1 Valeurs singulières

1.1 Valeurs singulières d'une matrice

avoir une notion quantitative pas juste booléen (commandabilité, observabilité)

toujours positives et tiré de la plus grande à la plus petite

1.2 Norme d'une matrice

$$||M||_2 = max_{x \neq 0}(\frac{||Mx||_2}{||x||_2}) = \sigma_{max}$$

le vecteur nul n'est pas pris en compte

1.3 SVD décomposition en valeurs singulières

Les valeurs singulières d'une matrice diagonale sont les valeurs absolues des éléments de la diagonale.

$$M = U \cdot S \cdot V^T$$

M : mXn, U : mXm, S : mXn, V^T : nXn

- S = $\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ @ $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

  $\sigma_k[M] = \sqrt{eig[M^T M]}$

- V = $\begin{bmatrix} \vec{v_1} | \vec{v_2} | \vec{v_3} \end{bmatrix}$

  $\vec{v_k} = eig[M^T M]$: vecteur propres de $M^T M$

- U = $\begin{bmatrix} \vec{u_1} | \vec{u_2} | \vec{u_3} \end{bmatrix}$

  $M\vec{v_k} = \sigma_k \vec{u_k} =¿\ \vec{u_k} = \frac{M\vec{v_k}}{||M\vec{v_k}||_2}$

1.3.1 Propriétés SVD

- $\sigma_k[M] = \sqrt{eig[M^T M]}$ racine des valeurs propres de $M^T M$
- applicable sur n'importe quelle matrice
- toujours réel et positif
- ordre décroissant