SISO-Zustandsregler für das Einfachgelenk und MIMO-Zustandsregler für die Doppelgelenke) am Gesamtroboter durchgeführt. Hierfür wird eine Trajektorie bestehend aus mehreren Punkt zu Punkt Bewegungsabschnitten derartig vorgegeben, dass der gesamte Arbeitsraum des Roboters (Abbildung 4.10) möglichst gut abgedeckt wird. Zwischen den einzelnen Bahnpunkten wird mit Hilfe eines Polynoms erster Ordnung interpoliert. Die maximale abtriebsseitige Sollmotorgeschwindigkeit wird für die Dauer des Experiments auf maximal 10 Grad/s beschränkt. Das Geschwindigkeitsprofil für die einzelnen Bahnabschnitte wird so ausgelegt, dass immer von mindestens einem Gelenk dessen vorgegebene Höchstgeschwindigkeit erreicht wird. Die restlichen Sollmotorgeschwindigkeiten werden automatisch skaliert, so dass alle Gelenke ihren Zielpunkt gleichzeitig erreichen. Um die Schwingungsdämpfung des Roboters überprüfen zu können, werden während des Experiments die Motorposition, die Motorgeschwindigkeit und das abtriebsseitige Drehmoment in Gelenkkoordinaten aufgezeichnet. In Abbildung 4.8 werden die gemessene Motorposition und Motorgeschwindigkeit und in Abbildung 4.9 das abtriebsseitige Drehmoment und der Sollmotorstrom dargestellt. Es ist anzumerken, dass das Einschwingverhalten der Drehmomente beim Umkehrpunkt gut gedämpft wird.

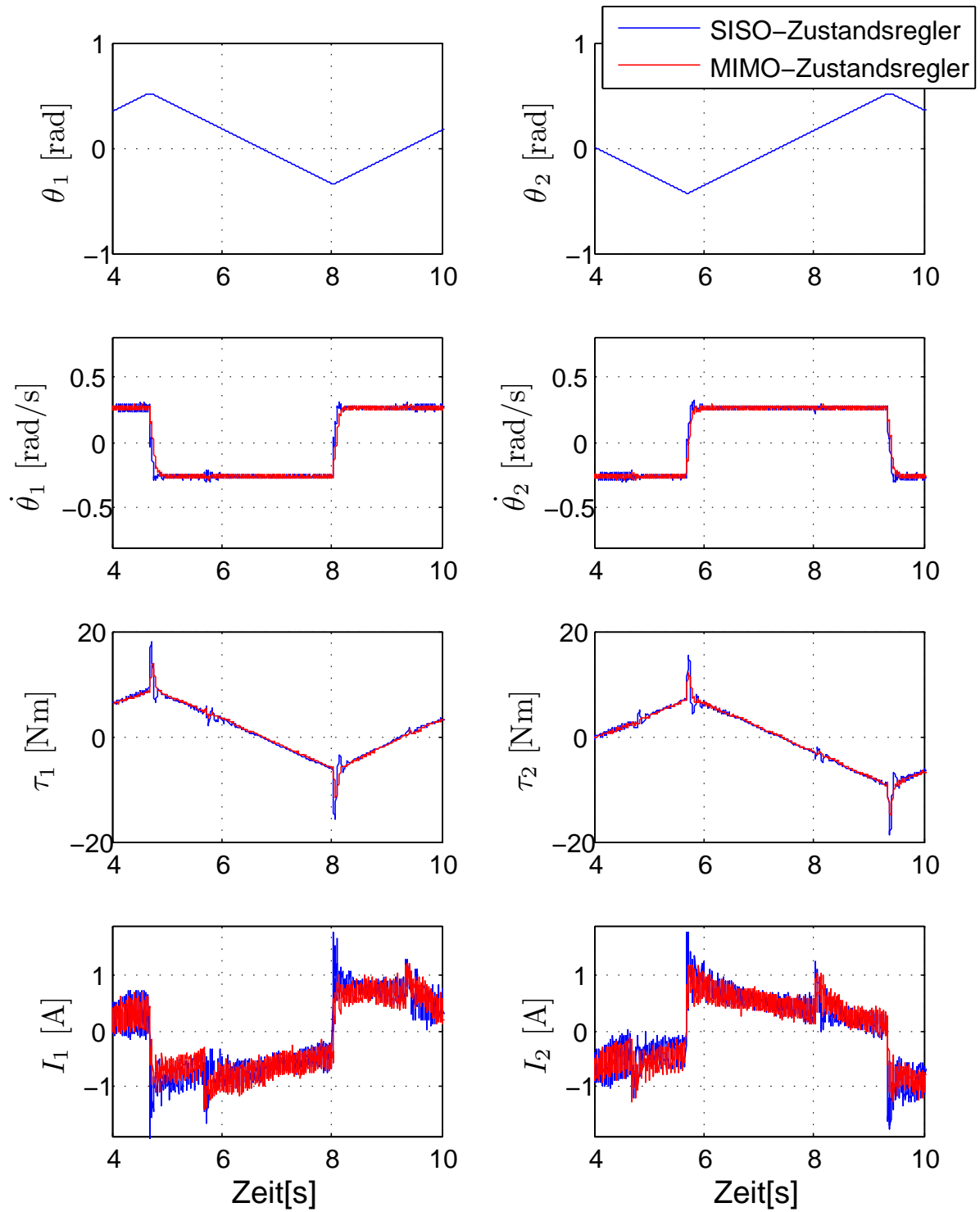


Abbildung 4.7: Vergleich zwischen SISO- und MIMO-Zustandsregler für das Testgelenk 2-3.



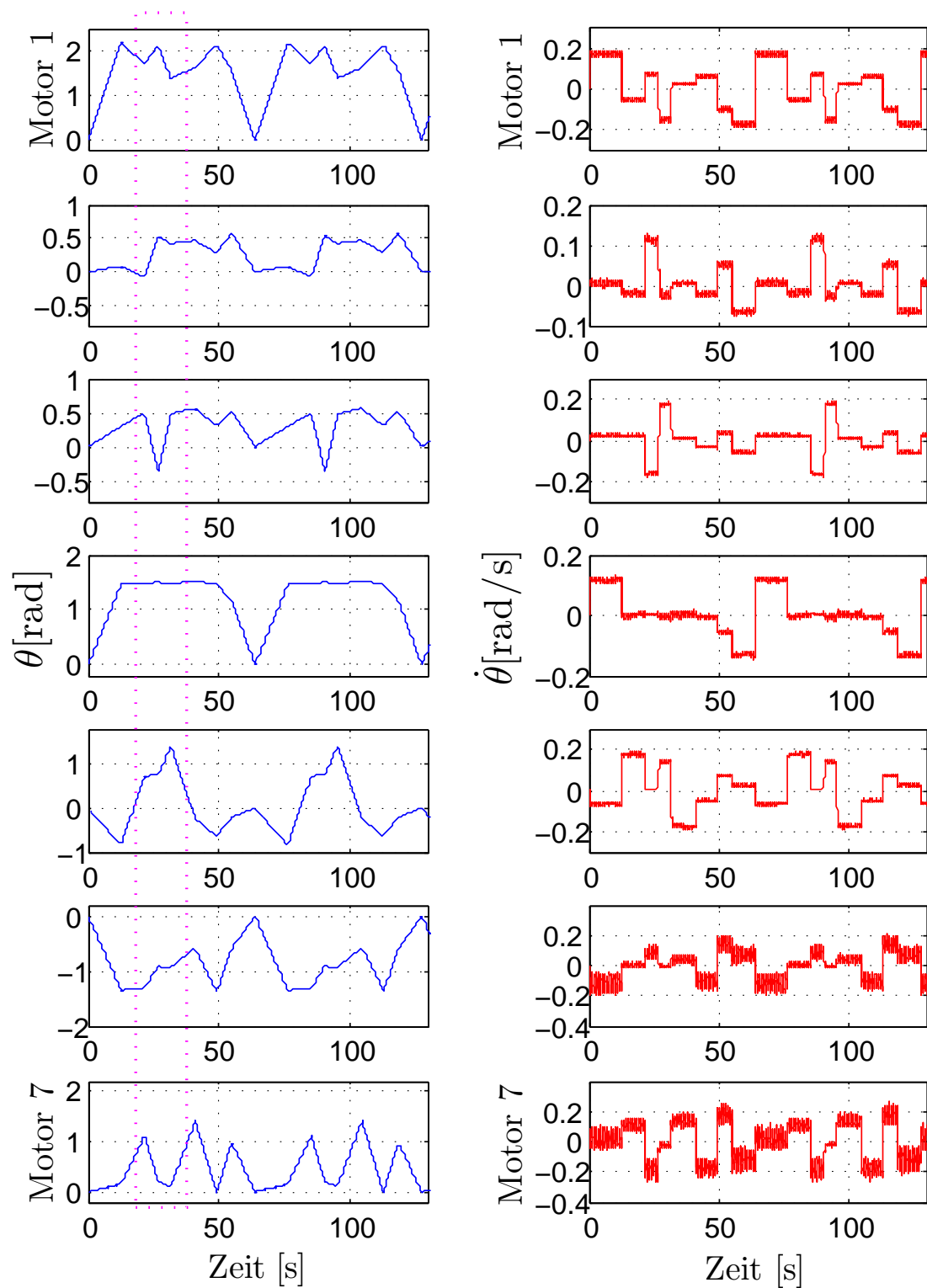


Abbildung 4.8: Gemessene Motorposition und Motorgeschwindigkeit für den Gesamtroboter (MIRO) mit der Zustandsreglerstruktur nach Abbildung 4.5.

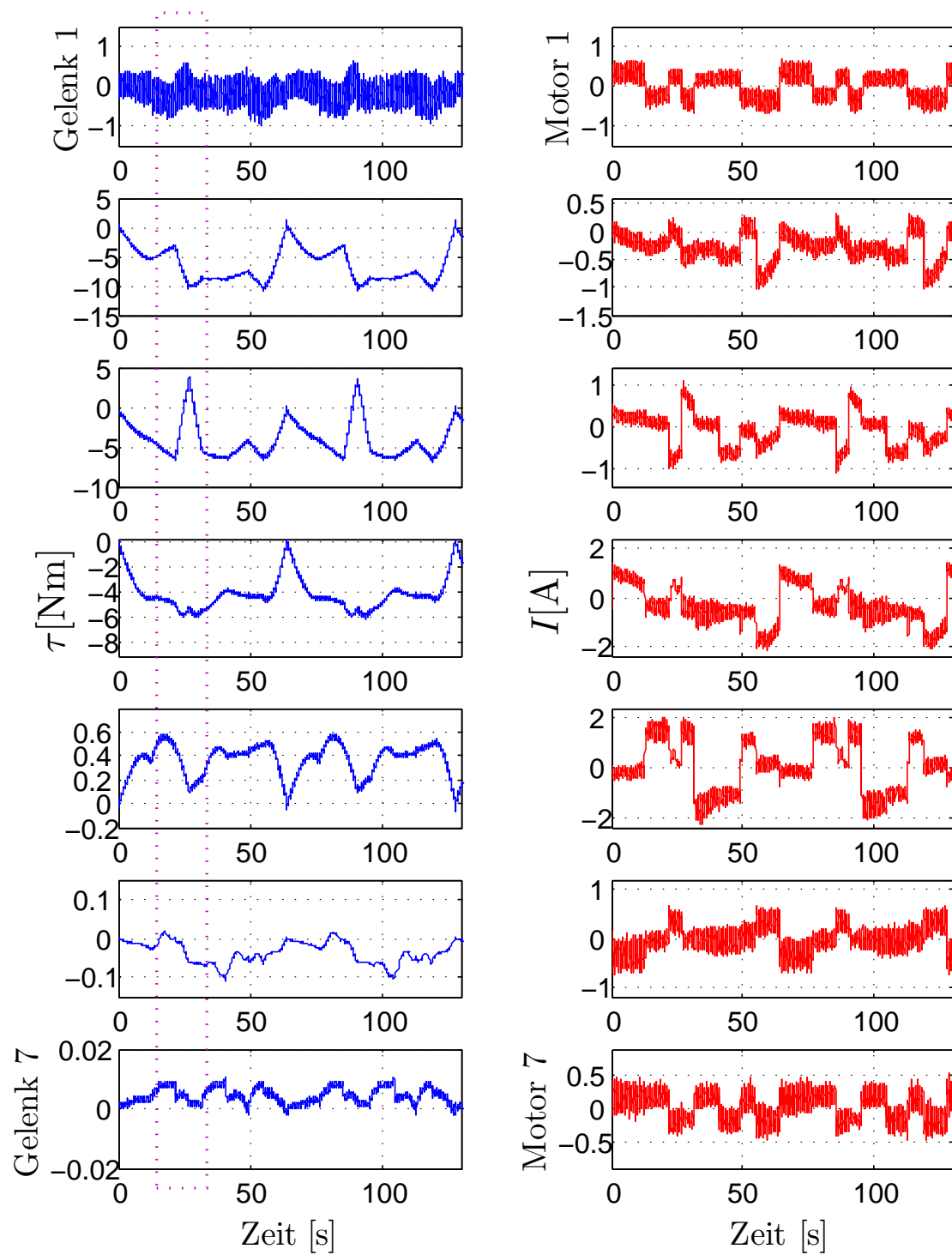


Abbildung 4.9: Gemessenes abtriebsseitiges Drehmoment und Motorstrom für den Gesamtroboter (MIRO) mit der Zustandsreglerstruktur nach Abbildung 4.5.

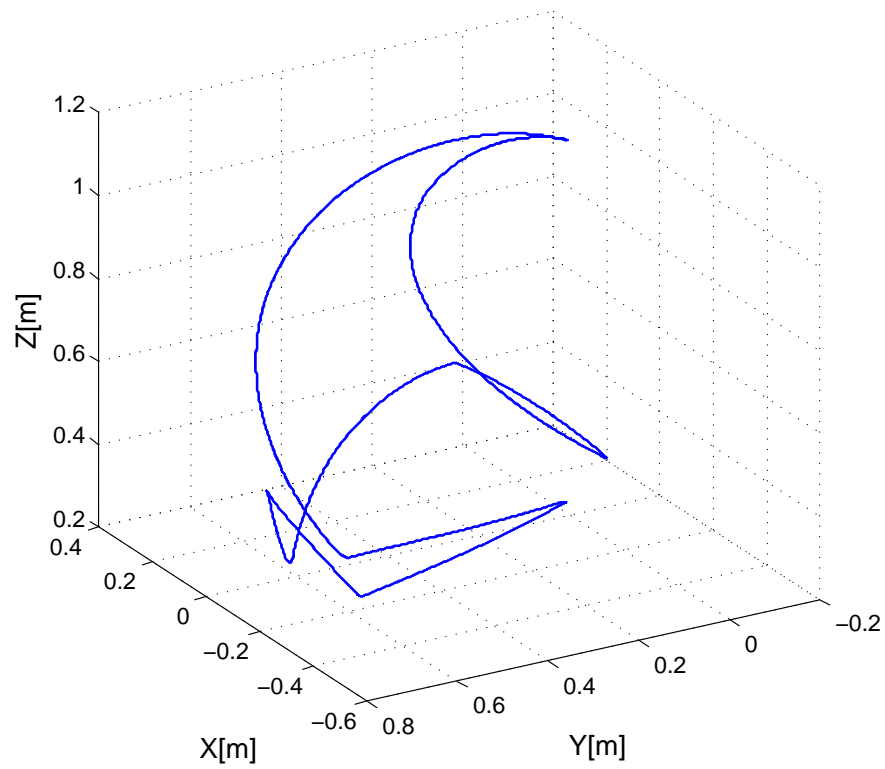


Abbildung 4.10: Kartesische Position des Roboters (MIRO) entsprechend der Trajektorie 4.8.



# 5

## Reibungskompensation

In den Anwendungen des DLR-Medizinroboters wie z. B. der minimal invasiven Herzchirurgie, Abdonimal- oder Rektumschirurgie oder dem Setzen von Pedikelschrauben [46], [89] spielt die absolute Positioniergenauigkeit eine entscheidende Rolle für den erfolgreichen Robotereinsatz. Da die Reibung typischerweise zu Bahnfolgefehlern, Grenzyklen und Stick-Slip-Bewegungen führen kann, ist die Kompensation der nichtlinearen Reibungseffekte ein wichtiges Thema. Ziel dieses Kapitels ist es, effektive Methoden zur Reibungskompensation zu finden, die in Verbindung mit dem in Kapitel 4 vorgeschlagenen Zustandsregler die Regelgüte des Roboters verbessern können. Außerdem soll die Stabilität des Gesamtsystems mit der Reibungskompensation garantiert werden.

Im Rahmen dieses Kapitels werden zunächst in Abschnitt 5.1 die Ergebnisse der modellbasierten Methode zur exakten Reibungskompensation aus Kapitel 4 zusammengefasst. Eine weitere Alternative zur exakten Reibungskompensation wird in Abschnitt 5.2 in Form eines Störgrößenbeobachters zur Reibungskompensation vorgeschlagen. Ausgehend von der Stabilitätsanalyse für ein Einfachgelenk wird der Ansatz zur Reibungskompensation mittels Störgrößenbeobachter schrittweise auf die Doppelgelenke und damit auf den Gesamtroboter ausgedehnt. Schließlich wird die Stabilität der vollständigen nichtlinearen Roboterdynamik mit dem Zustandsregler und der beobachterbasierten Reibungskompensation mit Hilfe der Lyapunov-Theorie nachgewiesen. Zum Schluss werden in Abschnitt 5.3 noch Experimente und Vergleiche zwischen den verschiedenen Arten der Reibungskompensation durchgeführt.

Für die folgende Stabilitätsanalyse mit den Methoden zur Reibungskompensation werden die grundlegenden Dynamikgleichungen des DLR-Medizinroboters in Gelenkkoordi-

naten (wie sie bereits in Kapitel 4 eingeführt worden sind) erneut herangezogen

$$u = J\ddot{\theta} + \tau + DK^{-1}\dot{\tau} + \tau_f \quad (5.1)$$

$$\tau + DK^{-1}\dot{\tau} = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (5.2)$$

$$\tau = K(\theta - q) \quad (5.3)$$

mit

$$\begin{cases} u = T^{-T}u_m \\ \tau_f = T^{-T}\tau_{fm} \\ \theta = T\theta_m \\ J = T^{-T}J_mT^{-1}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Hierbei sind die Steifigkeitsmatrix  $K$  und die Dämpfungsmatrix  $D$  symmetrisch und positiv definit. Sie beschreiben auch die Verkopplung innerhalb der Doppelgelenke des DLR-Medizinroboters. Während  $\tau_f$  für den Vektor der Reibungsmomente in Gelenkkoordinaten steht, bezeichnet der Vektor  $\tau_{fm}$  die Reibungsmomente in Motorkoordinaten.

