

Optimizing Portfolios with Absorbing Chains: Integrating Success Probability and Risk Timing

Sebastián Flández^a^aDepartamento de Industrias, Universidad Técnica Federico Santa María

Resumen—Este estudio presenta una metodología para modelar el comportamiento estocástico de acciones del mercado chileno, integrando cadenas de Markov con técnicas clásicas de optimización de portafolios. A partir de retornos logarítmicos diarios de 30 acciones del IPSA, se implementa una discretización adaptativa del espacio de estados basada en la magnitud típica de desplazamiento diario, clasificada por volatilidad mediante percentiles empíricos. Sobre esta base se construyen cadenas de Markov tridiagonales con dos estados absorbentes, definidos por umbrales de *take profit* y *stop loss* derivados del rendimiento histórico del IPSA y una razón riesgo-recompensa. Para estimar las probabilidades de transición, se propone un enfoque empírico por episodios que considera la magnitud acumulada de retornos positivos y negativos entre cruces de umbrales, capturando mejor la dinámica real del activo. Con estas matrices de transición se calculan probabilidades de absorción, tiempos esperados y un factor de ajuste estocástico que se incorpora en el modelo de Markowitz mediante un parámetro de calibración λ . Los resultados muestran que activos como CENCOSUD y SECURITY, con alta probabilidad de éxito y rápida convergencia, reciben mayores ponderaciones en portafolios ajustados. Simulaciones para distintos valores de λ revelan un desempeño superior acumulado a medida que se incorpora más información estocástica, especialmente en frecuencia mensual. Esta metodología ofrece una alternativa robusta y flexible para integrar modelos estocásticos en decisiones de inversión, conectando análisis dinámico con optimización estática. Como línea futura, se propone redefinir los episodios desde cada punto de la serie temporal para obtener estimaciones más granulares, así como explorar estrategias de calibración óptima para los parámetros del modelo mediante técnicas como aprendizaje automático o métodos bayesianos.

Keywords—Markov Chains; Absorbing States; Risk Management; Stochastic Modeling; Financial Decision Making; Chilean Stock Market; Discrete-Time Stochastic Process

1. Introducción

Un objetivo central de quienes participan en el mundo de las inversiones es obtener ganancias, o al menos preservar el valor real de su patrimonio frente a la inflación, manteniendo así su poder adquisitivo. En este contexto, uno de los problemas fundamentales en la gestión de inversiones es la incertidumbre sobre la evolución futura del valor de un activo. Inversionistas, tanto individuales como institucionales, enfrentan la necesidad de tomar decisiones en presencia de riesgos y fluctuaciones de mercado que no siempre siguen un patrón determinista o lineal. De acuerdo con la teoría del mercado eficiente, toda la información pública disponible se incorpora rápidamente en los precios de los activos, lo que dificultaría la posibilidad de obtener retornos anormales de manera sistemática.

A pesar de ello, muchos diseñan estrategias que buscan encontrar *debilidades* en el mercado, identificando situaciones en que la eficiencia del mercado disminuye y explotar las oportunidades para obtener retornos. Una clase de estrategias ampliamente utilizadas en la práctica financiera involucra la definición de umbrales explícitos de entrada y salida de una posición, conocidos como *take profit* y *stop loss*. Desde un enfoque cuantitativo es posible modelar la evolución estocástica de los precios para obtener métricas de decisión relevantes que orienten la construcción de estrategias racionales de inversión. En particular, el comportamiento del retorno acumulado de un activo financiero puede representarse mediante una cadena de Markov en tiempo discreto, con dos estados absorbentes que reflejan el cumplimiento de un objetivo financiero (ganancia esperada) o la ocurrencia de una pérdida crítica (ruina). Bajo este marco, el proceso de decisión se interpreta como la evaluación probabilística de alcanzar un determinado umbral superior o inferior en un horizonte temporal dado.

En este trabajo se propone modelar la evolución del retorno acumulado de una acción como una cadena de Markov en tiempo discreto,

con dos estados absorbentes que representan la ruina (pérdida máxima aceptada) y el éxito (ganancia objetivo). Para representar esta dinámica, se construye una malla discreta de estados adaptada al comportamiento histórico de cada activo, utilizando discretización aleatoria del tamaño de los movimientos diarios mediante un *tick* dependiente de la volatilidad y el desplazamiento medio absoluto del retorno. Esta construcción busca capturar fielmente las propiedades empíricas de los datos, evitando discretizaciones uniformes que podrían introducir sesgos artificiales en la modelación.

A diferencia de enfoques puramente teóricos, este estudio emplea datos empíricos para estimar las probabilidades de transición entre estados. Específicamente, se identifican episodios históricos de inversión delimitados por la ocurrencia de eventos de tipo *take profit* o *stop-loss*, y dentro de cada episodio se calcula la magnitud acumulada de retornos positivos y negativos. Esta metodología captura de manera efectiva la dirección y la intensidad de los movimientos de precio más relevantes para la toma de decisiones, evitando la distorsión causada por pequeños movimientos diarios de baja significancia.

Este enfoque se justifica desde una perspectiva teórica por los resultados presentados en Sudderth [8], quien demuestra que en problemas de decisión estocásticos con funciones objetivo del tipo *limsup* y *liminf*, las estrategias Markovianas que dependen solo del estado actual pueden ser óptimas. Asimismo, desde el punto de vista dinámico, los procesos de nacimiento y muerte en tiempo discreto ofrecen una estructura analítica adecuada para modelar los movimientos discretos del retorno, permitiendo estimar la probabilidad de éxito y el tiempo esperado de absorción como métricas clave para el análisis financiero, como se detalla en Chen [6].

Finalmente, se propone utilizar la probabilidad de absorción en el estado de éxito como un nuevo criterio de inclusión en portafolios de inversión. En particular, se evaluará cómo incorporar esta métrica dentro del marco clásico de optimización de portafolios de Markowitz, de forma complementaria al retorno esperado y la varianza. El objetivo es generar portafolios con mayor probabilidad de alcanzar rentabilidades meta sin exceder niveles de riesgo tolerables. Este análisis se desarrollará en el contexto del mercado accionario chileno, utilizando una base de datos compuesta por 30 acciones representativas de distintos sectores económicos, niveles de capitalización bursátil y perfiles de volatilidad. Estas acciones son todas componentes del índice IPSA, el principal benchmark del mercado local, lo cual permite evaluar decisiones de inversión realistas y comparables respecto a estrategias pasivas de seguimiento de mercado.

La estructura del informe es la siguiente: en la Sección 2 se presentan los datos y la metodología utilizada; la Sección 3 está dedicada a la presentación de resultados obtenidos a partir del modelo propuesto; en la Sección 4 se realiza un análisis detallado de dichos resultados; y finalmente, en la Sección 5 se entregan las conclusiones generales del trabajo y posibles líneas de investigación futura.

2. Datos y Metodología

Datos

El conjunto de datos utilizados corresponde a un total de 30 activos transados en la bolsa de Santiago, en el cual se trabaja con los cierres de precios diarios sin ajustar de estos. Los datos obtenidos abarcan los periodos desde 2022-01-03 (yyyy/mm/dd) hasta el 2025-05-30, esta información fue obtenida desde Economática. Además, todo cálculo y análisis considerado se utiliza el retorno logarítmico diario entre los precios de cierre sin ajustar, de la forma:

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

donde r_t representa el retorno del día t y P_t indica el precio de cierre sin ajustar del día t . Posteriormente, estos retornos se utilizan para estimar métricas de rentabilidad acumulada en horizontes anuales, con el fin de establecer comparaciones frente al benchmark del mercado chileno.

Los 30 activos con los que se trabajarán se encuentran en el Cuadro 1, esta presenta un resumen estadístico de los retornos logarítmicos diarios de 30 activos bursátiles. En términos generales, se observa que la mayoría de los activos presentan retornos promedio positivos, lo cual sugiere una tendencia alcista agregada en sus precios. Respecto a la volatilidad, el activo ITAACL destaca notablemente con una desviación estándar de 1.3184, debido a un evento atípico que elevó su retorno máximo a 8.4463. Este valor es un claro *outlier* dentro del conjunto, y sugiere un comportamiento extremadamente volátil. Excluyendo este caso, los activos más riesgosos en términos de desviación estándar son LTM, VAPORES, CAP y SQM-B, todos con una variabilidad diaria por encima de 0.11. En cuanto a los retornos extremos, los mínimos más pronunciados corresponden a LTM y VAPORES, con caídas diarias de hasta -1.49 y -0.40, respectivamente, lo que indica una alta sensibilidad a shocks negativos. Por otro lado, los máximos retornos diarios más elevados, excluyendo ITAACL, se encuentran en CAP, SONDA y SQM-B, evidenciando también una capacidad para generar ganancias abruptas.

