Esercizio 3. Si vogliono trasmettere, mediante uno schema di trasmissione digitale, 10 segnali video, $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_{10}(t)$, ciascuno avente una banda B_x pari a 5 MHz. A tal fine, si adottano una codifica PCM binaria, un multiplexing TDM e la tecnica di trasmissione PAM senza memoria a banda stretta con forme d'onda $\text{sinc}^2(r_{bu}t)$ al campionatore (dove r_{bu} è la bit-rate in uscita dal multiplexer TDM). Inoltre, si supponga che ciascun segnale $x_i(t)$ ($i = 1, 2, ..., 10$) sia normalizzato nell'intervallo $[-2, 2]$ (ossia: $|x_i(t)| \leq 2$) e che il campionamento di ciascun segnale avvenga tenendo conto di una banda di guardia pari al 10% di B_x.

(a) Assumendo che per la trasmissione sia disponibile un canale passa-basso ideale di banda B_c pari ad 1 GHz, calcolare il numero minimo di bit per campione che garantisca la trasmissione sul canale e, nel contempo, un errore di quantizzazione massimo inferiore a 10^{-2}. Verificare che la trasmissione sia possibile anche senza introdurre memoria (cioè sia fattibile utilizzando una PAM binaria).

(b) Assumendo che l'ampiezza della forma d'onda inviata sul canale sia 0 oppure V (formato unipolare), che i bit "0" ed "1" siano equiprobabili, che il canale sia ideale nella banda di trasmissione (guadagno unitario e fase nulla) e che il filtro di ricezione abbia la seguente funzione di trasferimento:

$$H_R(f) = \sqrt{\Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right)}$$

calcolare la potenza media in trasmissione (lasciando indicata la costante V).

a) $n \leq \log_2 q$

$\varepsilon_k \leq \frac{\Delta}{2} \leq 10^{-2}$ $\qquad$ $\Delta = \frac{\text{dinamica}}{q} = \frac{4}{q}$

$\frac{\Delta}{2} \leq 10^{-2}$ $\qquad$ $\frac{\cancel{4}2}{\cancel{2}q} \leq 10^{-2}$ $\qquad$ $q = 200$ livelli di quantizzazione

$n \leq \log_2 200 \leq 7{,}6 \simeq 8$

Le condizioni da soddisfare sono due: ε_k e trasmissione sul canale

Consideriamo il limite di Nyquist e la banda di guardia tra ciascun segnale

$f_c = 2W + B_g = 10{,}5$ MHz

$r_b = n \cdot f_c$
↑
bit rate in uscita dal codificatore PCM

$r_{bu} = N r_b = 10 \cdot n \cdot f_c$
↑
bit rate in uscita dal multiplexer TDM

Poiché al campionatore ho $\text{sinc}^2(r_{bu}t)$ $\quad B_T = r_{bu} \leq B_c \Rightarrow n f_c N \leq B_c \quad n \leq \frac{B_c}{f_c N}$

$n \leq \frac{1 \cdot 10^9}{10{,}5 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0{,}095 \cdot 10^2 = 9{,}5$ ma $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 9$

Dunque i valori possibili di n sono 8 o 9 $\Rightarrow n_{min} = 8$

b) Dalle dispense trovo che $P_T = \frac{E_{media,T_S}}{T_S}$ dove $E_{media,T_S} = \sum_{i=0}^{M-1} p_i A^2 E_{g_{TX}} \rightarrow = \int_{-\infty}^{+\infty} |g_{TX}(t)|^2 dt$

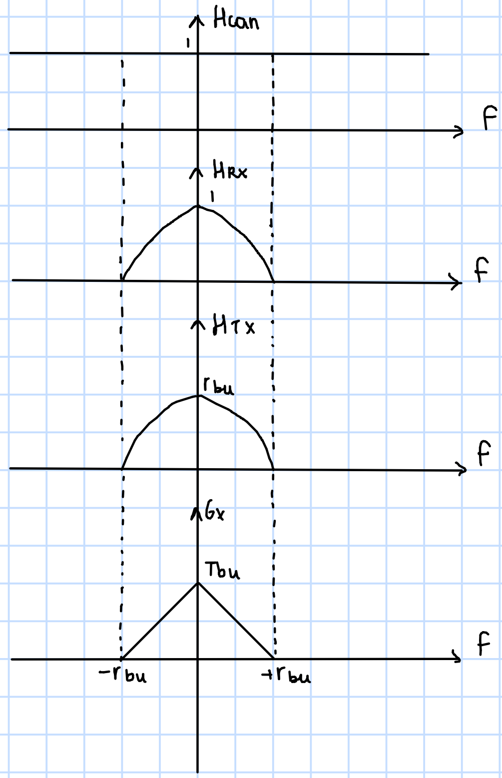
ampiezza PAM associata al simbolo

tempo di simbolo

probabilità del simbolo i-esimo

$G_X(f) = H_{can}(f) H_{TX}(f) H_{RX}(f) H_{eq}(f)$

Non è adottata alcuna tecnica di equalizzazione dunque $H_{eq}(f) - 0$



$G_x(f) = H_{can}(f)\, H_{TX}(f)\, H_{RX}(f)$

Per $|f| \le r_{bu}$ $H_{can} = 1$

$$T_b \Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right) = 1 \cdot H_{TX}(f) \cdot \Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right)^{1/2}$$

$$H_{TX}(f) = T_b \Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right)^{1/2}$$

