Exercice 1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$a)$ $e^{3x+7}=5$

b) $e^{2x+1}=6e^{x}$

c) $\ln(x^2+1)=2$

d) $\ln(2-x)=7$

solutions

a) $e^{3x+7}=5$ (idée : ln de chaque côté)

$\Leftrightarrow \ln(e^{3x+7})=\ln(5)$

$\Leftrightarrow 3x+7=\ln(5)$

$\Leftrightarrow 3x=\ln(5)-7 \Leftrightarrow x=\frac{\ln(5)-7}{3}$

---

b) $e^{2x+1}=6e^{x}$ (idée : écrire $e^{\cdots}=6$)

$\Leftrightarrow \frac{e^{2x+1}}{e^{x}}=6$

$\Leftrightarrow e^{2x+1-x}=6$

$\Leftrightarrow e^{x+1}=6$ (idée: ln de chaque coté)

$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1})=\ln(6)$

$\Leftrightarrow x+1=\ln(6) \Leftrightarrow x=\ln(6)-1$

---

c) $\ln(x^2+1)=2$

contrainte (ln) : il faut que $x^2+1>0$, comme il s'agit de la somme de deux positifs, on est sûr que $\ln(x^2+1)$ se calcule pour toute valeur de x

résolution : (idée : exponentielle de chaque côté)

$\ln(x^2+1)=2$

$\Leftrightarrow e^{\ln(x^2+1)}=e^2$

$\Leftrightarrow x^2+1=e^2$

$\Leftrightarrow x^2=e^2-1$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{e^2-1}$ ou $x=-\sqrt{e^2-1}$

(remarque : on a le droit de prendre la racine carrée car le nombre e^2-1 est positif)

---

d)$\ln(2-x)=7$

contrainte(ln) : il faut que $2-x>0$

donc il faut que la solution vérifie : $2>x$

résolution : $\ln(2-x)=7$ (idée : exp de chaque côté)

$\Leftrightarrow e^{\ln(2-x)}=e^7$

$\Leftrightarrow 2-x=e^7$

$\Leftrightarrow x=2-e^7$

On a bien $2>2-e^7$, la contrainte est vérifiée donc on peut dire que $x=2-e^7$ est solution de l'équation.

Exercice 2. (d'après bac 2018)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $X^2 - 4X - 1 = 0$

2) En déduire, en posant $X = e^x$, les solutions de l'équation :

$$e^{2x} - 4e^x - 1 = 0$$