Finalmente, al comparar el promedio con la mediana de cada activo, se identifican asimetrías en la distribución de los retornos. Activos como CMPC, ENTEL, SONDA y SQM-B presentan medianas por debajo del promedio o negativas, lo que sugiere distribuciones sesgadas hacia la derecha con eventos positivos extremos. Por el contrario, activos como CENCOSUD, FALABELLA y SALFACORP presentan medianas superiores al promedio, indicando un comportamiento más estable o favorable desde el punto de vista de la distribución de retornos. Estos resultados son útiles para orientar decisiones de inversión, identificar activos defensivos o especulativos.

Umbral de absorción: Take Profit y Stop Loss

El modelo asume la existencia de dos estados absorbentes que definen la finalización de la posición financiera: uno asociado al éxito de la inversión (ganancia) y otro a la ruina (pérdida). Para determinar estos umbrales se emplean criterios económicos y financieros que aseguren la validez de las decisiones modeladas.

Para configurar el Take Profit (TP) se define el umbral superior de rendimiento como el retorno promedio anual del índice bursátil chileno IPSA, adoptado como benchmark mínimo aceptable para justificar la permanencia activa en el mercado. En base a los datos históricos entre enero de 2022 y mayo de 2025, el retorno logarítmico promedio anual del IPSA fue estimado en ≈ 0.1795 (tomando en cuenta solo los años completos 2022, 2023 y 2024), el cual se adopta como benchmark mínimo de rentabilidad para la estrategia de inversión modelada.

Este valor representa la rentabilidad mínima exigida a una posición para considerarse exitosa, en línea con el rendimiento promedio del mercado local durante un año.

En el caso de Stop Loss (SL), el umbral inferior se define en relación al *take profit*, se configuró basado en la razón riesgo-recompensa (RRR). Se define un nivel deseado de equilibrio entre la ganancia esperada y la pérdida tolerable. Para esta ocasión se eligió un RRR de 2:1, se establece:

$$SL = -\frac{TP}{RRR} = -\frac{TP}{2} = -0.08975 \quad \text{con} \quad RRR \in \mathbb{R}^+$$

Ambos umbrales se expresan en términos de rendimiento acumulado anual y se traducen posteriormente a posiciones discretas dentro del espacio de estados, de acuerdo con el tamaño de paso definido

por cada activo. Esta configuración permite evaluar si una acción individual logra superar el retorno promedio del mercado en un año, bajo una estrategia de inversión sujeta a criterios realistas de riesgo.

Tick

Discretización adaptativa del tamaño de tick

Para construir una cadena de Markov que modele la dinámica de los retornos acumulados de un activo financiero a paso diario, es necesario definir un conjunto discreto de estados que representen los posibles valores que puede tomar dicho retorno. En este contexto, el “tick” se define como la magnitud de desplazamiento entre dos estados consecutivos. A diferencia de los modelos tradicionales que utilizan un tamaño de tick uniforme o fijo, se propone una discretización *adaptativa y aleatoria*, donde el tick es generado aleatoriamente dentro de un intervalo centrado en la magnitud típica de desplazamiento del activo.

En datos financieros de alta frecuencia y también en series diarias, es común observar que la media de los retornos logarítmicos diarios (μ) es pequeña en comparación con su desviación estándar (σ). Sin embargo, esta media no refleja adecuadamente la magnitud diaria de los movimientos del precio, ya que puede cancelarse entre valores positivos y negativos. Por ello, se utiliza como medida base el valor absoluto de los retornos logarítmicos diarios, cuya media y desviación estándar se denotan como μ_{abs} y σ_{abs} , respectivamente.

Definición del tick aleatorio

El tamaño del tick diario se genera de forma aleatoria dentro del siguiente intervalo simétrico:

$$\delta \sim \mathcal{U}[\mu_{abs} - c \cdot \sigma_{abs}, \mu_{abs} + c \cdot \sigma_{abs}] \quad (1)$$

donde el parámetro c regula la amplitud del intervalo y depende del nivel de volatilidad del activo. El tick generado representa la magnitud diaria de desplazamiento (ya sea en dirección positiva o negativa, dependiendo del objetivo: construcción del camino hacia el umbral superior o inferior).

Clasificación de volatilidad y elección del parámetro c

Siguiendo prácticas habituales en la literatura empírica financiera, como Jegadeesh y Titman (1993) [2], se clasifica a los activos en tres categorías de volatilidad según los percentiles 20 y 80 de la distribución empírica de σ_{abs} (desviación estándar del desplazamiento). Este enfoque no paramétrico permite capturar los extremos sin imponer supuestos distribucionales.

- **Baja volatilidad:** $\sigma_{abs} < P_{20}$ $\Rightarrow c = 0.15$
- **Volatilidad media:** $P_{20} \leq \sigma_{abs} \leq P_{80}$ $\Rightarrow c = 0.30$
- **Alta volatilidad:** $\sigma_{abs} > P_{80}$ $\Rightarrow c = 0.50$

Dado que en algunos activos se observa que $\sigma_{abs} > \mu_{abs}$, se introduce una restricción adicional para evitar que el tick generado sea mayor que el doble del desplazamiento medio. En particular, si el valor de $c \cdot \sigma_{abs} > \mu_{abs}$, entonces se acota el extremo superior del intervalo en aproximadamente $2 \cdot \mu_{abs}$. Esto define el intervalo de generación final como:

$$\delta \sim \mathcal{U}[\mu_{abs} - \min(c \cdot \sigma_{abs}, \mu_{abs} - \epsilon), \mu_{abs} + \min(c \cdot \sigma_{abs}, \mu_{abs} - \epsilon)] \quad (2)$$

donde ϵ es un valor pequeño equivalente a 0.0001 para evitar la probabilidad mínima de escenarios extremos en donde el valor del *tick* toma el valor de 0 o $2 \cdot \mu_{abs}$. Con esto, el valor del tick no será fijo, sino que por una parte es dinámico, según el tipo de activo que se esté analizando, y tiene un componente aleatorio condicionado por el activo objetivo.

Este enfoque tiene respaldo indirecto en distintas áreas de la literatura: Judd (1998) [3] propone mallas irregulares en métodos numéricos para resolver modelos dinámicos, adaptando el espaciamiento de

| Activo | Promedio | Desviación Estándar | Mínimo | Máximo | Mediana |
|------------|-----------|---------------------|-----------|----------|-----------|
| AGUAS-A | 0.001000 | 0.017000 | -0.061600 | 0.093200 | 0.000000 |
| CHILE | 0.000700 | 0.013400 | -0.090700 | 0.049600 | 0.000200 |
| BCI | 0.000300 | 0.015600 | -0.097100 | 0.056600 | 0.000000 |
| ITAACL | 0.012400 | 0.316100 | -0.061500 | 8.426200 | 0.000000 |
| BSANTANDER | 0.000600 | 0.014200 | -0.082500 | 0.050900 | 0.000200 |
| CAP | -0.000700 | 0.023600 | -0.127700 | 0.098300 | -0.001100 |
| CENCOSUD | 0.000900 | 0.016300 | -0.081600 | 0.074600 | 0.000900 |
| COLBUN | 0.000800 | 0.018600 | -0.082300 | 0.118900 | 0.000000 |
| CCU | -0.000000 | 0.016300 | -0.052600 | 0.071000 | 0.000000 |
| VAPORES | -0.000300 | 0.028500 | -0.319600 | 0.151800 | 0.000000 |
| ANDINA-B | 0.000700 | 0.015300 | -0.133900 | 0.065000 | 0.000000 |
| ENTEL | 0.000200 | 0.020700 | -0.265300 | 0.129400 | 0.000000 |
| CMPC | 0.000100 | 0.019000 | -0.063900 | 0.067500 | -0.001100 |
| COPEC | -0.000000 | 0.017200 | -0.048200 | 0.108000 | -0.000700 |
| ENELAM | 0.000000 | 0.014500 | -0.073900 | 0.071800 | -0.000100 |
| ENELCHILE | 0.000900 | 0.020500 | -0.078500 | 0.100100 | 0.000100 |
| ECL | 0.000900 | 0.019200 | -0.065900 | 0.085100 | 0.000000 |
| FALABELLA | 0.000500 | 0.017100 | -0.045100 | 0.086600 | 0.000200 |
| SECURITY | 0.001100 | 0.015600 | -0.080200 | 0.101100 | 0.000100 |
| IAM | 0.000900 | 0.019000 | -0.065300 | 0.086700 | 0.000000 |
| LTM | -0.003200 | 0.112600 | -1.750300 | 1.416800 | 0.000000 |
| PARAUCO | 0.001100 | 0.018500 | -0.068200 | 0.117900 | 0.000200 |
| MALLPLAZA | 0.000900 | 0.018300 | -0.071100 | 0.078300 | 0.000000 |
| QUINENCO | 0.001100 | 0.021400 | -0.198400 | 0.150400 | 0.000000 |
| RIPLEY | 0.001200 | 0.018200 | -0.115400 | 0.130300 | 0.000800 |
| SALFACORP | 0.000900 | 0.019400 | -0.096400 | 0.088400 | 0.000000 |
| SMU | 0.001100 | 0.016200 | -0.081700 | 0.083000 | 0.000800 |
| SQM-B | 0.000100 | 0.028800 | -0.158900 | 0.097700 | -0.000100 |
| SONDA | 0.000700 | 0.017700 | -0.059400 | 0.121500 | -0.000200 |
| CONCHATORO | -0.000100 | 0.013100 | -0.047600 | 0.061300 | -0.000900 |

