Esercizio 2. Si vuole eseguire la trasmissione digitale contemporanea di un segnale vocale di banda 4 kHz e di un segnale musicale di banda 20 kHz sul medesimo canale. A tal fine, entrambi i segnali vengono codificati mediante PCM binaria e poi multiplati mediante TDM, secondo le seguenti specifiche:

- entrambi i segnali sono campionati al limite della prima condizione di Nyquist;
- ciascun campione del segnale vocale è codificato con 8 bit;
- ciascun campione del segnale musicale è codificato con 16 bit.

Si richiede di:

(a) calcolare l'errore massimo di quantizzazione del segnale vocale e del segnale musicale, nel caso in cui entrambi i segnali sono normalizzati fra – 1 e 1;

(b) descrivere lo schema di alternanza dei bit dei due segnali nel flusso di bit in uscita al multiplexer TDM e calcolare la *bit-rate* r_b di tale flusso.

(c) Il flusso di bit prodotto dal multiplexer viene trasmesso mediante PAM binaria, codificando il bit "1" mediante la forma d'onda $p(t) = \cos(2\pi f_0 t)\Pi(r_b t)$ ed il bit "0" mediante un segnale nullo. Si assuma che la frequenza della cosinusoide sia $f_0 = 10$ MHz. Calcolare la banda del segnale $p(t)$ e graficarne lo spettro $P(f)$.

a) limite di Nyquist $f_c = 2W$ $\qquad$ $f_{c,v} = 2\cdot 4 = 8$ KHz
$f_{c,m} = 2\cdot 20 = 40$ KHz

$\varepsilon_k \le \frac{\Delta}{2}$ $\qquad$ $q_v \le 2^n \Rightarrow q_v = 2^8 = 256$
$q_m \le 2^n \Rightarrow q_m = 2^{16} = 65'526$

$\Delta = \frac{\text{dinamica}}{q}$

$\varepsilon_{k,v} \le \frac{\cancel{2}}{q\cancel{2}} \Rightarrow \varepsilon_{k,v} \le 4{,}0\cdot 10^{-3}$ ✓

$\varepsilon_{k,m} \le \frac{1}{q} \Rightarrow \varepsilon_{k,m} \le 1{,}5\cdot 10^{-5}$ ✓

b) Per il segnale vocale $f_c = 8$ KHz (limite di Nyquist) $\quad r_v = n\cdot f_c = 8\cdot 8 = 64$ kbps
↑
bit rate del segnale vocale

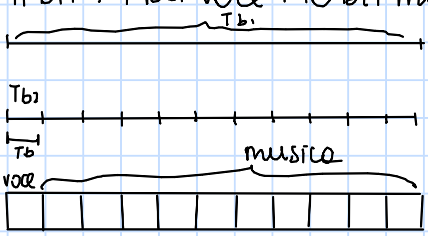
Per il segnale musicale $f_c = 40$ KHz $\quad r_m = n\cdot f_c = 16\cdot 40 = 640$ kbps

le bit rate sono in uscita dal codificatore pcm impiegato rispettivamente per il segnale musicale e vocale

$T_{b1} = \frac{1}{r_v} = \frac{1}{64}$
↑
durata voce

$T_{b2} = \frac{1}{r_m} = \frac{1}{640} = \frac{1}{10} T_{b1}$
↑
durata musica

la moltiplicazione dei due flussi prevede dunque che in ogni intervallo Tb vengono coinvolti 11 bit : 1 bit voce + 10 bit musica



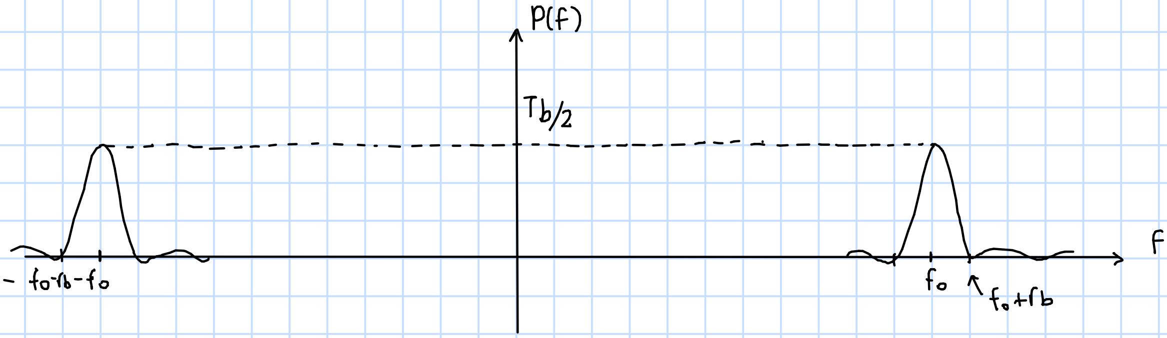
$r_b = 11\, r_{b1} = 704$ kbps $\qquad$ $r_b = (r_{b1} + r_{b2})$

c) $p(t) = \cos(2\pi f_0 t)\,\Pi(r_b t)$

$$\Big\updownarrow \mathcal{F}$$

$$P(f) = \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right] * \frac{1}{r_b}\operatorname{sinc}\left(\frac{f}{r_b}\right) \qquad T_b = \frac{1}{r_b}$$

