

1 PCB

1.1 Général

Circuit haute vitesse : $t_r < 2\tau$ avec t_r le temps de montée / descente et τ le temps de propagation ($L > \lambda/2$)

→ prendre en compte les effets de la ligne de transmission

$$\tau = \frac{L}{v_{ph}}$$

Avec v_{ph} la vitesse de propagation (typiquement $0.5\dots0.6c$)

$$v_{ph} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$c \approx 3 \cdot 10^8$$

Extérieur : Câbles, connecteurs, composants plus grands que $\lambda/10$

Sources de bruit : PWM, bruit GND, oscillateurs, RF, spurious signals

Mesures de protection : ferrites, filtres, optocoupleurs, chokes, fibres optiques, R / L en série, shields, condensateurs, ferites au delà de 100 MHz, stitching

1.2 Guides d'ondes

$$a = \frac{\lambda_c}{2} \quad \lambda_c = \frac{c}{f_c}$$

f_c la fréquence de transmission. Atténuation faible au delà et faible avant. Stitching $< \lambda/2$ pour éviter l'entrée / sortie d'ondes dans le pcb.

Transformation d'un guide d'onde en câble coax lorsqu'on place un conducteur interne

1.3 Blindage

Matériau du blindage, résonances, nombres de points de contact avec le plan GND.

Comment protéger la partie intérieure d'un pcb? en divisant les zones, en blindant les composants sensibles et en filtrant les signaux des parties internes

1.4 Connecteurs

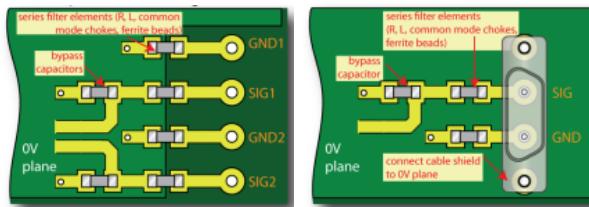
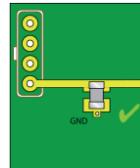


Figure 1: Câble non-blindé vs câble blindé

1.5 Filtrage



1.6 Courant

Chemin de retour du courant sur le plan le plus proche du signal (distribution gaussienne centrée sur la piste du signal). Si plusieurs chemins ou trop d'écartement → tension/courant en mode commun et/ou bruit GND.

Il faut que le chemin de retour soit aussi proche que possible du chemin d'aller. Les signaux différentiels produisent moins de perturbations et sont moins perturbés

Bruit en mode commun (common mode current) peut être généré par une série d'impédance dans la ligne de retour, par des charges parasites, par du bruit externe au circuit, etc. Le mode commun peut se traduire comme le mode différentiel et peut produire des chutes de tensions non désirées sur une charge. Réduire l'impédance du GND, éviter les faux chemins de retour

Causes de courant en mode commun

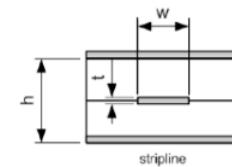
1. Retour par un plan de masse de section faible
2. Capacités différentes sur paires différentielles
3. Sources externes
4. Impédances différentes sur l'aller et le retour

Plan image terme pour une couche pleine (masse ou alim). Sert de chemin de retour pour les pistes des autres couches.

1.7 Pistes

$R = 19 \text{ m}\Omega \text{ cm}^{-1}$ pour 0.254 mm de largeur et 35 µm d'épaisseur

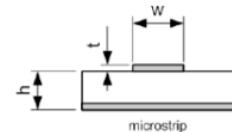
1.7.1 Stripline



$$Z_0 \approx \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{4h}{0.67\pi w (0.8 + t/w)} \right)$$

$$\nu_{ph} \approx \frac{0.3048}{1.017\sqrt{\epsilon_r}} [\text{m ns}^{-1}]$$

1.7.2 Microstrip



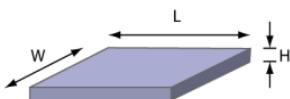
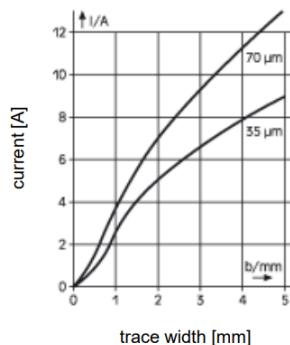
$$Z_0 \approx \frac{87}{\sqrt{\epsilon_r} + 1.41} \ln \left(\frac{5.98h}{0.8w + t} \right)$$

$$\nu_{ph} \approx \frac{0.3048}{1.017\sqrt{0.457\epsilon_r + 0.67}} [\text{m ns}^{-1}]$$

Méthodologie : Définition des couches, Placer les connecteurs et les vis, Placer les composants critiques, Zones du PCB (numérique, analogique), Layout.

Résistance

$$R = \rho \frac{Z(\text{longueur})}{X(\text{largeur})Y(\text{hauteur})} \quad \rho \approx 0.0175 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$$



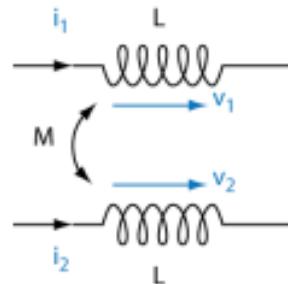
Inductance

$$L_0 = \frac{2}{10^4} L \left(\ln \left(\frac{2L}{W+H} \right) + 0.2235 \left(\frac{W+H}{L} \right) + 0.5 \right) [\mu\text{H}]$$

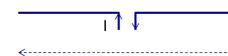
Inductance mutuelle (M)

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

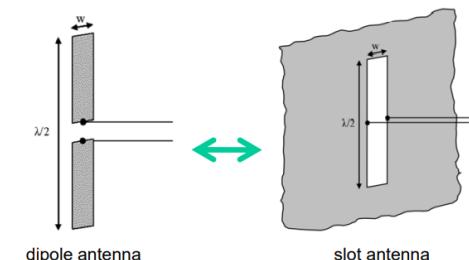


1.9.1 Antenne dipôle



$$E \sim \frac{ILf}{4\epsilon_0 R}$$

1.9.2 Antenne "slot"



$$f = \frac{c}{\lambda \sqrt{\epsilon_r}}$$

$$\text{FR-4} : \epsilon_r = 4 \quad (2.5...6)$$

1.8 Couches

1. S-G-V-S (économie de via, bonne protection)
2. S-G-S-B (pas symétrique, très bonne protection)
3. G-S-S-V (beaucoup de via, trous dans les plans)

Si $f > 5 \text{ MHz}$ ou $t < 5 \text{ ns}$ alors il faut utiliser un pcb multicouches.

