

Rzeszów 15.06.2022r.

Szeregi czasowe Projekt

Złotek Sebastian Inżynieria i analiza danych





Spis treści

| 1. Wprowadzenie i omówienie danych | 2 |
|---------------------------------------------------------------|----|
| 2. Główne cechy analizowanych szeregów | 5 |
| 3. Dekompozycja na podstawie modelu regresji | 11 |
| 4. Eliminacja trendu i sezonowości | 16 |
| 5. Uczynienie szeregów stacjonarnymi | 17 |
| 6. Wyznaczenie współczynników modelu AR | 23 |
| 7. Wyznaczenie współczynników dla modelu MA(q) | 30 |
| 8. Wyznaczenie optymalnych modeli z wykorzystaniem auto.arima | 31 |
| 9. Porównanie analizowanych modeli, wybór najlepszego | 32 |
| 10. Prognozowanie | 34 |
| 11. Źródła | 38 |





1. Wprowadzenie i omówienie danych

Dane, które zostały użyte w projekcie pochodzą ze strony internetowej fred.stlouisfed.org, jest to strona zajmująca się przechowywaniem i udostępnianiem darmowych danych w postaci szeregów czasowych, dzięki którym użytkownicy mogą pobrać i analizować publiczne szeregi do własnych projektów.

Szeregi, które wykorzystane zostały w projekcie to:

- Labor Force Participation Rate (Współczynnik aktywności zawodowej) jest to współczynnik określający stosunek osób aktywnych zawodowo do ludności w wieku produkcyjnym. Im wyższa wartość tego wskaźnika, tym większa część ludzi w wieku produkcyjnym pracuje zawodowo. Szereg w tym wypadku jest szeregiem typu sezonowego, obejmującym okres czasu od 1 stycznia 1948 do 1 maja 2022. W tym szeregu nowa wartość występuje w systemie comiesięcznym (tak zwany monthly ts)
- Monetary Base; Total (Suma gotówki w obiegu i rezerw banków komercyjnych na rachunkach w banku centralnym) czyli łączna ilość pieniądza bezpośrednio wyemitowanego przez bank centralny. Baza monetarna jest czasami określana mianem zasobu pieniądza wielkiej mocy i oznaczana symbolami Bm, M0 bądź H. Ten szereg ma znacząco widoczny trend, obejmuje on dane od 1959-01-01 do 2022-04-01, które również dodawane są w jego przypadku co miesiąc.

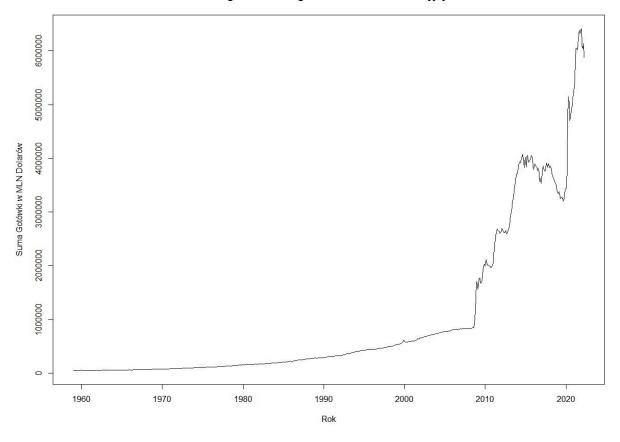
Oba szeregi czy też dane są istotne z tego względu, iż powinniśmy się interesować co nastąpi z pieniądzem w przyszłości, co za tym idzie w jakim stopniu ludzie będą aktywni zawodowo, aby na ten pieniądz zarabiać. Ważne są również trafne prognozy dzięki którym będziemy mogli przewidzieć jaki wpływ dane te będą miały na przyszłość całej globalnej ekonomii.





Oba szeregi prezentują się następująco:

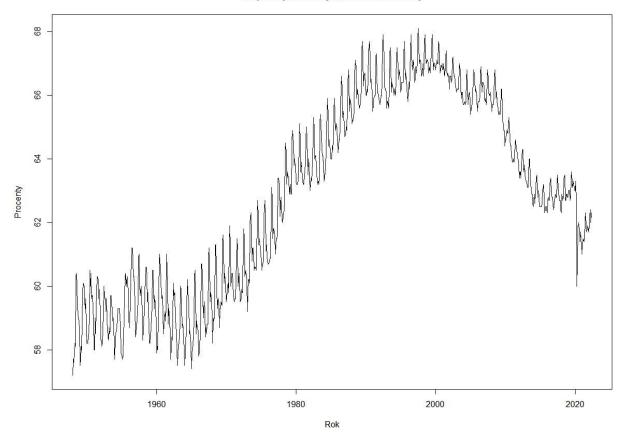
Suma gotówki w obiegu i rezerw banków komercyjnych







Współczynnik aktywności zawodowej



Są wygenerowane za pomocą funkcji plot, oraz reprezentują wykresy liniowe. Dzięki temu typowi wykresów możemy odczytać dokładnie procenty ludności aktywnie pracującej oraz lata (szereg współczynnika aktywności zawodowej), w pierwszym szeregu jest to natomiast ilość gotówki w milionach dolarów, oraz lata, w których zmieniał się ww. trend, widać gołym okiem, że w okolicy roku 2010 i wyżej ilość banknotów znacząco poszła do góry, co może mieć związek m.in. z rosnącą inflacją.

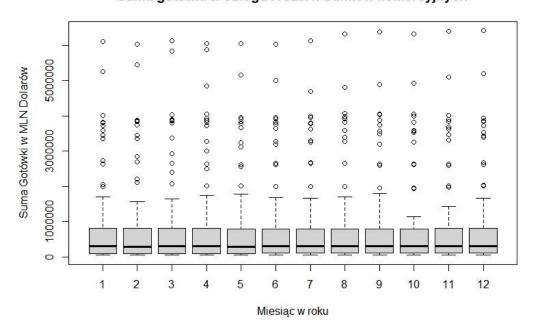
Drugi wykres łatwo pokazuje nam, że od początku lat 80 do ok. roku 2000 procent ludzi będących aktywnie zawodowo rósł, a także co chwile występowała sezonowość w tych procentach.



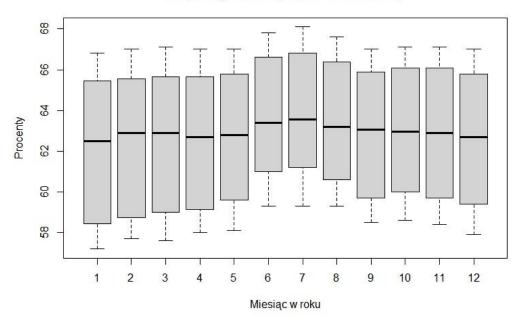


2. Główne cechy analizowanych szeregów

Suma gotówki w obiegu i rezerw banków komercyjnych



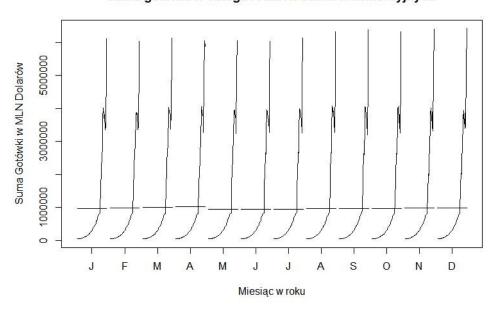
Współczynnik aktywności zawodowej



Na pierwszym wykresie można zobaczyć duże odchylenia w każdym miesiącu, na obu widać także medianę, minimum, maksimum i kwartyle, jest to wykres typu boxplot.