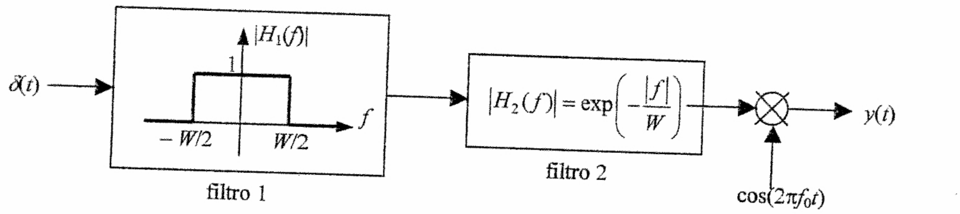
$$= \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f-f_0)\right] * T_b \operatorname{sinc}(T_b f)$$



Esercizio 1. Con riferimento allo schema mostrato in figura, assumendo che entrambi i filtri abbiano fase nulla, che $W = 10$ kHz e che f_0 sia maggiore di 5 kHz, si calcolino:

(a) la risposta all'impulso e la banda a 3 dB del filtro 2.

(b) l'energia del segnale $y(t)$ in uscita alla catena di elaborazione nel caso in cui venga posto in ingresso un impulso ideale $\delta(t)$.



a) $|H_2(f)| = e^{-|f|/W}$ $\qquad \varphi(H_2(f)) = 0 \Rightarrow H_2(f) = e^{-|f|/W}$

$$\updownarrow \mathcal{F}^{-1}$$

$$h_2(t) = \frac{2/W}{(1/W)^2 + (2\pi t)^2} = \frac{2W}{1 + (2\pi W t)^2} \qquad \text{da formulario}$$

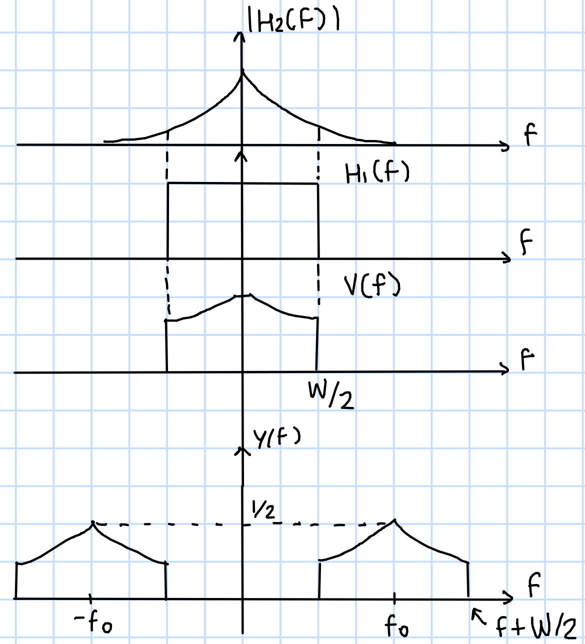
la banda a 3dB del filtro $H_2(f)$ è il valore di frequenza in corrispondenza del quale il guadagno di potenza $|H_2(f)|^2$ si dimezza rispetto al suo valore massimo, assunto nell'origine

$$\Rightarrow |H_2(f)|^2 = e^{-2f/W} = \frac{1}{2} \qquad f>0 \Rightarrow e^{2f/W} = 2$$

$$\frac{2f}{W} = \ln 2 \Rightarrow f = \frac{W \ln 2}{2} \cong 3{,}47 \text{ KHz}$$

la banda a 3dB del filtro 2 è pertanto $B \cong 3{,}47$ KHz

b)



considero $v(t)$ il segnale uscente dal filtro $H_2(f)$

$$y(t) = v(t)\cos(2\pi f_0 t) \rightarrow Y(f) = \frac{1}{2}\left[V(f-f_0) + V(f+f_0)\right]$$

$$V(f) = \Pi(f/W) \cdot e^{-|f|/W} = \begin{cases} e^{-|f|/W} & \text{per } |f| < W/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

L'energia di $y(t)$ è pari a 4 volte l'energia contenuta nell'intervallo $[f_0, f_0 + W/2]$

$$E_y = 4 \cdot \frac{1}{4}\int_0^{W/2} e^{-2f/W} df = \left.\frac{e^{-2f/W}}{-2/W}\right|_0^{W} = -\frac{W}{2}(e^{-1} - 1) \cong 3{,}2 \text{ J}$$