## 5.1 Modellbasierte Reibungskompensation

Die modellbasierte Reibungskompensation ist eine einfache Methode, um die starken Nichtlinearitätseffekte der Reibung im Roboter zu eliminieren. Sie basiert zumeist auf der Annahme, dass die Motorgeschwindigkeit entweder durch Messung oder durch Schätzung bekannt ist. Im Kapitel 4 wurde bereits ein Zustandsreglergesetz mit exakter modellbasierter Reibungskompensation für den DLR-Medizinroboter entwickelt. Für das verwendete Reibungsmodell wird entweder ein SRM oder ein DRM je nach Art der Anwendung ausgewählt und untersucht. Danach ist das lineare Zustandsrückführungsregelgesetz unabhängig vom Reibungsmodell (SRM oder DRM), das als Vorsteuerung benutzt wird, durch

$$u = u_c + \tau_f \quad (5.5)$$

mit

$$u_c = K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - K_T K^{-1} \tau - K_S K^{-1} \dot{\tau} + (K + K_T) K^{-1} G(q_d) \quad (5.6)$$

gegeben, wobei  $e_\theta = \theta_d - \theta$  die Positionsabweichung bezeichnet. Es ist zu beachten, dass  $\lambda_J$  im Abschnitt 4.4.1 beim Reglerentwurf so ausgewählt wurde, dass eine Approximation  $\lambda_J K \simeq J$  gemacht wurde. Es folgt, dass für das Motordrehmoment in Gleichung (4.87)  $u = w$  gilt und dadurch die Stabilitätsanalyse unter Verwendung der Reibungskompensation einfacher wird.

### 5.1.1 Reibungskompensation mit dem SRM

In der Praxis z. B. in [5], [67] wurde gezeigt, dass das SRM für große Veränderungen des Motorwinkels oder große Geschwindigkeiten gut mit der gemessenen Reibung übereinstimmt. Beim DLR-Medizinroboter ist der Einfluss der Stribeck-Reibung sehr klein im Vergleich zu anderen Reibungsphänomenen und wird praktisch vernachlässigt. Somit wird für diese Arbeit ein vereinfachtes, bereits im Kapitel 2 beschriebenes SRM zur Reibungskompensation verwendet

$$\tau_{fm} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| \leq \epsilon \\ (f_c + f_l |\tau_m|) \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_v \dot{\theta}_m, & \text{wenn } |\dot{\theta}_m| > \epsilon \end{cases} \quad (5.7)$$

mit  $\tau_m = T^T \tau$ . Problematisch an der Kompensation durch das SRM nach Gleichung (5.7) ist dessen Unstetigkeit bei Null-Durchgängen der Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$ . Wegen des großen Coulomb-Faktors  $f_c$ , der großen lastabhängigen Reibung  $f_l |\tau_m|$  und des Rauschens der durch numerisches Differenzieren bestimmten Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$  kann es zu störendem Rauschen beim kommandierten Motordrehmoment des Roboters im Stillstand kommen, solange die Reibungskompensation im Regler noch aktiv ist. Dieses Phänomen kann das System instabil machen.

Um dieses Phänomen zu reduzieren, wird in der Praxis eine Approximation des berechneten Reibungsmoments nach Gleichung (5.7)

$$\tau_{fm} = (f_c + f_l |\tau_m|) \tanh\left(\frac{\gamma \dot{\theta}_m}{2}\right) + f_v \dot{\theta}_m \quad (5.8)$$

durchgeführt, mit einer Hyperbel-Funktion

$$\tanh\left(\frac{\gamma \dot{\theta}_m}{2}\right) = \frac{e^{\gamma \dot{\theta}_m} - 1}{e^{\gamma \dot{\theta}_m} + 1}.$$

Dabei ist  $\gamma$  eine positive Konstante. Alternativ kann auch die Sollmotorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_{m,d}$  anstelle der Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$  bei der Berechnung des Reibungsmoments benutzt werden.

### 5.1.2 Reibungskompensation mit dem LuGre-Modell

Für die Anwendungen, die eine hohe Positioniergenauigkeit und geringe Bahngeschwindigkeiten erfordern, ist das klassische SRM, das nur Coulomb-Reibung, lastabhängige und viskose Reibung berücksichtigt, nicht mehr geeignet. Als eine neue Beschreibung für Reibungsphänomene wird in [33] für diese Fälle das LuGre-Modell vorgeschlagen. Insbesondere bei Null-Durchgängen der Motorgeschwindigkeit ergeben sich klare Verbesserungen. Das folgende bereits in Kapitel 2 beschriebene LuGre-Modell wird nun für den Vorsteuerungsterm zur Reibungskompensation benutzt

$$\tau_{fm} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v \dot{\theta}_m. \quad (5.9)$$

Dabei sind

$$\dot{z} = \dot{\theta}_m - \frac{|\dot{\theta}_m|}{g_z} \sigma_0 z \quad (5.10)$$

$$g_z = f_c + f_l |\tau_m|. \quad (5.11)$$

Im Abschnitt 5.3 werden die experimentellen Ergebnisse des entworfenen Zustandsreglers mit modellbasierter Reibungskompensation präsentiert. Es wird gezeigt, dass die Verwendung der Reibungskompensation eine Reduktion der negativen nichtlinearen Effekte der Roboterdynamik erlaubt.

## 5.2 Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation

Neben der adaptiven Reibungskompensation, bei der die variablen Reibungsparameter online identifiziert werden und die empfindlich auf Ungenauigkeiten des Robotermodells reagiert, werden für Industrie-Roboter oft klassische lineare Methoden zur Reibungskompensation wie Integrator [11] oder linearer Störgrößenbeobachter [19], [114], [97] verwendet. Sie liefern in der Praxis eine hohe Regelgüte. Allerdings kann die Stabilitätsanalyse dieser linearen Methoden nicht auf stark nichtlineare Robotersysteme angewendet werden. So wurde im Falle der Integrator-Methode am Roboter auch nur die lokale Konvergenz der Ergebnisse [11] gezeigt.

Ausgehend von dem in [77], [75] entwickelten Algorithmus zur Fehler- und Kollisionsdetektion wird in diesem Abschnitt ein Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für das nichtlineare Robotersystem vorgeschlagen, der als Schätzung das tiefpass-gefilterte Reibungsmoment liefert. Dabei ist für die Implementierung des Störgrößenbeobachters kein Modell der Reibung erforderlich. Von Vorteil ist, dass der betrachtete Ansatz eine Passivitätsanalyse [112] ermöglicht, die den Nachweis der global asymptotischen Stabilität des Gesamtsystems im Rahmen der Lyapunov-Theorie erlaubt. Außerdem können die Parameter des Zustandsreglers und des Störgrößenbeobachters getrennt bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird der Entwurf des Störgrößenbeobachters durchgeführt und die Stabilität des Gesamtsystems mit der beobachterbasierten Reibungskompensation und dem Zustandsregler, der für das vollständige nichtlineare Robotersystem in Kapitel 4 entwickelt wurde, nachgewiesen. Die Stabilitätsanalyse wird unter Annahme des folgenden reduzierten statischen Reibungsmodells basierend auf Coulomb-Reibung und auf viskoser Reibung

$$\tau_{fm} = \tau_{fm,c} + \tau_{fm,v} \quad (5.12)$$

mit

$$\begin{cases} \tau_{fm,c} = f_c \operatorname{sign}(\dot{\theta}_m) \\ \tau_{fm,v} = f_v \dot{\theta}_m \end{cases} \quad (5.13)$$

durchgeführt. Das Kapitel enthält auch eine Diskussion dieser Annahme.



## 5.2.1 Idee und Beobachterstruktur im Falle eines Einfachgelenks

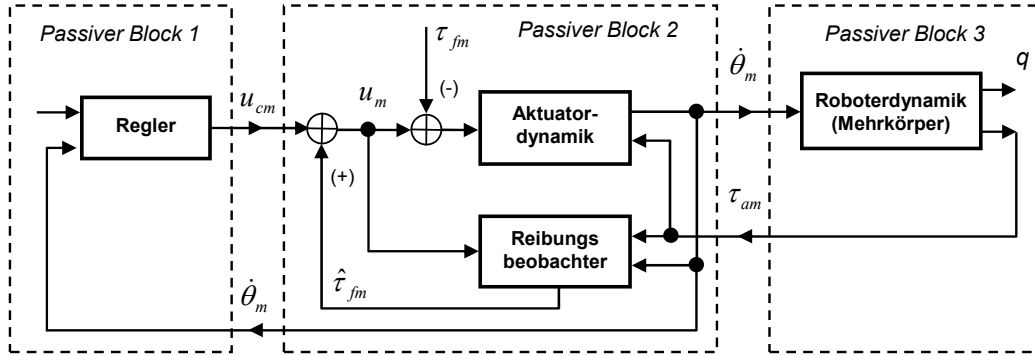


Abbildung 5.1: Übersicht über ein Robotersystem mit elastischen Gelenken mit passiven Verbindungen.

In Abbildung 5.1 wird ein Roboter mit elastischen Gelenken und passivem Regler betrachtet. Dieses Robotermodell kann in die nichtlineare Roboterdynamik<sup>1</sup> und die passive Aktuatordynamik eingeteilt werden, die mit der Ausnahme der Reibungsstörung linear ist.

In diesem Abschnitt wird nur die Aktuatordynamik betrachtet, die im Allgemeinen für den DLR-Medizinroboter mit elastischen Gelenken durch

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + \tau_{am} + \tau_{fm} \quad (5.14)$$

$$\tau_{am} = T^T (\tau + DK^{-1} \dot{\tau}) \quad (5.15)$$

beschrieben wird, wobei  $\tau_{am}$  die Summe des abtriebsseitigen Drehmoments und dessen Ableitung in Motorkoordinaten ist. Beim Einfachgelenk wird nur ein einzelner Aktuator mit der Übertragungsmatrix  $T = 1$  betrachtet. Somit kann  $\tau_{am}$  nach Gleichung (5.15) im Falle des Einfachgelenks durch

$$\tau_{am} = \tau + DK^{-1} \dot{\tau} \quad (5.16)$$

vereinfacht werden. Es ist anzumerken, dass das Teilsystem passiv ist, mit der Speicherfunktion

$$S_\theta = \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}_m^2. \quad (5.17)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (5.14) in die Ableitung dieser Speicherfunktion ergibt sich

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_m - \dot{\theta}_m \tau_{am} - \dot{\theta}_m \tau_{fm}. \quad (5.18)$$

<sup>1</sup>Die Roboterdynamik enthält die Starrkörperdynamik und die elastischen Übertragungselemente wie Getriebe und Drehmomentsensoren.

Der erste Term an der rechten Seite von Gleichung (5.18) stellt die vom Regler gelieferte Leistung und der zweite die zum Gelenk übertragene Leistung dar. Der dritte Term entspricht der durch die Reibung dissipierten Leistung und ist natürlich immer negativ definit.

Somit ist die passivitätsbasierte Darstellung eines Einfachgelenks des DLR-Medizinroboters durch Abbildung 5.2 gegeben.

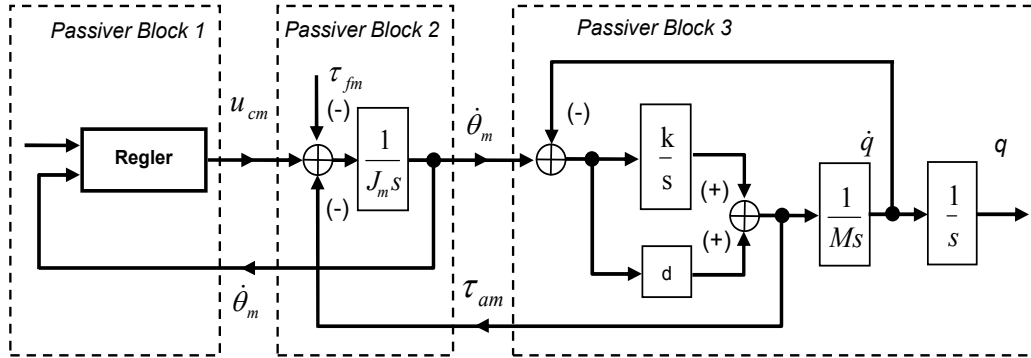


Abbildung 5.2: Passivitätsbetrachtung eines linearen Einfachgelenks.

### A) Reibungsbeobachter

Basierend auf der Motordynamikgleichung (5.14) wird ein einfacher linearer Algorithmus zum Schätzen der Aktuatordynamik durch

$$u_m = J_m \ddot{\theta}_m + \tau_{am} + \hat{\tau}_{fm} \quad (5.19)$$

$$\hat{\tau}_{fm} = -L J_m (\dot{\theta}_m - \hat{\dot{\theta}}_m) \quad (5.20)$$

realisiert, wobei das Reibungsmoment als Störung betrachtet wird.  $L$  ist eine positive Konstante. Der Schätzwert für die Reibung und der Beobachterzustand werden entsprechend als  $\hat{\tau}_{fm}$  und  $\hat{\theta}_m$  bezeichnet. Durch Einsetzen der Gleichungen (5.14) und (5.19) in die Gleichung (5.20) erhält man

$$\hat{\tau}_{fm}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{fm}(s) \quad (5.21)$$

für das Einfachgelenk, wobei "s" der Laplace-Operator ist. Für das Gesamtsystem ergibt sich mit Gleichung (5.21) das diagonale Übertragungssystem

$$\hat{\tau}_{fm}(s) = \text{diag}\left\{\frac{1}{L_j^{-1}s + 1}\right\} \tau_{fm}(s) \quad \text{mit} \quad j = \{1..n\}, \quad (5.22)$$

wobei  $\hat{\tau}_{fm} \in \mathbb{R}^n$  und  $\tau_{fm} \in \mathbb{R}^n$  der Vektor sind.

Es ist hier anzumerken, dass die beobachtete Reibung der durch ein Filter erster Ordnung gefilterten realen Reibung entspricht. Das Regelgesetz zur Reibungskompensation

mittels Störgrößenbeobachter wird durch

$$u_m = u_{cm} + \hat{\tau}_{fm} \quad (5.23)$$

definiert, wobei das Sollmotordrehmoment  $u_{cm}$  in Motorkoordinaten durch den Regler generiert wird. Durch die Transformation (5.4) kann das Regelgesetz auch in Gelenkkoordinaten

$$u = u_c + \hat{\tau}_f \quad (5.24)$$

mit

$$\begin{cases} u_c = T^{-T} u_{cm} \\ \hat{\tau}_f = T^{-T} \hat{\tau}_{fm} \end{cases} \quad (5.25)$$

umgeschrieben werden.

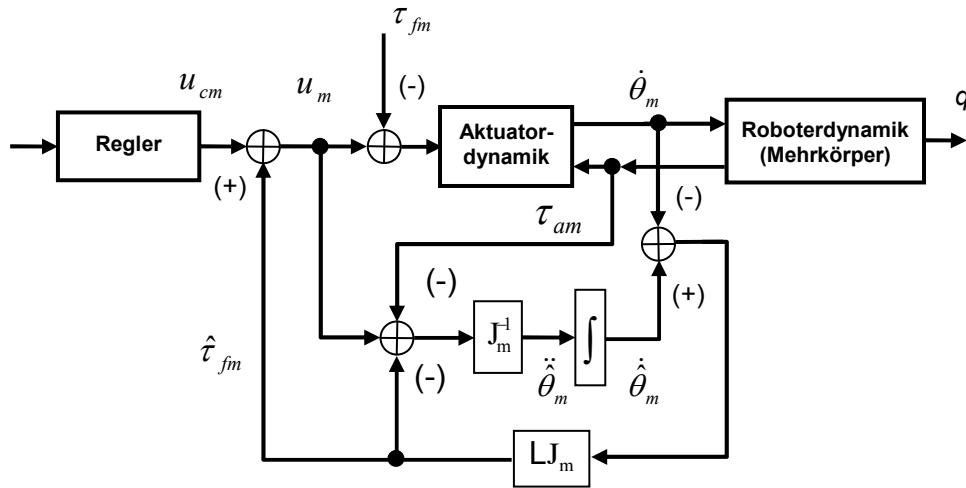


Abbildung 5.3: Störgrößenbeobachter zur Reibungskompensation für ein Robotersystem mit mehreren Freiheitsgraden.

Der Störgrößenbeobachter (5.19), (5.20) besitzt eine sehr einfache Struktur. Es werden nur das messbare Gelenkdrehmoment und die messbare Motorposition (bzw. deren erste Ableitung) benötigt. Informationen über das nichtlineare Starrkörpermodell sind für den Störgrößenbeobachter weiter nicht erforderlich.

## B) Passivitätsanalyse

Es wird angenommen, dass ein Regler vorhanden ist, der asymptotische Stabilität für den geregelten Roboter ohne Reibung oder mit exakter Reibungskompensation entsprechend Kapitel 4 garantiert. Es stellt sich hier nun die Frage, ob auch die beobachterbasierte Reibungskompensation, die im vorigen Abschnitt eingeführt wurde, die Stabilität und

Konvergenz des geregelten Systems mit Reibung gewährleistet? Für ein lineares System wurde in [19], [114], [97] die Stabilität verschiedener Störgrößenbeobachter untersucht. Dabei wurde gezeigt, dass der Störgrößenbeobachter einem Integrator-Anteil entspricht, wodurch stationäre Fehler gegen Null gehen. Zum Beispiel führt eine Kombination aus PD-Regler und Beobachter praktisch zu einem PID-Regler. Allerdings wird der Aktuator in unserem Fall als Teil eines komplexen Zustandsreglers (MIMO-Zustandsregler für die Doppelgelenke) in einem nichtlinearen Robotersystem betrachtet. Deshalb kann die lineare Methode für die Stabilitätsanalyse in diesem Fall nicht verwendet werden. Stattdessen wird die Passivität der Reibungskompensation analysiert. Gelingt der Nachweis der Passivität, kann der Störgrößenbeobachter leicht in einer Lyapunov-Stabilitätsanalyse des Gesamtroboters mit einem passiven Regler verbunden werden [112], [64].

Durch Einsetzen des neuen Regelgesetzes (5.23) mit Reibungskompensation in die Gleichung (5.18) erhält man

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + \dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{fm} - \tau_{fm}). \quad (5.26)$$

Hierbei soll nachgeprüft werden, ob der Term  $\dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{fm} - \tau_{fm})$  noch negativ definit ist, d. h. die Energie dissipiert wird und gleichzeitig ein durch die Coulomb-Reibung verursachter stationärer Fehler verhindert werden kann.

