EXERCICE 1

Pour quelles valeurs de x peut-on calculer $\ln(1+x)-\ln(6-3x)$?

solution :

- Pour pouvoir calculer $\ln(1+x)$ il faut que $1+x>0$

$1+x>0 \quad \Leftrightarrow x>-1$

- de plus pour calculer $\ln(6-3x)$ il faut que $6-3x>0$

$6-3x>0 \quad \Leftrightarrow -3x>-6 \quad \Leftrightarrow x<\frac{\mathbf{-6}}{\mathbf{-3}}$ (car -3 est négatif)

$\Leftrightarrow x<2$

- Au final, il faut que $x>-1$ ET que $x<2$

Conclusion : **on peut calculer $\ln(1+x)-\ln(6-3x)$ si $-1<x<2$**

EXERCICE 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$1+4x-4x^2>0$$

2) En déduire l'ensemble de définition de la fonction h définie par

$$h(x)=\ln(1+4x-4x^2)+\ln(7x)$$

solution :

1) Il faut étudier le signe du trinôme $1+4x-4x^2$

son discriminant $\Delta=(4)^2-4\times(-4)\times(1)=16+16=32$

ce discriminant est positif donc le trinôme $1+4x-2x^2$ a deux racines:

$x_1=\frac{-4-\sqrt{32}}{2\times(-2)}=\frac{-4-\sqrt{16\times 2}}{-4}=\frac{-4-4\sqrt{2}}{-4}=1+\sqrt{2}\approx 2.41$

et

$x_2 = \frac{-4+\sqrt{24}}{2\times(-2)} = \frac{-4+4\sqrt{2}}{-4} = 1-\sqrt{2} \approx -0.41$

Comme le coefficient de x^2 est négatif dans le trinôme (parabole tournée vers le bas), on en déduit que $1+4x-4x^2$ est strictement positif lorsque $x \in]1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}[$

2)

- Pour calculer $\ln(1+4x-2x^2)$ il faut que $1+4x-2^2 > 0$

$1+4x-4x^2$ est strictement positif lorsque x est entre $1-\sqrt{2}$ et $1+\sqrt{2}$

- De plus pour calculer $\ln(7x)$ il faut que $7x>0$, et donc que $x>0$

- Au final :

Pour calculer $\ln(\boldsymbol{1+4x-4x^2})+\ln(\boldsymbol{7x})$ il faut que :

$1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$ ET $x>0$

c'est-à-dire que $x \in]0; 1+\sqrt{2}[$

L'ensemble de définition de la fonction h est $]\mathbf{0}; \mathbf{1}+\sqrt{\mathbf{2}}[$