Esercizio 2.

Una sorgente emette un flusso di bit alla velocità di 2 Mbit/s. Si trasmettono tali bit attraverso un canale in banda base adottando la tecnica PAM a banda stretta, con un filtro in trasmissione avente funzione di trasferimento di tipo rettangolare ($\Pi(f\tau)$ con τ opportuno), canale caratterizzato da $H_{CAN}(f) = \Lambda^2\left(\frac{f}{10^6}\right)$ e con forme d'onda al campionatore di tipo $\mathrm{sinc}^2\left(\frac{t}{\Delta}\right)$, con Δ opportuno. Si determini se è necessario introdurre memoria e, in caso affermativo, si calcoli il numero minimo di bit da accorpare in ogni simbolo; si progetti inoltre il filtro in ricezione.

Nota: Si desidera che (in assenza di rumore e di ISI residua) l'ampiezza dei campioni corrisponda esattamente ai coefficienti $\{a_k\}$ della PAM.

Se la minima occupazione di banda è troppo grande rispetto alla banda disponibile sul canale si può adottare la tecnica di PAM con memoria

$r = 2$ Mbit/s

$$\begin{cases} H_{can}(f) = \Lambda^2\left(\frac{f}{10^6}\right) \\ H_{Tx}(f) = \Pi(f\tau) \\ H_R = ? \end{cases}$$

Condizione di assenza di ISI al campionatore

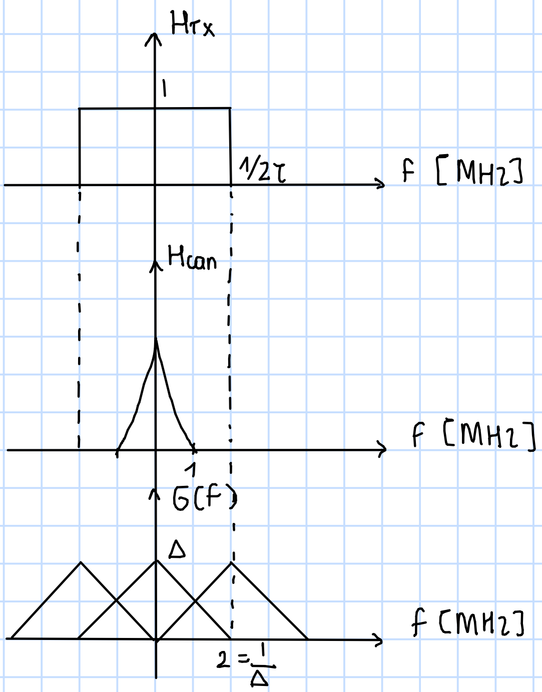
$$\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{+\infty} G(f-nr) = \text{costante}$$

$G(f) = H_{can}(f)\, H_T(f)\, H_R(f)$ non considero le fasi

Avendo f.o. triangolari al campionatore $r = r_{bu} = 2$ Mbps, ma $B_c = 1$ MHz dunque SERVE MEMORIA

ora è necessario determinare il numero k di bit da accorpare in ogni simbolo

$r = \frac{r_b}{k} \Rightarrow B_T = \frac{r_b}{k} \le B_c$ $\boxed{k_{min} = 2 \text{ bit/simbolo}}$



$\frac{1}{2\tau} \ge 1$ MHz $\tau \le 0{,}5\ \mu s$ scelgo $\tau = 0{,}5\ \mu s$

$|f| < 1$ MHz $T_x(f) = 1 \Rightarrow H_R(f)\, H_{can}(f) = G(f)$

$$H_R(f) = \frac{G(f)}{H_{can}(f)} = \frac{\Delta\Lambda(f\Delta)}{\Lambda^2\left(\frac{f}{10^6}\right)} = \frac{\Delta}{\Lambda(f\Delta)}$$

Per $|f| > 1$ MHz $H_{Tx}(f) = 0 \Rightarrow H_{Rx} = 0$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} G(f-nr) = T = 10^{-6}$ dove r è la symbol rate e T è il tempo di simbolo

Questa condizione si ottiene se $\Delta = T$

Esercizio 1.

Dato il segnale $x(t)$ mostrato in figura 1 (NB: $x(t)$=0 al difuori dell' intervallo ($-2T$, $2T$)):

(a) calcolare la trasformata di Fourier $X(f)$ del segnale $x(t)$ e disegnarne il grafico;

(b) disegnare il grafico del modulo e della fase di $X(f)$ e verificare che presentino le simmetrie previste per tali funzioni;

(c) calcolare l'energia del segnale $x(t)$.