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de los retornos diarios por activo. Se presenta el promedio, la desviación estándar, el mínimo, el máximo y la mediana durante el período analizado (años 2022, 2023 y 2024).

los nodos según la variación local de la función de interés; Jegadeesh y Titman (1993) [2], agrupan activos por quintiles para estudiar estrategias momentum, esta lógica se adapta aquí para clasificar por volatilidad; en simulaciones Monte Carlo (Glasserman, 2004 [4]), se recomienda limitar la varianza de los pasos simulados para evitar colas extremas no representativas.

En la literatura financiera, la definición del tamaño del tick ha estado históricamente determinada por reglas fijas impuestas por las bolsas de valores. Estas reglas usualmente dependen del precio nominal del activo y emplean esquemas escalonados con ticks mínimos establecidos, como en el caso de la Bolsa de Tokio (TSE), que utiliza múltiples niveles de tamaño de tick según el rango de precios de la acción [5]. Estudios empíricos han investigado cómo la modificación exógena del tick afecta variables microestructurales como el volumen transado, el spread y la profundidad del mercado. Por ejemplo, en el caso de la Bolsa de Tailandia, se analizaron cambios desde \$0.05 a \$0.01 y sus implicancias sobre la liquidez y el comportamiento del inversor [7]. Estos trabajos tienden a enfocarse en métricas de eficiencia de mercado y costos de transacción, dentro de contextos de alta frecuencia y alta rotación.

Sin embargo, este enfoque no se adapta adecuadamente al objetivo de este trabajo, que busca modelar mediante cadenas de Markov discretas la probabilidad de alcanzar estados absorbentes definidos por umbrales de retorno acumulado. En este contexto, se requiere una estructura de estados que represente fielmente las magnitudes diarias típicas de fluctuación de cada activo, en lugar de una grilla uniforme impuesta arbitrariamente. Por esta razón, se propone un enfoque alternativo y novedoso: una discretización adaptativa del tick, cuyo rango se determina según la media y desviación estándar del desplazamiento absoluto diario del activo. Este método permite

capturar con mayor precisión las propiedades estocásticas de cada acción, preservando a la vez la estructura discreta necesaria para el análisis probabilístico.

En resumen, este esquema permite que cada activo tenga un sistema de discretización de estados coherente con su comportamiento estadístico, controlando el tamaño de los pasos entre estados mediante un rango aleatorio limitado y ajustado por su volatilidad observada. Esto evita imponer un tick fijo que no refleje las propiedades reales del activo, mejorando la fidelidad de la cadena de Markov.

Estimación de Probabilidades de Transición

Con el fin de estimar las probabilidades de transición entre estados de una cadena de Markov que modela el comportamiento de los retornos acumulados diarios de acciones, se diseñó un enfoque empírico basado en el análisis de escenarios definidos por movimientos relevantes del retorno acumulado.

La nueva metodología parte del cómputo del retorno logarítmico acumulado diario de cada acción:

$$R_t^{(a)} = \sum_{s=1}^t r_s^{(a)}, \quad \text{donde } r_s^{(a)} = \log \left(\frac{P_s^{(a)}}{P_{s-1}^{(a)}} \right)$$

En esta fórmula, $R_t^{(a)}$ representa el retorno acumulado del activo a hasta el tiempo t , y $P_t^{(a)}$ es el precio del activo en el día t . La construcción de esta serie permite observar trayectorias más persistentes y significativas en la evolución de los activos, mitigando el efecto de las pequeñas fluctuaciones que dominan la dinámica diaria.

Posteriormente, se define una regla para identificar *episodios* relevantes en el tiempo. Esta regla se basa en fijar dos umbrales para el retorno acumulado: un *Take Profit (TP)* y un *Stop Loss (SL)*, definidos

respectivamente como:

TP = retorno promedio anual acumulado del IPSA,

$$SL = -\frac{1}{2}TP$$

Así, a partir de un punto inicial R_0 , se monitorea la trayectoria hasta que el retorno acumulado alcanza $R_0 + TP$ o $R_0 + SL$. Cuando ello ocurre, se marca el cierre del episodio y se reinicia el proceso desde dicho punto. Dentro de cada episodio delimitado por las fechas $[t_i, t_{i+1}]$, se consideran los retornos logarítmicos simples del activo. En lugar de utilizar conteos de eventos (subidas o bajadas), se adopta un criterio de *magnitud acumulada* de los movimientos. Se calculan las siguientes cantidades:

$$\text{Magnitud Subida}_i = \sum_{t \in [t_i, t_{i+1}]} \max(r_t, 0),$$

$$\text{Magnitud Bajada}_i = \sum_{t \in [t_i, t_{i+1}]} |\min(r_t, 0)|$$

A partir de estas sumas se definen las probabilidades empíricas de subida y bajada para cada episodio i :

$$\hat{p}_+^{(i)} = \frac{\text{Magnitud Subida}_i}{\text{Magnitud Subida}_i + \text{Magnitud Bajada}_i}, \quad \hat{p}_-^{(i)} = 1 - \hat{p}_+^{(i)}$$

En esta metodología no se considera situación de permanencia (se queda en el mismo estado). Luego, se obtiene un estimador final para el activo promediando estas probabilidades sobre todos los episodios:

$$\hat{p}_+ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{p}_+^{(i)}, \quad \hat{p}_- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{p}_-^{(i)}$$

Esta metodología permite capturar mejor la dinámica real del activo, al considerar trayectorias completas de desempeño y la magnitud efectiva de los movimientos de precios. Se ajusta de manera más adecuada a la interpretación financiera de una cadena de Markov en la cual los estados representan tramos de retorno acumulado discretizados, y donde cada paso del proceso equivale a un día hábil de negociación.

Finalmente, las probabilidades estimadas \hat{p}_+ y \hat{p}_- se utilizan para construir la matriz de transición de la cadena de Markov tridiagonal, con dos estados absorbentes que representan la ruina y el logro del objetivo financiero. Se asume que dichas probabilidades permanecen constantes en todos los estados y durante toda la evolución temporal del proceso.

Cálculo de Probabilidades y Tiempos de Absorción

Dado que el análisis se basa en retornos logarítmicos diarios y las probabilidades de transición estimadas corresponden a las probabilidades de cambio por día, el modelo se formula como una cadena de Markov en tiempo discreto. En este contexto, cada paso del proceso representa un día hábil de negociación y los cambios en el estado reflejan variaciones discretas del retorno acumulado del activo.