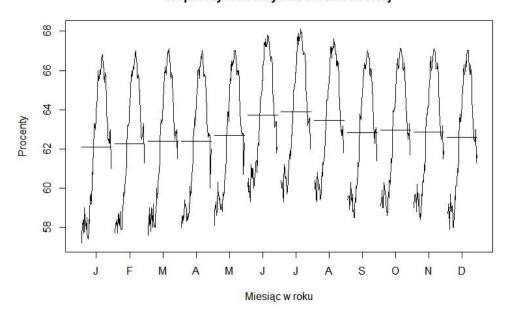






Widać trend, gdyż średnie są na tej samej wysokości

Współczynnik aktywności zawodowej



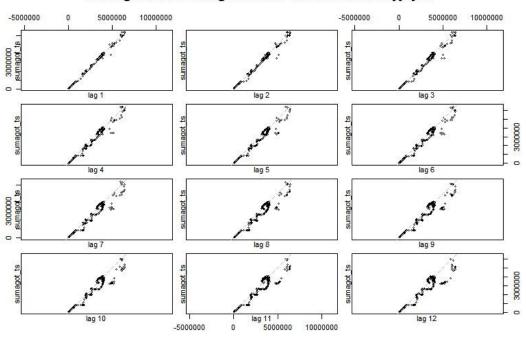
Wykresy monthplot pokazują wyraźniej miesiąc po miesiącu trend lub sezonowość (widoczną poprzez największą wartość procentową w Lipcu i Sierpniu).



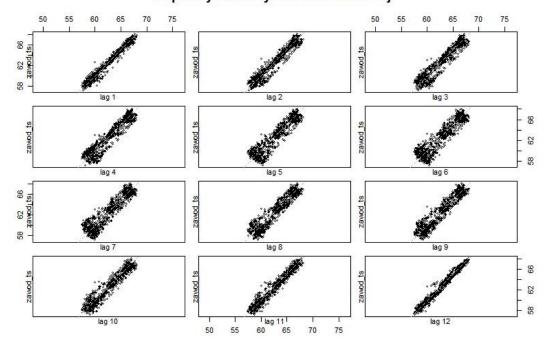


Wykresu typu seasonplot nie zostały użyte, z powodu zbyt dużej ilości lat w szeregach czasowych.

Suma gotówki w obiegu i rezerw banków komercyjnych



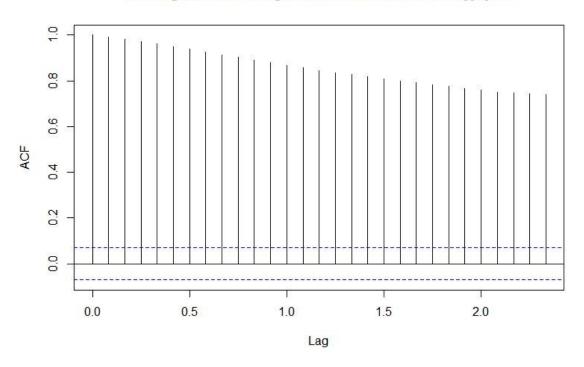
Współczynnik aktywności zawodowej



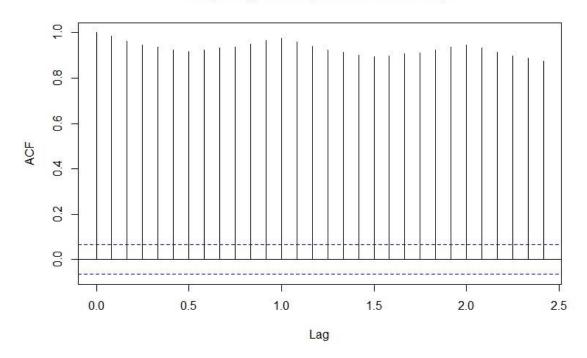
Duża korelacja w pierwszym wykresie lagplot oznacza trend (rozproszone punkty), na drugim wykresie lag12 przedstawia nam najbardziej zwarte punkty (duża korelacja).







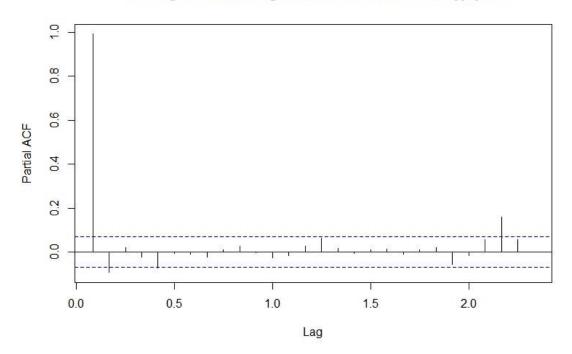
Współczynnik aktywności zawodowej



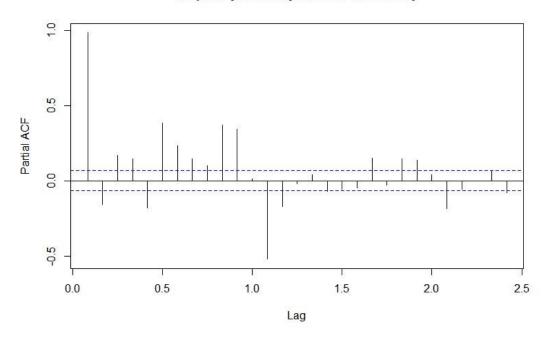
Acf maleje i wzrasta cyklicznie oznaczając sezonowość w drugim wykresie, oraz równomiernie spada co oznacza trend.







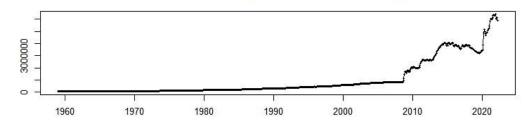
Współczynnik aktywności zawodowej

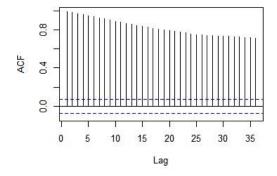


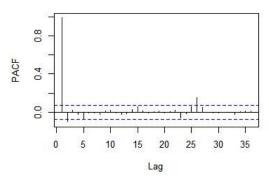
W zależności od tego czy PACF mieści się w przedziale ufności występuje trend.



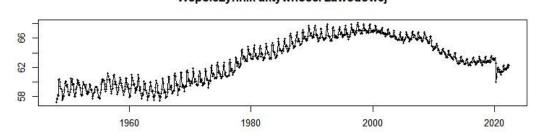


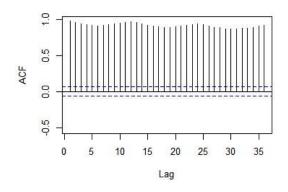


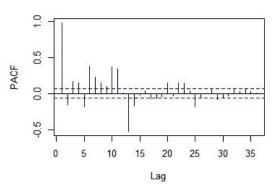




Współczynnik aktywności zawodowej







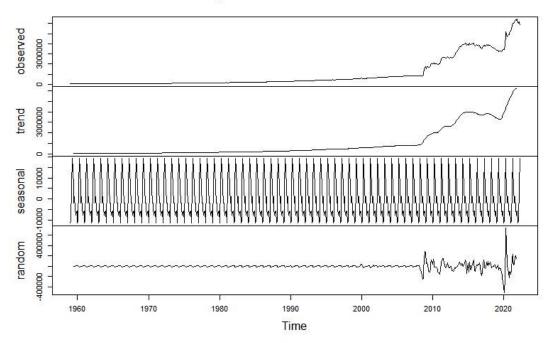
Wykresy tsdisplay dla porównania wartości.



