

Programación Lineal con Python y Gurobi

Este cuaderno de trabajo en Jupyter pretende hacer una introducción a la programación lineal a partir de ejemplos prácticos extraídos del libro Métodos cuantitativos para la administración.

La aplicación de la programación lineal se realizará mediante el lenguaje de programación Python y la librería Gurobipy.

Bibliografía: Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed.). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

```
In [2]: # !pip install gurobipy -> Instalación de La Librería para el proceso de optimización
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from gurobipy import *
```

Problemas de asignación de recursos

Pregunta 1: Problema de mezcla publicitaria de la Super Grain Corp

Bibliografía: Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed., pp. 55). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

a) Declaración de la variable

Sea x_i : número de exposiciones en los medios de publicidad i más efectivos (1. Comerciales de televisión, 2. Anuncios de revistas, 3. Anuncios en los suplementos dominicales)

b) Declaración de la función objetivo

$$\text{Max. } 1'300,000x_1 + 600,000x_2 + 500,000x_3$$

c) Sujeto a las restricciones

$$300,000x_1 + 150,000x_2 + 100,000x_3 \leq 4'000,000$$

$$90,000x_1 + 30,000x_2 + 40,000x_3 \leq 1'000,000$$

$$x_1 \leq 5$$

```
In [4]: #Creación del modelo
model = Model('Modelo 1')
#Creación de las variables de decisión
x1 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x1')
x2 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x2')
x3 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x3')
#Creación de la función objetivo
model.setObjective(1300000*x1 + 600000*x2 + 500000*x3, GRB.MAXIMIZE)
#Restricciones
model.addConstr(300000*x1+150000*x2+100000*x3<=4000000)
model.addConstr(90000*x1+30000*x2+40000*x3<= 1000000)
model.addConstr(x1<=5)
```

Restricted license - for non-production use only - expires 2023-10-25

```
Out[4]: <gurobi.Constr *Awaiting Model Update*>
```

```
In [5]: model.write('Modelo 1.lp')
```

```
In [6]: model.display()
```

```
Maximize
  <gurobi.LinExpr: 1300000.0 x1 + 600000.0 x2 + 500000.0 x3>
Subject To
  R0: <gurobi.LinExpr: 300000.0 x1 + 150000.0 x2 + 100000.0 x3> <= 4e+06
  R1: <gurobi.LinExpr: 90000.0 x1 + 30000.0 x2 + 40000.0 x3> <= 1e+06
  R2: <gurobi.LinExpr: x1> <= 5
```

```
In [7]: #Optimizar
model.optimize()
```

```
Gurobi Optimizer version 9.5.1 build v9.5.1rc2 (win64)
Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
Optimize a model with 3 rows, 3 columns and 7 nonzeros
Model fingerprint: 0x9a6ccb12
```

Coefficient statistics:

```
Matrix range      [1e+00, 3e+05]
Objective range   [5e+05, 1e+06]
Bounds range      [0e+00, 0e+00]
RHS range         [5e+00, 4e+06]
```

Presolve removed 1 rows and 0 columns

Presolve time: 0.02s

Presolved: 2 rows, 3 columns, 6 nonzeros

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	2.0000000e+07	6.177094e+03	0.000000e+00	0s
3	1.7000000e+07	0.000000e+00	0.000000e+00	0s

Solved in 3 iterations and 0.04 seconds (0.00 work units)

Optimal objective 1.700000000e+07

```
In [8]: print('*****')
print('Primera forma de presentar los datos')
#Datos optimizados
obj_fun = model.ObjVal
print(f'El valor óptimo de la mezcla publicitaria que maximiza el presupuesto es
#Valores de las variables
text_x1 = 'comerciales de televisión'
text_x2 = 'anuncios de revistas'
text_x3 = 'anuncios en los suplementos dominicales'
print(f'El número esperado de exposiciones por medio de comunicación que maximiza

print('*****')
print('Segunda forma de presentar los datos')
print('Función objetiv: ', str(round(model.ObjVal, 2)))
for v in model.getVars():
    print(str(v.VarName)+"="+str(round(v.x, 2)))
print('*****')
```

```
*****
Primera forma de presentar los datos
El valor óptimo de la mezcla publicitaria que maximiza el presupuesto es 17.0 m
illones de dólares
El número esperado de exposiciones por medio de comunicación que maximiza el ob
jetivo es 0.0 comerciales de televisión, 20.0 anuncios de revistas y 10.0 anun
cios en los suplementos dominicales
*****
Segunda forma de presentar los datos
Función objetiv: 17000000.0
x1=0.0
x2=20.0
x3=10.0
*****
```