Wegen der Linearität des Störgrößenbeobachters (5.21) kann die geschätzte Gesamtreibung durch Summation ihrer entsprechenden Komponenten (Coulomb-Reibung und viskose Reibung (5.13)) dargestellt werden

$$\hat{\tau}_{fm}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{fm}(s) \equiv \hat{\tau}_{fm,c}(s) + \hat{\tau}_{fm,v}(s) \quad (5.27)$$

mit

$$\begin{cases} \hat{\tau}_{fm,c}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{fm,c}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \mathcal{L}_L\{f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m)\} \\ \hat{\tau}_{fm,v}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \tau_{fm,v}(s) = \frac{1}{L^{-1}s + 1} \mathcal{L}_L\{f_v \dot{\theta}_m\}, \end{cases} \quad (5.28)$$

wobei  $\mathcal{L}_L\{\}$  die Laplace - Transformation bezeichnet. Im Folgenden wird die Bezeichnung

$$\hat{\tau}_{fm,v} \equiv f_v \nu_m \quad (5.29)$$

benutzt, wobei  $\nu_m$

$$\nu_m(s) = \frac{s}{L^{-1}s + 1} \theta_m(s) \quad \text{oder} \quad L^{-1} \dot{\nu}_m = \dot{\theta}_m - \nu_m \quad (5.30)$$

für die gefilterte Motorgeschwindigkeit steht.

Darüber hinaus erhält man durch Einsetzen der Gleichungen (5.12) und (5.27) in die Ableitung der Energiefunktion (5.26)

$$\dot{S}_\theta = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + \dot{\theta}_m (\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) + \dot{\theta}_m f_v (\nu_m - \dot{\theta}_m). \quad (5.31)$$

Die Filterung der Coulomb-Reibung führt zu einer Eigenschaft, die für den folgenden Beweis benötigt wird. Wie aus Abbildung 5.4 leicht abzuleiten ist, ist der absolute Wert von  $\hat{\tau}_{fm,c}$  immer kleiner als der absolute Wert<sup>2</sup> von  $\tau_{fm,c}$  und deren Differenz besitzt somit immer ein zur Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$  entgegengesetztes Vorzeichen. Daraus ergibt sich für die Kompensation der Coulomb-Reibung immer die folgende Eigenschaft

$$\dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) \leq 0, \quad (5.32)$$

wie in Abbildung 5.4 gezeigt.

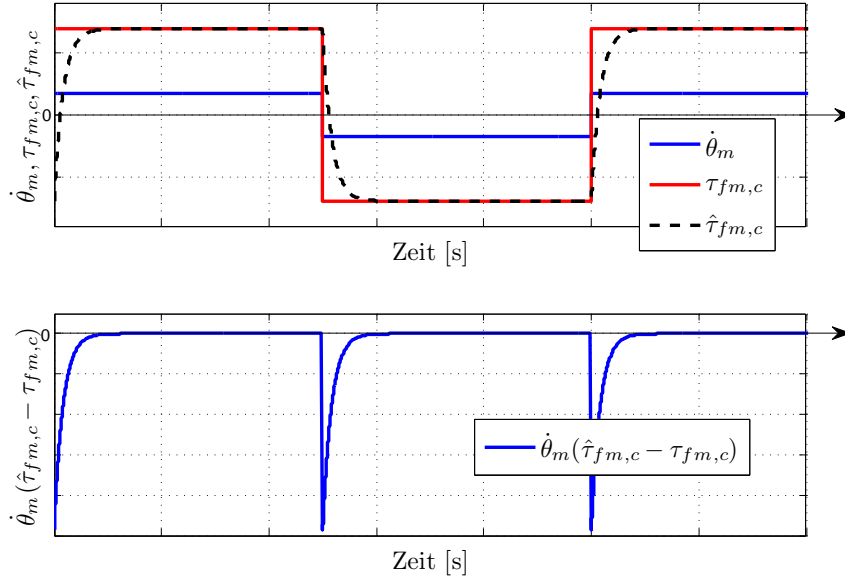


Abbildung 5.4: Darstellung des Produkts  $\dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c})$  bei Kompensation der Coulomb-Reibung. In diesem Fall kann die Dissipation der Energie gewährleistet werden.

Für die Passivitätsanalyse der Kompensation der viskosen Reibung soll ein Energieterm entsprechend dem Zustand des Geschwindigkeitsfilters (5.30) in die Speicherfunktion (5.17) integriert werden. Dies führt zu einer neuen Speicherfunktion

$$S_{1\theta} = S_\theta + \frac{1}{2}f_v L^{-1}\nu_m^2. \quad (5.33)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (5.31) und (5.30) in die Ableitung dieser Speicherfunktion ergibt sich

$$\dot{S}_{1\theta} = \dot{\theta}_m u_{cm} - \dot{\theta}_m \tau_{am} + P_{\text{fric}}, \quad (5.34)$$

wobei  $P_{\text{fric}}$  durch

$$P_{\text{fric}} = \dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) + \dot{\theta}_m f_v(\nu_m - \dot{\theta}_m) + f_v L^{-1}\nu_m \dot{\nu}_m \quad (5.35)$$

beschrieben ist. Unter Verwendung der Gleichung (5.30) folgt

$$P_{\text{fric}} = \dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) - f_v(\dot{\theta}_m - \nu_m)^2 \leq 0. \quad (5.36)$$

Mit Eigenschaft (5.32) zeigt sich, dass  $P_{\text{fric}}$  wie gewünscht negativ definit ist.

<sup>2</sup>Die Coulomb-Reibung repräsentiert ein Sprungsignal in Abhängigkeit des Vorzeichens von  $\dot{\theta}_m$ .

### C) Einschränkung des Ansatzes

Da dieser Reibungsbeobachter immer ein gefiltertes Reibungssignal liefert, ist die Reibungskompensation für ein erweitertes Reibungsmodell nicht immer passiv. Das wird in Abbildung 5.5 an einem Beispiel gezeigt, in dem die Stiction-Reibung (Stribeck-Effekt) berücksichtigt wird. Man erhält für die gefilterte Reibung zeitweilig größere absolute Werte als die reale Reibung erzeugt. Dies führt zu einer zeitweiligen Überkompensation der realen Reibung und hat somit eine Energiegenerierung zur Folge. Diese Energiezufuhr kann im Prinzip Grenzyklen im System bewirken. Dies ist allerdings auch der Fall für die viskose Reibung, trotzdem konnte die Passivität hier durch die Rückführung der Motorgeschwindigkeit am Regler nachgewiesen werden. So kann für ein allgemeines Reibungsmodell keine eindeutige Passivitätsaussage gemacht werden.

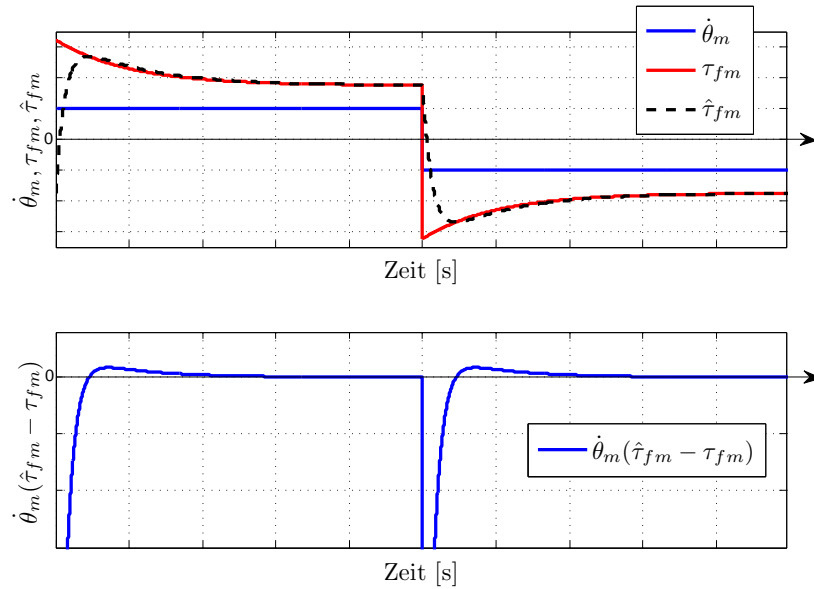


Abbildung 5.5: Darstellung des Produkts  $\dot{\theta}_m(\hat{\tau}_{fm} - \tau_{fm})$  unter Berücksichtigung der Stiction-Reibung. In diesem Fall kann die Dissipation der Energie nicht gewährleistet werden.

Als eine mögliche Abhilfe kann der Energiezuwachs durch die Überkompensation der Reibung für eine vorgegebene Zeitdauer  $t - t_0$  überwacht werden

$$E_{\text{fric}}(t) = \int_{t_0}^t P_{\text{fric}}(t) dt = S_{1\theta}(t) - S_{1\theta}(t_0) - \int_{t_0}^t \dot{\theta}_m(u_{cm} - \tau_{am}) dt. \quad (5.37)$$

Im Falle der Überschreitung eines bestimmten positiven Grenzwertes wird die Reibungskompensation reduziert oder einfach ausgeschaltet.

#### 5.2.2 Stabilität des geregelten Robotersystems mit Störgrößenbeobachter

Basierend auf der Passivität der Reibungskompensation ist es einfach, die asymptotische Stabilität für ein System zu zeigen, das eine passive Strecke und einen passiven Regler

mit Reibungskompensation enthält. Dieser Beweis soll entsprechend dem Vorgehen bei der exakten modellbasierten Reibungskompensation durchgeführt werden. Ein interessanter Aspekt für den vorgestellten Zustandsregler ist, dass einerseits die Positions- und Geschwindigkeitsrückführung eine einfache passive Interpretation ähnlich einem "Feder-Dämpfer" System aufweisen, andererseits aber die Drehmomentrückführung keine passive Komponente für den Zustandsregler darstellt. Beispielsweise wurde in [8] gezeigt, dass die Drehmomentrückführung als Skalierung der Aktuatordynamik interpretiert werden kann. Dies ist leicht zu erkennen, wenn man die Gleichung (5.38) mit dem Faktor  $K(K + K_T)^{-1}$  multipliziert oder die Lyapunov-Funktion (4.117) genauer betrachtet, in der die Motorträgheit und die potentielle Energie durch den gleichen Faktor skaliert werden.

Somit spricht man hier von keinem passiven, sondern einem passivitätsbasierten Regler, da der Regler zusammen mit der Motorträgheit ein passives Subsystem bildet.

Durch Einsetzen des Regelgesetzes (5.24) (Zustandsregler (5.6) und beobachterbasierte Reibungskompensation) in die Gleichung (5.1) erhält man folgende geregelte Aktuatordynamik

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} &= K_P e_\theta - K_D \dot{\theta} - (K + K_T)K^{-1}\tau - (K_S + D)K^{-1}\dot{\tau} + (K + K_T)K^{-1}G(q_d) \\ &\quad + \hat{\tau}_f - \tau_f. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Es ist hier anzumerken, dass diese Aktuatordynamik im Vergleich zur exakten modellbasierten Reibungskompensation in Kapitel 4 zusätzlich den Term  $(\hat{\tau}_f - \tau_f)$  enthält.

Für die Stabilitätsanalyse wird eine gleiche Lyapunov-Funktion  $V_1 = V$  wie in Gleichung (4.117) ausgewählt. Leitet man die Lyapunov-Funktion  $V_1$  ab und setzt die neue geregelte Aktuatordynamik (5.38) ein, dann erhält man neben dem Term  $\dot{V}$  in Gleichung (4.130) einen zusätzlichen Term  $\dot{V}_{11}$  im Zusammenhang mit dem neuen Term  $(\hat{\tau}_f - \tau_f)$

$$\dot{V}_1 = \dot{V} + \dot{V}_{11} \quad (5.39)$$

mit

$$\dot{V}_{11} = \dot{\theta}^T K(K + K_T)^{-1}(\hat{\tau}_f - \tau_f). \quad (5.40)$$

Die Funktion  $\dot{V}$  ist im Abschnitt 4.4 als negativ definit nachgewiesen worden. Damit die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $\dot{V}_1$  negativ wird, muss nun noch lediglich die Funktion  $\dot{V}_{11}$  analysiert werden.

Da die Ungleichung (5.32) nur für Aktuatoren in Motorkoordinaten eingehalten wird, muss zunächst Gleichung (5.40) ebenfalls in Motorkoordinaten ausgedrückt werden. Durch den Wechsel auf Motorkoordinaten (5.4) und die Benutzung der Gleichungen (5.12), (5.13), (5.29) ergibt sich für Gleichung (5.40)

$$\begin{aligned} \dot{V}_{11} &= \dot{\theta}_m^T A(\hat{\tau}_{fm} - \tau_{fm}) \\ &= \dot{\theta}_m^T A[(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) + f_v \nu_m - f_v \dot{\theta}_m] \end{aligned} \quad (5.41)$$

mit

$$A = T^T K (K + K_T)^{-1} T^{-T}. \quad (5.42)$$

Um die Eigenschaft der Ungleichung (5.32) benutzen zu können, d. h. der erste Term in  $\dot{V}_{11}$  negativ ist, muss die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  diagonal und positiv definit sein. Offensichtlich ist diese Bedingung dann erfüllt, wenn für die Reglerverstärkung  $K_T$

$$K_T = \chi K \quad \text{mit} \quad \chi > 0 \quad (5.43)$$

gilt, wobei  $\chi$  eine positive Konstante ist. Gleichung (5.43) ist somit eine notwendige Bedingung für die Passivität des Gesamtsystems. Daraus erhält man nun  $A = (1 + \chi)^{-1} I$ .

Zur Berücksichtigung der Kompensation der viskosen Reibung wird die Lyapunov-Funktion analog zum Abschnitt 5.2.1 um die Energie der gefilterten Motorgeschwindigkeit erweitert

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \nu_m^T L^{-1} A f_v \nu_m, \quad (5.44)$$

wobei  $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine positiv definite Diagonalmatrix ist. Deren Ableitung  $\dot{V}_2$  entlang der Trajektorie des Systems ist durch

$$\dot{V}_2 = \dot{V} + \sum_{j=\{1..n\}} a_j P_{\text{fric},j} \leq 0 \quad (5.45)$$

gegeben, wobei  $a_j$  die Diagonalelemente der Matrix  $A$  sind. Gemäß Abschnitt 5.2.1 ist  $P_{\text{fric},j} \leq 0$ . Daraus folgt, dass ebenfalls  $\dot{V}_2 < 0$  gilt. Das System ist somit stabil.

Um die Konvergenz des Systems zu analysieren, muss die Ruhelage gefunden werden. Gemäß dem Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle muss für die Ruhelage  $\dot{V}_2 = 0$  gelten, d. h.  $\{\dot{\theta} = 0, \dot{q} = 0, \nu_m = 0\}$ . Durch Einsetzen dieser Bedingungen in die geschlossenen Dynamikgleichungen (5.38) und (5.2), erhält man die Gleichungen der Ruhelage

$$K_P e_\theta - (K + K_T)(\theta - q) + (K + K_T)K^{-1}G(q_d) + T^{-T}(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) = 0 \quad (5.46)$$

$$K(\theta - q) = G(q). \quad (5.47)$$

Es ist zu beachten, dass wegen der Filtereigenschaft des Störgrößenbeobachters im stationären Zustand immer  $(\hat{\tau}_{fm,c} - \tau_{fm,c}) = 0$  gilt. Daraus folgt, dass der Zustandsregler mit beobachterbasierter Reibungskompensation und der Zustandsregler mit exakter modellbasierter Reibungskompensation die gleiche Ruhelage besitzen. Es ist im Abschnitt 4.4 gezeigt worden, dass dieses System gemäß dem Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle in die größte invariante Menge konvergiert, für die ein einziger Punkt  $\{\theta = \theta_d, \dot{\theta} = 0, q = q_d, \dot{q} = 0\}$  gilt. Im Falle mit der beobachterbasierten Reibungskompensation reduziert sich diese Menge auf einen einzigen Punkt  $\{\theta = \theta_d, \dot{\theta} = 0, q = q_d, \dot{q} = 0, \nu_m = 0, \tau_{fm,c} = \hat{\tau}_{fm,c}\}$ . Es folgt, dass das System unter Berücksichtigung der zusätzlichen Stabilitätsbedingung (5.43) global asymptotisch stabil ist.



### 5.2.3 Implementierung des Störgrößenbeobachters

Durch die Motordynamikgleichung (5.14) und das Reglergesetz (5.23) ergibt sich folgende Beziehung zwischen der Reibung und ihrem Schätzwert

$$\tau_{fm} = (u_{cm} + \hat{\tau}_{fm}) - J_m \ddot{\theta}_m - \tau_{am}. \quad (5.48)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (5.22) in die Gleichung (5.48) erhält man für die Schätzung der Reibung

$$\hat{\tau}_{fm}(s) = \text{diag}\left\{\frac{L_i}{s}\right\}[u_{cm} - \tau_{am}] - L J_m \theta_m s. \quad (5.49)$$

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Schätzung der Reibung  $\hat{\tau}_{fm}$  in der Gleichung (5.49) auf bekannten Größen (der Motorgeschwindigkeit  $\dot{\theta}_m$ , dem Sollmotordrehmoment  $u_{cm}$  und dem Drehmoment  $\tau_{am}$ ) basiert und wie eine Integration wirkt.

## 5.3 Experimente

In diesem Abschnitt werden Experimente für den Zustandsregler mit und ohne Reibungskompensation beschrieben. Die für die Experimente eingesetzten Reibungs- und Störgrößenbeobachterparameter sind in den Tabellen 5.1 und B.4 im Anhang B aufgelistet. In all diesen Experimenten wird der gleiche Zustandsregler mit der Sollgeschwindigkeit als Vorsteuerung verwendet, wie er bereits im Kapitel 4 entwickelt wurde.

- ***Periodisch wiederholte Trajektorie:***

Im ersten Experiment mit periodisch wiederholter Trajektorie (Abbildung 5.6) beim KINEMEDIC werden die Reibungsmomente (Abbildung 5.7) und die Positionsabweichungen (Abbildung 5.8) jeweils ohne Reibungskompensation, mit modellbasierter Reibungskompensation (SRM) und mit beobachterbasierter Reibungskompensation aufgenommen und verglichen. Es ist anzumerken, dass die Reibungsmomente der modellbasierten und der beobachterbasierten Reibungskompensation in Abbildung 5.7 gut miteinander übereinstimmen. Der Positionsregler mit beobachterbasierter Reibungskompensation zeigt in Abbildung 5.8 die besten Ergebnisse in Bezug auf die erreichte Genauigkeit. Dies lässt sich damit begründen, dass die nichtlineare Reibungsdynamik gut approximiert und kompensiert wird. Allerdings sind sie bei den einzelnen Motoren unterschiedlich. Während die Positionsabweichung für die Motoren 1, 4, 5, 6 und 7 unter 0.01 Grad liegt, ist sie für die Motoren 2 und 3 wegen des Einflusses des Gelenkspiels und der Modell-Ungenauigkeiten etwas größer.