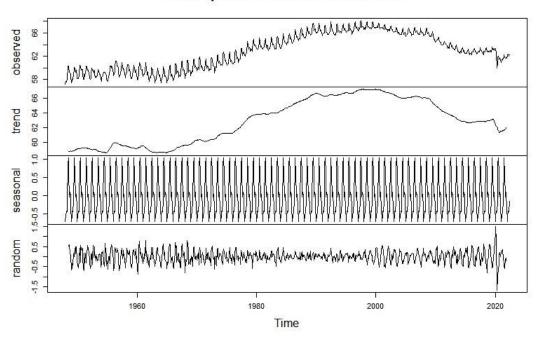


3. Dekompozycja na podstawie modelu regresji

Decomposition of additive time series



Decomposition of additive time series

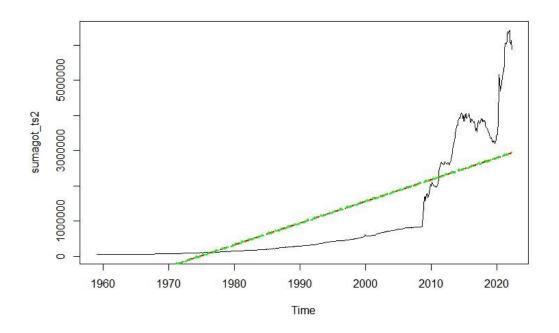


Wykres pierwszy przedstawia dekompozycje sumy gotówki, drugi aktywnych pracujących, jest to dekompozycja addytywna.

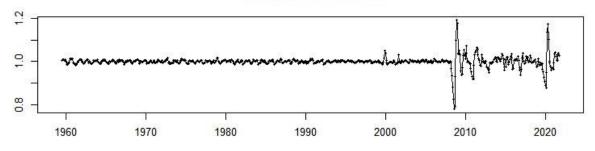


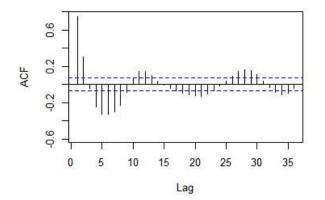


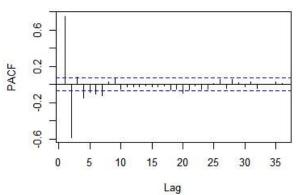
Dekompozycja trend liniowy i sezonowość:



sumagot_ts5\$random



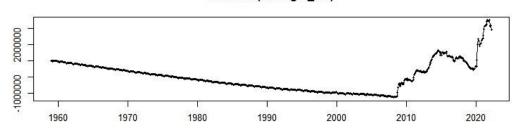


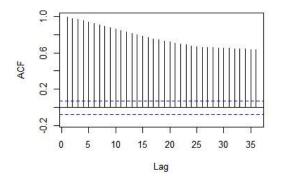


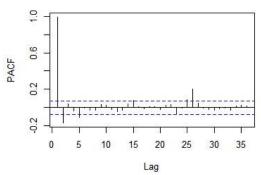


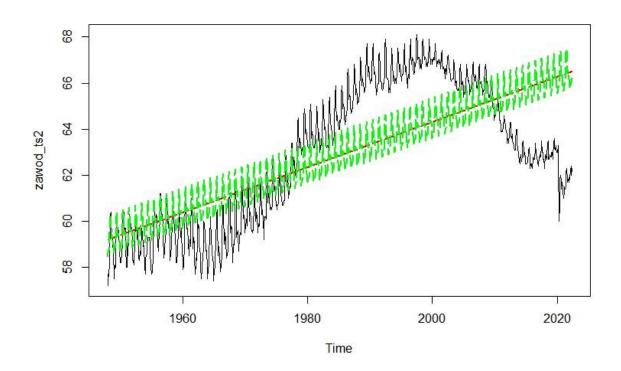


residuals(sumagot_ts4)





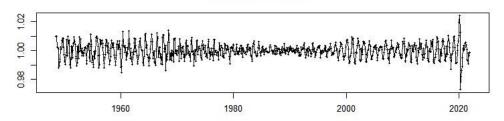


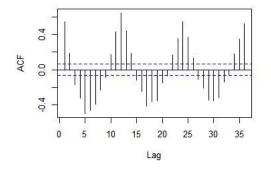


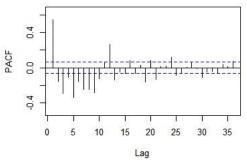




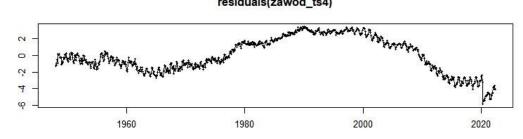
zawod_ts5\$random

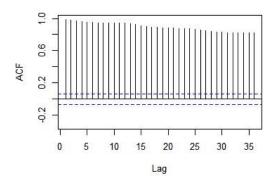


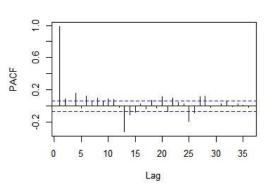




residuals(zawod_ts4)