Pongo $H_{TX}(f) = 0$ per $|f| > r_{bu}$

La f.o. trasmessa sul canale è $p(t) = T_{bu}\, \mathcal{F}^{-1}\left\{ \Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right)^{1/2} \right\}$

$$E_p = \int_{-\infty}^{+\infty} p^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} T_{bu}^2 \Lambda\left(\frac{f}{r_{bu}}\right) df = T_{bu}^2 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{r_{bu}}{\cancel{2}} = T_{bu}$$

$$P_m = \frac{E_m}{T_{bu}} = \frac{1}{T_{bu}} \sum_{i=0}^{1} P_i A^2 E_p = \frac{1}{\cancel{T_{bu}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cancel{T_{bu}}\, (0 + V^2) = \frac{V^2}{2}$$

$P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$ $\quad A_1 = 0,\ A_2 = V$

Esercizio 1. Si consideri il seguente segnale $q(t)$:

$$q(t) = \left[\operatorname{sinc}^2\left(\frac{t}{2T}\right) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k \cdot 5T) \right] - h \cos\left(2\pi \frac{t}{5T}\right)$$

dove $T = 4 \cdot 10^{-5}$ s ed h è un parametro.

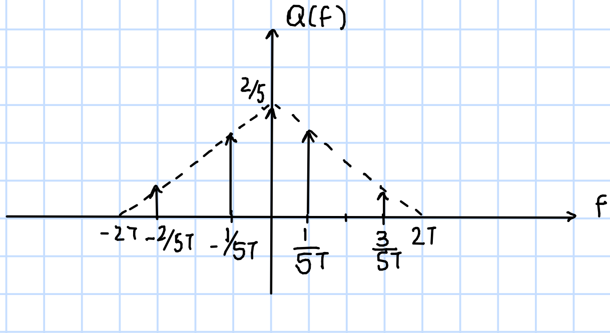
(a) Fissato $h = 0$, si determini se un segnale in banda base $x(t)$ con frequenza massima $W = 4800$ Hz sia ricostruibile a partire dal segnale $z(t)$, ottenuto moltiplicando $x(t)$ per $q(t)$ (ossia $z(t) = x(t)q(t)$). In caso affermativo determinare l'espressione analitica della funzione di trasferimento del filtro che consenta di ricostruire perfettamente $x(t)$ a partire da $z(t)$.

(b) Con riferimento allo stesso segnale $x(t)$ citato in (a), stabilire se esiste un valore diverso da zero di h (ed, in caso affermativo, determinarlo) tale che $x(t)$ sia ricostruibile a partire dal segnale prodotto $z(t) = x(t)q(t)$. In caso affermativo determinare l'espressione analitica della funzione di trasferimento del filtro che consenta di ricostruire perfettamente $x(t)$ a partire da $z(t)$.

a) per $h=0$ $\quad q(t) = \operatorname{sinc}^2\left(\frac{t}{2T}\right) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k \cdot 5T)$

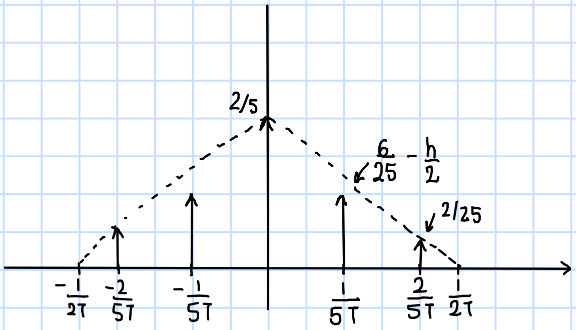
$\updownarrow \mathcal{F}$

$$Q(f) = 2\cancel{T}\, \Lambda(f2T) \cdot \frac{1}{5\cancel{T}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(f - \frac{n}{5T}\right) = \frac{2}{5} \Lambda(f2T) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{5T}\right)$$



$T = 4 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \frac{1}{5T} = 5$ KHz $\quad$ con $h=0$ le 1° repliche simmetriche adiacenti a quella nello zero, sono posizionate a ± 5 KHz, quindi convolvendo $X(f)$ avente banda 4.8 KHz con $Q(f)$ avrei una sovrapposizione di repliche

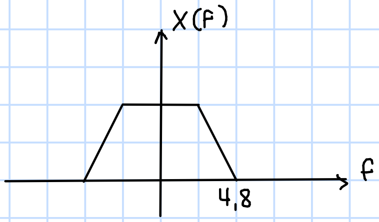
b) Se $h \neq 0$ posso eliminare le repliche a ± 5 KHz



$$\frac{h}{2} - \frac{6}{25} = 0$$

$$h = \frac{2 \cdot 6}{25} = \frac{12}{25}$$

Per $h = \frac{12}{25}$



$$H(f) = \begin{cases} \frac{5}{2} & \text{se } |f| \leq f_0 \\ 0 & \text{se } |f| > f_0 \end{cases}$$