Pregunta 2: Problema de presupuesto de capital de la empresa Think-Big Development CO

Bibliografía: Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed., pp. 65). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

a) Declaración de la variable

Sea x_i : porcentaje de inversión en los proyectos comerciales de desarrollo de bienes raíces i (1. Edificio, 2. Hotel, 3. Centro Comercial)

b) Declaración de la función objetivo

$$Max. 45x_1 + 70x_2 + 50x_3$$

c) Sujeto a las restricciones

$$40x_1 + 80x_2 + 90x_3 \leq 25$$

$$100x_1 + 160x_2 + 140x_3 \leq 45$$

$$190x_1 + 240x_2 + 160x_3 \leq 65$$

$$200x_1 + 310x_2 + 220x_3 \leq 80$$

```
In [9]: model = Model('Modelo 2')
x1 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x1')
x2 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x2')
x3 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x3')
model.setObjective(45*x1 + 70*x2 + 50*x3, GRB.MAXIMIZE)
model.addConstr(40*x1+80*x2+90*x3<=25)
model.addConstr(100*x1+160*x2+140*x3<=45)
model.addConstr(190*x1+240*x2+160*x3<=65)
model.addConstr(200*x1+310*x2+220*x3<=80)
model.optimize()
print('*****')
obj_fun = model.ObjVal
print(f'La rentabilidad maximizada por la inversión en los proyectos de inversión')
print(f'Think-Big Development CO debe invertir {round(x1.x * 100,2)} % como porce')
print(f'Think-Big Development CO debe invertir {round(x2.x * 100,2)} % como porce')
print(f'Think-Big Development CO debe invertir {round(x3.x * 100,2)} % como porce')
print('*****')
```

Gurobi Optimizer version 9.5.1 build v9.5.1rc2 (win64)
 Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
 Optimize a model with 4 rows, 3 columns and 12 nonzeros
 Model fingerprint: 0x038af9ad
 Coefficient statistics:
 Matrix range [4e+01, 3e+02]
 Objective range [5e+01, 7e+01]
 Bounds range [0e+00, 0e+00]
 RHS range [3e+01, 8e+01]
 Presolve time: 0.01s
 Presolved: 4 rows, 3 columns, 12 nonzeros

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	8.1250000e+30	6.660156e+30	8.125000e+00	0s
2	1.8106796e+01	0.000000e+00	0.000000e+00	0s

Solved in 2 iterations and 0.02 seconds (0.00 work units)

Optimal objective 1.810679612e+01

La rentabilidad maximizada por la inversión en los proyectos de inversión brind
 a un valor de 18.11 millones de dólares

Think-Big Development CO debe invertir 0.0 % como porcentaje del total en la co
 nstrucción de edificios

Think-Big Development CO debe invertir 16.5 % como porcentaje del total en la c
 onstrucción de hotel

Think-Big Development CO debe invertir 13.11 % como porcentaje del total en la
 construcción del centro comercial

Problemas de canje costo-beneficio

Pregunta 3: Problema de mezcla publicitaria de Profit & Gambit CO Bibliografía: Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed., pp. 72). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

a) Declaración de la variable

Sea x_i : costo unitario de los medios publicitarios en cada medio de comunicación i (1. Televisión, 2. Medio Impreso)

b) Declaración de la función objetivo

$$\text{Min. } x_1 + x_2$$

c) Sujeto a las restricciones

$$x_1 + x_2 \geq 3\%$$

$$x_1 + x_2 \geq 18\%$$

$$x_1 + x_2 \geq 4\%$$

```
In [34]: model = Model('Modelo 3')
x1 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x1')
x2 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x2')
model.setObjective(x1 + x2, GRB.MINIMIZE)
model.addConstr(x1 + x2 >= 0.03)
model.addConstr(x1 + x2 >= 0.18)
model.addConstr(x1 + x2 >= 0.04)
model.optimize()
print('*****')
print(f'El costo mínimo de anunciar en los medios publicitarios es de {model.ObjV}')
print(f'Se debe incrementar el anuncio en {x1.x*100}% en los medios televisivos p')
print('*****')
```