El proceso se modela como una cadena de Markov con matriz de transición $P \in \mathbb{R}^{(N_i+1) \times (N_i+1)}$, de estructura tridiagonal. Las transiciones posibles desde un estado transitorio $i \in \{1, \dots, N_i - 1\}$ son:

$$P_{i,i+1} = \hat{p}_+ \quad (\text{probabilidad de subida})$$

$$P_{i,i-1} = \hat{p}_- = 1 - \hat{p}_+ \quad (\text{probabilidad de bajada})$$

$$P_{i,i} = 0 \quad (\text{no se considera permanencia})$$

Los estados absorbentes tienen probabilidad de permanencia 1:

$$P_{0,0} = 1, \quad P_{N_i, N_i} = 1$$

Se utiliza la descomposición canónica de la matriz P , reordenando los estados como transitorios y absorbentes, de modo que:

$$P = \begin{pmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

donde la matriz $Q \in \mathbb{R}^{(N_i-1) \times (N_i-1)}$ corresponde a una matriz de estados de transición, la matriz $R \in \mathbb{R}^{(N_i-1) \times a}$ con a la cantidad de estados absorbentes y corresponde a las transiciones desde estados transitorios hasta los absorbentes, la matriz $0 \in \mathbb{R}^{a \times (N_i-1)}$ corresponde a una matriz de ceros y la matriz $I \in \mathbb{R}^{a \times a}$ corresponde a la matriz identidad.

La matriz fundamental F se define como:

$$F = (I - Q)^{-1}$$

donde I es la matriz identidad de dimensión $N_i - 1$. Cada entrada F_{ij} representa el número esperado de veces que el proceso visita el estado j , partiendo desde el estado i . Multiplicando la matriz fundamental por un vector de unos, se obtiene el vector de tiempo esperado hasta absorción:

$$t = F1$$

En particular, el valor t_{i_0} representa el número esperado de días que transcurren hasta alcanzar alguno de los estados absorbentes, partiendo desde el estado inicial i_0 (correspondiente a retorno acumulado cero).

Las probabilidades de absorción en los dos estados absorbentes se obtienen mediante:

$$B = FR$$

donde $B_{i,1}$ es la probabilidad de ser absorbido en el estado 0 (ruina) si se parte desde el estado i y $B_{i,2}$ es la probabilidad de alcanzar el éxito (estado N_i) desde el estado i . En particular, $B_{i_0,2}$ entrega la probabilidad de alcanzar la meta financiera partiendo desde retorno cero (estado inicial).

Adicionalmente, se pueden simular múltiples trayectorias del proceso mediante Monte Carlo para:

- Validar los resultados analíticos
- Estimar el tiempo promedio hasta absorción
- Analizar la distribución del número de pasos hasta el éxito o ruina

Construcción de Portafolios: Enfoque Mínima Varianza de Markowitz

En esta etapa del trabajo, se propone construir carteras de inversión siguiendo el enfoque clásico de optimización media-varianza propuesto por Harry Markowitz (1952) [1], el cual constituye uno de los pilares fundamentales de la teoría moderna de portafolios. El modelo permite determinar combinaciones eficientes de activos financieros que ofrecen, para un nivel dado de riesgo, el mayor retorno esperado posible, o bien, para un nivel objetivo de retorno, la menor exposición al riesgo.

Para ello, se utilizan los retornos logarítmicos diarios de cada una de las 30 acciones seleccionadas del mercado accionario chileno. Estas acciones corresponden a los componentes del índice IPSA, lo que garantiza una representación diversificada en cuanto a sectores económicos, niveles de capitalización bursátil y grados de liquidez. Con esta base de datos, se calcula el vector de retornos esperados μ y la matriz de covarianza Σ asociada a la variabilidad conjunta de los activos.

El retorno esperado de un portafolio está dado por la expresión:

$$\mathbb{E}[P] = \sum_{i=1}^N \mu_i \cdot w_i = w^T \mu, \quad (3)$$

donde w_i representa el peso del activo i -ésimo en el portafolio, y w es el vector de asignaciones.

De igual forma, la varianza (riesgo cuadrático) del portafolio se calcula como:

$$\mathbb{V}[P] = w^T \Sigma w, \quad (4)$$

donde Σ es la matriz de covarianza entre los retornos diarios de los activos.

El problema de optimización se formula entonces como un programa cuadrático con restricciones lineales, sujeto a los siguientes requisitos:

- Suma de pesos igual a uno: $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ (presupuesto total invertido).
- Restricción de no venta en corto: $w_i \geq 0 \quad \forall i$.

Bajo este marco, se considera el principal objetivo de optimización el portafolio de mínima varianza. Toda la optimización fue realizada utilizando herramientas del lenguaje Python. En particular, se emplearon funciones del paquete `scipy.optimize` para resolver problemas de programación cuadrática con restricciones, así como las bibliotecas `pandas` y `numpy` para el manejo de datos y cálculos matriciales. La visualización de resultados fue implementada con `matplotlib`.

En etapas posteriores del informe, se propondrá una forma de incorporar en este marco la información obtenida mediante las cadenas de Markov asociadas a cada activo. La probabilidad de absorción en el estado de éxito se utilizará como criterio de priorización de activos, ajustando los retornos esperados o ponderando directamente los pesos óptimos para favorecer activos con mayor convergencia hacia metas financieras.

Integración: Ajuste de Riesgo

Una vez estimadas las probabilidades de absorción en el estado de éxito y los tiempos esperados hasta la absorción para cada activo, se propone incorporar ambas métricas dentro del modelo de optimización de portafolios como un criterio complementario de riesgo. La motivación principal detrás de este enfoque es que un activo con alta probabilidad de alcanzar su meta financiera, y que además lo haga rápidamente, debería considerarse menos riesgoso, incluso si su varianza histórica es elevada.

Dado que la optimización de Markowitz depende críticamente de la matriz de varianzas y covarianzas, se propone modificar la desviación estándar histórica σ_i de cada activo i mediante un factor de ajuste que combina su probabilidad de éxito \hat{p}_i y su tiempo esperado de absorción t_i . El ajuste se define como:

$$\tilde{\sigma}_i = \sigma_i \cdot \left(1 - \lambda \cdot (\hat{p}_i - 0.5) \cdot \left(1 - \frac{t_i}{T} \right) \right) \quad (5)$$

donde:

- $\tilde{\sigma}_i$ es la desviación estándar ajustada del activo i .
- σ_i es la desviación estándar histórica.
- \hat{p}_i es la probabilidad estimada de éxito financiero (absorción en el estado meta).
- t_i es el tiempo esperado hasta absorción desde el estado inicial (retorno cero).
- T es el horizonte total de inversión (por ejemplo, 252 días hábiles en un año bursátil).
- λ es el parámetro de calibración que determinan la intensidad de cada efecto.

Este ajuste refleja dos elementos: la probabilidad de éxito y la velocidad con que este éxito (o ruina) se alcanza. Activos que tienen alta probabilidad de éxito ($\hat{p}_i > 0.5$) y bajo tiempo de absorción (t_i) reciben un ajuste favorable en su desviación estándar, reduciendo su riesgo efectivo dentro del modelo. Por el contrario, activos con baja probabilidad de éxito y alto tiempo de absorción son penalizados con un mayor riesgo ajustado. Cabe destacar que esta ecuación tiene una restricción particular, la cual consiste en no procesar aquellas acciones que no tienen un tiempo esperado de conversión mayor al horizonte total ($t_i < T$).

Posteriormente, se construye una nueva matriz de covarianza utilizando las desviaciones estándar ajustadas $\tilde{\sigma}_i$ y las correlaciones empíricas entre activos. Esta matriz reemplaza a la original en el modelo clásico de Markowitz para la construcción de portafolios de mínima varianza, máximo retorno esperado y máximo ratio de Sharpe. Este mecanismo fortalece la coherencia entre el análisis estocástico previo, basado en cadenas de Markov con umbrales de éxito y ruina, y el proceso de asignación de activos en portafolios óptimos. Así, se logra una integración efectiva entre riesgo dinámico y decisiones de inversión estáticas.

Periodos de Implementación

La base de datos abarca desde 2022-01-03 hasta el 2025-05-30, para la obtención de los umbrales de absorción, *ticks*, probabilidades de transición, probabilidades de absorción y tiempos de absorción, se tomaron en cuenta los primeros tres años (2022, 2023 y 2024). El periodo de tiempo restante (año 2025), es ocupado para la realización de simulaciones de portafolios de frecuencia diaria y mensual con el método de portafolios de Mínima Varianza de Markowitz.