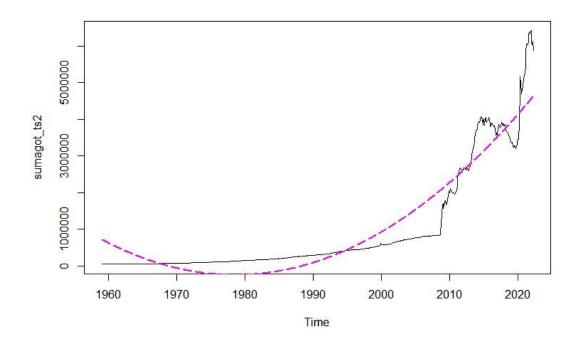


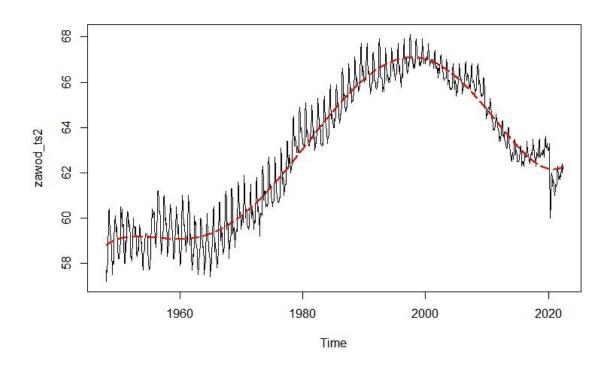


Dekompozycja na podstawie modelu regresji w trendzie wielomianowym





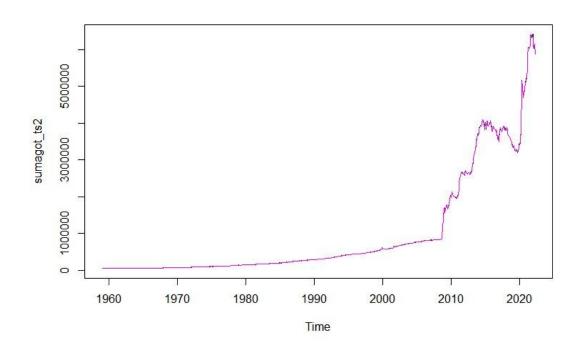


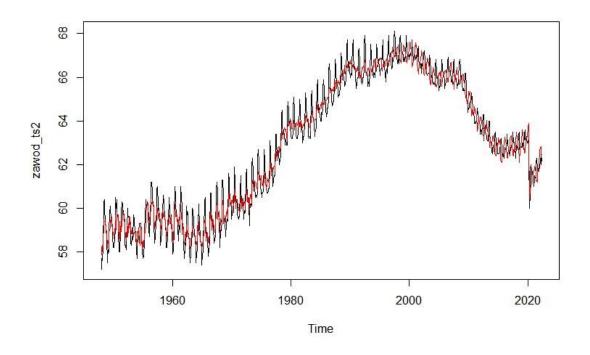






4. Eliminacja trendu i sezonowości



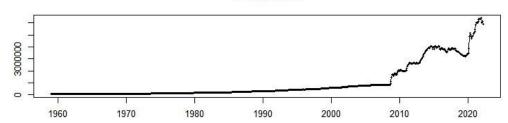


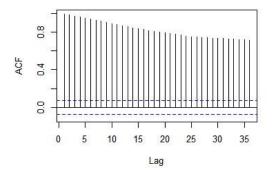


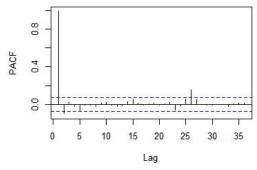


5. Uczynienie szeregów stacjonarnymi

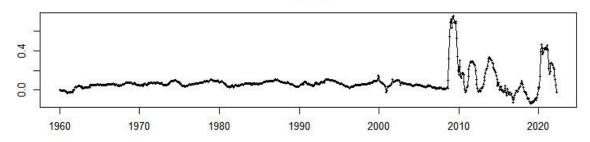
sumagot_ts2

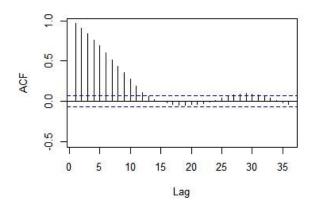


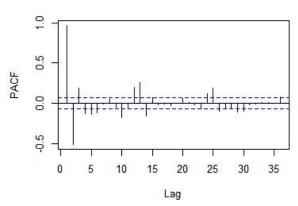




sumadiff



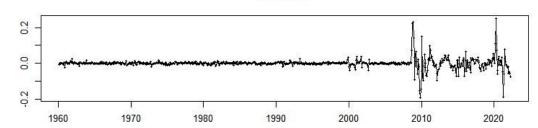


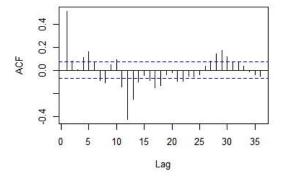


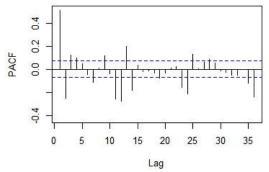




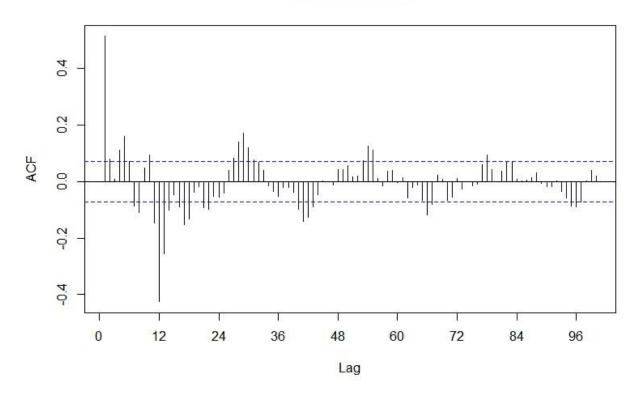
sumadiff2







Series sumadiff2

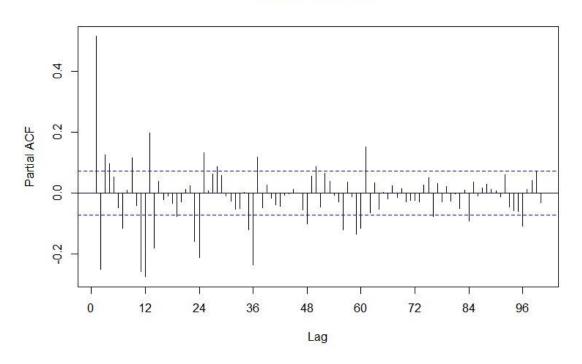


Szereg nie jest realizacją szumu białego





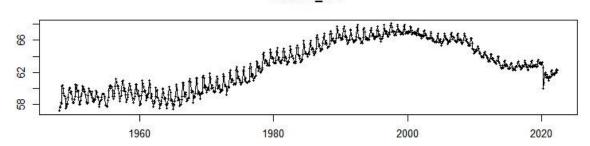
Series sumadiff2

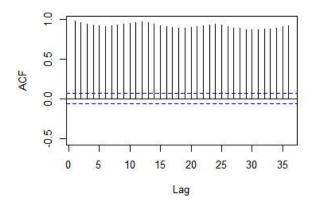


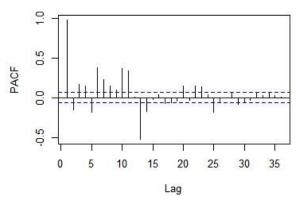




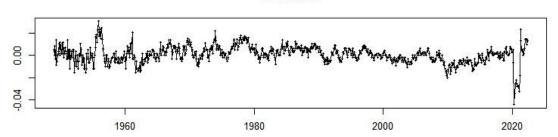
zawod_ts2

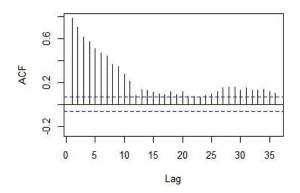


