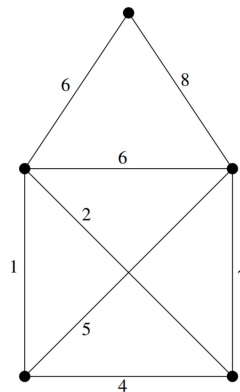


Mathématiques Discrètes - Série 6

Théorie des graphes II

1. Dans cet exercice, on va considérer le graphe pondéré suivant:



- (a) Est-ce que la version non-pondérée du graphe est Eulérienne ? semi-Eulérienne ?
 - (b) Sur la version non-pondérée du graphe, y a-t-il un circuit Eulérien, resp. une marche Eulérienne, qui commence sur le sommet de degré 2 ? Si oui, donner un exemple. Sinon, prouver qu'une telle marche n'existe pas.
 - (c) Sur la version non-pondérée du graphe y a-t-il une marche Eulérienne ? Si oui, laquelle ? Sinon, prouver qu'une telle marche n'existe pas.
 - (d) A l'aide de l'algorithme de Kruskal, trouver un arbre couvrant minimal du graphe pondéré.
 - (e) Sur le graphe pondéré, donner un exemple de 2 sommets tels que le chemin entre eux sur l'arbre couvrant minimal est plus lourd que le chemin de poids minimal entre eux dans le graphe.
2. (a) Classifier tous les arbres à n sommets à isomorphisme près, pour $1 \leq n \leq 6$.
- (b) Montrer que dans chaque arbre $T = (V, E)$, on a

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|V| - 2.$$

3. La famille Piré-Anderre de Rydum de Thuringe était une famille des XVIIe et XVIIIe siècles, maintenant éteinte. La légende raconte que Blaise Pascal a volé l'idée de la "Pascaline" à Brunault Piré-Anderre de Rydum de Thuringe. Ce dernier a eu 4 enfants. Parmi les descendant·e·s de Brunault, 10 ont eu 3 enfants chacun·e, 15 en ont eu 2, et tou·te·s les autres descendant·e·s n'ont eu aucun enfant.

En supposant qu'il n'y ait eu aucune union consanguine dans la famille Piré-Anderre de Rydum de Thuringe, combien Brunault Piré-Anderre de Rydum de Thuringe a-t-il eu de descendant·e·s en tout ?