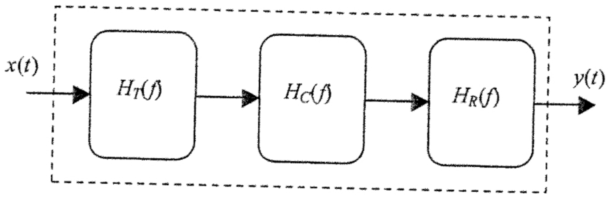
Esercizio 1. Si consideri un sistema lineare e tempo invariante, composto da tre blocchi collegati in cascata, come rappresentato in figura. Le funzioni di trasferimento dei tre blocchi sono riportate qui sotto:

$$H_T(f) = \Lambda\left(\frac{f}{128\cdot 10^3}\right)\cdot e^{-j2\pi\cdot 10^{-6}\cdot f}$$

$$H_C(f) = 10^{-3}\cdot \Pi\left(\frac{f}{128\cdot 10^3}\right)\cdot e^{-j2\pi\cdot 4\cdot 10^{-6}\cdot f}$$

$$H_R(f) = \Pi\left(\frac{f}{200\cdot 10^3}\right)$$



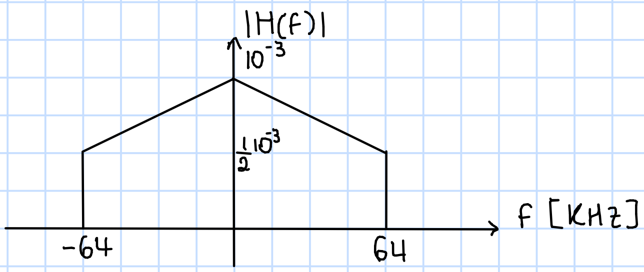
Figura

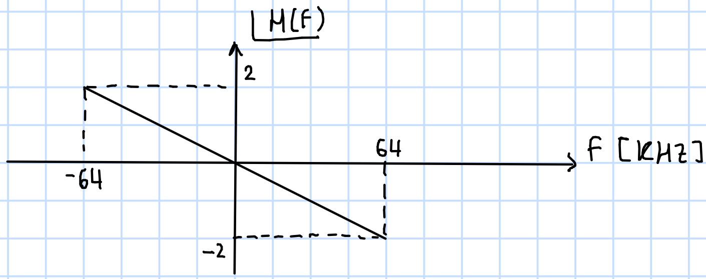
(a) Determinare la funzione di trasferimento complessiva del sistema delineato in figura e disegnarne modulo e fase.
(b) Calcolare analiticamente l'uscita $y(t)$ del sistema, quando in ingresso sia posta una delta di Dirac (ossia nel caso in cui $x(t) = \delta(t)$). [**Suggerimento:** *si noti che $|H(f)|$ si può esprimere come somma di due funzioni notevoli.*]
(c) Nelle stesse ipotesi di (b), calcolare l'energia del segnale $y(t)$.

a) $H(f) = H_T(f)H_C(f)H_R(f) = \Lambda\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)e^{-j2\pi 10^{-6}f}\cdot 10^{-3}\,\Pi\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)e^{-j2\pi 4\cdot10^{-6}f}\cdot\Pi\left(\frac{f}{200\cdot10^3}\right) =$

$= 10^{-3}\,\Pi\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)\Lambda\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)e^{-j2\pi 5\cdot10^{-6}f}$

$|H(f)| = 10^{-3}\,\Pi\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)\Lambda\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)$ $\qquad \underline{/H(f)} = -2\pi\cdot 5\cdot 10^{-6}$





b) se $x(t) = \delta(t) \Rightarrow X(f) = 1$

Visto che il sistema è lineare tempo invariante $Y(f) = H(f)X(f)$

$\Rightarrow Y(f) = H(f)$

$\updownarrow \mathcal{F}^{-1}$

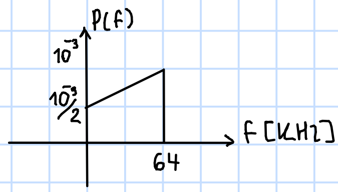
$y(t) = h(t)$

$Y(f) = 10^{-3}\,\Pi\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)\Lambda\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)e^{-j2\pi 5\cdot10^{-6}f} = \frac{10^{-3}}{2}\left[\Pi\left(\frac{f}{128\cdot10^3}\right)+\Lambda\left(\frac{f}{64\cdot10^3}\right)\right]e^{-j2\pi 5\cdot10^{-6}f}$

