

SEL0612 – ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

---

**Projeto 1 – Linhas de Transmissão**

---

Leonardo André Ambrosio

**19 de março de 2020**

Este documento apresenta os objetivos do Projeto 1 de SEL0612 (Ondas Eletromagnéticas), fundamentações teóricas pertinentes e as referências que podem ser úteis.

## 1 Introdução

O objetivo deste Projeto é desenvolver um código ou algoritmo para visualização de tensão  $v(z, t)$  e corrente  $i(z, t)$  (transiente) em uma linha de transmissão sem perdas, baseado nas equações do telegrafista.

Os grupos terão liberdade de escolha da linguagem de programação e da forma de apresentação, podendo ser como interface Web, aplicativo para Android, applet em Java, código em Matlab, etc., etc..

Transientes em linhas de transmissão ocorrem sempre que (i) uma carga nova é conectada, (ii) quando um sinal aperiódico (um pulso gaussiano ou um sinal tipo degrau) é injetado na ou se propaga através da linha, ou (iii) quando o gerador é ligado.

No caso de um sinal aperiódico, aprendemos que o mesmo pode ser expresso matematicamente como a superposição de ondas de frequências distintas. Ainda que o sinal seja periódico, porém não senoidal (um trem de pulsos retangulares, por exemplo), a análise de Fourier também fornece descrição em termos de superposições de ondas de diferentes frequências (harmônicos). Seja a superposição contínua ou discreta, o sinal não é mais monocromático.

Quando as características de ondas em linhas de transmissão não envolvem sinais e fontes harmônicas no tempo, estacionários e de frequência única, algumas quantidades apresentadas perdem sentido. Assim é o caso do comprimento de onda ( $\lambda$ ), número de onda ( $k$ ), constante de fase ( $\beta$ ) e até mesmo de reatâncias ( $X$ ). Exemplos de situações que fogem desta classe são encontrados, por exemplo, em redes de computadores, com seus sinais (pulsos) digitais, ou em linhas de telefone ou de potência a partir de descargas súbitas [1, 2].

Independentemente da forma do sinal, as equações do telegrafista, conforme vimos em sala, permanecem válidas:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} &= Ri(z, t) + L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} &= Gv(z, t) + C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $R$ ,  $L$ ,  $G$  e  $C$  são os parâmetros distribuídos do nosso modelo de linha de transmissão, em unidades convencionais *por metro*.

O **método das diferenças finitas no domínio do tempo** (*Finite-Difference Time-Domain*, FDTD) consiste em transformar as derivadas em (1) em diferenças finitas, criando uma grade ou malha para cálculo de  $v(z, t)$  e  $i(z, t)$  em pontos discretos do espaço ( $z$ ) e do tempo ( $t$ ), conforme ilustra a Fig. 1. Durante o processo, questões de estabilidade e dispersão numéricas devem ser consideradas, evitando erros numéricos indesejados. Todos os detalhes computacionais estão contidos na Ref. [3].

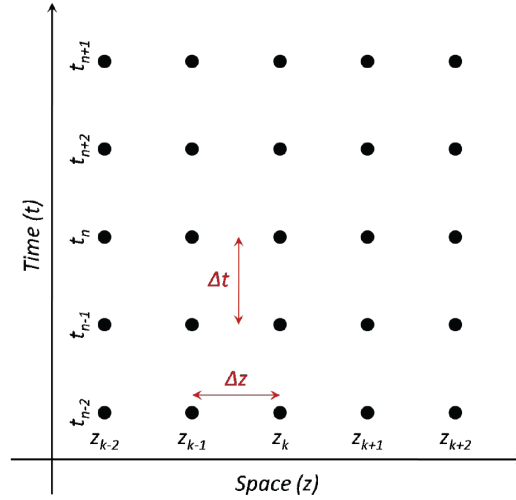


Figura 1: O FDTD é um método de diferenças finitas no domínio do tempo que, neste projeto, será usado para calcular tensão,  $v(z, t)$ , e corrente,  $i(z, t)$ , ao longo de uma linha de transmissão, dado um problema de transiente. Aqui, pontos específicos em  $z$  e  $t$  são escolhidos para cômputo dos valores das duas grandezas. Tais pontos são escolhidos dentro de critérios de estabilidade e dispersão numéricas, entre outros. Figura extraída da Ref. [3].

## 2 A Linha de Transmissão

A Fig. 2 mostra uma linha de transmissão de impedância característica  $Z_0$  cujos terminais de entrada (em  $z = -\ell$ ) estão conectados a uma fonte de tensão  $v_s(t)$  de resistência interna  $R_s$ . Em  $z = 0$ , uma carga  $R_L$  é alimentada.