3. Resultados

En primer lugar, se estimó la desviación estándar de la magnitud de desplazamiento diario absoluto para cada activo, con el objetivo de clasificar su nivel de volatilidad. A partir de los percentiles 20 y 80 de esta métrica, los activos fueron agrupados en tres categorías: baja, media y alta volatilidad. La Tabla 2 resume estos resultados, evidenciando que activos como CHILE, BCI y BSANTANDER presentan comportamientos más estables, mientras que ITAACL, LTM y VAPORES exhiben los niveles más altos de volatilidad.

Cabe destacar que los resultados obtenidos en esta etapa son directamente influenciados por los parámetros definidos previamente. En particular, tanto la elección de los percentiles 20 y 80 para clasificar la volatilidad como los valores asignados al parámetro c en cada tramo ($c = 0.15, 0.30, 0.50$) tienen un impacto determinante sobre el intervalo de generación del tamaño de tick y, en consecuencia, sobre la estructura de discretización que sustenta toda la dinámica posterior del modelo. Por tanto, se deja como línea de investigación futura la posibilidad de optimizar estos parámetros mediante técnicas de calibración automatizada, tales como búsqueda por malla, validación cruzada o métodos de optimización global como algoritmos genéticos o *Bayesian optimization*. La identificación de combinaciones óptimas de percentiles y valores de c podría mejorar la fidelidad del modelo y reforzar la coherencia entre las probabilidades de transición simuladas y la dinámica empírica observada en los retornos acumulados.

Para la estimación empírica de las probabilidades de transición entre estados, se implementó un procedimiento basado en simulaciones secuenciales que denominaremos *episodios*. Cada episodio comienza desde un valor inicial de retorno acumulado igual a cero, y evoluciona diariamente sumando los retornos logarítmicos observados. Este proceso continúa hasta que el retorno acumulado alcanza uno de los umbrales predefinidos: un *Take Profit* (TP) o un *Stop Loss* (SL), los cuales representan, respectivamente, una meta de ganancia o un límite de pérdida. Una vez alcanzado alguno de estos límites, se calcula la proporción relativa de desplazamientos positivos y negativos dentro del episodio, lo que permite estimar las probabilidades empíricas de subida y bajada. A continuación, el proceso se reinicia desde el punto de corte alcanzado, repitiendo la dinámica hasta recorrer la totalidad de la serie de retornos, o hasta que ya no sea posible completar un nuevo episodio debido a la proximidad del final del periodo de observación. La Figura 4 muestra, como ejemplo ilustrativo, la trayectoria del retorno acumulado del activo SMU, junto con los episodios de absorción identificados empíricamente. Finalmente, las probabilidades estimadas para cada episodio se promedian, obteniendo así una estimación robusta de las probabilidades de transición ascendente

| Activo | Volatilidad | σ_{abs} | μ_{abs} |
|------------|-------------|-----------------------|--------------------|
| AGUAS-A | Media | 0.0123 | 0.0119 |
| CHILE | Baja | 0.0094 | 0.0096 |
| BCI | Baja | 0.0101 | 0.0118 |
| ITAUCL | Alta | 0.3160 | 0.0213 |
| BSANTANDER | Baja | 0.0094 | 0.0107 |
| CAP | Media | 0.0155 | 0.0177 |
| CENCOSUD | Media | 0.0110 | 0.0120 |
| COLBUN | Media | 0.0126 | 0.0136 |
| CCU | Baja | 0.0108 | 0.0122 |
| VAPORES | Alta | 0.0223 | 0.0177 |
| ANDINA-B | Media | 0.0112 | 0.0105 |
| ENTEL | Alta | 0.0159 | 0.0133 |
| CMPC | Media | 0.0119 | 0.0148 |
| COPEC | Media | 0.0109 | 0.0132 |
| ENELAM | Baja | 0.0097 | 0.0107 |
| ENELCHILE | Media | 0.0136 | 0.0154 |
| ECL | Media | 0.0131 | 0.0141 |
| FALABELLA | Media | 0.0112 | 0.0129 |
| SECURITY | Media | 0.0118 | 0.0103 |
| IAM | Media | 0.0139 | 0.0129 |
| LTM | Alta | 0.1080 | 0.0318 |
| PARAUCO | Media | 0.0124 | 0.0138 |
| MALLPLAZA | Media | 0.0124 | 0.0135 |
| QUINENCO | Alta | 0.0163 | 0.0139 |
| RIPLEY | Media | 0.0126 | 0.0132 |
| SALFACORP | Media | 0.0136 | 0.0139 |
| SMU | Media | 0.0112 | 0.0118 |
| SQM-B | Alta | 0.0186 | 0.0220 |
| SONDA | Media | 0.0125 | 0.0126 |
| CONCHATORO | Baja | 0.0090 | 0.0095 |

Cuadro 2. Desviación estándar y promedio de la magnitud de desplazamiento absoluto diario por activo, junto con su clasificación de volatilidad.

| Activo | \hat{p}_+ | \hat{p}_- |
|------------|-------------|-------------|
| AGUAS-A | 0.5178 | 0.4822 |
| CHILE | 0.5390 | 0.4610 |
| BCI | 0.4562 | 0.5438 |
| ITAUCL | 0.5958 | 0.4042 |
| BSANTANDER | 0.4919 | 0.5081 |
| CAP | 0.4190 | 0.5810 |
| CENCOSUD | 0.5751 | 0.4249 |
| COLBUN | 0.5125 | 0.4875 |
| CCU | 0.4389 | 0.5611 |
| VAPORES | 0.4496 | 0.5504 |
| ANDINA-B | 0.5444 | 0.4556 |
| ENTEL | 0.4895 | 0.5105 |
| CMPC | 0.5184 | 0.4816 |
| COPEC | 0.4180 | 0.5820 |
| ENELAM | 0.5232 | 0.4768 |
| ENELCHILE | 0.4585 | 0.5415 |
| ECL | 0.4383 | 0.5617 |
| FALABELLA | 0.4119 | 0.5881 |
| SECURITY | 0.5795 | 0.4205 |
| IAM | 0.5086 | 0.4914 |
| LTM | 0.4414 | 0.5586 |
| PARAUCO | 0.5588 | 0.4412 |
| MALLPLAZA | 0.5372 | 0.4628 |
| QUINENCO | 0.4818 | 0.5182 |
| RIPLEY | 0.4767 | 0.5233 |
| SALFACORP | 0.4221 | 0.5779 |
| SMU | 0.5060 | 0.4940 |
| SQM-B | 0.4312 | 0.5688 |
| SONDA | 0.5418 | 0.4582 |
| CONCHATORO | 0.4938 | 0.5062 |

Cuadro 3. Probabilidades estimadas de subida y bajada por activo, calculadas a partir de episodios definidos mediante umbrales de absorción.

y descendente para cada activo. Estos resultados se presentan en la Tabla 3.

La Figura 1 presenta la matriz de transición estimada para el activo LTM, la cual corresponde a una estructura tridiagonal derivada del proceso de discretización adaptativa. Esta discretización como se revisó en la metodología, toma valores aleatorios en el intervalo:

$$\delta \sim \mathcal{U} \left[0.0318 - \min(0.5 \cdot 0.1080, 0.0318 - 0.0001), 0.0318 + \min(0.5 \cdot 0.1080, 0.0318 - 0.0001) \right] \quad (6)$$

Las filas y columnas han sido etiquetadas con los niveles discretizados de retorno acumulado, definidos según el tamaño de tick generado. En este caso, se observa que la probabilidad de transición ascendente ($\hat{p}_+ = 0.4414$) es constante en todos los estados transitorios, lo cual implica una simetría estructural del proceso bajo el supuesto de estacionariedad.

