1 Identification

1.1 Méthode des moindres carrés

1. Poser une représentation du système en z
2. Décomposer en équation aux différences
3. Poser l'équation à résoudre avec les moindres carrés
4. Effectuer la pseudo-inverse pour résoudre

Par exemple, la fonction de transfert

$$G(z) = \frac{b}{z-a}$$

Se traduit en

$$y[k] = ay[k-1] + bu[k-1]$$

Et donc

$$\Theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} y[k-1] & u[k-1] \end{bmatrix}$$

Et on résout

$$\Phi\Theta = y \Longrightarrow \boxed{\Theta = \Phi^+ y}$$

$$\boxed{\Phi^+ = \left(\Phi^T\Phi\right)^{-1}\Phi^T}$$

1.1.1 Identification dans le domaine de s ou z

Il est aussi possible de faire une identification en posant une équation de la forme

$$Ga_1z + Ga_2 - b_0z - b_1 = -Gz^2$$

Ce qui permet de construire la matrice Θ des inconnues, et la matrice Φ des valeurs connues.

$$\Phi = \begin{bmatrix} Gz & +G & -z & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

Attention ! Pour avoir un résultat réel à la fin pour Θ, il faut utiliser le complexe conjugué

$$\Phi' = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi^* \end{bmatrix} \qquad y' = \begin{bmatrix} y \\ y^* \end{bmatrix}$$

1.2 Filtres

- Passe-bas

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$G(z) = \frac{b_0 z + b_1}{z^2 + a_1 z + a_2}$$

- Passe-haut

$$H(j\omega) = \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- Passe-bande

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- Coupe-bande

$$H(j\omega) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + \frac{1}{Q} j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$