EXERCICE 1

Pour quelles valeurs de x peut-on calculer $\ln(1+x)-\ln(6-3x)$?

solution :

- Pour pouvoir calculer $\ln(1+x)$ il faut que $1+x>0$

$1+x>0 \quad \Leftrightarrow x>-1$

- de plus pour calculer $\ln(6-3x)$ il faut que $6-3x>0$

$6-3x>0 \quad \Leftrightarrow -3x>-6 \quad \Leftrightarrow x<\frac{\mathbf{-6}}{\mathbf{-3}}$ (car -3 est négatif)

$\Leftrightarrow x<2$

- Au final, il faut que $x>-1$ ET que $x<2$

Conclusion : **on peut calculer $\boldsymbol{\ln(1+x)-\ln(6-3x)}$ si $\boldsymbol{-1<x<2}$**

EXERCICE 2

1) Justifier que $1+4x-4x^2$ est strictement positif si et seulement si $x\in\left]\frac{1-\sqrt{2}}{2};\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right[$

2) En déduire l'ensemble de définition de la fonction h définie par

$$h(x)=\ln(1+4x-4x^2)+\ln(7x)$$

solution :

1) Il faut étudier le signe du trinôme $1+4x-4x^2$

son discriminant $\Delta=(4)^2-4\times(-4)\times(1)=16+16=32$

ce discriminant est positif donc le trinôme $1+4x-4x^2$ a deux racines:

$$x_1=\frac{-4-\sqrt{32}}{2\times(-4)}=\frac{-4-\sqrt{16\times 2}}{-8}=\frac{-4-4\sqrt{2}}{-8}=\frac{1+\sqrt{2}}{2}\approx 1.2$$

et

$x_2 = \frac{-4+\sqrt{24}}{2\times(-8)} = \frac{-4+4\sqrt{2}}{-8} = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \approx -0.2$

(notez les simplifications de racine et de signes)

Comme le coefficient de x^2 est négatif dans le trinôme (il vaut -4)

(parabole tournée vers le bas),

on en déduit que $1+4x-4x^2$ est strictement positif lorsque $x \in]1-\sqrt{2};$ $1+\sqrt{2}[$

2)

- Pour calculer $\ln(1+4x-4x^2)$ il faut que $1+4x-2^2 > 0$

$1+4x-4x^2$ est strictement positif lorsque x est entre $1-\sqrt{2}$ et $1+\sqrt{2}$

- De plus pour calculer $\ln(7x)$ il faut que $7x$>0 , et donc que x>0

- Au final :

Pour calculer $\ln(\boldsymbol{1+4x-4x^2})$+$\ln(\boldsymbol{7x})$ il faut que :

$1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$ ET $x > 0$

c'est-à-dire que $x \in]0;1+\sqrt{2}[$

L'ensemble de définition de la fonction h est $\boldsymbol{]0;1+\sqrt{2}[}$