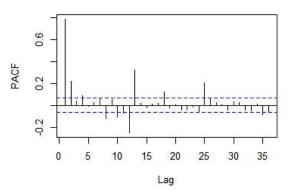




zawoddiff



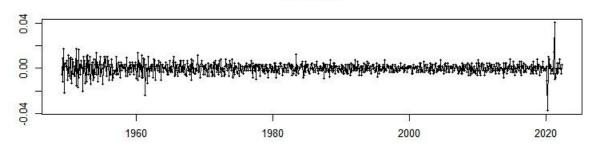


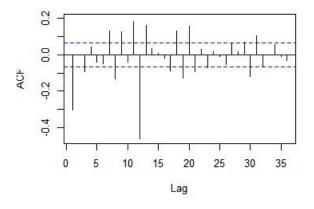


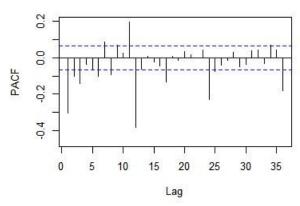




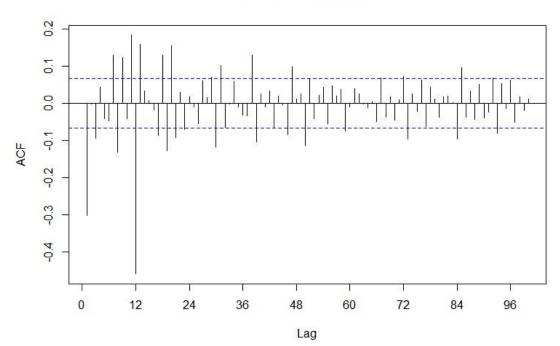
zawoddiff2







Series zawoddiff2

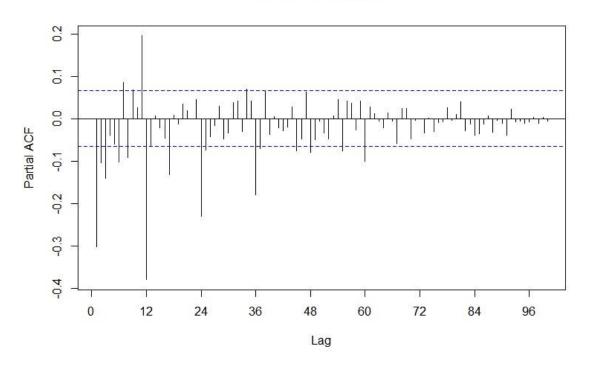


Szereg nie jest realizacją szumu białego





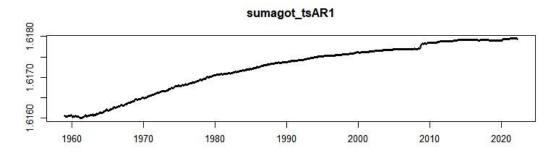
Series zawoddiff2

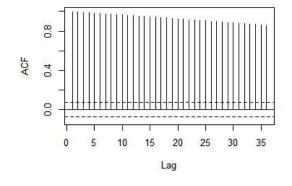


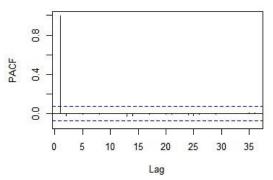




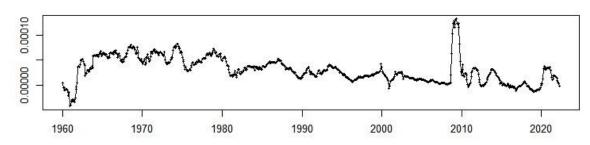
6. Wyznaczenie współczynników modelu AR

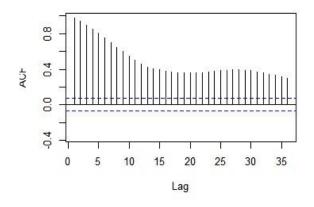


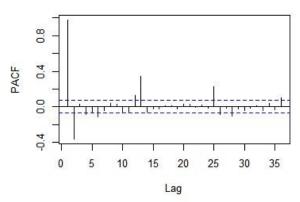




sumagot_tsARdiff

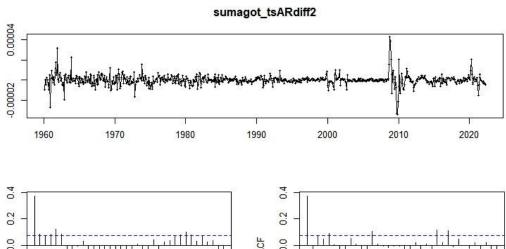


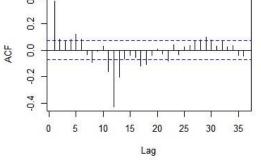


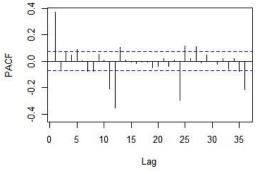




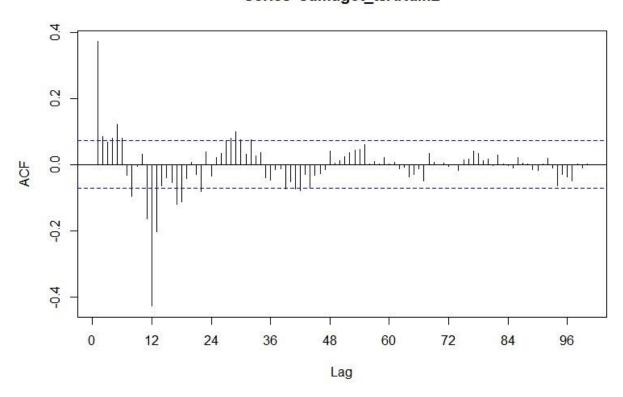








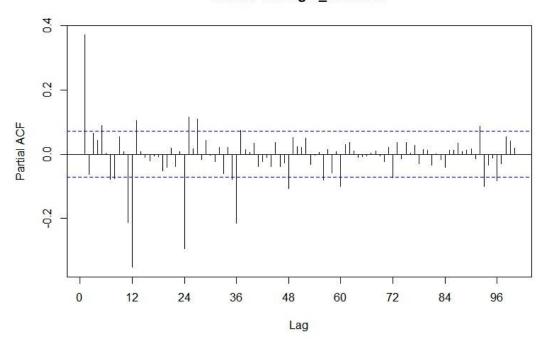
Series sumagot_tsARdiff2







Series sumagot_tsARdiff2

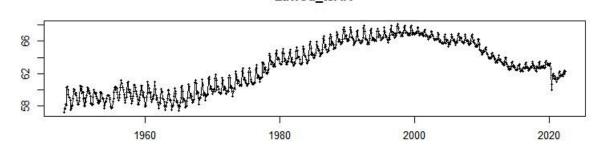


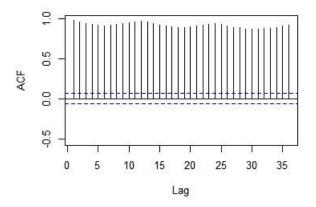
Do wyznaczania współczynnika użyłem metod yule-walker oraz mle, najpierw z określonym p, później z automatycznym.