- ***Punkt zu Punkt Trajektorie:***

Für die Punkt zu Punkt Trajektorie (Abbildung 5.9) ist der Regler mit exakter modellbasierter Reibungskompensation (SRM) nicht geeignet, weil hier der Anteil der

Coulomb-Reibung wegen des unvermeidlichen Rauschens der Motorgeschwindigkeit im Stillstand zu häufigem Vorzeichenwechsel beim Sollmotorstrom führt. Zunächst werden die Experimente mit dem KINEMEDIC durchgeführt. Für die Fälle ohne bzw. mit beobachterbasierter Reibungskompensation werden das geschätzte Reibungsmoment und die Positionsabweichung in Abbildung 5.10 und Abbildung 5.11 gezeigt. Es ist leicht zu sehen, dass für alle Motoren die Positionsabweichungen mit beobachterbasierter Reibungskompensation deutlich kleiner sind als ohne.

Anschließend werden die Experimente mit dem MIRO durchgeführt. Dabei wird das LuGre-Modell zur Reibungskompensation eingesetzt und dessen Ergebnis mit dem Fall ohne Reibungskompensation und mit beobachterbasierter Reibungskompensation verglichen. In Abbildung 5.12 wird die Sollmotorposition in Gelenkkoordinaten gezeigt. Das Reibmoment der modellbasierten und beobachterbasierten Reibungskompensation wird in Abbildung 5.13 dargestellt. Schließlich wird der Vergleich der Motorpositionsabweichung in Abbildung 5.14 präsentiert. Es wird gezeigt, dass die Positionsgenauigkeit für den Fall mit Störgrößenbeobachter am besten ist.

Tabelle 5.1: Parameter des Störgrößenbeobachters für die Experimente.

	Motor 1	Motor 2	Motor 3	Motor 4	Motor 5	Motor 6	Motor 7
L	100	200	200	200	200	200	200

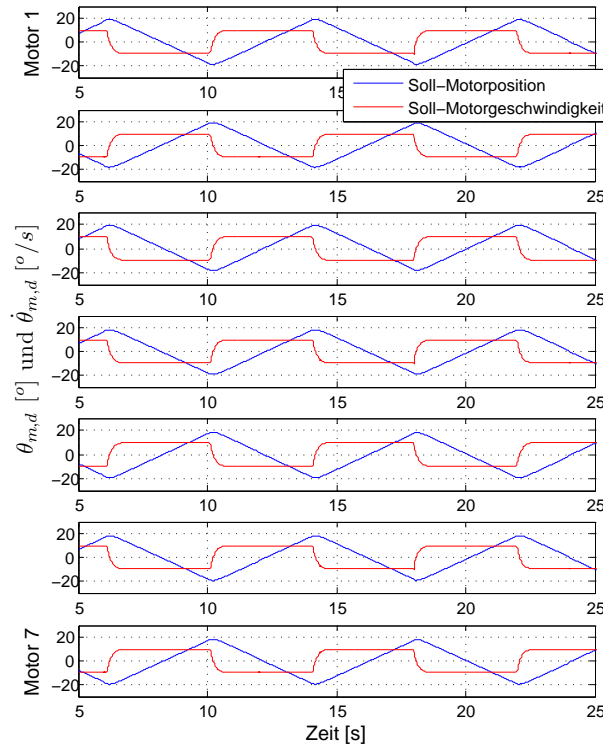


Abbildung 5.6: Periodische Trajektorie KINEMEDIC: Sollposition und Sollgeschwindigkeit.

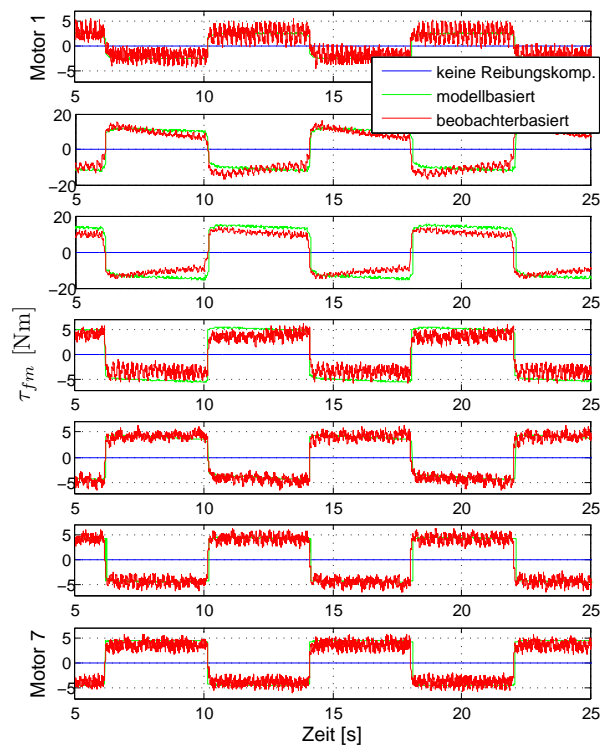


Abbildung 5.7: Drehmoment zur Reibungskompensation mittels SRM bzw. Störgrößenbeobachter.

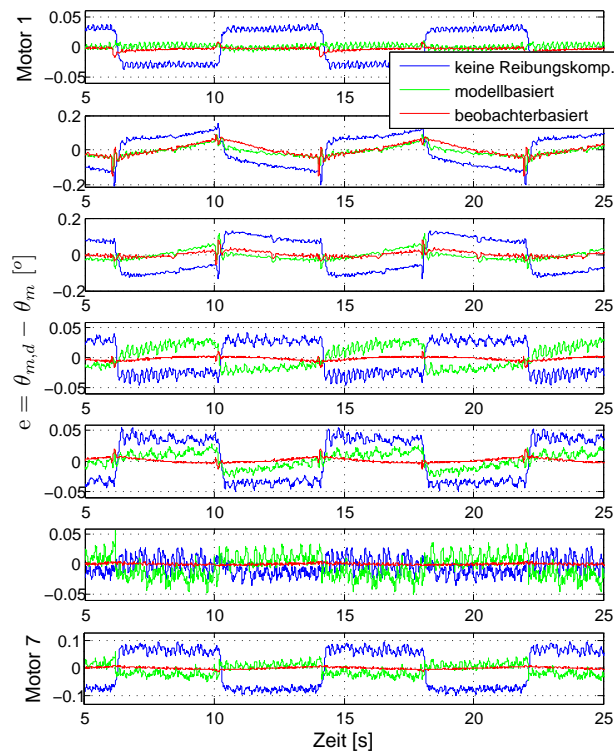


Abbildung 5.8: Positionsfehler bei der periodischen Trajektorie.

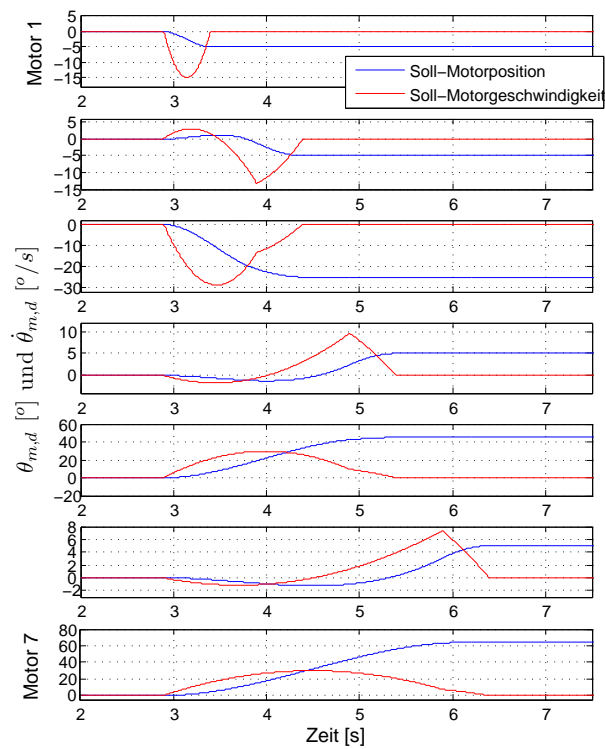


Abbildung 5.9: Punkt zu Punkt Trajektorie KINEMEDIC: Sollposition und Sollgeschwindigkeit.

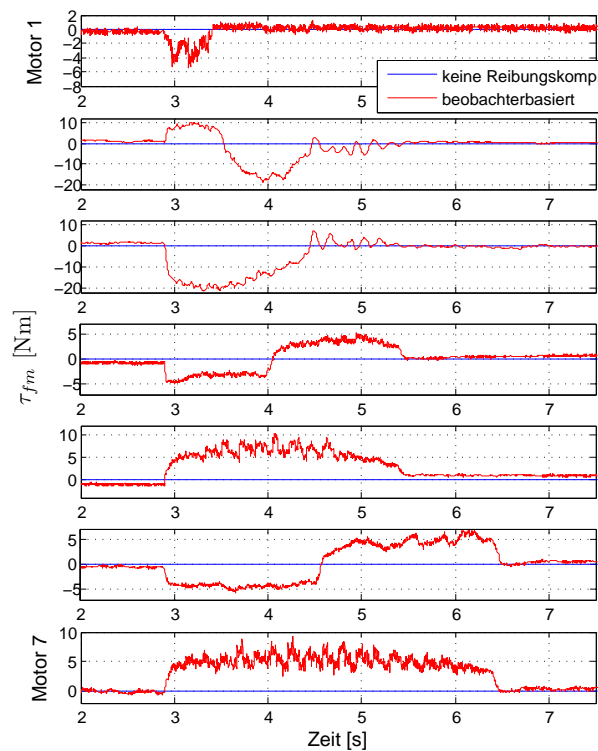


Abbildung 5.10: Drehmoment zur Reibungskompensation mittels Störgrößenbeobachter.

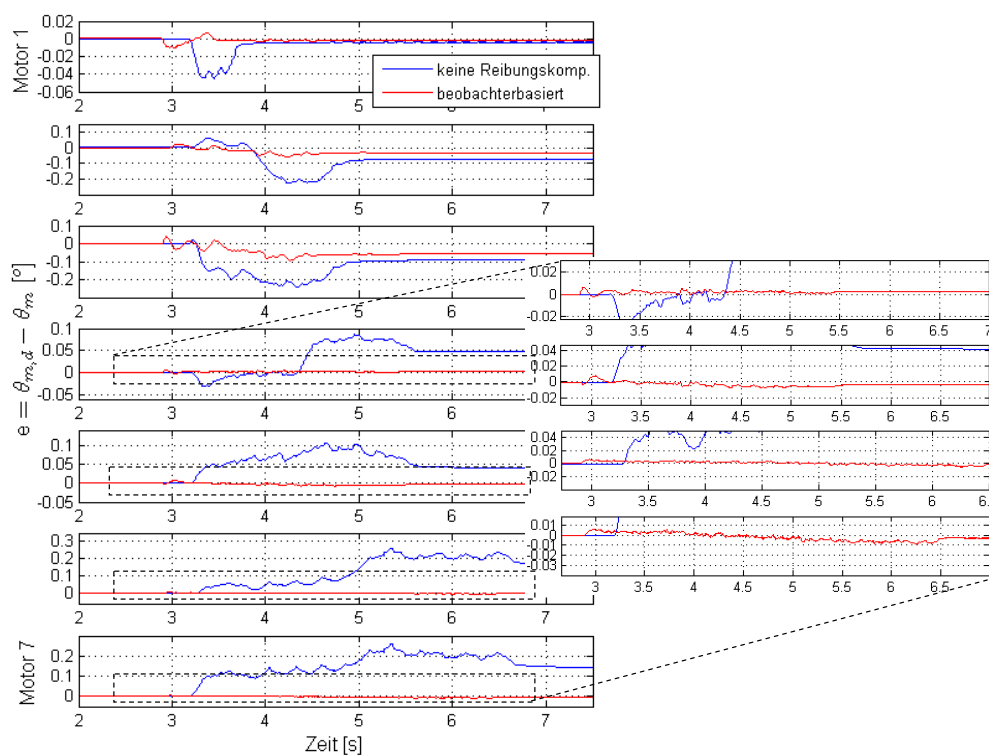


Abbildung 5.11: Positionsfehler bei der Punkt zu Punkt Trajektorie.

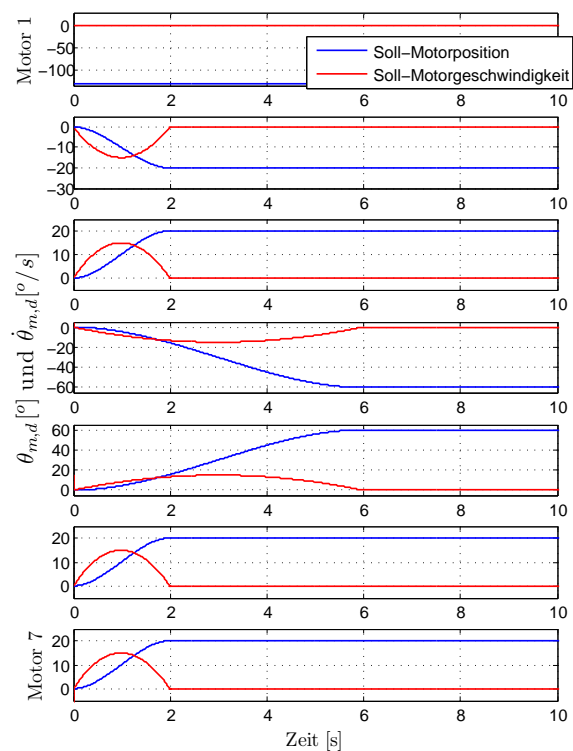


Abbildung 5.12: Punkt zu Punkt Trajektorie MIRO: Sollposition und Sollgeschwindigkeit.

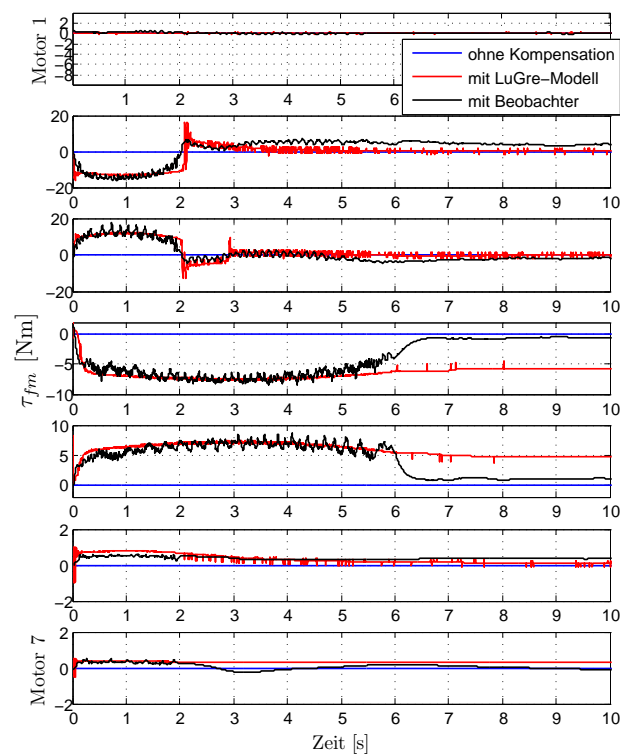


Abbildung 5.13: Drehmoment zur Reibungskompensation mittels LuGre-Modell und Störgrößenbeobachter.

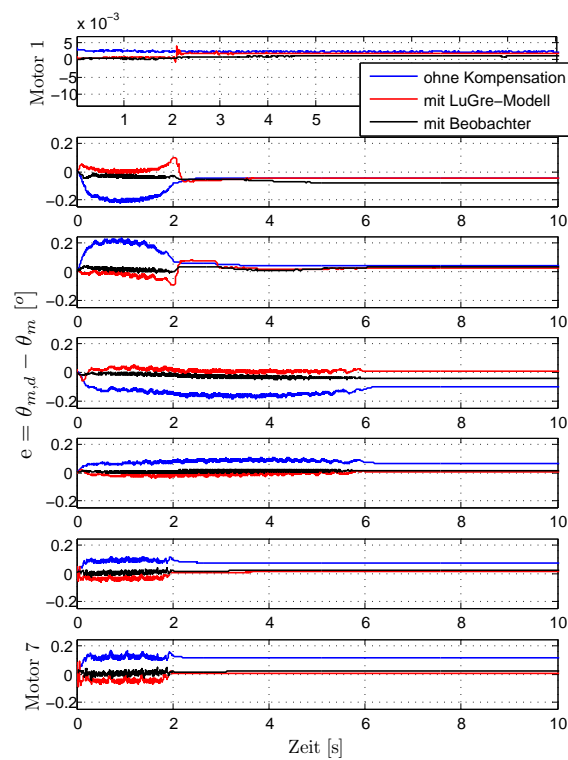


Abbildung 5.14: Positionsfehler bei der Punkt zu Punkt Trajektorie.

# 6

## Applikationen

Der DLR-Medizinroboter wurde gezielt für eine große Anwendungsbreite von medizinischen Applikationen entwickelt. Als mögliche Einsatzgebiete werden z. B. Herzchirurgie, Orthopädie, Urologie, Neurologie, usw. angesehen. Dank der leichten energieoptimierten Struktur und der in die Gelenke integrierten Drehmomentsensoren ist eine direkte Interaktion des Chirurgen mit dem Roboter auf einfache Weise möglich. Neben dem programmgesteuerten und dem telemanipulierten Betrieb des Roboters bietet sich auch ein teilautonomer Betrieb an, bei dem der Chirurg direkt mit dem Roboter interagieren kann.