A partir de las matrices de transición estimadas para cada activo, se calcularon dos métricas clave: la probabilidad de absorción en el estado de éxito (es decir, alcanzar el umbral de *take profit*) y el tiempo esperado hasta dicha absorción, considerando como estado inicial el retorno acumulado igual a cero. Estos indicadores permiten caracterizar el comportamiento dinámico de cada acción frente a los umbrales establecidos de rentabilidad y pérdida, entregando información relevante sobre la probabilidad de alcanzar un rendimiento objetivo y el tiempo promedio requerido para lograrlo. En la Tabla 4 se presentan ambos indicadores junto con un factor de ajuste derivado, que sintetiza la información sobre éxito potencial y velocidad de convergencia según la Ecuación 5 (solo representa el factor $(\hat{p}_i - 0.5) \cdot \left(1 - \frac{t_i}{T}\right)$). Este factor es posteriormente incorporado

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} -0.0660 & -0.0499 & 0.0000 & 0.0118 & 0.0727 & 0.1309 & 0.1375 & 0.1485 & 0.1795 \end{matrix} \\ \begin{matrix} -0.0660 \\ -0.0499 \\ 0.0000 \\ 0.0118 \\ 0.0727 \\ 0.1309 \\ 0.1375 \\ 0.1485 \\ 0.1795 \end{matrix} & \left(\begin{matrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5586 & 0.0000 & 0.4414 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Figura 1. Matriz de transición \mathbf{P} para el activo LTM, con etiquetas correspondientes a los niveles discretizados de retorno acumulado.

| Activo | Prob. de Éxito | Días Esperados | Ajuste |
|------------|----------------|----------------|---------|
| AGUAS-A | 0.4957 | 109.9816 | -0.0024 |
| CHILE | 0.7644 | 159.1681 | 0.0974 |
| BCI | 0.0434 | 68.5642 | -0.3323 |
| ITAACL | 0.8618 | 32.3817 | 0.3153 |
| BSANTANDER | 0.2369 | 127.9023 | -0.1296 |
| CAP | 0.0280 | 22.2668 | -0.4303 |
| CENCOSUD | 0.8807 | 88.2523 | 0.2473 |
| COLBUN | 0.4103 | 88.0398 | -0.0584 |
| CCU | 0.0207 | 53.5744 | -0.3774 |
| VAPORES | 0.0638 | 48.1598 | -0.3529 |
| ANDINA-B | 0.8050 | 143.5107 | 0.1313 |
| ENTEL | 0.2100 | 103.3266 | -0.1711 |
| CMPC | 0.4860 | 74.8398 | -0.0099 |
| COPEC | 0.0117 | 35.2444 | -0.4200 |
| ENELAM | 0.5816 | 140.7857 | 0.0360 |
| ENELCHILE | 0.0816 | 43.5547 | -0.3461 |
| ECL | 0.0310 | 43.8214 | -0.3874 |
| FALABELLA | 0.0042 | 33.5457 | -0.4298 |
| SECURITY | 0.9446 | 91.8725 | 0.2825 |
| IAM | 0.3515 | 100.5437 | -0.0892 |
| LTM | 0.1078 | 9.7050 | -0.3771 |
| PARAUCO | 0.7664 | 72.7880 | 0.1895 |
| MALLPLAZA | 0.6284 | 79.7606 | 0.0878 |
| QUINENCO | 0.1662 | 73.3170 | -0.2367 |
| RIPLEY | 0.1231 | 73.2418 | -0.2674 |
| SALFACORP | 0.0144 | 36.7826 | -0.4148 |
| SMU | 0.4118 | 122.6516 | -0.0453 |
| SQM-B | 0.0758 | 22.4600 | -0.3864 |
| SONDA | 0.7083 | 102.6760 | 0.1235 |
| CONCHATORO | 0.2370 | 170.2196 | -0.0853 |

Cuadro 4. Probabilidad de éxito, tiempo esperado hasta absorción y ajuste estocástico por activo. Estos indicadores se derivan del modelo de cadenas de Markov adaptado al comportamiento de cada acción.

en el modelo de optimización de portafolios. Destacan entre los resultados los activos ITAUCL, SECURITY y CENCOSUD, los cuales exhiben una alta probabilidad de alcanzar el umbral de éxito combinada con un número de días esperados relativamente bajo, lo que los posiciona como candidatos atractivos desde una perspectiva estocástica de rentabilidad controlada por riesgo temporal.

Validación mediante Simulación de Monte Carlo

Con el objetivo de validar las probabilidades de absorción obtenidas analíticamente a partir de la matriz de transición \mathbf{P} , se implementó un esquema de simulación basado en cadenas de Markov utilizando el lenguaje de programación R. La idea consiste en replicar múltiples trayectorias del proceso estocástico desde un estado inicial definido, y observar empíricamente la proporción de veces que el sistema alcanza cada uno de los estados absorbentes.

| Estado Final | Frecuencia Relativa |
|--------------|---------------------|
| -0.0660 | 0.8273 |
| -0.0499 | 0.0176 |
| 0.0118 | 0.0347 |
| 0.1309 | 0.0276 |
| 0.1485 | 0.0096 |
| 0.1795 | 0.0832 |

Cuadro 5. Se muestra la proporción en el que la cadena termina en el día 25.

En particular, se utilizó la matriz de transición estimada para el activo LTM. El estado inicial fue fijado en aquel que representa un retorno acumulado igual a cero. La simulación consiste en 10,000 trayectorias independientes, cada una con una longitud de 25 pasos diarios. Al finalizar cada trayectoria, se registra el estado final alcanzado, el cual en la mayoría de los casos corresponde a uno de los estados absorbentes (éxito o ruina), aunque eventualmente puede tratarse de un estado intermedio si la absorción no se ha alcanzado dentro del horizonte simulado.

El siguiente código en R resume el procedimiento:

```

inicial <- c(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
simulacion <- replicate(10000, markov(init,
                                     matriz, 25, nombres_estados)[26])
table(simulacion)/10000

```

El vector `inicial` define la distribución inicial (con probabilidad 1 en el estado central), y la función `markov` genera una secuencia de estados de acuerdo con la matriz de transición correspondiente. La Tabla 5 muestra la proporción de trayectorias que finalizan en cada estado luego de 25 pasos.

Se observa que la gran mayoría de las trayectorias finalizan en el estado absorbente inferior -0.0660 , que representa una situación de ruina. Solo un 8.32 % alcanza el nivel de éxito (retorno acumulado 0.1795), y el resto se distribuye entre estados intermedios no absorbentes. Esto concuerda con lo estimado analíticamente en la matriz \mathbf{P} , donde la probabilidad de subida ($\hat{p}_+ = 0.4414$) es menor a la probabilidad de bajada ($\hat{p}_- = 0.5586$), lo que genera un sesgo descendente que favorece la absorción en la zona de pérdida.

Mediante un análisis analítico con la matriz fundamental, se obtuvo la probabilidad de éxito partiendo desde el estado inicial i_0 . Para el activo LTM, esta probabilidad fue estimada en 0.1078. En cambio, la simulación arrojó una frecuencia empírica de absorción en el estado 0.1795 igual a 0.0832, lo que representa una aproximación razonable al resultado analítico.

Con el objetivo de evaluar empíricamente los efectos del ajuste estocástico propuesto sobre la asignación óptima de activos, se llevaron a cabo simulaciones de portafolios de mínima varianza durante el año 2025, considerando distintos niveles del parámetro de calibración $\lambda \in \{0.00, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 1.00\}$. Este parámetro regula la intensidad con la que las métricas obtenidas desde el modelo de