Rapprocher les couches GND et VCC pour maximiser le découplage. Les plans images (GND, VCC) doivent être proches de couches de signaux.

1.8.1 Empilements à utiliser

Toujours avoir un système symétrique (pour éviter que le board se torde après usinage).

Réduction de la distance entre couche signaux et couche plan permet de rendre les signaux plus robustes face aux perturbations

1. S-G-V-S
2. S-G-S-S-V-S
3. S-G-V-S-S-V-G-S

1.9 Antennes

Champ électrique E généré par une boucle d'aire A traversée par un courant I à une distance R

$$E \sim \frac{k^2 IA}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(\frac{1}{R} \right) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

1.10 Horloge

- Mêmes longueurs de pistes (distribution en étoile)
- Ne pas traverser des trous dans le GND
- Blindage éventuel pour éviter le rayonnement (signaux analogiques faibles).

1.10.1 Jitter

Petites variations d'un oscillateur. Le jitter contribue à réduire le rapport signal sur bruit

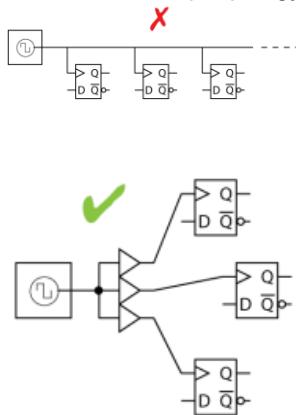
$$\text{SNR} = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2\pi f t_{\text{jitter}}} \right)$$

1.10.2 Skew

Différence de temps pour que le signal atteigne les différents ICs.

Pour éviter ça, mettre le distributeur de clock au centre et distribuer avec des longueurs de piste égales.

1.10.3 Distribution



1.10.4 Émissions

L'horloge peut émettre des perturbations si :

- Il existe des boucles de retour de courant
- L'horloge traverse des antennes slot

Si on doit traverser une fente, on peut ajouter un condensateur.

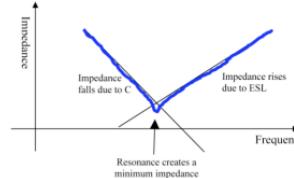
1.11 Découplage

Atténuation des perturbations d'IC et/ou charge de capacités pour diminuer les perturbations et/ou garantir le fonctionnement du système. Placer des capa entre GND et VCC.

Le circuit équivalent d'une capacité est un circuit ESR(R)-ESL(L)-C en série. ESL + C forment une circuit résonant en série. Au dessus de $\omega_{resonance}$, la capa agit comme une inductance. ESL dépend du format et

de la taille de la capa.

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



Comment choisir la capacité de découplage? utiliser des multicouche céramique, le plus petit format possible, généralement : 100nF, 10nF, 1 nF

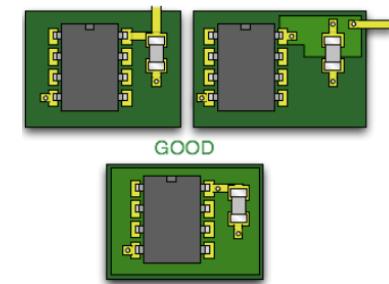
| Capacitor value | THT case (6mm leads) ESL = 3.75 nH | SMD 0805 case ESL ≈ 1 nH |
|-----------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| 1.0 µF | 2.6 MHz | 5 MHz |
| 100 nF | 8.2 MHz | 16 MHz |
| 10 nF | 26 MHz | 50 MHz |
| 1 nF | 82 MHz | 159 MHz |
| 100 pF | 260 MHz | 503 MHz |

On souhaite un grand ESR pour avoir une atténuation lors de la mise en parallèle (résonance parallèle) et un ESL petit pour avoir la plus haute fréquence de coupure le plus haut possible.

Lors de la mise en parallèle des capa, disposer les capa en tête-bêche (flux de courant en sens opposés) pour annuler les champs magnétiques émis mutuellement. Si les plans d'alimentation pour la partie analogique et la partie numérique sont séparés, les relier avec des ferrites.

Gros condensateur (10 µF...50 µF) pour découpler l'alimentation et petit (100 nF) pour les hautes fréquences

1.11.1 Placement du condensateur



Garder les connexions courtes, éviter de mettre les condensateurs dans le même sens, placer les vias directement dans les pads si nécessaire.

1.12 Plans

Capacité intrinsèque entre les plans :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Éviter la résonance des plans en choisissant un rapport longueur / largeur irrationnel.

1.13 Plan de masse

Masse chaude : fait le tour du circuit (vis, connecteurs)

Masse froide : GND interne du circuit. Les deux masses sont reliées par un pont qui empêche le passage des perturbations.

Il faut éviter les interruptions du plan de masse (surtout si elles sont longues).

Lorsqu'il y a plusieurs plans de masse (AGND, DGND), on utilise une connexion en étoile. Si l'impédance du plan de masse est assez faible on peut les fusionner. Remplir toutes les zones non-utilisées par des plans de masse (ou de VCC).