In diesem Kapitel werden typische Applikationen des DLR-Medizinroboters (KINEMEDIC und MIRO) präsentiert. Für diese Applikationen werden der vorgestellte MIMO-Zustandsregler und der Störgrößenbeobachter als ein Teil des Gesamtsystems benutzt. Zusätzlich wird auch ein Impedanzregler bei verschiedenen Operationsszenarien benötigt. Dabei kommt folgende Regelungsstruktur des Impedanzreglers [8], [7], [39], [92], [86] zum Einsatz

$$u = K_T K^{-1}(\tau_d - \tau) - K_S K^{-1} \dot{\tau} + \tau_d \quad (6.1)$$

mit

$$\tau_d = J_{Jac}^T [K_x(x_d - x) - D_x \dot{x}] + G(\bar{q}(\theta)). \quad (6.2)$$

Hierbei ist  $J_{Jac}$  die Jacobi-Matrix des Roboters.  $x_d$  und  $x = f(\bar{q}(\theta))$  stehen für die kartesische Soll- bzw. Ist-Position, wobei die Schätzung der abtriebsseitigen Position

aus der Motorposition  $\theta$  als  $\bar{q}(\theta)$  bezeichnet wird. Die Steifigkeitsmatrix  $K_x$  und die Dämpfungsmatrix  $D_x$  des Impedanzreglers sind positiv definit und symmetrisch. Es ist hier anzumerken, dass der Impedanzregler im Falle einer Null-Steifigkeit und einer Null-Dämpfung ( $K_x = 0, D_x = 0$ ) einem Drehmomentregler entspricht, wodurch der Roboter durch von außen aufgebrachte Kräfte frei in allen sechs Freiheitsgraden bewegt werden kann.

Abbildung 6.1 zeigt die vollständige Regelungsstruktur des DLR-Medizinroboters für die Applikationen mit den zwei Abtastzeiten 3 kHz und 500 Hz. Abhängig von der Zielsetzung der Applikation wird in jedem Zeitpunkt entweder der Impedanz- oder der Positionsregler aktiv sein. Zwischen den Reglern kann online umgeschaltet werden.

Zunächst wird in Abschnitt 6.1 die Applikation "Setzen von Pedikelschrauben" mit KINEMEDIC gezeigt. In Abschnitt 6.2 wird dann die Applikation "Minimal Invasive Chirurgie" mit MIRO präsentiert.

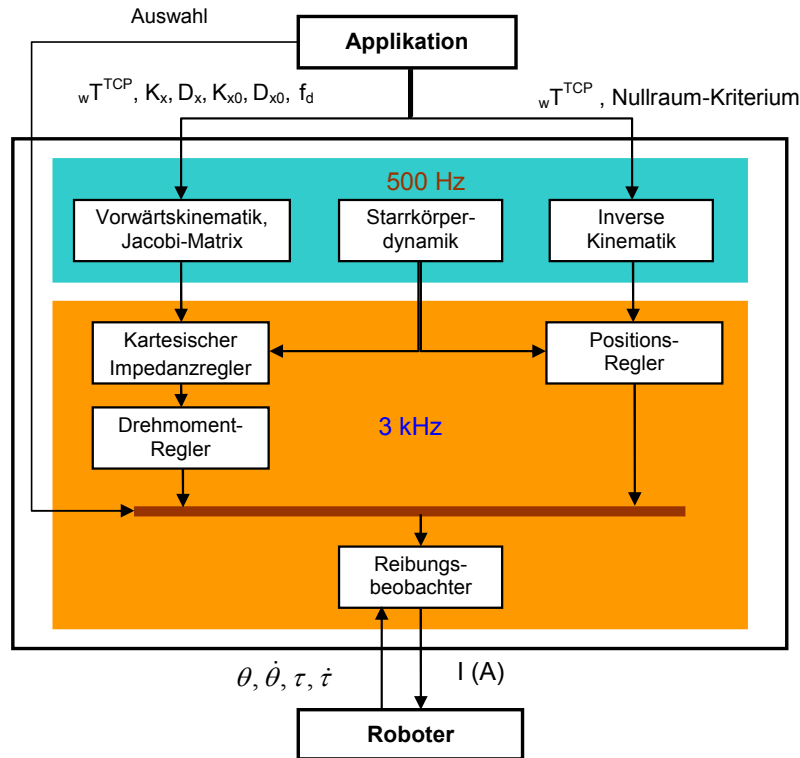


Abbildung 6.1: Regelungsstruktur des DLR-Medizinroboters für die Applikationen.

## 6.1 Setzen von Pedikelschrauben

Ziel dieser Applikation [89] ist es, einen Chirurgen mit dem Roboter während einer Wirbelsäulen-Operation beim Setzen von Pedikelschrauben zu unterstützen. Wenn ein Wirbelknochen geschädigt ist, kann die Struktur der Wirbelsäule durch Titanplatten sta-



bilisiert werden, die durch Pedikelschrauben an der Wirbelsäule fixiert werden. Dafür werden diese Pedikelschrauben in optimierte Bohrlöcher im unbeschädigten benachbarten Wirbelknochen eingesetzt, siehe Abbildung 6.2. Nach einem derartigen Eingriff wird die mechanische Belastung der Wirbelsäule dann durch die Titanplatten anstatt durch den geschädigten Wirbelknochen übertragen. Durch den Einsatz eines Navigations- und Robotersystems kann diese Operationsmethode genauer durchgeführt werden, um somit die Wahrscheinlichkeit von schlecht platzierten Pedikelschrauben zu senken. In diesem Szenario wird der Roboter benutzt, um einerseits die in bestimmten Posen vorgeplanten Löcher für die Pedikelschrauben zu bohren und um andererseits die Pedikelschrauben in diese Löcher einzusetzen. Während der Operation wird die relative Position des Werkzeugs zu den Bohrlochpositionen auf der Wirbelsäule über Referenzmarken zyklisch durch das Navigationssystem bestimmt. Die hierfür notwendigen Referenzmarken werden sowohl auf dem Werkzeug als auch auf der Wirbelsäule aufgebracht.

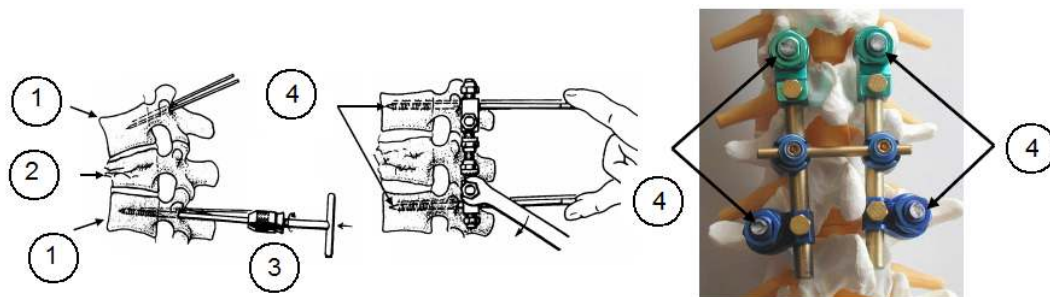


Abbildung 6.2: Fixierung der Wirbelsäule [89]: 1) danebenliegender unbeschädigter Wirbelknochen; 2) beschädigter Wirbelknochen; 3) Bohrachse; 4) Pedikelschrauben.

Abbildung 6.3 verdeutlicht den Aufbau der Applikation an einem Wirbelsäulen-Modell. In einem ersten Schritt werden hierfür zunächst die Positionen der Bohrlöcher und ihre Bohrachsen basierend auf CT-Bildern (Computer Tomographie) optimal geplant. Danach wird der chirurgische Eingriff in weiteren 7 Schritten durchgeführt. Je nach Bedarf wird entweder ein Positionsregler (Schritt 5) oder ein kartesischer Impedanzregler bei der Umsetzung der einzelnen Schritte verwendet.

**Schritt 1:** In diesem Schnitt werden die Steifigkeitsmatrix  $K_x$  und die Dämpfungsmatrix  $D_x$  des Impedanzreglers in Gleichung (6.2) auf Null gesetzt. Somit entspricht der Regler nun einem reinen Drehmomentregler. Derartig geregelt ist der Roboter frei beweglich in allen Richtungen des kartesischen Raumes und kann manuell vom Chirurgen an eine günstige Startposition auf der Achse  $A_1$  geführt werden. In dieser Phase wird außerdem der Bohrer am TCP-Roboter für das Navigationssystem angemeldet.

**Schritt 2:** Durch die Einstellung einer Null-StEIFigkeit und Null-Dämpfung entlang der Trajektorie  $A_1$  und einer hohen Steifigkeit in allen anderen Richtungen kann sich

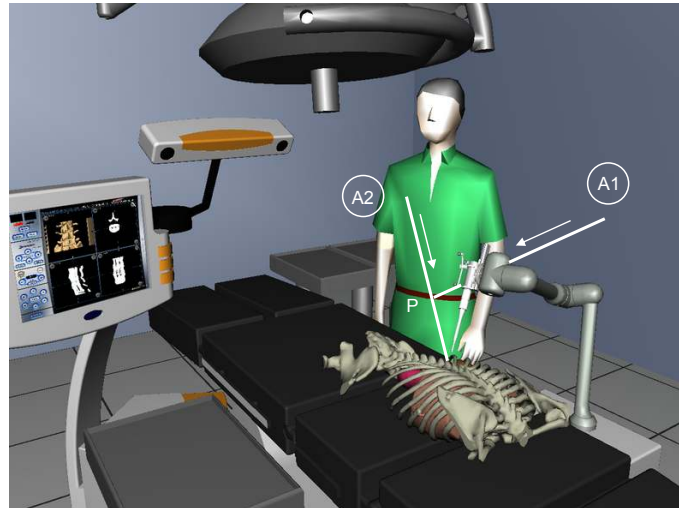


Abbildung 6.3: Setzen von Pedikelschrauben durch den KINEMEDIC.

der Roboter nur in Richtung der Achse  $A_1$  bewegen. So kann der Bohrer problemlos manuell geführt werden, bis seine Achse und die Bohrachse  $A_2$  mit Erreichen des Schnittpunktes  $P$  übereinstimmen. Nach Erreichen des Punktes  $P$  schaltet das System automatisch in Schritt 3 um.

**Schritt 3:** Sobald die Bohrachse und die Achse  $A_2$  deckungsgleich sind, kann der Roboter manuell vom Chirurgen entlang der Trajektorie  $A_2$  zum Bohrpunkt geführt werden. Analog zum Schritt 2 wird mit Null-Steiigkeit und Null-Dämpfung des Impedanzreglers nur eine Bewegung in Richtung der Achse  $A_2$  erlaubt. Kurz vor dem Erreichen des Bohrpunktes schaltet das System automatisch in Schritt 4 um.

**Schritt 4:** In diesem Schritt werden die Geschwindigkeit und Bewegung des Roboters einer strikten Grenzwertüberwachung unterzogen und nötigenfalls aktiv begrenzt. Somit kann die Spitze des Bohrers sehr genau an die Position des geplanten Bohrpunktes gesteuert werden. Das System erlaubt die automatische Umschaltung in Schritt 5 nur, wenn der Restfehler zwischen Soll- und Ist-Position kleiner als ein vorgegebener Grenzwert ist.

**Schritt 5:** Da die Regelungssteifigkeit des Positionsreglers deutlich größer als die des Impedanzreglers ausfällt, wird in dieser kritischen Phase der Positionsregler anstelle des Impedanzreglers verwendet, um das Instrument während der Bohrung extrem ruhig halten zu können. Der Chirurg führt dabei den Bohrer manuell entlang der linearen Achse in den Wirbelkörper ein. Nachdem die Bohrung die gewünschte Tiefe erreicht hat, wird der Bohrer zurückgezogen und sicher fixiert. Der Chirurg schaltet danach manuell in Schritt 6 um.

**Schritt 6:** In diesem Schritt wird wieder der Impedanzregler verwendet. Zur Sicherheit des Patienten darf sich der Roboter in dieser Phase nur entlang der Achse  $A_2$  vom

Patienten weg bewegen. Mit Erreichen eines Abstandes von 100 mm über dem Bohrpunkt wird das System automatisch in den Schritt 7 umgeschaltet.

**Schritt 7:** In Analogie zu Schritt 1 kann sich nun der Roboter wieder in allen Richtungen frei bewegen, solange die Entfernung zum Patienten den minimalen Abstand von 100 mm nicht unterschreitet. Dafür wird eine sog. virtuelle Wand mit hoher Steifigkeit zwischen Roboter und Patient eingezogen, um sicherzustellen, dass der Bohrer nicht mehr in Kontakt mit dem Patient kommen kann. Zum Schluss wird der Roboter manuell in die Parkposition zurückgeführt.



Abbildung 6.4: Minimal invasive Chirurgie mit dem MIRO.

## 6.2 Minimal invasive Chirurgie

Bei der minimal invasiven Chirurgie werden chirurgische Instrumente durch einen kleinen Einstichpunkt unter Verwendung eines Trokars in den Körper eines Patienten eingeführt. Die eigentliche Operation wird dann anhand von Live-Bildern einer ebenfalls eingeführten Videokamera durchgeführt. Dieses Prinzip der "Schlüsselloch-Chirurgie" bringt im Vergleich zur "offenen Chirurgie" einige Vorteile mit sich: Geringe Verletzungswahrscheinlichkeit, geringere postoperative Schmerzen, geringe Blutung, kurze Rehabilitationsdauer, kurze Aufenthaltsdauer in der Klinik und letztlich günstige kosmetische Aspekte des operierten Bereichs. Allerdings kommt es durch die Notwendigkeit eines Trokars bei der minimal invasiven Chirurgie auch zu Nachteilen: z. B. entgegengesetzte Wirkung seitlicher Handbewegungen durch den Einstichpunkt, beschränkte Bewegungsfreiheit der Hand, reduzierte Sicht oder fehlende haptische Rückkopplung.

Um diese Nachteile zu reduzieren, wurden einige Systeme für die minimal invasive manipulatorbasierte Telechirurgie entwickelt. Bei diesen Systemen benutzt der Chirurg

eine Teleoperator-Station mit haptischen Eingabegeräten (Master), um mittels eines ferngesteuerten Telemanipulators (Slave) eine Operation durchzuführen.

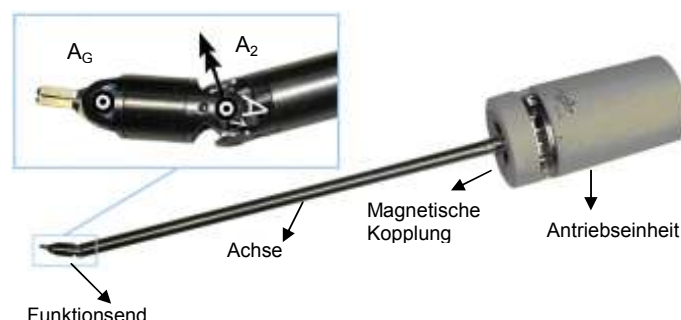


Abbildung 6.5: DLR-Sensorzange für die minimal invasive Chirurgie.

Das am DLR-Institut für Robotik und Mechatronik entwickelte MIROSURGE-System [47], [46] ist so ein System. Abbildung 6.4 zeigt, dass das System aus drei baugleichen Robotern (MIRO) besteht. Zwei davon bewegen medizinische Instrumente (wie z. B. Sensorzangen, Laserschneidegeräte), der Dritte wird zur Führung eines Endoskops verwendet. Abbildung 6.5 zeigt eine DLR-Sensorzange [63], [100], die zwei zusätzliche Freiheitsgrade an ihrer Spitze besitzt, um die durch die Beschränkung des Einstichpunktes verlorengegangenen Freiheitsgrade zu kompensieren (die Sensorzange darf am Trokar-Einstichpunkt nicht quer bewegt werden). Ein Slave-System mit einem MIRO und einer Sensorzange besteht somit aus insgesamt neun Gelenken. Der Chirurg kann das Werkzeug innerhalb des Patienten also in sechs Freiheitsgraden bewegen. Außerdem ist die DLR-Sensorzange mit Kraft-/Momentensensoren ausgestattet, um dem Chirurgen bei Kontakt im Innern des Patienten ein Gespür für die Kraft in sechs Freiheitsgraden zu vermitteln. Zum einen kann die Kraftinformation auf einem Stereodisplay angezeigt werden, um dem Chirurgen ein visuelles Feedback der gegenwärtig auftretenden Kräfte zu geben. Zum anderen ist mit einer geeigneten Masterkonsole ein haptisches Feedback möglich, wodurch eine Rückkopplung der Kräfte an die Fingerspitzen des Chirurgen realisiert werden kann.

Während der Operation sitzt der Chirurg an einem Arbeitsplatz neben dem Operationstisch und führt die ferngesteuerte Operation nur mit Hilfe von Eingabegeräten aus. Im MIROSURGE-System werden hierfür optisch erfasste Pinzetten oder das kommerziell verfügbare haptische Geräte OMEGA mit sechs Freiheitsgraden eingesetzt. Die Verbindung zwischen diesen Eingabegeräten (Master) und dem Roboter (Slave) wird durch den Druck auf ein Fußpedal zur Freigabe hergestellt.

In Vorbereitung einer Operation wird zunächst anhand aktueller CT-Daten eine präoperative Planung offline durchgeführt, um die Position der Roboter am Operationstisch relativ zum Patienten vorzugeben. Unter Betrachtung verschiedener Kriterien (z. B. Kollisionsvermeidung, Singularität, Beschränkung des Arbeitsraums...) wird die Position

der Roboter optimal festgelegt. Danach wird die Operation in fünf Schritten für jeden Roboter (beginnend mit dem Roboter, der das Endoskop trägt) wie folgt durchgeführt:

**Schritt 1:** Der Roboter bewegt sich mittels Positionsregler automatisch aus einer initialen Pose zur Startpose, um das Instrument oder das Endoskop nahe zum Patienten zu führen. Der Chirurg schaltet dann manuell in Schritt 2 um.

**Schritt 2:** In diesem Schritt wird der Impedanzregler mit Null-Steifigkeit  $K_x = 0$  und Null-Dämpfung  $D_x = 0$  verwendet. Der Chirurg führt das Instrument oder das Endoskop manuell entlang der Trokar-Achse in den Körper ein und übernimmt dadurch die vollständige Kontrolle über die Roboterbewegung. Nachdem dieser Schritt für den Roboter mit dem Endoskop durchgeführt wurde, kann der Chirurg das Eindringen der Instrumente in den Patienten bei den anderen Roboter am Bildschirm beobachten und überwachen. Danach schaltet der Chirurg manuell in Schritt 3 um.

**Schritt 3:** Die Instrumente und das Endoskop befinden sich in dieser Phase bereits innerhalb des Körpers des Patienten. Der Chirurg kann somit den operierten Bereich direkt auf einem Stereo-Bildschirm an seinem Arbeitsplatz beobachten. Wegen der besseren Regelgüte und der damit verbundenen besseren Genauigkeit kommt wieder der Positionsregler zum Einsatz. Die hierfür benötigte Sollposition der Gelenke wird von einer Invers-Kinematik geliefert, die die kartesische Position und Orientierung vom Slave erhält [61]. Die Zuordnung der Master (zwei haptische Geräte OMEGA) zu den gewünschten Slaves (drei MIRO für zwei Instrumente und ein Endoskop) erfolgt per Tastatureingabe. Durch die abschließende Bestätigung per Fußschalter wird die gewählte Verbindung aktiv und der Chirurg steuert die zum Operieren gewünschten Geräte fern. Diese Zuordnung kann während einer Operation bei Bedarf verändert werden.

