Übungsblatt 00 Mengenlehre

Aufgabe 1(7 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Ausdrcke mithilfe von Induktion:

a) $n! > 2^n, \quad n \in \mathbb{N}$ b) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad n \in \mathbb{N}$

c) $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}$
d) $\prod_{k=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{n+k}\right) = 2 - \frac{1}{n+1}$

Aufgabe 2(10 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Abbildung jeweils auf Injektivität und Surjektivität. Bestimmen Sie auch den Kern der jeweiligen Abbildungen

a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad n \mapsto 2n$
b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x + 1$
c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 + 2x + 2$
d) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad n \mapsto n^3 + n$
e) $f : X \to X, \quad x \mapsto id_X(x)$

Aufgabe 3(3 Punkte)

Es seien A und B zwei Mengen und $f : A \to B$ eine Abbildung zwischen diesen Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

a) $f(A) \cap f(B) \supset f(A \cap B)$

b) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

c) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$