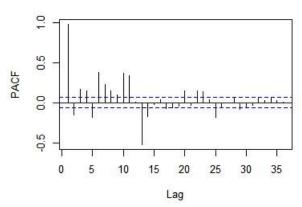




zawod_tsAR



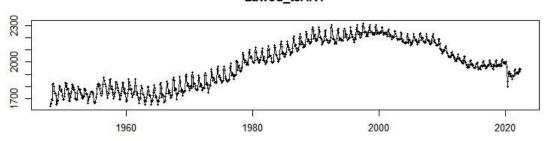


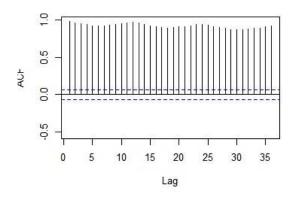


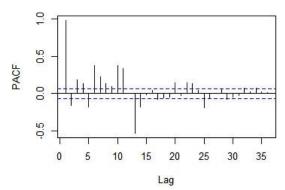




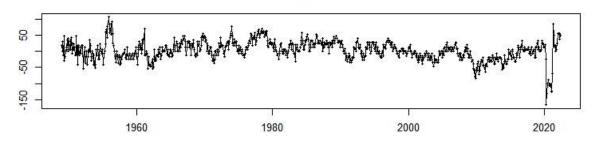
zawod_tsAR1

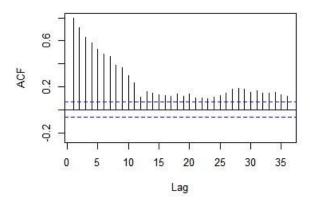


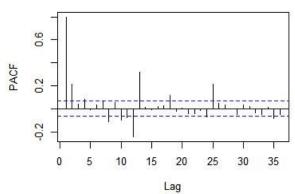




zawod_tsARdiff



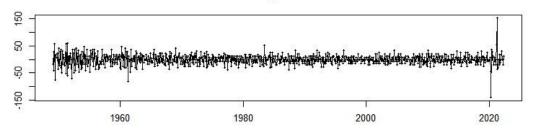


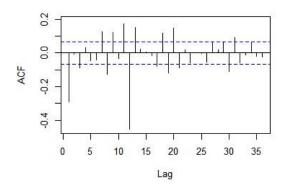


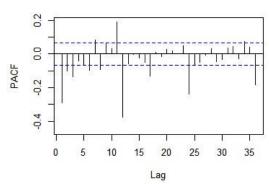




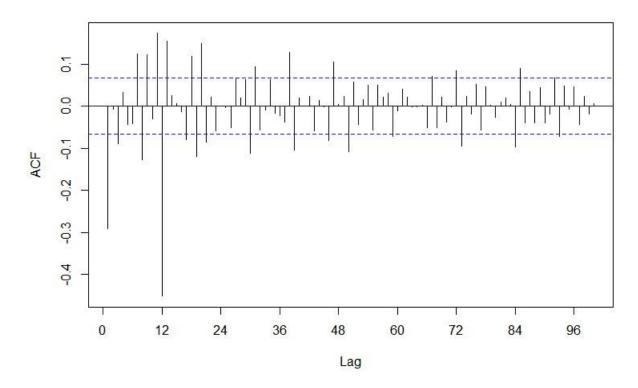
zawod_tsARdiff2







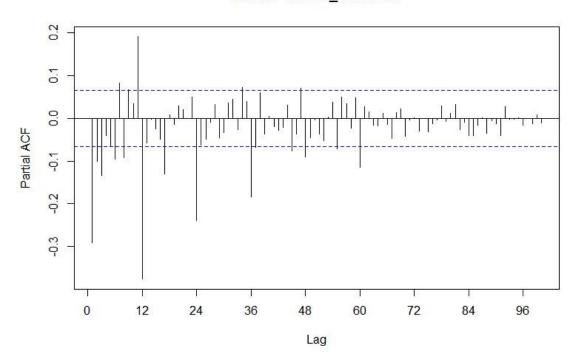
Series zawod_tsARdiff2







Series zawod_tsARdiff2



| | > #wyznaczanie wspolczynnika modelu autoregresji, p wybrane wczesniej | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--|--|
| > ywcheck3 <- ar(zawod_tsARdiff2, aic = FALSE,order.max = 56, method = "yule-walker") | | | | | | | | | | |
| <pre>> print(zawod_tsARdiff2)</pre> | | | | | | | | | | |
| | Jan | Feb | Mar | Apr | May | Jun | Jul | Aug | | |
| 1949 | | -17.199723479 | 28.916110108 | -40.532534992 | 58.402001623 | -76.801263905 | 11.946298025 | 18.069389141 | | |
| 1950 | 40.482554142 | -11.516463191 | -23.152880426 | 29.156018093 | -29.076048811 | 36.198755200 | -48.095072441 | 30.075664010 | | |
| 1951 | -23.372796028 | 0.000000000 | 58.481970904 | -52.718741196 | 23.592711516 | -59.831451347 | 60.131335729 | -30.095656289 | | |
| 1952 | -0.269896308 | 0.000000000 | -70.118388119 | 35.179147987 | 5.663268178 | 23.812626822 | -47.965122614 | 0.059976854 | | |
| 1953 | 23.542730734 | -5.833202853 | 35.029205594 | -17.529597036 | -46.915526805 | 11.466482799 | 17.949435448 | -5.953156714 | | |
| 1954 | 11.966290604 | 46.455703347 | -17.549589365 | 17.569581688 | 11.766367304 | -41.412197036 | 0.000000000 | 11.916309574 | | |
| 1955 | 11.566444045 | -46.395726347 | -0.069973162 | 34.839278480 | 5.853195176 | 23.792634556 | 35.988836172 | 6.033125852 | | |
| 1956 | -35.748928873 | -11.876325098 | 11.876325098 | -17.019792900 | 30.375548655 | 7.232662778 | -35.988836172 | -30.425528719 | | |
| 1957 | -17.349666338 | 35.209136478 | 0.000000000 | -17.769504796 | -18.219331376 | 17.679539827 | 6.093102653 | -30.085660210 | | |
| 1958 | 6.023129829 | -0.029988482 | -0.029988471 | 11.806351920 | 0.059976892 | -24.192480177 | -6.093102653 | 36.348697113 | | |
| 1959 | 17.769504842 | -17.529597044 | 11.596432589 | -0.059976930 | -12.016271070 | 17.779501021 | 0.000000000 | -17.979423892 | | |
| 1960 | -29.186006532 | 11.596432550 | -35.019209428 | 46.735595914 | 5.993141318 | 18.469234669 | -24.312433824 | 11.956294178 | | |
| 1961 | 29.006075672 | 5.993141455 | 29.395925891 | -82.094674746 | -0.099961512 | 11.896317279 | -6.053118124 | 0.039984549 | | |
| 1962 | -5.353387071 | 5.563306421 | -6.123091464 | 11.876325028 | 11.476478768 | -30.805382321 | 6.412979065 | 30.085660135 | | |
| 1963 | 11.756371236 | -0.079969360 | -5.873187517 | 23.302822921 | -11.726382659 | -0.109957628 | 17.959431590 | -35.788913300 | | |
| 1964 | 0.000000000 | 0.000000000 | 0.000000000 | 17.559585527 | 0.149942354 | -5.693256872 | -17.999416159 | 11.926305715 | | |
| 1965 | -11.546451694 | 5.743237335 | -5.803214359 | -11.756371168 | 5.743237452 | 17.839477789 | 36.068805292 | -24.202476427 | | |
| 1966 | -6.133087880 | -23.032926379 | 0.000000000 | 11.696394191 | -11.696394191 | 24.192480222 | -12.076247840 | 23.932580636 | | |
| 1967 | -0.479815720 | 11.776363504 | -17.509604703 | -17.379654612 | -23.512742286 | 23.932580370 | 18.309296345 | -6.233048497 | | |
| 1968 | -35.409059504 | 29.305960494 | 5.823206705 | -11.696394199 | 23.672680757 | -11.016656832 | -18.309296345 | -18.259315685 | | |
| 1969 | 41.112312348 | -11.476478729 | 5.893179806 | 5.983145175 | -29.615841322 | 6.133087162 | 12.296162695 | 24.222468695 | | |
| 1970 | 5.453349251 | -17.499608712 | 11.976286443 | -5.873187547 | -12.036263312 | -23.832619145 | 18.519214953 | -24.642305989 | | |
| 1971 | 11.916309574 | -23.852611440 | -17.929443156 | -0.049980721 | 17.979423877 | -24.712279200 | 11.976286704 | 24.672294362 | | |
| 1972 | -17.929443149 | 11.916309574 | 23.872603729 | -11.936301863 | 0.000000000 | 30.855362486 | -24.302437761 | -0.089965107 | | |
| 1973 | -17.799493247 | 29.735795113 | 6.073110436 | 5.983145150 | -6.013133575 | 12.885934374 | 0.149941771 | -24.862220612 | | |
| 1974 | 29.315957331 | -29.635833703 | -23.992557452 | -6.053118124 | 18.129365957 | -17.589575149 | 6.353001699 | 5.923168785 | | |