Attention aux pass-through vias sont des "bouchons" et des antennes émettrices. Elles créent des trous dans le plan de référence et réduisent l'effet de blindage

1.13.1 Séparation des plan de masse

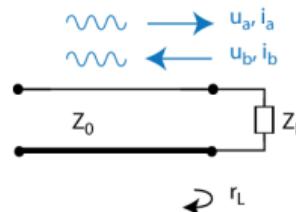
- + isolation de zones (analogique sensible, connections à des appareils bruyants)
- + Réduction des capacités parasites
- Les coupures peuvent générer des antennes
- Pas forcément utile
- + Contrôle des chemin de retour

Stitching avec une distance $\lambda/10$ pour améliorer la protection des zones sensibles.

Pour connecteur deux plans, utiliser des capa si le signal est rapide et des inductances si le signal est lent.

Relier deux plans de masse séparés par deux diodes Schottky tête-bêche ou par des ferrites

1.14.1 Coefficient de réflexion



$$r = \frac{u_b}{u_a}$$

$$r_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + r_L}{1 - r_L}$$

$Z_L > Z_0$ réflexion positive (signal de même polarité que le signal incident est retourné), $Z_L < Z_0$ réflexion négative (signal de polarité opposée et retourné vers l'émetteur) et $Z_L = Z_0$ pas de réflexion

1.14.2 Deux lignes de transmission

$$r_{\text{jonction}} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$



Un stub (bas d'un "T" fermé) : $r = 1$. Un embranchement d'une ligne à deux lignes est similaire à deux résistances en parallèle. Les coins génèrent des réflexions

1.14.3 Effet de peau

distribution du courant (AC) que sur la surface du conducteur. Profondeur :

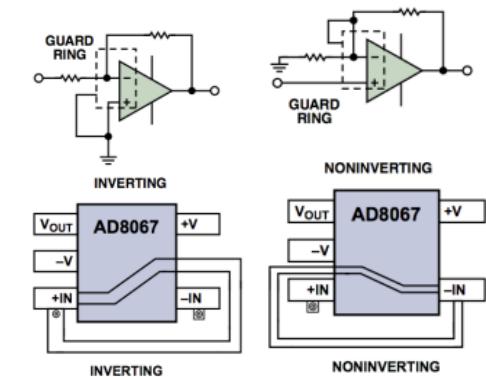
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu_r \sigma}} \quad \sigma = 5.82 \cdot 10^7 \text{ (cuivre)}$$

$$R \sim \sqrt{\omega}$$

| f | 1 kHz | 1 MHz | 10 MHz | 100 MHz |
|---------------------|-------|-------|--------|---------|
| $\delta[\text{mm}]$ | 2.1 | 0.06 | 0.02 | 0.006 |

1.15 Guard ring

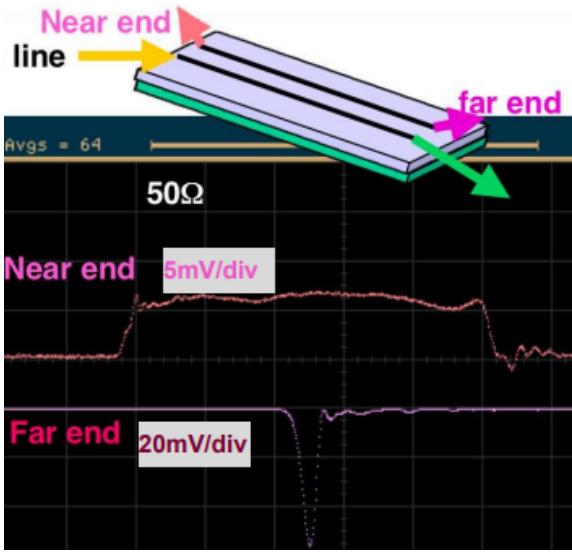
entourer un nœud sensible avec un conducteur qui peut protéger des courant parasites et maintenir les conducteurs à la tension du noeud sensible.



Il faut répéter les anneaux de garde sur chaque couche si THT

1.16 Crosstalk

Interférences entre des pistes proches (couplage capacitif, inductif $u = M \frac{di}{dt}$ ou retour de courant partagé avec impédance non-nulle)



Pour diminuer le cross-talk on peut : éviter les pistes parallèles, diminuer le nombre de changements de couches, diminuer la vitesse de transition des signaux, utiliser des signaux différentiels, diminuer la tension des signaux, ajouter un GND pour chaque signal dans les connecteurs, utiliser des stripline pour les signaux critiques.

Si il n'y a pas de plans de masse, on peut placer des "pistes de garde" pour protéger les signaux. Le couplage inductif est inversement proportionnel au carré de la distance.

1.16.1 Couplage inductif

$$\frac{1}{1 + (\frac{d}{h})^2}$$

Avec d la distance entre les pistes et h l'épaisseur du pcb. En observant le signal à chaque bout de piste, les signaux sont de polarité inversées

1.16.2 Couplage capacitif

La polarité du signal est la même des deux côtés

1.16.3 Couplage résistif

Chemin de retour à un signal commun avec une impédance non nulle

1.17 Ground bounce

Partage d'un GND par plusieurs éléments



Diminuer le slew rate, utiliser des IC SMD ou BGA, ne pas partager les vias, diminuer l'impédance des connexions au GND

1.18 Signaux différentiels

Immunité aux perturbations en mode commun et aux perturbations sur le GND et moins de perturbations émises / reçues.

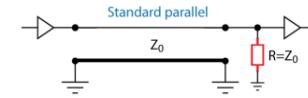
Éviter de passer des pistes proche de paires différentielles

1.18.1 Terminaisons

Éviter les reflections avec une terminaison égale à l'impédance de la ligne Z_0 (série ou parallèle).

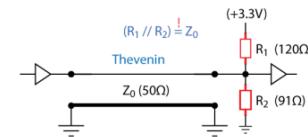
1.18.2 Parallèles

- Plus de puissance
- Moins de temps de montée/descente



1.18.3 Thévenin

Pas recommandé pour TTL et CMOS



1.18.4 Couplage AC

- Dégrade trop les signaux d'horloge

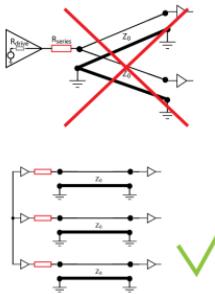


Terminaison côté récepteur, le niveau de commutation est fait en une seule étape, grande dissipation de puissance.

