

SEL0612 – ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Projeto 2 – FDTD 1D
A equação de onda escalar

Leonardo André Ambrosio

23 de março de 2020

Este documento apresenta os objetivos do Projeto 2 de SEL0612 (Ondas Eletromagnéticas), fundamentações teóricas pertinentes e as referências que podem ser úteis.

1 Introdução

A equação de onda escalar para uma função $u \equiv u(x, t)$,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

é uma equação diferencial de segunda ordem com derivadas parciais cujas soluções propagantes podem ser escritas genericamente na forma

$$u(x, t) = u^+(x, t) + u^-(x, t) = u(x - vt) + u(x + vt). \quad (2)$$

Sendo x uma variável espacial e t o tempo, o significado físico de $u^+(x, t)$ e $u^-(x, t)$ já nos é familiar: tratam-se das soluções *propagante* e *contrapropagante* em x , respectivamente. De (1), uma análise dimensional nos permite inferir imediatamente que v tem unidades de velocidade¹.

Consideremos uma solução da forma²

$$u(x, t) = e^{j(\omega t \mp kx)}. \quad (3)$$

A solução proposta em (3) é a representação complexa instantânea de uma onda plana uniforme de amplitude unitária, onde ω é a frequência angular, em [Hz] ou [rad/s] e k o número de onda em [m^{-1}]. A substituição de (3) em (1) nos diz que $u(x, t) = \exp[j(\omega t - kx)]$ é solução da equação de onda escalar com

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (4)$$

onde λ é o comprimento de onda (m) e f a frequência (Hz). Notem, conforme já comentado em sala, que a velocidade v é a razão entre um ciclo completo no espaço e um no tempo, isto é, $v = \lambda/T$.

No Projeto #1, vocês usaram o método FDTD para simular tensão e corrente em uma linha de transmissão, baseando-se em equações diferenciais de primeira ordem (equações do telegrafista).

O objetivo deste Projeto #2 é trabalhar com a equação de onda escalar como dada em (1) e ganhar familiaridade com o método FDTD envolvendo equações diferenciais de segunda ordem.

¹Por estar contida em uma fase, é a velocidade de fase.

²Observem que, por conter o número imaginário puro, $u(x, t)$ como dada em (3) **não é uma solução física**, mas ainda assim é uma solução instantânea que satisfaz a equação de onda. Como já vimos, temos aqui uma *função complexa instantânea*, cuja parte real nos fornece a solução física de interesse.

2 Atividades

A sequência para realização deste Projeto é a seguinte:

1. Ler o Capítulo 1 da Ref. [1]: A. Taflove e S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Norwood: Artech House, 2a. ed., 2000;
2. Ler o Capítulo 2 da Ref. [1]: A. Taflove e S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Norwood: Artech House, 2a. ed., 2000;
3. Fazer os seguintes problemas de fim de capítulo da Ref. [1]: 2.4 a 2.11, e
4. Fazer o relatório pertinente, no padrão IEEE, conforme especificações já descritas anteriormente.

3 Referências

- [1] A. Taflove e S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Norwood: Artech House, 2a. ed., 2000.