**Schritt 4:** Am Ende der Operation wird durch den Chirurgen in Schritt 4 umgeschaltet. Der Roboter benutzt nun den Impedanzregler wie in Schritt 2. Der Chirurg entfernt nun manuell nacheinander die Instrumente und das Endoskop aus dem Körper des Patienten und schaltet danach in Schritt 5 um.

**Schritt 5:** Der Roboter fährt unter Verwendung des Positionsreglers automatisch in seine initiale Pose. Die Operation ist damit beendet.



# 7

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden die Modellierung, die Identifikation und die Regelung für den DLR-Medizinroboter mit elastischen verkoppelten Gelenken behandelt. Im Gegensatz zu den bisherigen DLR-Leichtbaurobotertypen ergibt sich durch die kardanische Gelenkstruktur des DLR-Medizinroboters eine nicht vernachlässigbare Verkopplung innerhalb der Doppelgelenke. Dafür wurde eine Modellierung des DLR-Medizinroboters mit elastischen Doppelgelenken vorgestellt. In diesem Modell wird die Verkopplung der Elastizität durch die Block-Diagonalmatrizen (4.5) der Gelenksteifigkeit  $K$  und der Gelenkdämpfung  $D$  dargestellt. Außerdem wurden zusätzlich zwei verschiedene Reibungsmodelle für den DLR-Medizinroboter (das statische Reibungsmodell (SRM) und das dynamische Reibungsmodell (DRM)) untersucht und eingesetzt.

Um die Parameter des Gelenkmodells identifizieren zu können, wurde eine Identifikationsmethode basierend auf Matlab-Optimierungsverfahren und einem unter Verwendung von Simulink erzeugten Gelenkmodell entwickelt. Der Vorteil bei dieser Vorgehensweise besteht in der Möglichkeit, ein beliebiges mathematisch beschriebenes nichtlineares System identifizieren zu können, ohne die Regressor-Matrix des identifizierten Modells benutzen zu müssen. Allerdings führt diese Methode zu langen Optimierungsrechenzeiten, wenn die Komplexität des Modells steigt, wie z. B. hier im Falle der Elastizitätsidentifikation. Im Ergebnis wurden die Elastizitäts- und Reibparameter des DLR-Medizinroboters auf diese Weise identifiziert.

Basierend auf diesem Robotermodell wurden einige Regelungskonzepte (wie Kaskadenregelung, Backstepping-Regelung, Singular Perturbation, Rückführungslinearisie-

rung) für den DLR-Medizinroboter vorgestellt. Deren Stabilität ist zwar allgemein nachweisbar, aber wegen der Komplexität des Robotermodells wurden sie bisher nur für Roboter mit 1 oder 2 Freiheitsgraden eingesetzt. Außerdem ist es bei diesen Methoden aufwändig, die Reglerparameter so einzustellen, dass das System eine gute Regelgüte besitzt. Deswegen werden diese Methoden beim DLR-Medizinroboter auch nicht benutzt. Als eine viel versprechende Methode wurde zunächst ein SISO-Zustandsregler [6] ohne Berücksichtigung der Gelenkverkopplung für den DLR-Medizinroboter eingesetzt. Aber bei der Simulation und den Experimenten hat sich herausgestellt, dass die Verkopplung des Doppelgelenks berücksichtigt werden muss. Da ein Doppelgelenk als Mehrgrößensystem mit zwei Eingängen (Sollmotordrehmomente) und zwei Ausgängen (abtriebsseitige Positionen) angesehen werden kann, ist es durch einen MIMO-Zustandsregler möglich, Störungen zwischen den beiden Teilsystemen besser zu unterdrücken. In dieser Arbeit wurde deshalb ein neuartiger MIMO-Zustandsregler für die Doppelgelenkstruktur beim DLR-Medizinroboter entwickelt. Dieser MIMO-Zustandsregler benötigt die antriebsseitige Position und das abtriebsseitige Drehmoment sowie deren Ableitungen als Zustände. Mit Hilfe der modalen Entkopplung wurde der Regler entworfen. Der notwendige Stabilitätsnachweis wurde durch die Lyapunov-Theorie erbracht. Der neue Regler stellt einen bedeutenden Fortschritt sowohl in theoretischer wie auch in praktischer Hinsicht dar, da er auch für stark verkoppelte Systeme eine einfache und effiziente Reglerauslegung erlaubt. Gleichzeitig lässt er einen Stabilitätsnachweis für das komplette nichtlineare Modell zu.

Bei den chirurgischen Anwendungen des DLR-Medizinroboters spielt die Positioniergenauigkeit eine entscheidende Rolle. Reibungsbedingte Nichtlinearitäten wirken sich hierbei typischerweise sehr negativ aus und müssen kompensiert werden. Dafür wurde zunächst eine modellbasierte Methode zur Reibungskompensation für den DLR-Medizinroboter vorgestellt und eingesetzt, welche auf dem Reibungsmodell (SRM oder DRM) basiert. Die Problematik der Reibungskompensation mit dem SRM ist die Unstetigkeit des Reibmoments für die Null-Motorgeschwindigkeit. Die Verwendung des DRM für die Reibungskompensation erbracht an dieser Stelle bereits eine deutliche Verbesserung. Als eine effektive Methode zur Reibungskompensation und zur Bewältigung der oben erwähnten Problematik wurde in dieser Arbeit ein Störgrößenbeobachter entwickelt, der aufgrund seiner Unabhängigkeit vom Regelungskonzept auch nachträglich in einen bereits im Betrieb befindlichen Zustandsregler integriert werden kann. Dabei bleiben sowohl die Reglerparameter als auch die Reglerstruktur unverändert. Die Reglerparameter können somit getrennt von den Parametern des Reibungskompensationsblocks entworfen werden. Vorteilhaft ist die sich aus dieser Trennung ergebende reduzierte Komplexität des Parameterentwurfs für die Teilsysteme (Zustandsregler und Störgrößenbeobachter). Der Nachweis der Stabilität des Gesamtsystems (Zustandsregler mit beobachterbasierter Reibungskompensation) ergibt sich durch eine Erweiterung des Stabilitätsbeweises, der für die alternative Nutzung einer exakten modellbasierten Reibungskompensation bereits



eingeführt worden ist. Im Experiment wurde gezeigt, dass die Genauigkeit des geregelten Roboters durch die beobachterbasierte Reibungskompensation deutlich verbessert wird. Allgemein ist festzuhalten, dass die beobachterbasierte Reibungskompensation einen integrierenden Charakter aufweist. Da nur der Momentenfehler, nicht aber der Positionsfehler integriert wird, kann diese Kompensation genauso zur Verbesserung der Qualität der Drehmoment- und Impedanzregelung eingesetzt werden. Besonders hervorzuheben ist die Tatsache, dass durch die Passivität der Struktur sichergestellt wird, dass die Reibung nicht überkompensiert wird, was bei vielen anderen Ansätzen zu Stick-Slip Effekten führt.

Zum Schluss wurden allgemeine Anwendungsmöglichkeiten des DLR-Medizinroboters aufgezeigt. Da bereits beim Entwurf des DLR-Medizinroboters auf eine möglichst hohe Einsatzflexibilität Wert gelegt wurde, können leicht Anwendungen für verschiedene Operationsbereiche entwickelt werden [89], [46]. Des Weiteren wurden zwei typische Anwendungen für den DLR-Medizinroboter vorgestellt. Hierbei wurde näher auf den Aufbau und den Ablauf der Anwendungen eingegangen.

In dieser Arbeit wurde der MIMO-Zustandsregler für die Doppelgelenkstruktur mit konstanter Massenmatrix entworfen. Allerdings ist die Massenmatrix im realen Betrieb des Roboters von der abtriebsseitigen Position abhängig. Um die Regelgüte des Zustandsreglers bei Veränderung der Massenmatrix zu verbessern, können die Reglerverstärkungsmatrizen mit der Massenmatrix online aktualisiert werden.





# Grundlagen der Lyapunov-Theorie

## A.1 Lyapunov-Theorie

Da die Stabilitätsanalyse des Roboters in dieser Arbeit auf der Lyapunov-Theorie beruht, werden hier die wesentlichen Definitionen und Sätze der Lyapunov-Theorie für autonome Systeme zusammengefasst. Mit Hilfe dieser Theorie ist es möglich, die Stabilität der Ruhelage zu untersuchen, ohne dabei die Lösungskurven des Systems [102], [57] zu kennen.

Im Allgemeinen ist die geschlossene Dynamik eines autonomen Systems durch folgende Differentialgleichung

$$\dot{x} = f(x) \tag{A.1}$$

gegeben. Seine Ruhelage  $x_r$  genügt der Beziehung

$$0 = f(x_r) \quad \text{bzw.} \quad x_r = \Phi(x_r), \tag{A.2}$$

wobei allgemein  $x_r \neq 0$  gilt. Durch die einfache Koordinatentransformation  $\tilde{x} = x_r - x$  gilt dies auch für  $\tilde{x} = 0$  in den neuen Koordinaten. Damit ist es möglich, ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit das System (A.1) in der Ruhelage  $x_r = 0$  zu betrachten und auf seine Stabilität mit Hilfe der Lyapunov-Theorie zu schließen.

**Definition A.1 (*Lyapunov-Stabilität*):** Die Ruhelage  $x_r = 0$  von (A.1) heißt stabil (im Sinne von Lyapunov), wenn zu jedem  $\epsilon > 0$  ein  $\delta(\epsilon) > 0$  existiert, so dass

$$\|x_0\| < \delta(\epsilon) \quad \Rightarrow \quad \|\Phi(x_0)\| < \epsilon \tag{A.3}$$

für alle  $t > 0$  gilt. Darüber hinaus bezeichnet man die Ruhelage  $x_r = 0$  von (A.1) als anziehend, wenn zu jedem  $t_0 \geq 0$  eine reelle Zahl  $\eta(\epsilon)$  existiert, so dass

$$\|x_0\| < \eta(t_0) \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(x_0) = 0 \quad (\text{A.4})$$

gilt. Ist die Ruhelage  $x_r = 0$  von (A.1) stabil und anziehend, dann nennt man sie auch asymptotisch stabil.

Bei der Stabilitätsanalyse spielen positiv definite Funktionen eine wichtige Rolle. Deswegen wird die Definition einer solchen skalaren Funktion vorgestellt.

**Definition A.2 (Positiv (Semi)Definit):** Es sei  $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n$  eine offene Umgebung von Null. Eine Funktion  $V(x) : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  heißt lokal positiv semidefinit, wenn nachfolgende Bedingungen erfüllt sind

- (1)  $V(0) = 0$  und
- (2)  $V(x) \geq 0$  für  $x \in \mathcal{D}$ .

Wenn  $V(x) > 0$  für  $x \in \mathcal{D} \setminus \{0\}$  gilt, dann ist  $V(x)$  lokal positiv definit.  $V(x)$  wird als global positiv definit bezeichnet, wenn gilt  $V(x) > 0$  für  $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ . Ferner ist  $V(x)$  radial unbeschränkt, wenn die folgende Bedingung

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty \quad (\text{A.5})$$

erfüllt ist.

Zudem kann  $V(x)$  als eine Lyapunov-Funktion bezeichnet werden, wenn sie positiv definit und stetig differenzierbar ist.

Die global asymptotische Stabilität kann für ein autonomes System durch die direkte Methode der Lyapunov-Theorie nachgewiesen werden.

**Satz A.1 (Global asymptotische Stabilität):** Es sei  $x_r = 0$  eine Ruhelage von (A.1). Existiert eine Lyapunov-Funktion  $V(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  so, dass

- (1)  $V(x)$  positiv definit,
- (2)  $\dot{V}(x)$  negativ definit und
- (3)  $V(x)$  radial unbeschränkt

ist, dann ist die Ruhelage  $x_r = 0$  global asymptotisch stabil.

## A.2 Invarianzprinzip von Krassovskii-LaSalle und Anwendung

**Definition A.3 (Invariante Menge):** Eine Menge  $\mathcal{R}$  wird als eine invariante Menge eines Systems (A.1) bezeichnet, wenn alle Trajektorien des Systems, die von einem Punkt in  $\mathcal{R}$  starten, für alle  $t \geq 0$  in  $\mathcal{R}$  bleiben.

**Satz A.2 (Global Invariante Menge):** Betrachtet wird das autonome System (A.1) mit kontinuierlicher Funktion  $f(x)$ .  $V(x)$  ist eine skalare Funktion und einmal stetig differenzierbar. Es sei angenommen, dass es den Bedingungen

- (1)  $\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$ ,
- (2)  $V(x) \rightarrow \infty$  für  $\|x\| \rightarrow \infty$

genügt.  $\mathcal{R}$  ist die Menge aller Punkte, für die  $\dot{V}(x) = 0$  gilt.  $\mathcal{M}$  ist die größte invariante Menge in  $\mathcal{R}$ , für die gilt, dass alle Lösungen  $x \in \mathcal{R}$  zu  $\mathcal{M}$  für  $t \rightarrow \infty$  führen. Somit konvergieren alle Lösungen global asymptotisch zu  $\mathcal{M}$  für  $t \rightarrow \infty$ .

**Satz A.3 (Anwendung des Theorems der invarianten Menge):** Es sei  $x_r = 0$  eine Ruhelage von (A.1) und  $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n$  eine offene Umgebung von Null. Des Weiteren existiert eine Funktion  $V(x) : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass

- (1)  $V(x)$  in  $\mathcal{D}$  positiv definit und
- (2)  $\dot{V}(x)$  in  $\mathcal{D}$  negativ semidefinit

ist. Der Punkt  $x_r = 0$  ist dann eine asymptotisch stabile Ruhelage, wenn die größte positiv invariante Teilmenge von  $\mathcal{C} = \{x \in \mathcal{D} \mid \dot{V}(x) = 0\}$  der Menge  $\mathcal{M} = \{x = 0\}$  entspricht.

Ist darüber hinaus  $V(x)$  radial unbeschränkt, dann ist  $x_r = 0$  eine global asymptotisch stabile Ruhelage.



# B

## Streckenparameter vom KINEMEDIC

Der DLR-Medizinroboter ist ein redundanter Roboter mit sieben Freiheitsgraden. Abbildung B.2 zeigt die kinematische Struktur und die zugehörigen Gelenk- bzw. Sensorkoordinatensysteme. In den Tabellen B.1 und B.2 werden die konstruktionsbedingten DH-Parameter und die Gelenkwinkelgrenzen des DLR-Mediziroboters aufgelistet.

Tabelle B.1: Denavit-Hartenberg-Parameter nach Yoshikawa und Craig [29] (mit  $q_0$  als kinematischer Nullposition des Roboters bei ausgestreckter Konfiguration).

i	$a_{i-1}[mm]$	$\alpha_{i-1}[rad]$	$d_i[mm]$	$q_0[rad]$	$q[rad]$
1	0	0	208	0	$q_1$
2	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$	$q_2$
3	310	$\pi/2$	0	0	$q_3$
4	0	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	$q_4$
5	0	$\pi/2$	385	0	$q_5$
6	0	$-\pi/2$	0	0	$q_6$
7	0	$\pi/2$	200	0	$q_7$

Die homogene Transformationsmatrix eines Frames  $\{i\}$  bezüglich des Frames  $\{i-1\}$  wird nach [29] als  $A_i^{i-1}$  bezeichnet. Formal setzt sich diese Transformationsmatrix wie

folgt zusammen

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(q_i) & -\sin(q_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(q_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(q_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(q_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(q_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

Hiermit wird es möglich, einen Vektor  $\vartheta_i$  aus dem Frame  $\{i\}$  in das Frame  $\{i-1\}$  zu transformieren

$$\vartheta_{i-1} = A_i^{i-1}\vartheta_i. \quad (\text{B.2})$$

Tabelle B.2: Mechanische und elektrische Gelenkwinkelgrenzen.

Achse	Mechanische Grenze [Grad]	Elektrische Grenze [Grad]
1	$\pm 172,5$	$\pm 162,5$
2	$\pm 51$	$\pm 41$
3	$\pm 51$	$\pm 41$
4	-57 / +127	-47 / +117
5	$\pm 172,5$	$\pm 162,5$
6	$\pm 165$	$\pm 160$
7	$\pm 172,5$	$\pm 162,5$

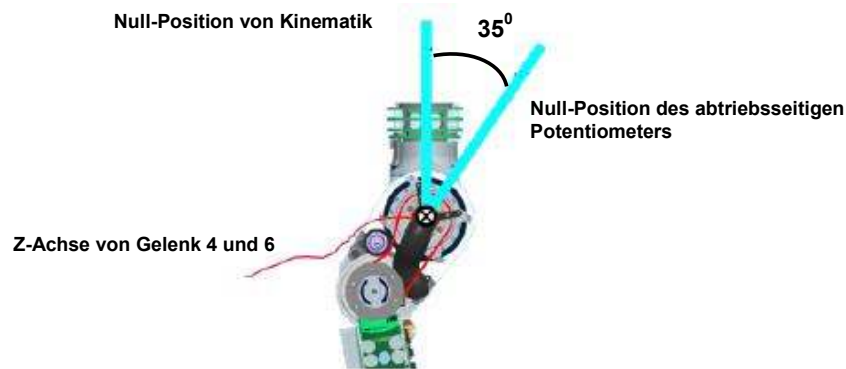


Abbildung B.1: Definition der physikalischen Nullposition des Gelenks 4 (bzw. Gelenks 6) bei ausgestreckter Konfiguration.