1.18.5 Séries

- Uniquement pour des connexions point-to-point
- faible pertes
- pour des charges avec impédance élevée
- Grand temps de montée/descente

Pour un signal d'horloge : Buffers puis résistances séries vers la source.

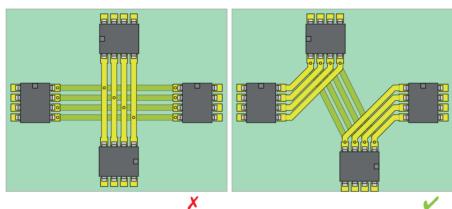


A utiliser pour des arbres d'horloge (avec plusieurs résistances au début)

1.19 Routage

Oscillateur et circuits rapides au centre du pcb, les circuits de puissance sont placés vers les alim et les régulateurs, diviser le pcb selon les composants.

Éviter les connexions en grilles, privilégier plus de pistes sans avoir à percer le plan de masse



1.19.1 Microvia

diamètre < 0.15 mm et qui ne traversent pas forcément toutes les couches. Coût plus élevés mais beaucoup d'avantages. "Via-in-pad" (diminution des inductances de couplage). Moins de perforations des plans

1.20 Choix des composants

Pas de logique rapide (juste assez rapide pour le design), composants avec des boîtiers petits, composants avec le bon pinout(entrée d'un côté et sortie de l'autre), beaucoup de GND, vérifier la fréquence de résonance des capa de découplage

1.21 Connectors and cables

Câbles plats : signal aller-retour placés à côté (un GND entre chaque signal).

Câbles torsadés : mieux que les câbles plats sur les longues distances

Câbles blindés: bon contrôle de l'impédance de la ligne de transmission. Si le shield est mal câblé on perd tous les avantages

L'utilisation d'un choke permet de réduire les courant perturbateurs

réflexions (stubs)

clock skew

EMI (diminuer l'aire entre le signal et son retour)

Pour un signal très sensible et rapide, utiliser un canal LVDS (high speed serial differential channel).

Toujours faire un blindage au niveau PCB avant de toucher à l'armoire



Impédance de transfert d'un câble :

$$Z_{\text{transfer}} = \frac{u_{\text{mesuré}}}{i_{\text{appliquée}}}$$

Ajouter des ferrites / chokes, connecter le blindage du câble directement au châssis

1.22 Multi-cartes

Toujours mieux d'avoir un système sur un seul PCB. Plusieurs cartes donnent :

Problèmes de lignes de transmission

Crosstalk : diminuer la distance entre les signaux et ajouter des GND entre les pistes, prévoir un GND séparé pour chaque signal et/ou diminuer l'inductance mutuelle ou la variation de courant

Perturbations RF : Ajouter une plaque métallique de séparation ou prévoir une couche GND extérieure sur chaque carte. Prévoir également une manière de diminuer l'impédance GND

Ground bounce : Diminuer la vitesse de transition des signaux

1.23 ESD

Filtrage immédiat à l'entrée du câble dans le PCB, diminuer l'aire des boucles, bien faire attention à la mise à terre du PCB (masse chaude et froide si nécessaire). Utiliser des diodes transil pour absorber les tensions.

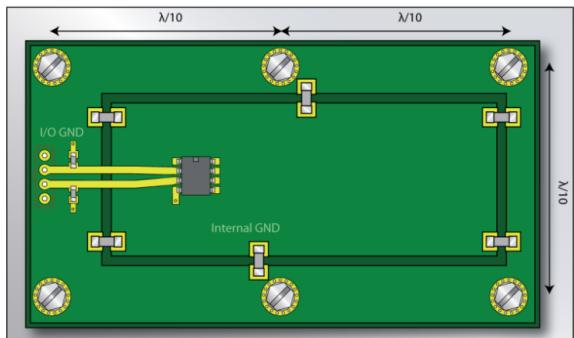
1.24 Testabilité

- Ajouter des points de tests pour tous les nets
- Toutes les pins de BGA doivent être accessibles depuis la face opposée
- Prévoir des points de tests sur les alimentations de chaque IC ainsi que sur les reset
- Prévoir de désactiver les oscillateurs
- Connecter les entrées inutilisées au GND
- Ajouter des résistances de 0Ω pour déconnecter certaines parties

1.25 Ferrites / Condensateurs

- Condensateurs pour les signaux rapides $> 10 \text{ MHz}$ et qui varient continuellement
- Ferrites pour les signaux à basse fréquence et/ou broadband (comme UART)

1.26 Illustrations



1.27 Réponses aux quiz

1. When do we need to take transmission line effects into consideration

- always
- when signal traces are longer than $\lambda/2$
- when the signal transition time is shorter than twice the propagation time on the line
- when signal frequency is >100 MHz
- only when we are dealing with cables and connectors

2. What happens if we insert a cable inside a waveguide?

The waveguide is no longer a waveguide, but becomes a sort of coaxial cable (the waveguide forms the shield). Therefore, the optical high-pass filtering property of the waveguide disappears and all frequencies (down to DC) are allowed to pass. This can void the original intent of shielding against signals having frequencies below the waveguide's cutoff frequency f_0 .

3. What should we observe when shielding parts of a PCB with metallic cans:

- material of the metal (conductivity)
- resonances
- number of contacting points to the PCB's 0V plane
- thermal stress (expansion)

7. PCBs with separate copper areas for different grounds (analog/digital):

- are a good idea (explain why)
- are not a good idea (explain why)
- should be used only under special circumstances, i.e. when: _____

- when dealing with sensitive analog circuits (high impedance, very small signal)
- when outputs are connected to very noisy, high power (electromechanical) equipment
- when isolation is needed (safety reasons/regulations)
- to reduce parasitic C to GND in filters, line transformers

And only if we are very sure about what we're doing or under an EMC expert's advice

9. The return current of a signal is always on the nearest conducting plane, regardless of its DC voltage?

- correct
- incorrect

5. What is an image plane and how does it work?

Answer:

An image plane is a continuous (uninterrupted) copper plane in one or more PCB layers. It is connected to GND (or VCC) and serves as the return path for signal traces on other (adjacent) PCB layers.

10. What is common mode noise and how can it be avoided?

Answer:

Common mode noise is noise that's present with the same polarity on a signal and its return line. Therefore, the electromagnetic field generated the common mode current on the pair of lines does not cancel at far distance. When GND noise (voltage drop on the GND connection) is present, then this generally translates into common mode noise on components attached to GND.

6. Describe some sorts of antennas and how they can involuntarily be created in a PCB

Answer:

- patch antenna (slide 44)
- slot antenna (slide 46)
- dipole antenna (slide 31)
- and generally, antennas formed by PCB traces with missing or far return paths (loop antennas) and antennas formed by attached cables

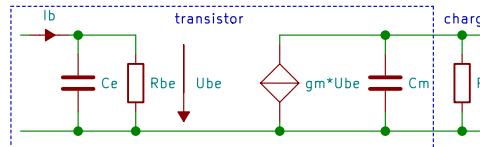
2 Amplificateurs opérationnels

2.1 Modèle petits signaux du BJT

| | |
|--------------------|---|
| I_0 | Courant de polarisation sur la sortie |
| U_{early} | Tension de Early (15 V...150 V) |
| I_B | Courant de polarisation de base |
| U_T | Tension thermique ($\approx 25 \text{ mV}$) |
| β | Gain du transistor |
| C_m | Capacité de Miller (sortie) |
| C_e | Capacité de Miller reportée sur la base |

$$U_T = \frac{kT}{e} \quad k = 1.381 \times 10^{-23} \quad e = 1.602 \times 10^{-19}$$

2.1.1 Modèle du livre



$$R_{be} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{U_T}{I_0}$$

$$I_0 = \beta I_B$$

$$g_m = \frac{I_0}{U_T} = \frac{1}{R'_E}$$

$$C_e = (1 + |A|)C_m \quad \text{approximation : } C_e \approx AC_m$$

$$A = -\frac{R_c \beta}{R_{be}}$$

$$R_C = \frac{U_{\text{early}}}{I_0}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_{be} |A| C_m}$$

A noter que le gain A est le gain vu par le transistor. Si on modifie la suite du circuit pour diminuer le gain, il faudra mettre à jour les valeurs calculées.

2.1.2 GBW

Produit constant sur la droite du GBW

$$A \cdot \omega_c = \text{GBW} \quad \omega_c = 2\pi f_c$$

Si on a une application avec ω_a , alors le gain maximal est donné par

$$A_{max\omega} = \frac{\text{GBW}}{\omega}$$

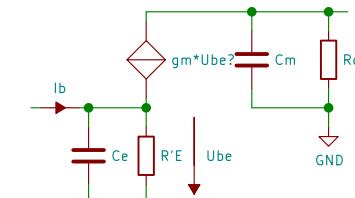
Amplificateur de tension Entrée en tension, sortie en tension

$$U_a = A_D U_D$$

Amplificateur à transconductance Entrée en tension, sortie en courant

$$I_a = S_D U_D$$

2.1.3 Modèle du cours



$$A = -\frac{R_c}{R'_E}$$

$$R'_E = \frac{R_{be}}{\beta}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi\beta R'_E |A| C_m}$$

on suppose que le courant de base est nul (que R'_E est parcouru par le courant du collecteur uniquement).

2.2 Comportement en fréquence d'un ampli-op

Le gain est de la forme

$$\frac{U_{out}}{U_+ - U_-} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0}}$$

Avec U_D la différence de tension entre les bornes + et -

Amplificateur à transimpédance Entrée en courant, sortie en tension

$$U_a = I_N Z = A_D U_D$$

3 Opamp 1

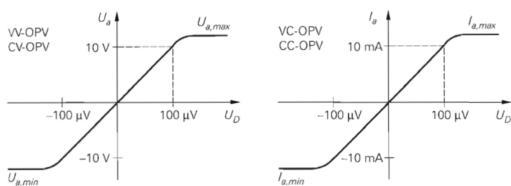
3.1 Catégories d'AOP idéaux

| | Voltage output | Current output |
|-----------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Voltage controlled voltage source | Normal opamp VV-opamp | Transconductance opamp VC-opamp |
| | $U_o = A_D U_D$ | $I_o = S_D U_D$ |

Amplificateur de courant Entrée en courant, sortie en courant

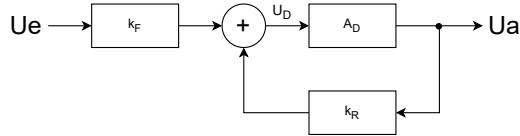
$$I_a = k_I I_N = S_D U_D$$

3.2 Caractéristique de transfert



- gain idéal infini
- U_{out} limité aux tensions d'alimentation

3.3 Control loop diagram



- $U_D = k_F U_e - k_R U_a$
- $A = \frac{U_a}{U_e} = \frac{k_F A_D}{1 + k_R A_D} \cong \frac{k_F}{k_R}$ (pour A_D grand)

3.3.1 non-inverseur

- $k_F = 1$
- $k_R = \frac{R_1}{R_1 + R_N}$
- $A = 1 + \frac{R_N}{R_1}$

R_N est la résistance de contre réaction et R_1 la résistance mise à la masse.

3.3.2 inverseur

- $k_F = \frac{-R_N}{R_1 + R_N}$
- $k_R = \frac{R_1}{R_1 + R_N}$
- $A_D = \frac{U_a}{k_F U_e - k_R U_a}$
- $A = k_F \frac{A_D}{1 + k_R A_D}$

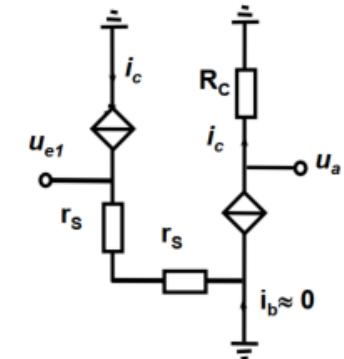
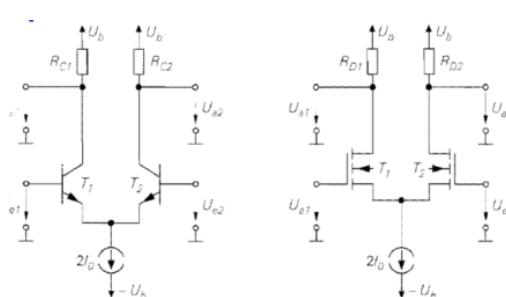
3.3.3 différentiel

- $k_F = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$
- $k_R = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
- $A = \frac{R_1 A_D}{R_1 + R_2 + R_2 A_D} \cong \frac{R_1}{R_2}$ (pour A_D grand)

R_1 contre réaction et résistance à la masse / R_2 résistance d'entrée (+ et -)

3.4 Montage interne AOP

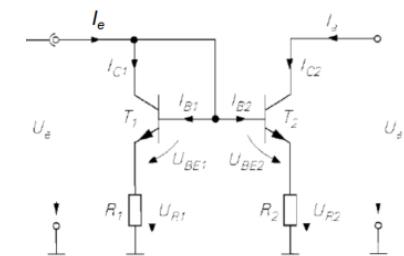
3.4.1 Amplificateur différentiel



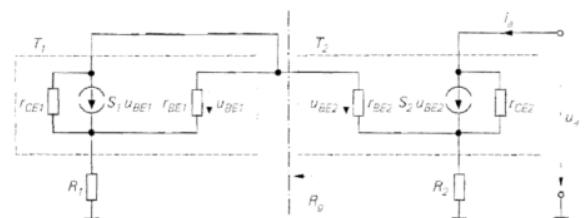
Pour les petits signaux

- $A_1 = \frac{R_c}{2r_s}$
- $A_2 = \frac{-R_c}{2r_s}$

3.4.2 Miroir de courant

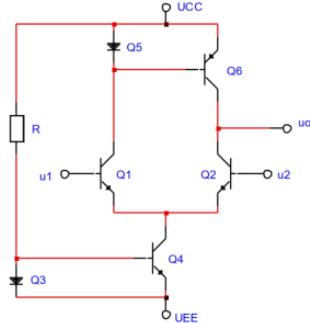


Facteur de translation de courant $k = \frac{R_1}{R_2}$

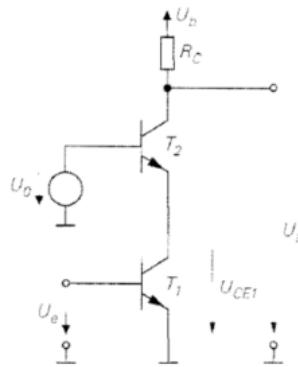


3.4.3 Charge active

On utilise un miroir de courant comme charge active.



3.4.4 Cascode



Haute résistance de de sortie et réduit la capacité de Miller

Le gain est de $A \cong \frac{R_c}{r_{s1}}$

4 Opamp 2

4.1 Suppositions

Chute de tension dans les sources de courant

Chute dans les jonctions (transistors et diodes)

Tension thermique (résistances)

Courant dans la base (à vérifier)

1 V
0.6 V
25 mV
0 A

Partir du point demandé (entrée ou sortie) et recherche le chemin "logique" qui fait perdre le plus de tension (passage par des transistors/diodes/sources de courant). Il est possible d'utiliser des tensions qui sont écrites sur le schéma.

4.2 Plage d'entrée / de sortie

3.4.5 Conversion d'impédance

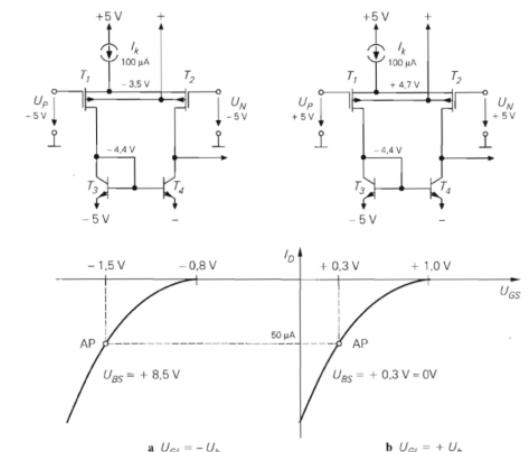
$$\beta \cong \beta_1 \beta_2 \text{ et } r_{BE} \cong r_{BE1} + \beta_1 (r_{BE2} // R)$$

3.5 Tensions d'alimentation

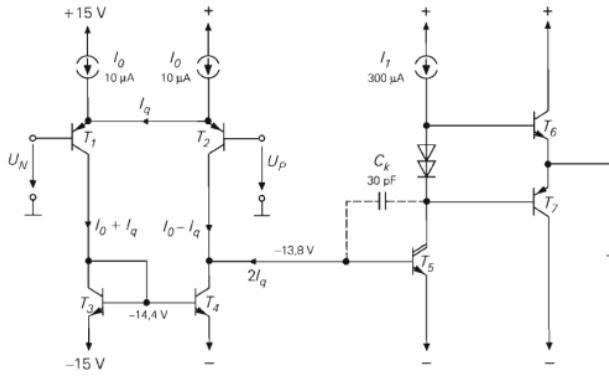
- Différentiel (+15V,-15V)
 - Simple alimentation (30V,0V) avec point milieu à +15V
 - plage positive (30V,0V) sans point milieu

3.5.1 Rail-to-Rail

Plage d'entrée et/ou sortie vont jusqu'au tension d'alimentation



Amplificateur différentiel avec substrat pilotable



$$U_N \in \begin{pmatrix} 13.4 \\ -14.4 - 13.8 \end{pmatrix} \quad U_P \in \begin{pmatrix} 13.4 \\ -13.8 \end{pmatrix} \quad U_a \in \begin{pmatrix} 13.4 \\ -13.2 \end{pmatrix}$$

Pour les signaux différentiels, ils doivent être identiques donc on utilise la plage la plus faible pour chaque borne. Le -14.4 V (à gauche sur le schéma) viens d'une chute de tension de jonction NPN. Le -13.8 V (au milieu en bas sur le schéma) viens de la chute de tension double dans le darlington.

$$U_D = U_P - U_N$$

$$I_q = \frac{U_D}{2r'_E} \quad r'_E = \frac{U_T}{I_0}$$

La tension U_1 est entre la base de T_5 et la masse.

$$U_1 = -2R_1 I_q$$

$$U_a = -U_1 \frac{R_2}{r_{s5}}$$

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi R_1 C_k} \cdot \frac{r_{s5}}{R_2} = 5.3\text{ Hz}$$

$$S_R = \frac{I_1}{C_k} = 10\text{ V } \mu\text{s}^{-1}$$

$$A = 2 \frac{R_1 R_2}{2r'_E \frac{1}{0.005}} = 400'000$$

$$\text{GBW} = A 2\pi f_0$$

$$A_{max} = \frac{\text{GBW}}{2\pi \cdot 10'000} = 212$$

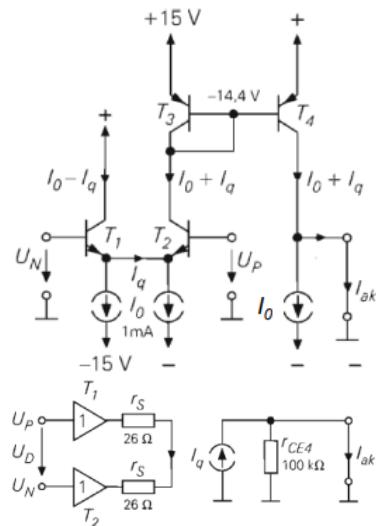
4.3 Amplificateur à transconductance

$$S_D = \frac{I_0}{2U_T} [\text{A V}^{-1}]$$

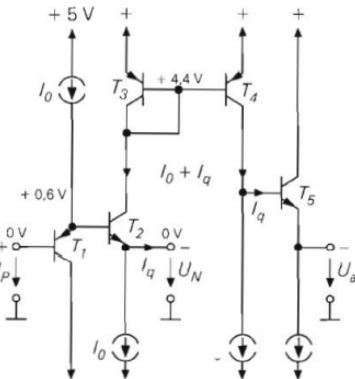
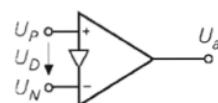
Possibilité de modifier la transconductance en ajoutant une résistance R_E entre les émetteurs de l'étage différentiel.

Résistance de sortie :

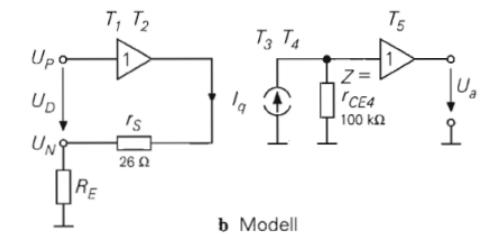
$$r_a = r_{CE4}$$



4.4 Amplificateur à transimpédance

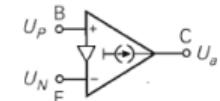


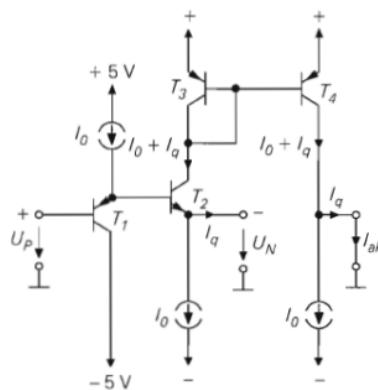
$$A_D = \frac{U_a}{U_D} = \frac{Z}{r_s} = \frac{U_A}{U_T}$$



$$A_B = \frac{Z}{R_E + r_s}$$

4.5 Amplificateur de courant (transistor diamant)



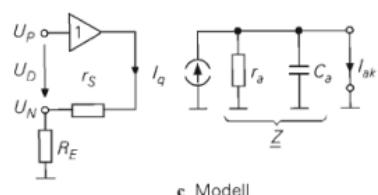


$$S = \frac{1}{r_S}$$

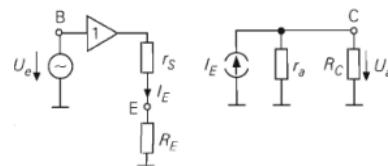
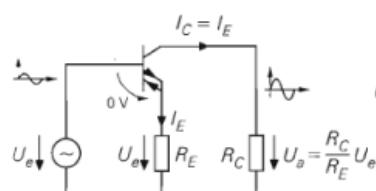
Si on a une résistance externe R_E à l'émetteur

$$S_B = \frac{1}{r_S + R_E}$$

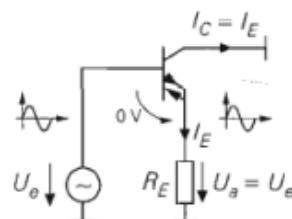
$$A_B = S_B R = \frac{R}{r_S + R_E}$$



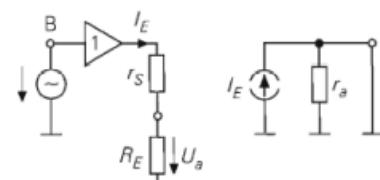
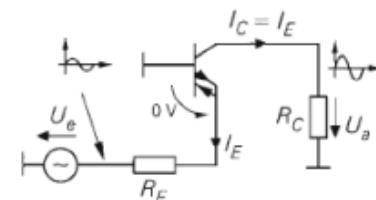
4.5.1 Couplage sur l'émetteur