$\updownarrow \mathcal{F}^{-1}$

$y(t) = 64\,\text{sinc}[128\cdot10^3(t-5\cdot10^{-6})] + 32\,\text{sinc}^2[64\cdot10^3(t-5\cdot10^{6})]$

c) $E = \int_{-\infty}^{+\infty}|Y(f)|^2 df = 2\int_0^W |P(f)|^2 df =$



$= 2\int_0^{64\cdot10^3}\left[\frac{10^{-3}}{2}\left(\frac{f}{64\cdot10^3}+1\right)\right]^2 df = 2\int_0^{64\cdot10^3}\left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2\left(\frac{f}{64\cdot10^3}+1\right)^2 =$

$$= \cancel{2}\,\frac{10^{-6}}{\cancel{4}2}\int_0^{64\cdot 10^3}\frac{f^2}{(64\cdot 10^3)^2}+\frac{f}{32\cdot 10^3}+1\,df = \frac{10^{-6}}{2}\left[\frac{1}{(64\cdot 10^3)^2}\cdot\frac{f^3}{3}\Big|_0^{64\cdot 10^3}+\frac{1}{32\cdot 10^3}\cdot\frac{f^2}{2}\Big|_0^{64\cdot 10^3}+f\Big|_0^{64\cdot 10^3}\right]=$$

$$= \frac{10^{-6}}{2}\left[\frac{(64\cdot 10^3)^2}{3}+64\cdot 10^3+64\cdot 10^3\right] = 75\cdot 10^3\cdot 10^{-6} = 0{,}075\ J$$

Esercizio 2. Si vuole trasmettere mediante uno schema di trasmissione digitale un segnale video $x(t)$ di banda 5 MHz. Si adotta, a tal fine, una codifica PCM con 512 livelli di quantizzazione, seguita da una trasmissione PAM.

(a) Calcolare l'errore massimo di quantizzazione, assumendo che $x(t)$ sia normalizzato nell'intervallo [0, 1].

(b) Calcolare la banda minima di trasmissione, assumendo che la PCM sia binaria e la PAM sia 8-aria (PAM ad 8 livelli di ampiezza).

(c) Calcolare la banda minima di trasmissione, assumendo che la PCM sia 8-aria (base 8 per la codifica dei livelli quantizzati) e la PAM sia senza memoria (cioè il trasmettitore PAM associa una forma d'onda a ciascuna cifra 8-aria). Confrontare questo risultato con quello ottenuto in (b).

a) $\varepsilon_k \leq \frac{\Delta}{2} \leq \frac{1}{512\cdot 2} \leq 10\cdot 10^{-4} \leq 10^{-3}$

$\Delta = \frac{\text{dinamica}}{q} = \frac{1}{512}$

b) Assumendo PCM binaria e considerando sempre 512 livelli di quantizzazione

$n \leq \log_2 q \leq 9 \qquad n = 9$ bit/campione

Ponendoci al limite di Nyquist $f_c = 2W = 10$ KHz dunque la bit-rate in uscita dal codificatore PCM sara'

$r_{bu} = n\cdot f_c = 90$ kbps

Avendo PAM 8-aria accorpo 3 simboli in un bit. Dunque la bit-rate in uscita dal ricevitore PAM sara'

$r = \frac{r_{bu}}{3} = \frac{90}{3} = 30$ kbps

Affinche' non ci sia ISI $\quad B_T \geq \frac{r}{2} \Rightarrow B_{T\min} = \frac{30}{2} = 15$ KHz

c) Se la PCM e' 8-aria il numero massimo di bit per campione sara' $n \leq \log_8 q \Rightarrow n = 3$ bit/campione

$r_{bu} = n\cdot f_c = 30$ KHz

E' sempre necessario che non ci sia ISI quindi $B_T \geq \frac{r}{2} \Rightarrow B_{T,\min} = 15$ KHz