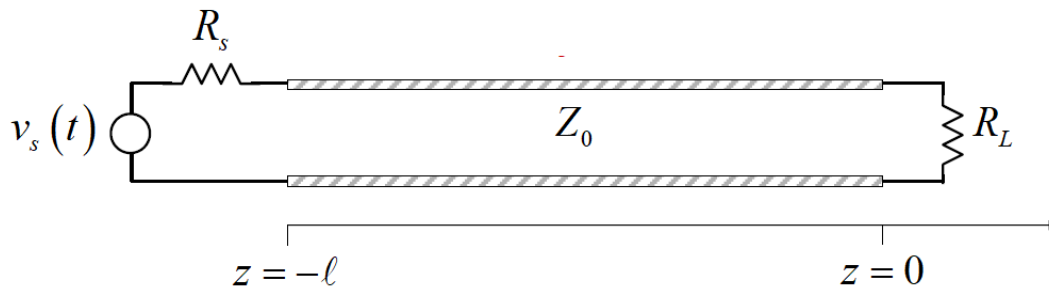


Figura 2: Linha de transmissão de impedância característica  $Z_0$  alimentada por fonte de tensão  $v_s(t)$  (resistência interna  $R_s$ ), alimentando uma carga  $R_L$ . Figura adaptada de Ref. [4].

Assumiremos, neste projeto, que  $Z_0 = 50 \, \Omega$ .

## 3 A carga

Serão três cargas a considerar:

- $R_L \rightarrow \infty$  (carga em aberto);
- $R_L = 0$  (carga em curto), e

- $R_L = 100 \, \Omega$

Observe que a imposição de uma carga resistiva em  $z = 0$  equivale a especificar uma condição de contorno para nossas equações diferenciais [3, 4].

## 4 A fonte

A fonte de tensão terá resistência interna fixa  $R_s = 75 \, \Omega$  e assumirá:

- $v_s(t) = 2u(t)$ , onde  $u(t)$  é a função degrau, e
- $v(t) = u(t) - u\left(t - \frac{\ell}{10u_f}\right)$ , onde  $u_f = 0,9c$  é a velocidade do sinal de tensão (ou de corrente), sendo  $c$  a velocidade da luz no vácuo.

Novamente, observe que ao fixarmos a fonte estamos especificando uma condição de contorno para nossas equações diferenciais [3, 4].

## 5 O código

O código pode ser escrito em qualquer linguagem ou plataforma, desde que gratuita ou com licenças disponibilizadas pela USP (*Matlab*, *Mathematica*, etc.). Deseja-se que, a partir das equações do telegrafista em (1), o mesmo mostre os sinais de tensão e corrente ao longo da linha, a partir de  $t = 0$  até praticamente o regime estacionário ser atingido (considere, inicialmente, um tempo mínimo  $t_{\text{estacionrio}} = 10\ell/u_f$ , isto é, dez (10) vezes o tempo de ida ou de retorno). Os gráficos de visualização podem ser diversos, com informações em posições espaciais específicas  $z = z_1$  ao longo do tempo ou imagens da tensão e corrente ao longo de toda a linha, para um dado tempo  $t$ . Finalmente, propõe-se que o código gere animações da tensão e corrente instantâneas, supondo  $z$  o eixo horizontal e  $v(z, t)$  [e  $i(z, t)$ ] na vertical.

## 6 Relatório

O relatório deverá conter uma descrição matemática do modelo circuitual da linha, as equações envolvidas com as suas devidas especificações e/ou interpretações, sempre que necessário. Além disso, uma breve descrição do código e justificativas para a escolha da linguagem de programação devem preceder os resultados obtidos e suas análises.

O modelo a ser seguido é o do *IEEE conference*, tamanho A4, seja em Word, seja em  $\text{\LaTeX}$ . Toda a formatação e estrutura de texto deve seguir este modelo, ainda que o texto seja escrito em português. Recomenda-se o uso de  $\text{\LaTeX}$  e o compartilhamento via plataforma *Overleaf* de edição online [5]. Nesse último caso, o compartilhamento deve ser feito pelo email [uspsel0612@gmail.com](mailto:uspsel0612@gmail.com).

Material adicional em formato .zip pode ser baixado no site [www.sel.eesc.usp.br/leonardo](http://www.sel.eesc.usp.br/leonardo) [6].

## 7 Referências

- [1] D. K. Cheng. *Field and Wave Electromagnetics*. Pequim: Tsinghua University Press, 2a. ed., 2006.
- [2] M. N. O. Sadiku. *Elementos de Eletromagnetismo*. Porto Alegre: Bookman, 3a. ed., 2004.
- [3] J. R. Nagel. *The Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Algorithm*. Acesso através do link: <https://utah.instructure.com/courses/297816/assignments/1750259>
- [4] <https://courses.cit.cornell.edu/ece303/Lectures/lecture24.pdf>.
- [5] [www.overleaf.com](http://www.overleaf.com).
- [6] <http://www.sel.eesc.usp.br/leonardo/SEL0612/Project1add.zip>