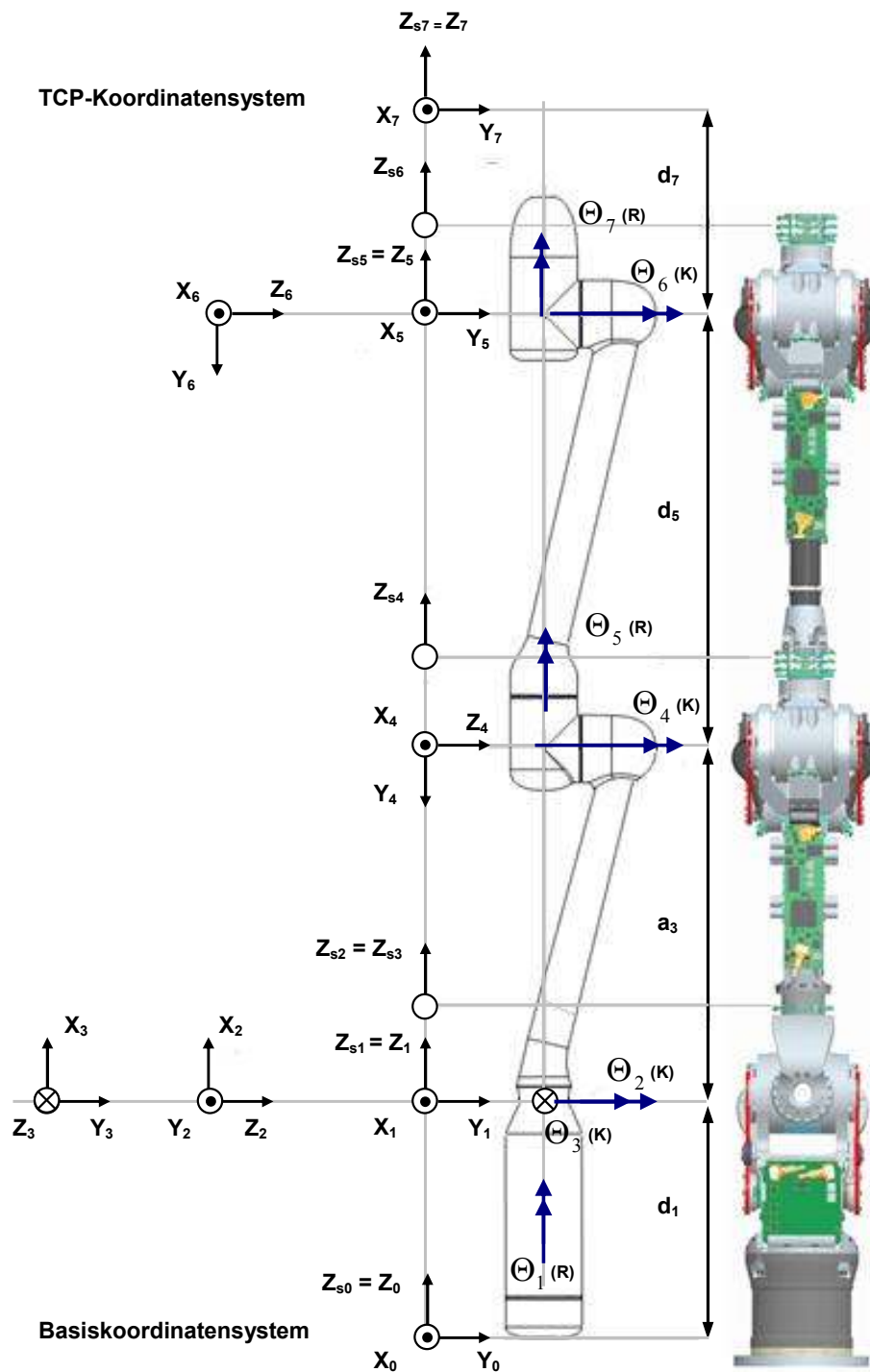


Abbildung B.2: Schematische Darstellung der Kinematik des DLR-Medizinroboters und der zugehörigen Koordinatensysteme. ( $\Theta_i$ : Gelenkkoordinaten,  $Z_{si}$ : Sensorkoordinaten)

Tabelle B.3: Steifigkeit und Dämpfung beim KINEMEDIC.

	Gelenk (1)	Doppelgelenk (2-3)	Doppelgelenk (4-5)	Doppelgelenk (6-7)
Steifigkeit (K[Nm/rad])	9797.67	$\begin{bmatrix} 2700.0, & -101.10 \\ -101.10, & 3035.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2976.0, & 400.0 \\ 400.0, & 2815.2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3710.1, & 420.0 \\ 420.0, & 3057.9 \end{bmatrix}$
Dämpfung (D[Nms/rad])	3.73	$\begin{bmatrix} 6.09, & -1.05 \\ -1.05, & 4.60 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3.89, & 0.8 \\ 0.8, & 1.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4.68, & 0.9 \\ 0.9, & 1.78 \end{bmatrix}$

Tabelle B.4: Reibparameter von SRM und LuGre-Modell (DRM) beim KINEMEDIC.

Motor	Statisches Reibmodell			Dynamisches Reibmodell	
	$f_c$ [Nm]	$f_l$	$f_v$ [Nms/rad]	$\sigma_0$ [Nm/rad]	$\sigma_1$ [Nms/rad]
1	1.40030	0.200427	4.1999	179.6385	37.816
2	10.9782	0.433184	11.347	5033.382	317.66
3	8.55226	0.075740	11.332	5423.556	286.50
4	4.44587	0.069900	4.9168	1768.911	69.769
5	3.33860	0.108200	6.6346	1540.362	67.134
6	4.10307	0.100418	4.7537	1397.533	55.967
7	4.10599	0.093581	5.5285	1132.839	51.254

Tabelle B.5: Motorträgheit, Massen der gesamten Segmente und der vom Sensor erfassten Segmentanteile in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC.

	1	2	3	4	5	6	7
Motorträgheit ( $J_m[kgm^2]$ )	0.6321	1.2681	1.2681	0.4506	0.4506	0.4506	0.4506
Massen der gesamten Segmente [kg]	2.09	0.663	2.348	0.663	2.162	0.663	0.4122
Sensorerfasste Segmentmassen [kg]	0.0	0.0	1.920	0.0	2.022	0.0	0.2723

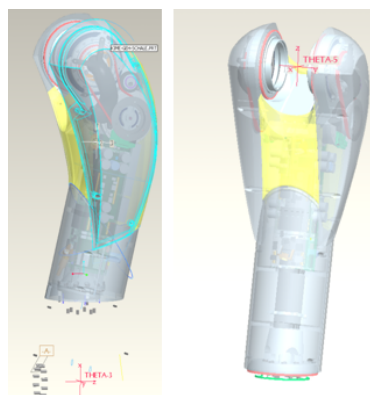


Abbildung B.3: Der Segmentanteil 3 in der linken Abbildung (bzw. 5 in der rechten Abbildung) wird durch den Sensor der Achsen 2 und 3 (bzw. 4 und 5) erfasst.

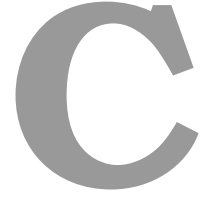
Tabelle B.6: Schwerpunkt der gesamten Segmente und der vom Sensor erfassten Segmentanteile in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC.

Nr.	Schwerpunkt der gesamten Segmente			Schwerpunkt der vom Sensor erfassten Segmentanteile		
	X[m]	Y[m]	Z[m]	X[m]	Y[m]	Z[m]
1	-8.29756e-04	1.83106e-05	1.11715e-01	0.0	0.0	0.0
2	4.64302e-05	2.57691e-05	-1.01729e-04	0.0	0.0	0.0
3	1.92964e-01	2.91145e-04	1.29096e-02	2.31409e-01	3.48281e-04	1.65660e-02
4	-1.74752e-05	-1.13625e-02	1.18862e-04	0.0	0.0	0.0
5	-1.74462e-02	1.50985e-04	-1.09116e-01	-1.86496e-02	1.67018e-04	-9.26146e-02
6	-1.74752e-05	-1.13625e-02	1.18862e-04	0.0	0.0	0.0
7	-6.44428e-05	-9.77470e-05	-1.30271e-01	-6.93410e-05	-1.06503e-04	-1.13659e-01

Tabelle B.7: Trägheit der gesamten Segmente im Schwerpunkt in Gelenkkoordinaten beim KINEMEDIC.

Nr.	$I_{xx}[kgm^2]$	$I_{yy}[kgm^2]$	$I_{zz}[kgm^2]$	$I_{xy}[kgm^2]$	$I_{xz}[kgm^2]$	$I_{yz}[kgm^2]$
1	1.10878e-02	1.01668e-02	3.57556e-03	1.08889e-05	-1.73046e-05	-2.09740e-06
2	6.11153e-04	5.63191e-04	7.03368e-04	4.56931e-07	-6.32182e-08	-4.28678e-07
3	3.33504e-03	2.83860e-02	2.80453e-02	-4.15457e-05	-2.49248e-03	6.05969e-05
4	4.54854e-04	3.71165e-04	4.16296e-04	-2.48185e-07	-7.15194e-08	-1.24697e-06
5	2.79227e-02	2.73996e-02	2.40006e-03	-3.12837e-05	1.19080e-03	-1.30154e-04
6	4.54854e-04	3.71165e-04	4.16296e-04	-2.48185e-07	-7.15194e-08	-1.24697e-06
7	3.86117e-04	3.85897e-04	2.29783e-04	3.96705e-08	1.91290e-07	3.49861e-07





## Drehmomentkalibrierung

Da die Gelenkkoordinaten der Gelenke 2, 3, 4 und 6 des DLR-Medizinroboters (siehe Abbildung B.2) nicht mit den Sensorkoordinaten übereinstimmen, kann jeder Drehmomentsensor nur die an seinem oberen Strukturteil angreifenden externen Kräfte erfassen. Das führt dazu, dass die Drehmomente in Gelenkkoordinaten nicht direkt messbar sind, sondern nur näherungsweise (ohne Messung des externen Moments) durch

$$\tau_i = \tau_{si} + (G_i(q) - G_{si}(q)) \quad (\text{C.1})$$

berechnet werden können, wobei  $\tau_i$  das Drehmoment in Gelenkkoordinaten  $\{i\}$  und  $\tau_{si}$  das gemessene Drehmoment in Sensorkoordinaten  $\{i\}$  ist. Die Gravitationsanteile in Gelenkkoordinaten  $\{i\}$  und in Sensorkoordinaten  $\{i\}$  werden als  $G_i(q)$  und  $G_{si}(q)$  bezeichnet und können hier als bekannt vorausgesetzt werden.

Beim DLR-Medizinroboter sind die Drehmomentsensoren von Gelenk 4 bis 7 redundant. Die DMS-Widerstandsbrücke des Drehmomentsensors 4 (bzw. 6) ist vom Gelenkwinkel 5 (bzw. 7) abhängig und in der Null-Position des Gelenks 5 (bzw. 7) um  $45^\circ$  geneigt zur Bewegungsrichtung des Gelenks 4 (bzw. 6) angeordnet. Abbildung C.1 zeigt das Aufbauschema der Drehmomentsensoren in Gelenk 4 und 6. Somit ergibt sich allgemein für die Drehmomentsensoren

$$\tau_{si} = C_{i1}s_{i1} \quad \forall i = \{1, 2, 3\} \quad (\text{C.2})$$

$$\tau_{si} = C_{i1}s_{i1} + C_{i2}s_{i2} \quad \forall i = \{5, 7\} \quad (\text{C.3})$$

$$\tau_{si} = C_{i1}s_{i1}\cos(\pi/4 + q_{i+1}) + C_{i2}s_{i2}\sin(\pi/4 + q_{i+1}) \quad \forall i = \{4, 6\}, \quad (\text{C.4})$$

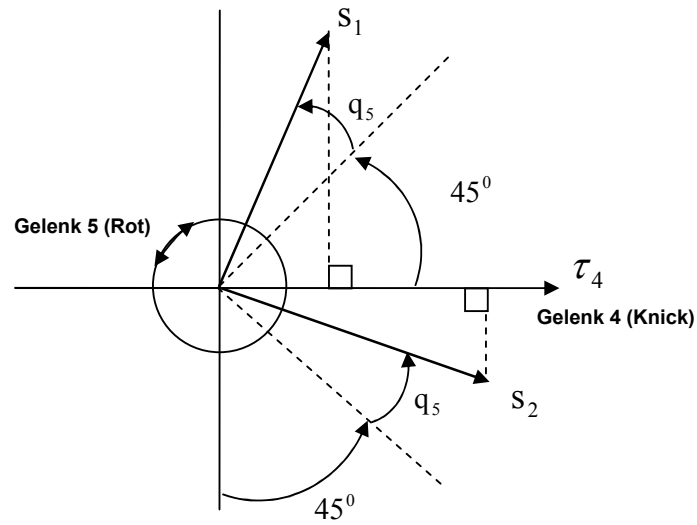


Abbildung C.1: Aufbauschema des Drehmomentsensors 4 (bzw. des Drehmomentsensors 6)

wobei  $s_{i1}$  und  $s_{i2}$  die Ausgangsspannungssignale des Sensors sind. Die Skalierungsfaktoren der Sensorsignale werden als  $C_{i1}$  und  $C_{i2}$  bezeichnet.

Die Kalibrierung der Drehmomentsensoren wird in einem Gelenkprüfstand durchgeführt. Dabei werden die Skalierungsfaktoren der Drehmomentsensoren bei bekannter Gravitation in Sensorkoordinaten mit Hilfe der Matlab "Optimization Toolbox" bestimmt. Um eine Singularität der Optimierungslösung zu vermeiden, werden die Optimierungen für die Gelenke 4 und 6 mit den Daten aus jeweils zwei Messungen durchgeführt, bei denen die Drehachse (Gelenk 5 bzw. 7) bei  $45^\circ$  bzw. bei  $-45^\circ$  fixiert ist, während mit der betrachteten Knickachse (Gelenk 4 bzw. 6) eine Trajektorie mit konstantem trapezförmigen Geschwindigkeitsprofil wiederholt abgefahren wird. Somit wird bei jeder Messung nur ein Signal (entweder  $s_{i1}$  oder  $s_{i2}$  mit  $i = \{4, 6\}$ ) angeregt.

# D

## Liste der benutzten Bezeichnungen

Die Liste der verwendeten Abkürzungen:

<i>CT</i>	Computer Tomographie
<i>DRM</i>	Dynamisches Reibungsmodell
<i>MIC</i>	Minimal Invasive Chirurgie
<i>MIMO</i>	Multi Input and Multi Output (Mehrgrößensystem)
<i>SISO</i>	Single Input and Single Output (Eingößensystem)
<i>SRM</i>	Statisches Reibungsmodell

Die Liste der verwendeten Bezeichnungen:

$\theta_{phy}$	Physikalische Motorposition
$\theta_m$	Motorposition in Motorkoordinaten
$\theta$	Motorposition in Gelenkkoordinaten
$\tau_{phy}$	Physikalisches Motordrehmoment
$\tau$	Abtriebsseitiges Drehmoment in Gelenkkoordinaten
$\tau_m$	Abtriebsseitiges Drehmoment in Motorkoordinaten
$\tau_{am}$	Summe des abtriebsseitigen Drehmoments und dessen Ableitung in Motor- koordinaten $\tau_{am} = T^T(\tau + DK^{-1}\dot{\tau})$
$\tau_{fm}$	Reibmoment in Motorkoordinaten
$f_{fm,c}$	Coulomb-Reibmoment in Motorkoordinaten
$f_{fm,v}$	viskoses Reibmoment in Motorkoordinaten

$\tau_f$	Reibmoment in Gelenkkoordinaten
$f_c$	Koeffizient der Coulomb-Reibung
$f_l$	Koeffizient der lastabhängigen Reibung
$f_v$	Koeffizient der viskosen Reibung
$f_h$	Koeffizient des Losbrechmoments
$\dot{\theta}_c$	Konstante Stribeck-Geschwindigkeit
$\sigma_0$	Steifigkeitskoeffizient des LuGre-Modells
$\sigma_1$	Dämpfungskoeffizient des LuGre-Modells
$K_{T2I}$	Motorkonstante zur Umrechnung von Moment auf Strom
$J_{phy}$	Physikalische Motorträgheit
$J_m$	Motorträgheit in Motorkoordinaten
$J$	Motorträgheit in Gelenkkoordinaten
$u_m$	Kommandiertes Motordrehmoment in Motorkoordinaten
$u$	Kommandiertes Motordrehmoment in Gelenkkoordinaten
$T$	Positionsübertragungsmatrix des Roboters
$K$	Steifigkeitsmatrix des Roboters
$D$	Dämpfungsmatrix des Roboters
$I_r$	Rotor-Trägheitsmatrix
$I_s$	Segment-Trägheitsmatrix
$\dot{p}$	Translatorische Geschwindigkeit
$\omega$	Rotatorische Geschwindigkeit
$\mathcal{K}(\dot{\theta}_m, \dot{q})$	Gesamte kinetische Energie
$\mathcal{U}(\theta_m, q)$	Gesamte potentielle Energie
$U_g(q)$	Potentielle durch die Schwerkraft verursachte Energie
$F(\dot{\theta}_m, \dot{q})$	Dissipationsenergie
$g_o$	Erdbeschleunigung
$\mathcal{L}(\theta_m, q, \dot{\theta}_m, \dot{q})$	Lagrange Funktion
$J_{Jac}(q)$	Jacobi-Matrix
$M(q)$	Massenmatrix
$C(q, \dot{q})$	Coriolis -/ Zentrifugalmatrix
$S(q)$	Trägheitskopplungsmatrix
$G(q)$	Gravitationsvektor
$\alpha$	Konstante
$\lambda_m$	Kleinster Eigenwert der Massenmatrix $M(q)$
$\lambda_M$	Größter Eigenwert der Massenmatrix $M(q)$
$\Pi$	Regressor-Matrix
$\beta$	Parametervektor
$K_P$	Verstärkungsmatrix der Rückführung der Position
$K_D$	Verstärkungsmatrix der Rückführung der Geschwindigkeit
$K_T$	Verstärkungsmatrix der Rückführung des Drehmoments
$K_S$	Verstärkungsmatrix der Rückführung der Drehmomentableitung



$q_d$	Abtriebsseitige Sollposition in Gelenkkoordinaten
$\theta_d$	Antriebsseitige Sollposition in Gelenkkoordinaten
$e_q = q_d - q$	Abweichung der abtriebsseitigen Position in Gelenkkoordinaten
$e_\theta = \theta_d - \theta$	Abweichung der antriebsseitigen Position in Gelenkkoordinaten
$e_\tau = \tau_d - \tau$	Abweichung des Drehmoments in Gelenkkoordinaten
$\Delta = \theta - q$	Abweichung zwischen antriebsseitiger und abtriebsseitiger Position
$H$	Hesse-Matrix
$V$	Lyapunov-Funktion
$\lambda_J$	Konstanter Faktor der Motorträgheit
$\lambda_D$	Konstanter Faktor der Gelenkdämpfung
$\hat{f}_{fm}$	Schätzung des Reibmoments in Motorkoordinaten
$\hat{f}_{fm,c}$	Schätzung des Coulomb-Reibmoments in Motorkoordinaten
$\hat{f}_{fm,v}$	Schätzung des viskosen Reibmoments in Motorkoordinaten
$\hat{\theta}_m$	Schätzung der Motorposition in Motorkoordinaten



## Literaturverzeichnis

- [1] A. A. Abouelsoud. An observer-based set-point controller for robot manipulators with flexible joints. *Systems & Control Letters*, pages 329–335, 1993.
- [2] A. A. Abouelsoud. Robust regulator for flexible-joint robots using integrator backstepping. *Journal of Intelligent and Robotic System*, pages 23–38, 1998.
- [3] A. Ailon, N. Berman, and S. Arogeti. Robot controller design for achieving global asymptotic stability and local prescribed performance. *IEEE Transactions on Robotics*, pages 790–795, 2004.
- [4] A. Ailon, R. Lozano, and M. I. Gil. Iterative regulation of an electrically driven flexible-joint robot with model uncertainty. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pages 863–870, 2000.
- [5] A. Albu-Schäffer. Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme. *Dissertation, Technische Universität München*, 2002.
- [6] A. Albu-Schäffer and G. Hirzinger. A globally stable state-feedback controller for flexible joint robots. *Journal of Advanced Robotics*, pages 799–814, 2001.
- [7] A. Albu-Schäffer, C. Ott, and G. Hirzinger. A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots: Part II: Full state feedback, impedance design and experiments. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2666–2672, 2004.
- [8] A. Albu-Schäffer, C. Ott, and G. Hirzinger. A unified passivity-based control framework for position, torque and impedance control of flexible joint robots. *The Int. Journal of Robotics Research*, pages 23–39, 2007.
- [9] F. Altpeter. Friction modeling, identification and compensation. *Dissertation, Lausanne*, 1999.
- [10] A. Angermann. Entkopplung von Mehrgrößensystemen durch Vorsteuerung am Beispiel von kontinuierlichen Fertigungsanlagen. *Dissertation, TU München*, 2003.
- [11] S. Arimoto. State-of-the-art and future research direction of robot control. *IFAC Symposium on Robot Control*, pages 3–14, 1994.