7. Wyznaczenie współczynników dla modelu MA(q)





8. Wyznaczenie optymalnych modeli z wykorzystaniem auto.arima

```
auto.arima(sumagot_ts2, ic = c("aicc")))
Series: sumagot_ts2
 ARIMA(0,2,1)(0,0,2)[12]
Coefficients:
ma1 sma1 sma2
-0.8451 0.0789 -0.1033
s.e. 0.0389 0.0386 0.0417
sigma^2 = 3376310048: log likelihood = -9390.12
AIC=18788.25    AICc=18788.3    BIC=18806.77
> (sumagot_aic <- auto.arima(sumagot_ts2, ic = c("aic")))</pre>
Series: sumagot_ts2
ARIMA(0,2,1)(0,0,2)[12]
Coefficients:
mal smal sma2
-0.8451 0.0789 -0.1033
s.e. 0.0389 0.0386 0.0417
sigma^2 = 3376310048: log likelihood = -9390.12
AIC=18788.25    AICc=18788.3    BIC=18806.77
> (sumagot_bic <- auto.arima(sumagot_ts2, ic = c("bic")))</pre>
 Series: sumagot_ts2
ARIMA(0,2,1)
Coefficients:
    -0.8237
 s.e. 0.0356
```





9. Porównanie analizowanych modeli, wybór najlepszego

```
Series: sumagot_ts2
ARIMA(0,2,1)(0,0,2)[12]
Coefficients:
                sma1
                        sma2
         ma1
      -0.8451 0.0789 -0.1033 0.0389 0.0386 0.0417
sigma^2 = 3376310048: log likelihood = -9390.12
AIC=18788.25 AICC=18788.3 BIC=18806.77
Training set error measures:
                                    MAE
                   ME
                         RMSE
                                               MPE
                                                       MAPE
                                                                  MASE
                                                                            ACF1
Training set -110.3994 57914.57 17914.81 0.04804531 1.090715 0.1424069 0.3325359
> summary(sumagot_aic)
Series: sumagot_ts2
ARIMA(0,2,1)(0,0,2)[12]
Coefficients:
         ma1
                sma1
                         sma2
      -0.8451 0.0789 -0.1033
     0.0389 0.0386 0.0417
s.e.
sigma^2 = 3376310048: log likelihood = -9390.12
AIC=18788.25 AICC=18788.3 BIC=18806.77
Training set error measures:
                   ME RMSE
                                    MAE
                                               MPE
                                                       MAPE
Training set -110.3994 57914.57 17914.81 0.04804531 1.090715 0.1424069 0.3325359
Series: sumagot_ts2
ARIMA(0,2,1)
Coefficients:
         ma1
      -0.8237
s.e. 0.0356
sigma^2 = 3423121542: log likelihood = -9396.12
AIC=18796.24 AICC=18796.26
                             BIC=18805.5
Training set error measures:
                           RMSE
                   ME
                                    MAE
                                               MPF
                                                        MAPE
                                                                  MASE
                                                                            ACF1
Training set -270.0425 58391.86 17735.33 0.04141038 1.080444 0.1409802 0.3206892
```





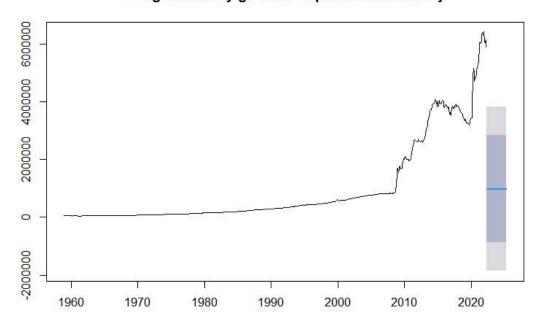
```
Series: zawod_ts2
ARIMA(2,1,2)(1,1,2)[12]
ar1 ar2 ma1 ma2 sar1 sma1 sma2 
-0.0379 0.3364 -0.2643 -0.4068 -0.0889 -0.6185 -0.1026 
s.e. 0.2263 0.1034 0.2269 0.1585 0.5109 0.5082 0.3713
sigma^2 = 0.05588: log likelihood = 19.64
AIC=-23.28 AICC=-23.11 BIC=14.96
Training set error measures:
ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
Training set -0.002851879 0.2337278 0.1649793 -0.004661203 0.2661513 0.4688606 0.003365935
> summary(zawod_aic)
Series: zawod_ts2
ARIMA(2,1,2)(1,1,2)[12]
Coefficients:
       ar1 ar2 ma1 ma2 sar1 sma1 sma2
-0.0379 0.3364 -0.2643 -0.4068 -0.0889 -0.6185 -0.1026
0.2263 0.1034 0.2269 0.1585 0.5109 0.5082 0.3713
sigma^2 = 0.05588: log likelihood = 19.64
AIC=-23.28 AICC=-23.11 BIC=14.96
Training set error measures:
ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
Training set -0.002851879 0.2337278 0.1649793 -0.004661203 0.2661513 0.4688606 0.003365935
> summary(zawod_bic)
Series: zawod_ts2
ARIMA(1,1,1)(1,1,2)[12]
Coefficients:
ar1 ma1 sar1 sma1 sma2
0.4473 -0.7290 -0.1422 -0.570 -0.1338
s.e. 0.0767 0.0595 0.6538 0.649 0.4728
sigma^2 = 0.05608: log likelihood = 17.14
AIC=-22.27 AICC=-22.18 BIC=6.41
Training set error measures:
ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
Training set -0.002689203 0.2344056 0.1654648 -0.004416322 0.2669383 0.4702404 -0.0202978
```



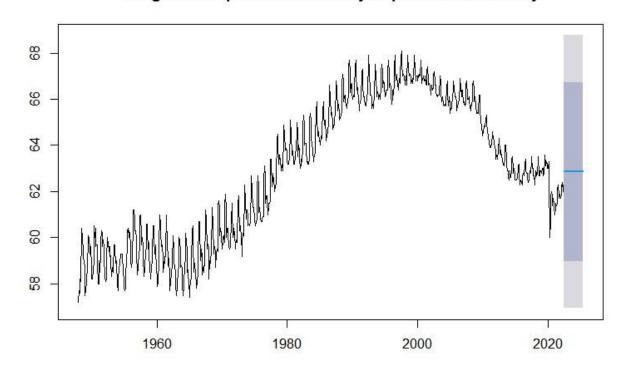


10. Prognozowanie

Prognoza sumy gotówki na podstawie sredniej



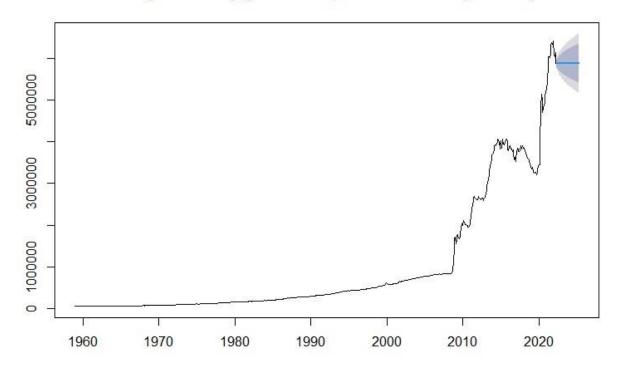
Prognoza Wsp. Akt. Zawodowej na podstawie sredniej