Gurobi Optimizer version 9.5.1 build v9.5.1rc2 (win64)
 Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
 Optimize a model with 3 rows, 2 columns and 6 nonzeros
 Model fingerprint: 0xfad40ec5

Coefficient statistics:

Matrix range	[1e+00, 1e+00]
Objective range	[1e+00, 1e+00]
Bounds range	[0e+00, 0e+00]
RHS range	[3e-02, 2e-01]

Presolve removed 3 rows and 2 columns

Presolve time: 0.02s

Presolve: All rows and columns removed

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	1.8000000e-01	0.000000e+00	0.000000e+00	0s

Solved in 0 iterations and 0.02 seconds (0.00 work units)

Optimal objective 1.800000000e-01

El costo mínimo de anunciar en los medios publicitarios es de 0.18

Se debe incrementar el anuncio en 18.0% en los medios televisivos para minimizar los costos de anuncio

Problemas de asignación personal

Pregunta 4: Empresa Union Airways Bibliografía: Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed., pp. 72). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

a) Declaración de la variable

Sea x_i : Turnos de trabajo i (1. Turno 1, 2. Turno 2, 3. Turno 3, 4. Turno 4, 5. Turno 5)

b) Declaración de la función objetivo

$Min. 170x_1 + 160x_2 + 175x_3 + 180x_4 + 195x_5$

c) Sujeto a las restricciones

$x_1 \geq 48$

$x_1 + x_2 \geq 79$

$$x_1 + x_2 \geq 65$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 87$$

$$x_2 + x_3 \geq 64$$

$$x_3 + x_4 \geq 73$$

$$x_3 + x_4 \geq 82$$

$$x_4 \geq 43$$

$$x_4 + x_5 \geq 52$$

$$x_5 \geq 15$$

```
In [35]: model = Model('Modelo 4')
x1 = model.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS, name='x1')
x2 = model.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS, name='x2')
x3 = model.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS, name='x3')
x4 = model.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS, name='x4')
x5 = model.addVar(vtype=GRB.CONTINUOUS, name='x5')
model.setObjective(170*x1 + 160*x2 + 175*x3 + 180*x4 + 195*x5, GRB.MINIMIZE)
model.addConstr(x1 >= 48)
model.addConstr(x1 + x2 >= 79)
model.addConstr(x1 + x2 >= 65)
model.addConstr(x1 + x2 + x3 >= 87)
model.addConstr(x2 + x3 >= 64)
model.addConstr(x3 + x4 >= 73)
model.addConstr(x3 + x4 >= 82)
model.addConstr(x4 >= 43)
model.addConstr(x4 + x5 >= 52)
model.addConstr(x5 >= 15)
model.optimize()
print('*****')
print(f'El costo diario total mínimo según los horarios de trabajo de todo el per')
print(f'La empresa Union Airways requiere {x1.x} trabajadores en el turno 1')
print(f'La empresa Union Airways requiere {x2.x} trabajadores en el turno 2')
print(f'La empresa Union Airways requiere {x3.x} trabajadores en el turno 3')
print(f'La empresa Union Airways requiere {x4.x} trabajadores en el turno 4')
print(f'La empresa Union Airways requiere {x5.x} trabajadores en el turno 5')
print('*****')
```

Gurobi Optimizer version 9.5.1 build v9.5.1rc2 (win64)
 Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
 Optimize a model with 10 rows, 5 columns and 18 nonzeros
 Model fingerprint: 0xa493129d

Coefficient statistics:

Matrix range	[1e+00, 1e+00]
Objective range	[2e+02, 2e+02]
Bounds range	[0e+00, 0e+00]
RHS range	[2e+01, 9e+01]

Presolve removed 10 rows and 5 columns

Presolve time: 0.00s

Presolve: All rows and columns removed

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	3.0610000e+04	0.000000e+00	0.000000e+00	0s

Solved in 0 iterations and 0.00 seconds (0.00 work units)

Optimal objective 3.061000000e+04

El costo diario total mínimo según los horarios de trabajo de todo el personal es 30610.0

La empresa Union Airways requiere 48.0 trabajadores en el turno 1

La empresa Union Airways requiere 31.0 trabajadores en el turno 2

La empresa Union Airways requiere 39.0 trabajadores en el turno 3

La empresa Union Airways requiere 43.0 trabajadores en el turno 4

La empresa Union Airways requiere 15.0 trabajadores en el turno 5

Requerimiento fijo

Pregunta 5: Incorporación de la consideración administrativa de Grain Corp Bibliografía:

Hillier, F., Hillier, M., Schmedders, K., Stephens, M. (2008). Quantitative Methods for Administration. (3° Ed., pp. 79). Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

a) Declaración de la variable

Sea x_i : número de exposiciones en los medios de publicidad i más efectivos (1. Comerciales de televisión, 2. Anuncios de revistas, 3. Anuncios en los suplementos dominicales)

b) Declaración de la función objetivo

$$Max. 1'300,000x_1 + 600,000x_2 + 500,000x_3$$

c) Sujeto a las restricciones

$$300,000x_1 + 150,000x_2 + 100,000x_3 \leq 4'000,000$$

$$90,000x_1 + 30,000x_2 + 40,000x_3 \leq 1'000,000$$

$$x_1 \leq 5$$

$$1'200,000x_1 + 100,000x_2 \geq 5'000,000$$

$$500,000x_1 + 200,000x_2 + 200,000x_3 \geq 5'000,000$$

$$40,000x_2 + 120,000x_3 \geq 1'490,000$$

```
In [8]: model = Model('Modelo 5')
x1 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x1')
x2 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x2')
x3 = model.addVar(vtype = GRB.CONTINUOUS, name = 'x3')
model.setObjective(1300000*x1 + 600000*x2 + 500000*x3, GRB.MAXIMIZE)
model.addConstr(300000*x1+150000*x2+100000*x3<=4000000)
model.addConstr(90000*x1+30000*x2+40000*x3<= 1000000)
model.addConstr(x1<=5)
model.addConstr(1200000*x1 + 100000*x2 >= 5000000)
model.addConstr(500000*x1 + 200000*x2 + 200000*x3 >= 5000000)
model.addConstr(40000*x2 + 120000*x3 >= 1490000)
model.optimize()
print(f'El número de exposiciones optimizado en los medios de publicidad para cap
print(f'El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los comerciales de
print(f'El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los anuncios de rev
print(f'El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los suplementos don
```

Gurobi Optimizer version 9.5.1 build v9.5.1rc2 (win64)
Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
Optimize a model with 6 rows, 3 columns and 14 nonzeros
Model fingerprint: 0xe2e17079
Coefficient statistics:
Matrix range [1e+00, 1e+06]
Objective range [5e+05, 1e+06]
Bounds range [0e+00, 0e+00]
RHS range [5e+00, 5e+06]
Presolve removed 1 rows and 0 columns
Presolve time: 0.02s
Presolved: 5 rows, 3 columns, 13 nonzeros

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	1.9166667e+07	3.122157e+03	0.000000e+00	0s
2	1.6175000e+07	0.000000e+00	0.000000e+00	0s

Solved in 2 iterations and 0.02 seconds (0.00 work units)
Optimal objective 1.617500000e+07
El número de exposiciones optimizado en los medios de publicidad para captar la atención de niños pequeños y padres de niños pequeños es 16175000.0
El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los comerciales de televisión para optimizar el proceso es de 3.0
El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los anuncios de revistas para optimizar el proceso es de 14.0
El número de exposiciones que tendrá la publicidad en los suplementos dominicales para optimizar el proceso es de 7.75

In []: