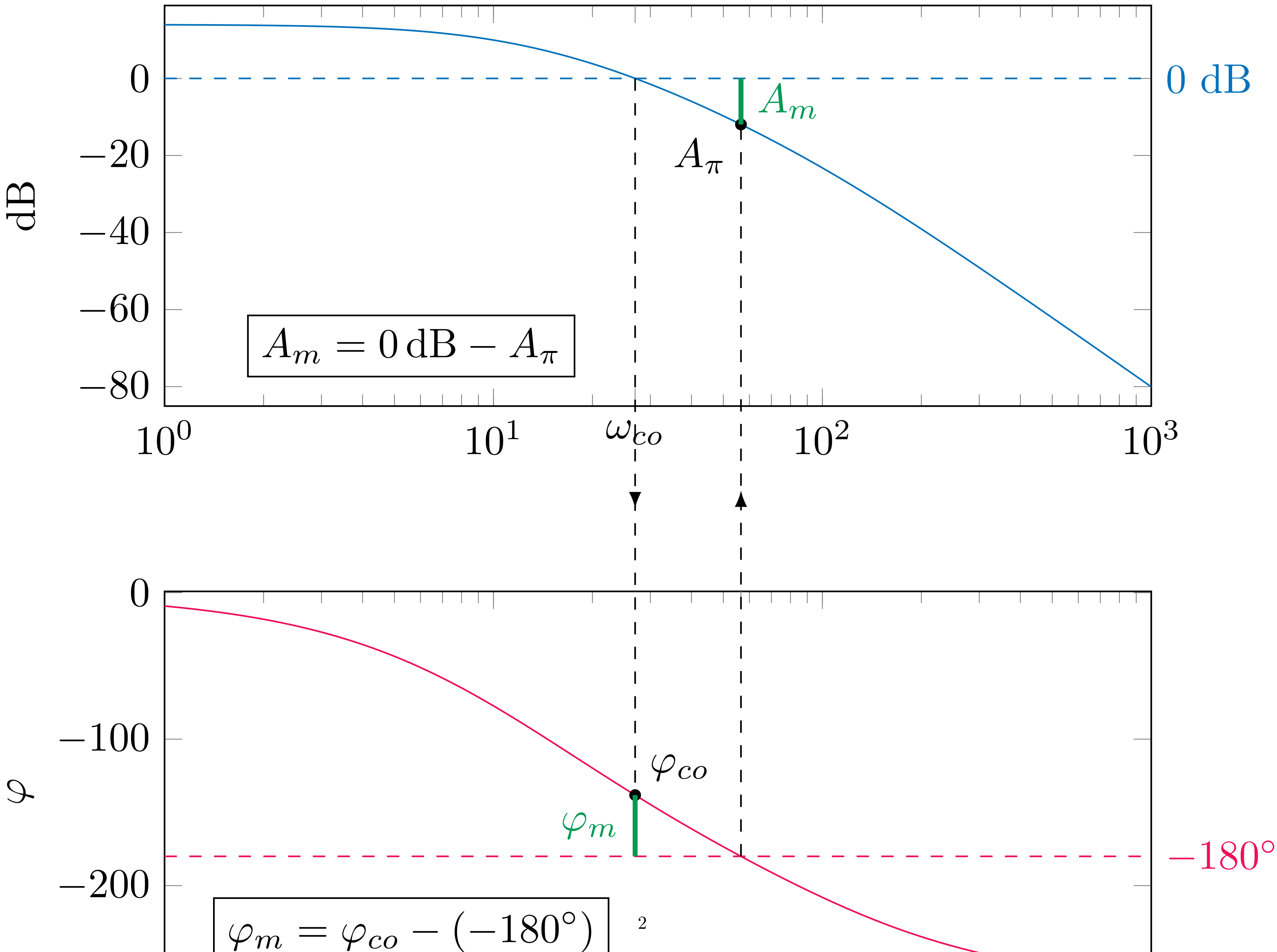
1 Fonctions de transfert

1.1 Marge de gain / marge de phase



1.2 Équations aux différences

$$\underset{\text{degré relatif}}{d} = \underset{\text{deg(denominateur)}}{n} - \underset{\text{deg(numérateur)}}{m}$$

Forme développée (Y en fonction de U)

$$Y(z)\left(a_0 = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}\right) =$$
$$U(z)\left(b_0 z^{-d} + b_1 z^{-d-1} + b_2 z^{-d-2} + \cdots + b_m z^{-d-m}\right)$$

Forme fonction de transfert avec puissances de z négatives On peut aussi écrire sous la forme z^{-x}

$$G(z) = \frac{b_0 z^{-d} + b_1 z^{-d-1} + b_2 z^{-d-2} + \cdots + b_m z^{-d-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}}$$

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

1.3 Normes d'une fonction de transfert

1.3.1 Norme 2

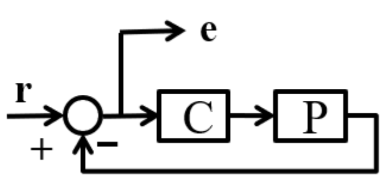
$$||G_2|| = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)| d\omega} =$$
$$\sqrt{\int_0^{\infty} |g(t)| dt} = ||g||_2$$

1.3.2 Norme ∞

$$||G||_\infty = max_\omega |G(j\omega)| = max_u \frac{||y||_2}{||u||_2}$$

1.4 Fonction de base

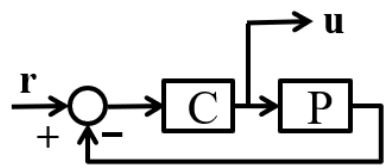
1.4.1 Sensibilité



$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + P(s)C(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} = S(s)$$

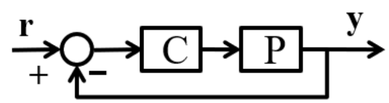
La sensibilité va toujours tendre vers 0 dB à haute fréquence

1.4.2 •



$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{1+P(s)C(s)} = C(s)S(s)$$

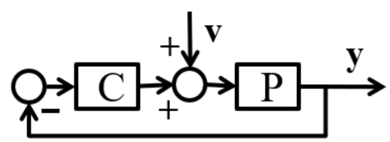
1.4.3 Sensibilité complémentaire



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1+P(s)C(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)} = T(s) = 1 - S(s)$$

La sensibilité complémentaire vaut toujours 0 dB à basse fréquence.

1.4.4 •



$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{P(s)}{1+P(s)C(s)} = P(s)S(s)$$

1.4.5 Boucle ouverte

$$P(s)C(s) = L(s)$$

La boucle ouverte a un gain qui augmente à basse fréquence, et qui diminue à haute fréquence.

1.4.6 Remarques

La valeur à basse fréquence du système à régler $P(s)$ se retrouve en $\frac{1}{x}$ ($\times(-1)$ en dB) sur le Bode du $|C(s)S(s)|$.

1.5 Distance critique

$$d_{crit} = min_\omega\{dist(L(j\omega)), -1\}$$

$$d_{crit} = min_\omega|1 + L(j\omega)|$$

$$d_{crit} = \frac{1}{min_\omega|\frac{1}{1+L(j\omega)}|}$$

$$d_{crit} = \frac{1}{||S||_\infty}$$

1.5.1 marge de phase et de gain

$$A_m > \frac{1}{1 - d_{crit}}$$

$$\varphi_m > 2\arcsin(\frac{d_{crit}}{2})$$