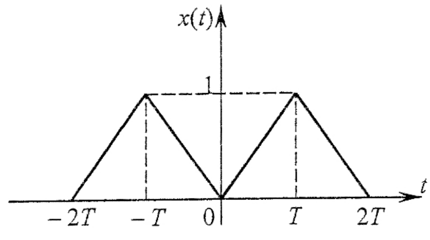


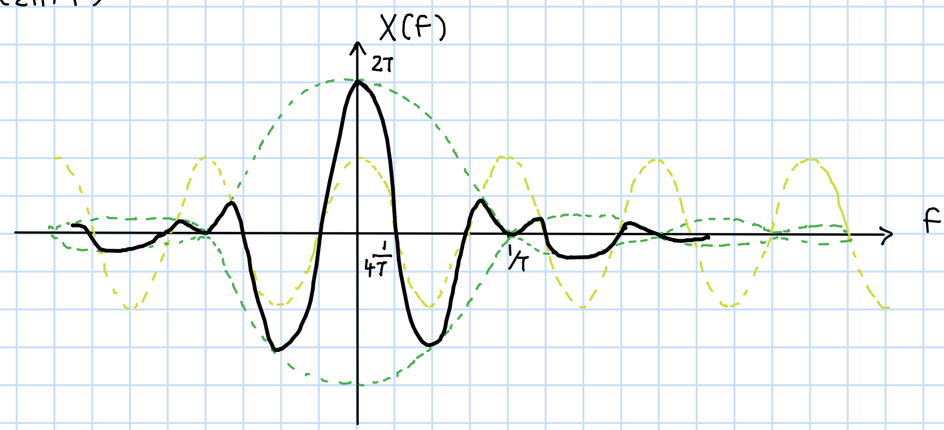
Figura 1

$$x(t) = \Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right) + \Lambda\left(\frac{t+T}{T}\right)$$

$$\updownarrow \mathcal{F}$$

$$X(f) = T\mathrm{sinc}^2(fT)\, e^{-j2\pi fT} + T\mathrm{sinc}^2(fT)\, e^{j2\pi fT} = T\mathrm{sinc}^2(fT)\left(e^{-j2\pi fT} + e^{+j2\pi fT}\right) =$$

$$= 2T\,\mathrm{sinc}^2(fT)\cos(2\pi fT)$$

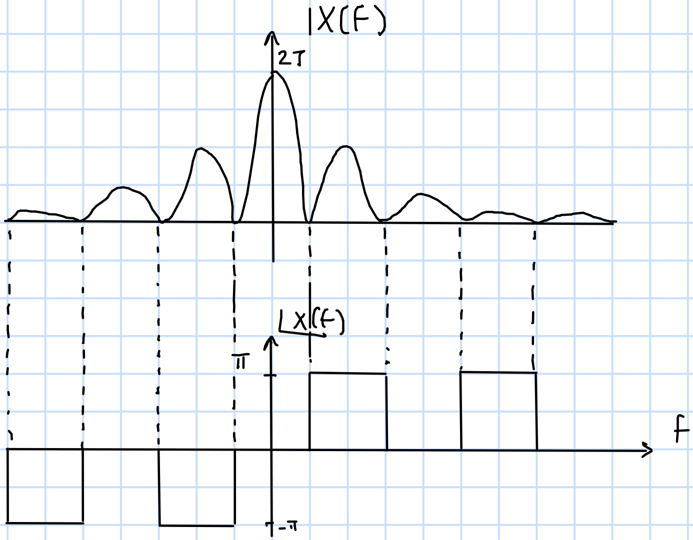


$\leq 2T\,\mathrm{sinc}^2\, fT$

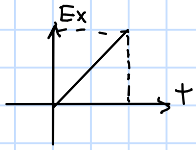
chiedi

b) $\mathrm{sinc}^2 \in \mathbb{R}$ e $\mathrm{sinc}^2(fT) \geq 0$ $\forall f$ dunque $\angle \mathrm{sinc}^2 = 0$

$$\Rightarrow \angle x(t) = \angle\cos(2\pi fT) = \begin{cases} 0 & \text{quando } \cos(2\pi f) > 1/T \\ \pm\pi & \text{quando } \cos(2\pi f) < 1/T \end{cases}$$



c) $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt =$



$= \frac{4}{T^2} \cdot \frac{T^3}{3} = \frac{4}{3} T$