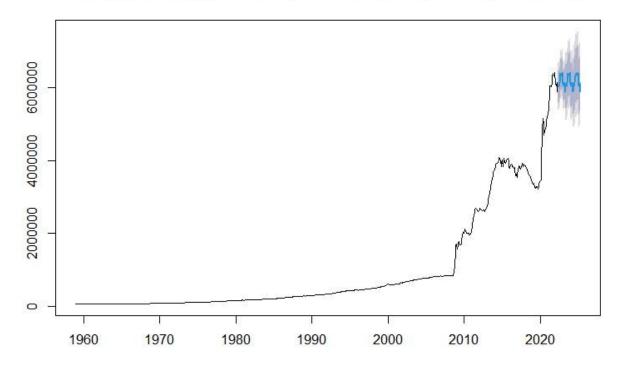




Prognoza sumy gotówki na podstawie metody naiwnej



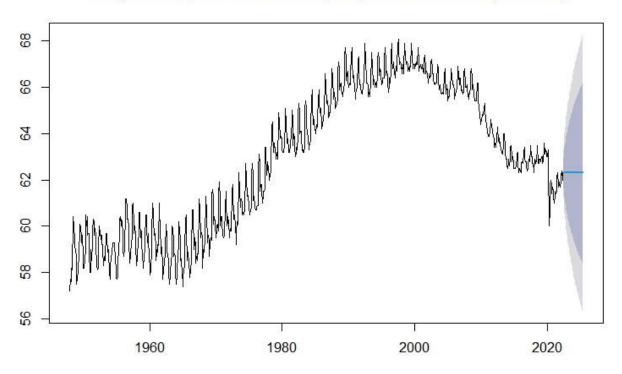
Prognoza sumy gotówki na podstawie metody naiwnej sezonowej



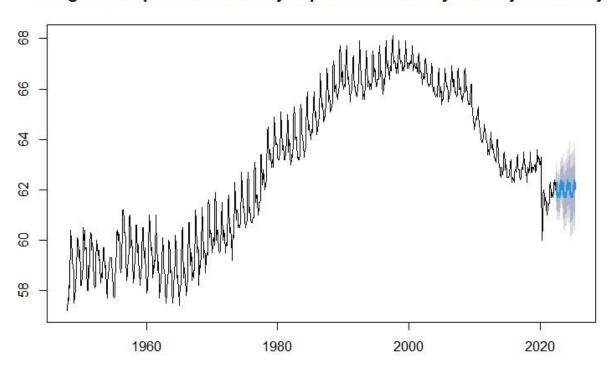




Prognoza Wsp. Akt. Zawodowej na podstawie metody naiwnej



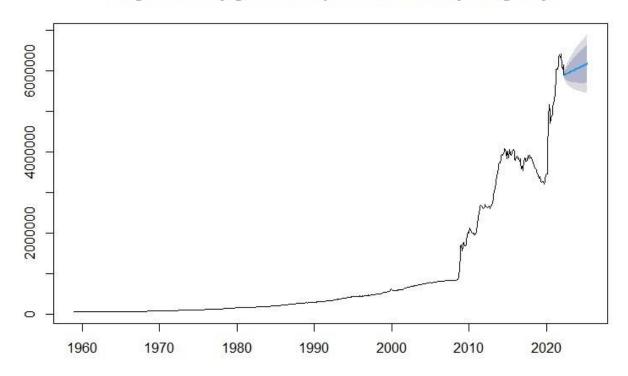
Prognoza Wsp. Akt. Zawodowej na podstawie metody naiwnej sezonowej



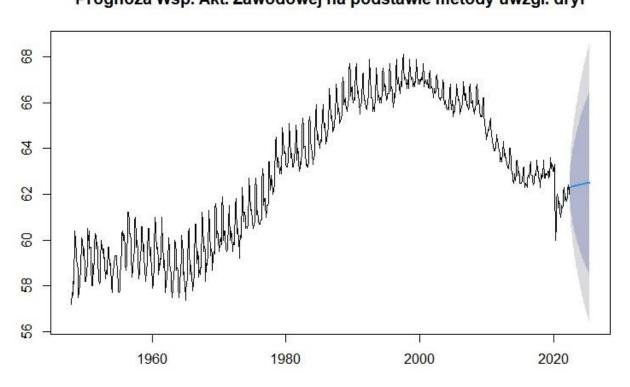




Prognoza sumy gotówki na podstawie metody uwzgl. dryf



Prognoza Wsp. Akt. Zawodowej na podstawie metody uwzgl. dryf







Metoda naiwna - metoda ta stosowana jest przy stałym poziomie zjawiska i niewielkich wahaniach przypadkowych i przy założeniu, że nie wystąpią istotne zmiany najważniejszych czynników.

```
ME
                                    RMSE
                                             MAF
                                                      MPF
                                                                                 ACF1
Training set 0.000000000006218072 1448351 1084445 -489.424 518.7374 8.620378 0.9913201
 (accuracy(sumagot_naive))
ME RMSE
                                   MAE
                                             MPE
                                                     MAPE
                                                               MASE
Training set 7687.352 60177.23 19100.53 0.6031654 1.188467 0.1518323 0.4449784
 (accuracy(sumagot_snaive)
ME R
                                   MAE
                                                   MAPE MASE
                         RMSE
                                            MPE
Training set 98413.24 333802.8 125800.1 6.934254 7.81391
                                                           1 0.9694497
                              ME
                                    RMSE
                                              MAF
                                                        MPF
                                                                MAPE
                                                                          MASE
                                                                                    ACF1
Training set -0.0000000001793078 59684.2 22314.73 -4.008009 4.748646 0.1773824 0.4449784
                                                   MAF
                                  ME
                                         RMSE
                                                             MPF
                                                                      MAPE
Training set -0.000000000000003125661 3.012733 2.644797 -0.2315191 4.229077 7.516342 0.9837407
 (accuracy(zawod_naive))
                                       MAE
                     ME
                            RMSE
                                                  MPE
                                                          MAPE
                                                                    MASE
                                                                              ACF1
Training set 0.005717489 0.509297 0.3651345 0.00617573 0.5861583 1.037689 0.1785045
                                       MAE
                            RMSE
                                                  MPE
                                                          MAPE MASE
                    ME
Training set 0.04358683 0.4769131 0.3518729 0.06940743 0.5638934
                                                                   1 0.7916827
                                          RMSE
                                  ME
                                                     MAF
                                                                                   MASE
                                                                                             ACF1
Training set -0.000000000000002461366 0.5092649 0.3658268 -0.002941622 0.587279 1.039656 0.1785045
```

Jak widzimy z analizy najlepszym prognozowaniem dla szeregu sumy gotówki w obiegu jak i aktywności zawodowej jest metoda średniej.

11. Źródła

- https://fred.stlouisfed.org/series/BOGMBASE
- https://fred.stlouisfed.org/series/LNU01300000
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Baza monetarna
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Wsp%C3%B3%C5%82czynnik_aktywno%C5%9B ci_zawodowej