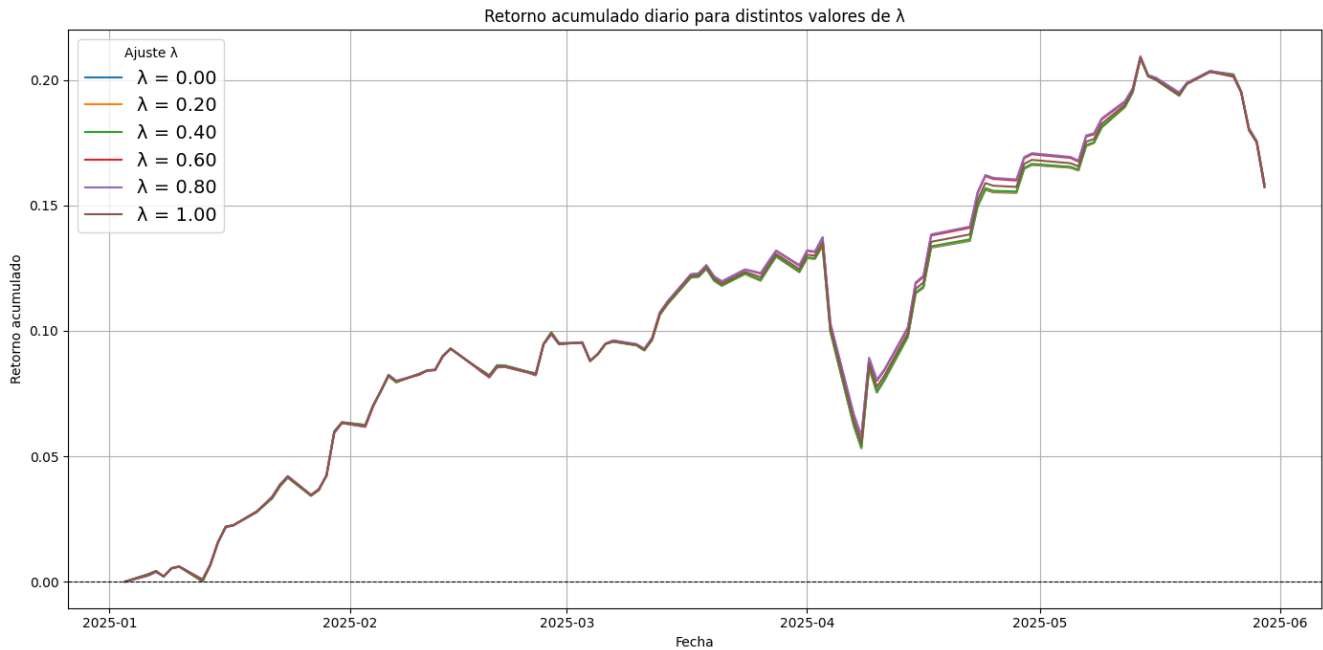


Figura 2. Retorno acumulado diario del portafolio de mínima varianza ajustado para distintos valores del parámetro λ durante el año 2025. Cada portafolio se recalcula cada día utilizando información histórica hasta ese punto.

cadenas de Markov (probabilidad de éxito y tiempo esperado hasta absorción) afectan la varianza histórica de cada activo, modificando indirectamente la matriz de covarianza utilizada en la optimización. Notar que cuando el parámetro toma el valor 0, significa que es una generación de portafolios normal (considerando método de Markowitz) sin intervención del factor de ajuste.

Para cada valor de λ , se construyó un portafolio de mínima varianza ajustada, utilizando la matriz de covarianza modificada $\tilde{\Sigma}$, la cual incorpora los factores de corrección derivados del modelo estocástico. El proceso se replicó tanto en una frecuencia diaria como en una frecuencia mensual, generando series de retorno acumulado del portafolio a lo largo del año 2025. La Figura 2 muestra la evolución del retorno acumulado diario del portafolio ajustado para cada valor de λ , mientras que la Figura 3 presenta la misma comparación a nivel mensual. Ambas figuras permiten visualizar el impacto progresivo del parámetro de ajuste sobre el desempeño del portafolio.

En general, se observa que a medida que el parámetro λ aumenta, el portafolio tiende a incorporar de forma más agresiva la información probabilística proveniente del modelo de absorción. Esto se traduce en una asignación más favorable hacia activos que exhiben altas probabilidades de éxito financiero y menores tiempos de absorción, penalizando aquellos con alto riesgo estocástico relativo. Como resultado, los portafolios con mayor λ muestran, en promedio, mayores retornos acumulados, especialmente visibles en el caso mensual, donde el efecto del rebalanceo y la persistencia en los pesos permite capturar mejor la señal contenida en el ajuste. Este patrón refuerza la idea de que el modelo propuesto no solo tiene valor explicativo, sino también aplicaciones prácticas en la gestión activa de portafolios.

Para hacer una comparación más a fondo, la Tabla 6 se muestra la composición del portafolio de activos mediante el uso del método de Markowitz usando $\lambda = \{0.00, 0.80\}$, de esta forma se compara un modelo normal sin intervención y uno con un efecto considerable.

| Activo | Peso $\lambda = 0.0$ | Peso $\lambda = 0.8$ |
|------------------|----------------------|----------------------|
| CHILE | 0.3092 | 0.2738 |
| COPEC | 0.1196 | 0.0172 |
| ENELAM | 0.2634 | 0.2083 |
| SECURITY | 0.0323 | 0.1540 |
| ANDINA-B | 0.0605 | 0.1065 |
| ENTEL | 0.0800 | 0.0488 |
| CENCOSUD | 0.0000 | 0.1003 |
| COLBUN | 0.0431 | 0.0454 |
| CONCHATORO | 0.0014 | 0.0187 |
| CMPC | 0.0033 | 0.0260 |
| CCU | 0.0786 | 0.0000 |
| BCI | 0.0054 | 0.0000 |
| ITAACL | 0.0013 | 0.0000 |
| LTM | 0.0020 | 0.0009 |
| CAP | 0.0000 | 0.0000 |
| AGUAS-A | 0.0000 | 0.0000 |
| ECL | 0.0000 | 0.0000 |
| ENELCHILE | 0.0000 | 0.0000 |
| FALABELLA | 0.0000 | 0.0000 |
| IAM | 0.0000 | 0.0000 |
| MALLPLAZA | 0.0000 | 0.0000 |
| PARAUCO | 0.0000 | 0.0000 |
| QUINENCO | 0.0000 | 0.0000 |
| RIPLEY | 0.0000 | 0.0000 |
| SALFACORP | 0.0000 | 0.0000 |
| SMU | 0.0000 | 0.0000 |
| SONDA | 0.0000 | 0.0000 |
| SQM-B | 0.0000 | 0.0000 |
| VAPORES | 0.0000 | 0.0000 |
| Retorno Esperado | 0.00947 | 0.01383 |
| Desv. Estándar | 0.03062 | 0.03380 |

Cuadro 6. Comparación de pesos del portafolio para $\lambda = 0.0$ y $\lambda = 0.8$.

4. Análisis de Resultados

Los resultados obtenidos permiten evaluar no solo la validez teórica del enfoque propuesto, sino también su aplicabilidad práctica

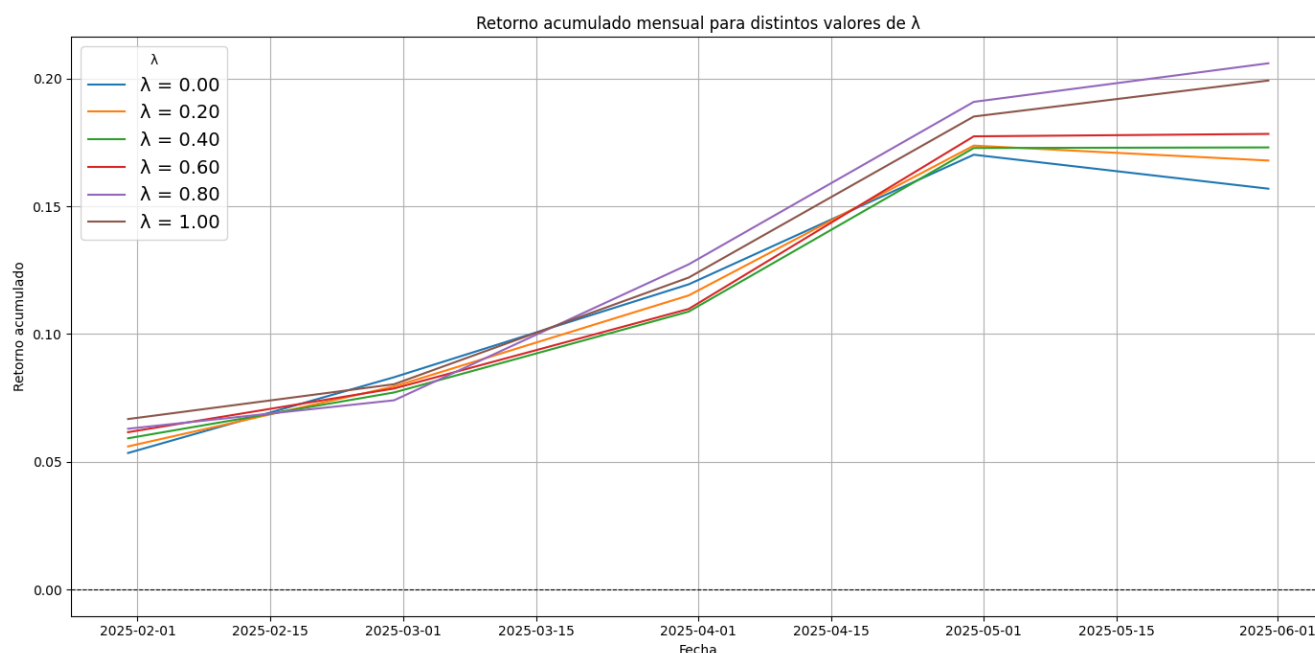


Figura 3. Retorno acumulado mensual del portafolio de mínima varianza ajustado para distintos valores de λ en 2025. Los portafolios se recalculan mensualmente utilizando información hasta el inicio de cada mes.

en contextos de inversión real. La estimación de probabilidades de transición basada en episodios delimitados por umbrales de absorción (TP y SL) introduce una nueva dimensión en la caracterización estocástica del comportamiento de los activos, al capturar información direccional y de magnitud acumulada en lugar de simplemente contabilizar días positivos o negativos. Esta metodología representa un aporte metodológico relevante respecto a enfoques tradicionales, donde la estimación de riesgos se basa principalmente en métricas de segundo orden como la varianza.

