Campus Energypolis
1950 Sion
Tél. +41 58 606 85 23

Algèbre Linéaire 2 - Série 1

Systèmes d'équations linéaires

1. Choisir $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que le système

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} & & & & x_3 & - & 2x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 0 \\ x_1 & & & - & x_3 & + & \alpha x_4 & = & 0 \end{array}\right.$$

ait un ensemble de solutions avec un seul degré de liberté.

2. Donner la solution générale du système

$$\left\{\begin{array}{ccccccccccc} 3x_1 & - & 3x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & - & 9x_5 & = & 13 \\ x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 6x_5 & = & -6 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & 6x_5 & = & 1 \\ -x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & + & 7x_5 & = & -3 \end{array}\right. .$$

3. Soient les sous-ensembles E_1 et E_2 de $\mathbb{R}^4$ donnés par

$$E_1 = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \,|\, (x,y,z,t) = (1,-1,2,1) + \lambda \cdot (1,-1,3,1) + \mu \cdot (2,0,-1,1),\ \lambda, \mu \in \mathbb{R}\right\},$$

et

$$E_2 = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \,|\, (x,y,z,t) = (2,-2,5,2) + \lambda \cdot (1,0,1,2) + \mu \cdot (2,2,-5,3),\ \lambda, \mu \in \mathbb{R}\right\}.$$

Déterminer $E_1 \cap E_2$.

4. Formaliser l'algorithme de Gauss en pseudo-code ou l'implémenter en Python. L'entrée doit être la matrice A des coefficients du système et le vecteur b des constantes, et la sortie doit indiquer le nombre de solutions du système, ainsi que donner la solution générale.