- [12] S. Arimoto. *Control Theory of Non-Linear Mechanical Systems*. Clarendon Press, 1996.
- [13] B. Armstrong and B. A. Wade. Nonlinear PID control with partial state knowledge: Damping without derivatives. *The International Journal of Robotics Research*, pages 715–731, 2000.
- [14] B. S. R. Armstrong. Dynamics for robot control: Friction modeling and ensuring excitation during parameter identification. *Dissertation, Stanford University*, 1988.
- [15] V. I. Arnold. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, 1978.
- [16] M. A. Arteaga. Tracking control of flexible robot arms with a nonlinear observer. *Automatica*, pages 1329–1337, 2000.
- [17] M. A. Arteaga. Robot control and parameter estimation with only joint position measurements. *Automatica*, pages 67–73, 2003.
- [18] G. Bagni, M. Basso, R. Genesio, and A. Tesi. Synthesis of MIMO controller for extending the stability range of periodic solutions in forced nonlinear systems. *Automatica*, pages 645–654, 2005.
- [19] N. Bajcinca, R. Cortesao, and M. Hauschild. Haptic control for steer-by-wire systems. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2004 – 2009, 2003.
- [20] W. L. Bargar, A. Bauer, and M. Borner. Primary and revision total hip replacement using the ROBODOC system. *Clinical Orthopaedics & Related Research*, pages 82–91, 1998.
- [21] P. Büchner. Lehrstuhl: Antriebsregelung. *TU-Dresden*, 2005.
- [22] H. Berghuis and H. Nijmeijer. Global regulation of robots using only position measurements. *Systems & Control Letters*, pages 289–293, 1993.
- [23] A. M. Bloch, D. E. Chang, N. E. Leonard, and J. E. Marsden. Controlled lagrangians and the stabilization of mechanical systems II: Potential shaping. *IEEE Transaction on Automatic Control*, pages 1556–1571, 2001.
- [24] G. Brandt, K. Radermacher, S. Lavallée, H.-W. Straudte, and G. Rau. A compact robot for image-guided orthopedic surgery: Concept and preliminary results. *Proceedings of the First Joint Conference Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine and Medical Robotics and Computer-Assisted Surgery (CVRMed-MRCAS)*, pages 767–776, 1997.
- [25] B. Brogliato, R. Ortega, and R. Lozano. Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study. *Automatica*, 31:941–956, 1995.

- [26] J. Butterfaß. Eine hochintegrierte multisensorielle Vier-Finger-Hand für Anwendungen in der Servicerobotik. *Dissertation, TU-Darmstadt*, 2000.
- [27] W. Chatlatanagulchai and P. Meckl. Motion control of two-link flexible-joint robot with actuator nonlinearities, using backstepping and neural networks. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2241–2246, 2005.
- [28] C. C. Cheah, S. Kawamura, and S. Arimoto. Stability of hybrid position and force control of robotic manipulator with kinematics and dynamics uncertainties. *Automatica*, pages 847–855, 2003.
- [29] J. J. Craig. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- [30] P. Dahl. A solid friction model. *Technical Report TOR-0158H3107-18I-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA*, 11, 1968.
- [31] C. J. Damaren. Approximate inverse dynamics and passive feedback for flexible manipulators with large payloads. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pages 131–138, 1996.
- [32] C. C. de Wit and P. Lischinsky. Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 11:65–80, 1997.
- [33] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astron, and P. Linschinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 40:419–425, 1994.
- [34] C. C. de Wit, B. Siciliano, and G. Bastin. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, 1996.
- [35] J. J. Distefano, A. R. Stubberud, and I. J. Williams. *Theory and Problems of Feedback and Control Systems*. McGraw-Hill Book Company, 1967.
- [36] M. A. Duarte-Mermoud, R. Castro-Linares, and A. Castillo-Facuse. Direct passivity of a class of MIMO non-linear systems using adaptive feedback. *International Journal Control*, pages 23–33, 2002.
- [37] W. Feng, J. O'Reilly, and D. J. Ballance. MIMO nonlinear PID predictive controller. *IEEE Proceedings Control Theory Application*, pages 203–208, 2002.
- [38] A. Ferrara and L. Giacomini. On modular backstepping design with second order sliding modes. *Automatica*, pages 129–135, 2001.
- [39] G. Ferretti, G. Magnani, and P. Rocco. Impedance control for elastic joints industrial manipulators. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 488–498, 2004.

- [40] O. Föllinger. *Nichtlineare Regelungen II*. Oldenbourg Verlag, 1993.
- [41] O. Föllinger. *Regelungstechnik*. Hüthig Verlag, 1994.
- [42] J. Franklin. *Matrix Theory*. Prentice-Hall. Inc, 1993.
- [43] S.S. Ge. Adaptive controller design for flexible joint manipulators. *Automatica*, pages 273–278, 1996.
- [44] G.Hirzinger, N.Sporer, A.Albu-Schäffer, M.Hähnle, R.Krenn, A.Pascucci, and M.Schedl. DLR’s torque-controlled light weight robot III - are we reaching the technological limits now? *IEEE International Conference Robotics and Automation*, pages 1710–1716, 2002.
- [45] F. Ghorbel, J. Y. Hung, and M. W. Spong. Adaptive control of flexible joint manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1188–1193, 1989.
- [46] U. Hagn, M. Nickl, S. Jörg, G. Passig, T. Bahls, A. Nothhelfer, F. Hacker, L. Le-Tien, A. Albu-Schäffer, R. Konietzschke, M. Grebenstein, R. Warpup, R. Haslinger, M. Frommberger, and G. Hirzinger. The DLR MIRO: A versatile lightweight robot for surgical applications. *Industrial Robot: An International Journal*, pages 324 – 336, 2008.
- [47] U. Hagn, M. Nickl, S. Jörg, A. Tobergte, B. Kübler, G. Passig, M. Gröger, F. Fröhlich, U. Seibold, R. Konietzschke, L. Le-Tien, A. Albu-Schäffer, M. Grebenstein, T. Ortmaier, and G. Hirzinger. DLR mirosurge - towards versatility in surgical robotics. *Proceedings of CURAC, Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Computer- und Roboterassistierte Chirurgie e.V.*, pages 143 – 146, 2008.
- [48] D. Hill and P. Moylan. The stability of nonlinear dissipative systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, pages 708–711, 1976.
- [49] R.A. Horn and C.R. Johnson. *Matrix Analysis*. Camb. Uni. Press, 1985.
- [50] Y. C. Hsu and E. Sanchez G. Chen. A fuzzy PD controller for multi-link robot control. *IEEE International Conference on Robots and Automation*, pages 1412–1417, 1997.
- [51] L. Huang, S. S. Ge, and T. H. Lee. Position/force control of uncertain constrained flexible joint robots.
- [52] K. Janschek and St. Reimann. Lehrstuhl Steuerung von Robotersystemen. *TU-Dresden*.
- [53] S. Jörg, M. Nickl, and G. Hirzinger. Flexible signal-oriented hardware abstraction for rapid prototyping of robotic systems. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 3755 – 3760, 2006.

- [54] M. Kawabata, K. Honke, and Y. Inoue. Resonance ratio control of two-mass system with disturbance observer including elastic vibration.
- [55] R. Kelly and R. Salgado. PD control with computed feedforward of robot manipulators: A design procedure. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pages 566–571, 1994.
- [56] M. R. Kermani, M. Wong, R. V. Patel, M. Moallem, and M. Ostojic. Friction compensation on low and high-reversal-velocity manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 4320–4325, 2004.
- [57] H. K. Khalil. *Nonlinear System*. Prentice Hall, Inc., 1996.
- [58] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, Identification & Control of Robots*. Hermes Penton Ltd, 2002.
- [59] O. Khatib. Advanced robotic manipulation. *Lecture Notes, Stanford University*, 1993.
- [60] K. Khorasani. Adaptive control of flexible-joint robots. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 250–267, 1992.
- [61] R. Konietzke, G. Hirzinger, and Y. Yan. All singularities of the 9-dof DLR - medical robot setup for minimally invasive applications. *In Advances in Robot Kinematics, (Ljubljana, Slovenia)*, 2006.
- [62] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and Sons Inc., 1995.
- [63] B. Kuebler, U. Seibold, and G. Hirzinger. Development of actuated and sensor integrated forceps for minimally invasive robotic surgery. *International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, pages 96–107, 2005.
- [64] A. Kugi and K. Schlacher. Analyse und Synthese nichtlinearer dissipativer Systeme. *Automatisierungstechnik, Übersichtsaufsatz*, 2002.
- [65] M. Kurze. Modellbasierte Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ohne abtriebsseitige Sensorik. *Dissertation, Technische Universität München*, 2006.
- [66] L. Lanari and J. T. Wen. Asymptotically stable set point control laws for flexible robots. *Systems & Control Letters*, pages 119–129, 1992.
- [67] L. Le-Tien, A. Albu-Schäffer, and G. Hirzinger. MIMO state feedback controller for a flexible joint robot with strong joint coupling. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3824 – 3830, 2007.

- [68] L. Le-Tien, A. Albu-Schäffer, A. De Luca, and G. Hirzinger. Friction observer and compensation for control of robots with joint torque measurement. *IEEE/RSJ 2008 International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 3789 – 3795, 2008.
- [69] C. J. Li. An efficient method for linearization of dynamic models of robot manipulators. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 397–408, 1989.
- [70] P. Y. Li and R. Horowitz. Passive velocity field control of mechanical manipulators. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 751–763, 1999.
- [71] Y. Li and I. Kao. Stiffness control on redundant manipulators: A unique and kinematically consistent solution. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3956–3961, 2004.
- [72] Z. Z. Liu, F. L. Luo, and M. H. Rashid. Nonlinear load-adaptive MIMO controller for DC motor field weakening. *Electric Machines and Power Systems*, pages 929–944, 2000.
- [73] B. Lohmann. Vollständige und teilweise Führungsentkopplung im Zustandsraum. *VDI-Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 244*, 1991.
- [74] A. De Luca. Decoupling and feedback linearization of robots with mixed rigid/elastic joints. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 816–821, 1996.
- [75] A. De Luca, A. Albu-Schäffer, S. Haddadin, and G. Hirzinger. Collision detection and safe reaction with the DLR-III lightweight manipulator arm. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 1623–1630, 2006.
- [76] A. De Luca and P. Lucibello. A general algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 504–510, 1998.
- [77] A. De Luca and R. Mattone. Actuator failure detection and isolation using generalized momenta. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 634–639, 2003.
- [78] A. De Luca and P. Tomei. "Elastic Joints" In C. Canudas de Wit, B. Siciliano, G. Bastin (Eds.). *Theory of Robot Control*. Springer Verlag, 1996.
- [79] C. J. B. Macnab, G. M. T. D'Eleuterio, and M. Meng. CMAC adaptive control of flexible-joint robots using backstepping with tuning functions. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pages 2679–2686, 2004.
- [80] C. Makkar, W. E. Dixon, W. G. Sawyer, and G. Hu. Lyapunov-based tracking control in the presence of uncertain nonlinear parameterizable friction. *American Control Conference*, pages 1975–1980, 2005.



- [81] F. Mazenc and A. Iggidr. Backstepping with bounded feedbacks. *Systems & Control Letters*, pages 235–245, 2004.
- [82] S. Nicosia and P. Tomei. Design of global tracking controllers for flexible-joint robots. *Journal of Robotic System*, pages 835–846, 1993.
- [83] S. Nicosia and P. Tomei. A global output feedback controller for flexible joint robots. *Automatica*, pages 1465–1469, 1995.
- [84] J. H. Oh and J. S. Lee. Control of flexible joint robot system by backstepping design approach.
- [85] Jong. H. Oh and J. S. Lee. Backstepping control design of flexible joint manipulator using only position measurements. *IEEE Conference on Decision & Control*, pages 931–936, 1998.
- [86] Y. Oh, W. Chung, and Y. Youm. Extended impedance control of redundant manipulators based on weighted decomposition of joint space. *Journal of Robotic Systems*, pages 231–258, 1998.
- [87] R. Ortega, A. Loria, R. Kelly, and L. Praly. On passivity-based output feedback global stabilization of Euler-Lagrange systems. *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 381–386, 1994.
- [88] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez. *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 1998.
- [89] T. Ortmaier, H. Weiss, U. Hagn, M. Grebenstein, M. Nickl, A. Albu-Schäffer, C. Ott, S. Jörg, R. Konietschke, L. Le-Tien, and G. Hirzinger. A hands-on-robot for accurate placement of pedicle screws. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 4179–4186, 2006.
- [90] C. Ott. Cartesian impedance control of flexible joint manipulators. *Dissertation, Universität des Saarlandes*, 2005.
- [91] C. Ott, A. Albu-Schäffer, and G. Hirzinger. Comparison of adaptive and nonadaptive tracking control laws for a flexible joint manipulator. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2018–2024, 2002.
- [92] C. Ott, A. Albu-Schäffer, A. Kugi, S. Stramigioli, and G. Hirzinger. A passivity based cartesian impedance controller for flexible joint robots: Part II: Torque feedback and gravity compensation. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2659–2672, 2006.
- [93] E. Panteley, R. Ortega, and M. Gäfvert. An adaptive friction compensator for global tracking in robot manipulators. *System & Control Letters*, 33:307–313, 1998.

- [94] V. Parra-Vega, S. Arimoto, Y-H. Liu, G. Hirzinger, and P. Akella. Dynamic sliding PID control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 967–976, 2003.
- [95] Ng. Phung Quang and J. A. Dittrich. *Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen*. Expert Verlag, 1999.
- [96] A.R.G. Ramirez, A.L.D. Franco, E.R. De Pieri, and R. Guenther. Friction modeling, identification and compensation. *Mechatronics (Oxford)*, 2007.
- [97] J. R. Ryoo, T-Y. Doh, and M. J. Chung. Disturbance observer design for track-following control in optical disk drive using structured singular value. *ICCAS*, pages 1407–1412, 2002.
- [98] G. Schmitt-Braess. Analyse und Synthese von Mehrgrößen-Regelkreisen mit dem Gegenkopplungstheorem für passive Systeme. *Dissertation, Uni Erlangen-Nürnberg*, 2003.
- [99] L. Sciavicco and B. Siciliano. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. The McGraw-Hill Companies Inc, 1996.
- [100] U. Seibold, B. Kuebler, and G. Hirzinger. Prototypic force feedback instrument for minimally invasive robotic surgery. In: *Vanja Bozovic (Ed.): Medical Robotics. I-Tech Education and Publishing*, pages 377–400, 2008.
- [101] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. John Wiley & Sons Ltd., 1996.
- [102] J-J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall International, 1991.
- [103] M.W. Spong. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 109:310–319, 1987.
- [104] M.W. Spong. Adaptive control of flexible joint manipulators. *Systems and Control Letters*, pages 15–21, 1989.
- [105] H. D. Taghirad and M. A. Khorsavi. A robust linear controller for flexible joint manipulators. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2936–2941, 2004.
- [106] Y. Tan and I. Kanellakopoulos. Adaptive nonlinear friction compensation with parametric uncertainties. *Proc. of American Control Conference*, pages 2511–2515, 1999.
- [107] M. Thümmel. Modellbasierte Regelung mit nichtlinearen inversen Systemen und Beobachtern zur Optimierung der Dynamik von Robotern mit elastischen Gelenken. *Dissertation, TU-München*, 2006.

- [108] L. Tian and A.A. Goldenberg. Robust adaptive control of flexible joint robots with joint torque feedback. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1229–1234, 1995.
- [109] P. Tomei. A simple PD controller for robots with elastic joints. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 1208–1213, 1991.
- [110] P. Tomei. Tracking control of flexible joint robots with uncertain parameters and disturbances. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, pages 1067–1072, 1994.
- [111] P. Tomei. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 45:2164–2169, 2000.
- [112] A. van der Schaft.  *$L_2$ -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer-Verlag, 2000.
- [113] Q. H. Xia, S. Y. Lim, M. H. A. Jr, and T. M. Lim. Adaptive joint friction compensation using a model-based operational space velocity observer. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3081–3086, 2004.
- [114] K. Yang, Y. Choi, W. K. Chung, I. H. Suh, and S. R. Oh. Robust tracking control of optical disk drive systems using error based disturbance observer and its performance measure. *Proceedings of the American Control Conference*, pages 1395–1400, 2002.
- [115] Y. Zhu and P. R. Pagilla. Static and dynamic friction compensation in trajectory tracking control of robots. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2644–2649, 2002.
- [116] L. Zollo, A. De Luca, and B. Siciliano. Regulation with online gravity compensation for robots with elastic joints. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2687–2692, 2004.