En términos empíricos, las probabilidades de absorción y los tiempos esperados estimados a partir de las matrices de transición ofrecen una nueva capa de información estratégica. Se ha demostrado que algunos activos presentan un perfil favorable desde el punto de vista dinámico, combinando alta probabilidad de éxito y rápida convergencia hacia el objetivo financiero. Estos atributos no son necesariamente evidentes si solo se consideran métricas convencionales como la media y la desviación estándar de los retornos. En este sentido, activos como CONCHATORO, SECURITY y CENCOSUD emergen como opciones atractivas desde una perspectiva de riesgo-beneficio estocástico.

La innovación más destacada del trabajo reside en la incorporación del ajuste estocástico de la varianza dentro del modelo clásico de optimización de portafolios. A través del parámetro de calibración λ , se logró modificar de manera controlada el impacto de los factores de éxito estocástico en la matriz de covarianza, generando una familia de portafolios ajustados en función del grado de confianza en el modelo de Markov. Esta integración conserva la estructura convexa del problema de optimización y permite explorar una frontera eficiente extendida que incorpora información probabilística más allá de los momentos clásicos.

Los resultados de las simulaciones realizadas durante el año 2025, tanto a frecuencia diaria como mensual, indican que el ajuste estocástico tiende a mejorar el desempeño de los portafolios en términos de retorno acumulado. Este efecto es especialmente evidente en la frecuencia mensual, donde el rebalanceo menos frecuente permite mantener por más tiempo asignaciones favorecidas por el modelo estocástico. La Figura 2 y la Figura 3 ilustran visualmente este fenómeno, mostrando que portafolios contruidos con valores más altos de λ capturan de forma más eficaz las señales de éxito implícitas en la dinámica estocástica de los activos.

Asimismo, la Tabla 6 permite observar cómo varía la composición

de los portafolios al comparar los casos extremos $\lambda = 0.0$ (modelo de Markowitz clásico) y $\lambda = 0.8$ (modelo fuertemente ajustado). Se aprecia una reponderación significativa hacia activos con buenos indicadores estocásticos, tales como SECURITY, CENCOSUD y ANDINA-B, desplazando a activos como COPEC, LTM y ITAUCL, que aunque pueden tener retornos atractivos, presentan altos riesgos o tiempos de absorción desfavorables.

En conclusión, el método desarrollado no solo permite enriquecer la caracterización individual de los activos financieros, sino que entrega una herramienta flexible y potente para integrar este conocimiento en decisiones de portafolio. El enfoque basado en cadenas de Markov con discretización adaptativa, simulación por episodios y ajuste de riesgo mediante métricas de absorción representa una contribución metodológica novedosa con aplicaciones potenciales tanto en gestión activa como en modelos de trading automatizado.

5. Conclusión

Este trabajo desarrolló un enfoque innovador para modelar decisiones de inversión bajo incertidumbre, mediante el uso de cadenas de Markov con estados absorbentes aplicadas al retorno acumulado de acciones del mercado chileno. A través de una discretización adaptativa del espacio de estados, una estimación empírica de las probabilidades de transición basada en episodios de absorción (*take profit* y *stop loss*), y la posterior integración de estas métricas en la optimización de portafolios, se logró una caracterización más dinámica y realista del riesgo y potencial de rentabilidad de cada activo.

Desde una perspectiva metodológica, destacan varias contribuciones relevantes como proponer una malla de estados aleatoria y adaptativa, coherente con la magnitud típica de movimientos diarios de cada activo, lo que evita los sesgos de discretizaciones uniformes, calcular estimación de probabilidades de transición que se basan en trayectorias empíricas que respetan la lógica de absorción financiera, priorizando información acumulada y direccional y, finalmente, se introdujo un factor de ajuste estocástico, que combina la probabilidad de éxito y el tiempo esperado de absorción, permitiendo refinar la matriz de covarianzas en el modelo de Markowitz.

Los resultados muestran que la incorporación progresiva del ajuste estocástico (mediante el parámetro λ) permite construir portafolios con mejor desempeño acumulado, particularmente en frecuencia



Figura 4. Retorno acumulado logarítmico del activo SMU, junto con las fechas en que se activaron episodios de absorción. Las líneas rojas verticales indican momentos en que el retorno acumulado alcanzó umbrales de toma de ganancias o pérdida, según la malla adaptativa definida.

mensual, donde se maximizan los efectos persistentes del modelo. Además, la redistribución de pesos hacia activos con alta probabilidad de éxito y rápida convergencia valida el valor práctico de los indicadores propuestos.

Existen varias formas en que esta metodología puede ser ampliada o robustecida en trabajos futuros: Refinamiento del esquema de episodios, en lugar de iniciar un nuevo episodio solo cuando se alcanza un umbral, se podría realizar un episodio desde cada punto de la serie histórica, lo cual aumentaría el número de observaciones y mejoraría la robustez estadística de las probabilidades estimadas; modelos con probabilidades no homogéneas, explorar cadenas de Markov no homogéneas o dependientes del tiempo permitiría capturar efectos estacionales o cambios estructurales en el comportamiento de los activos; validación externa y robustez cruzada, implementar validaciones fuera de muestra y analizar la estabilidad de los portafolios en periodos no observados, así como probar la metodología en otros mercados internacionales; integración con aprendizaje de máquina, técnicas de reinforcement learning podrían usarse para actualizar dinámicamente las probabilidades de transición y adaptar las decisiones en tiempo real, aprovechando la estructura Markoviana del problema.

En resumen, este trabajo demuestra que es posible integrar información estocástica de absorción dentro de modelos clásicos de optimización financiera, lo que abre una línea prometedora para el desarrollo de estrategias de inversión más inteligentes, adaptativas y sensibles a la dinámica real del mercado.

6. Anexo

Referencias

- [1] H. Markowitz, «Portfolio Selection», *The Journal of Finance*, vol. 7, n.º 1, págs. 77-91, 1952. DOI: [10.2307/2975974](https://doi.org/10.2307/2975974).
- [2] N. Jegadeesh y S. Titman, «Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency», *The Journal of Finance*, vol. 48, n.º 1, págs. 65-91, 1993. DOI: [10.1111/j.1540-6261.1993.tb04702.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb04702.x).
- [3] K. L. Judd, *Numerical Methods in Economics*. Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
- [4] P. Glasserman, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering (Applications of Mathematics)*. New York: Springer, 2004. DOI: [10.1007/978-0-387-21617-1](https://doi.org/10.1007/978-0-387-21617-1).
- [5] W. Nakamura y T. Shimizu, «An examination of minimum tick sizes on the Tokyo Stock Exchange», *Monetary and Economic Studies*, vol. 22, n.º 1, págs. 35-68, 2004.
- [6] C. MF., «Speed of stability for birth-death processes», *Frontiers of Mathematics*, vol. 100, págs. 72-78, 2010. DOI: [10.1007/s11464-010-0068-7](https://doi.org/10.1007/s11464-010-0068-7).
- [7] T. Pongpitakmetha, E. Siengsan-Lam y N. Seetaram, «Tick size change on the Stock Exchange of Thailand and its impact on market quality», *Global Finance Journal*, vol. 42, pág. 100 429, 2019. DOI: [10.1016/j.gfj.2019.100429](https://doi.org/10.1016/j.gfj.2019.100429).
- [8] W. D. Sudderth, «Optimal Markov Strategies», *Decisions in Economics and Finance*, vol. 43, n.º 1, págs. 43-54, 2020. DOI: [10.1007/s10203-019-00235-0](https://doi.org/10.1007/s10203-019-00235-0).