4.5.2 Couplage sur le collecteur

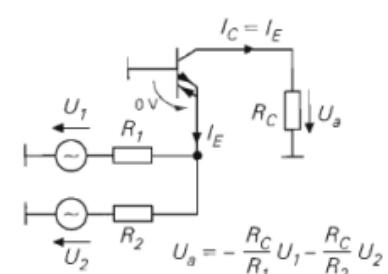
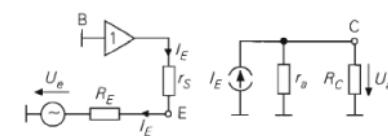
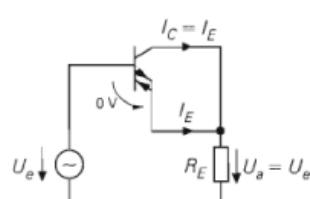


4.5.4 Couplage sur la base

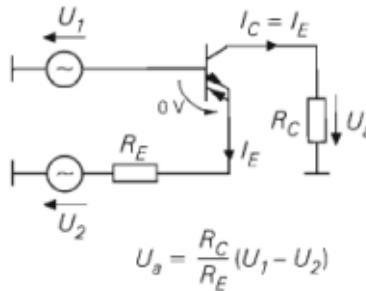


4.5.3 Collecteur et émetteur connectés

Comme le transistor diamant est alimenté de manière externe, on peut le faire fonctionner de la manière suivante (avec le courant qui sort "de nulle part")

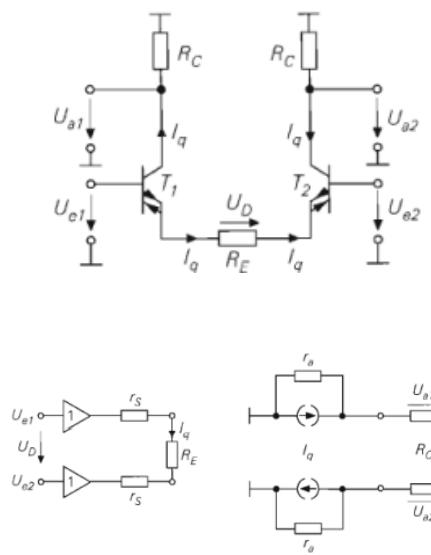


Circuit d'addition



Circuit de soustraction

4.5.5 Amplificateur différentiel



5 Opamp 3

5.1 Bruit

$$\text{SNR} = \frac{S}{N} = \frac{\text{signal rms}}{\text{bruit rms}}$$

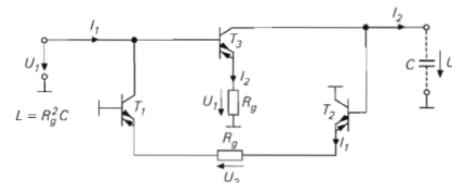
Le bruit est représenté par une gaussienne avec μ la moyenne et σ l'écart-type

4.5.6 Gyrateur

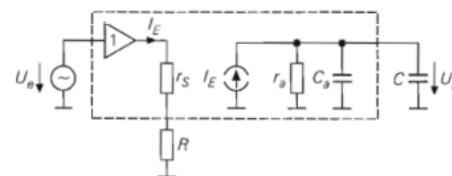
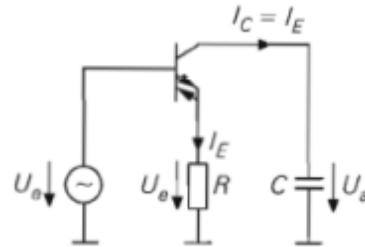
Équivalent d'un transformateur mais qui fonctionne en DC

$$I_1 = \frac{1}{R_G} U_2$$

$$I_2 = \frac{1}{R_G} U_1$$



4.5.7 Intégrateur



Somme de puissances de bruit (rms)

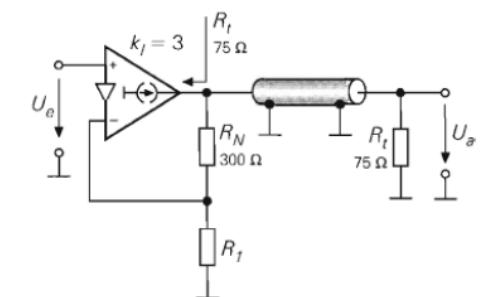
$$E_{\text{tot}} = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2}$$

Bruit dans une résistance

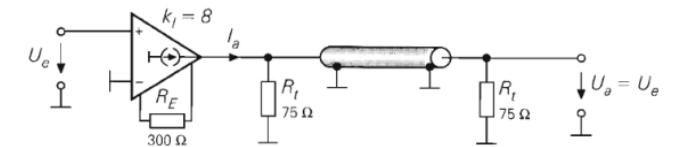
$$U_R = \sqrt{4ktR} \quad \left[\frac{\text{V}_{\text{rms}}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$$

$r_a(C_a + C)$ représente la limite de fréquence basse de l'intégrateur. Il n'y a quasiment pas de limite haute (f_T)

4.6 Terminaisons de lignes de transmissions



4.7 Driver de ligne coax



$$U_a = \frac{1}{2} I_a R_w = \frac{k_1 R_w}{2 R_E} U_e$$

$$R_e \approx \frac{k_1}{2} R_2$$

Entre deux fréquences on obtient

$$U_R = \sqrt{4ktR(f_{\text{max}} - f_{\text{min}})} \quad [\text{V}_{\text{rms}}]$$

Constante de Boltzmann :

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

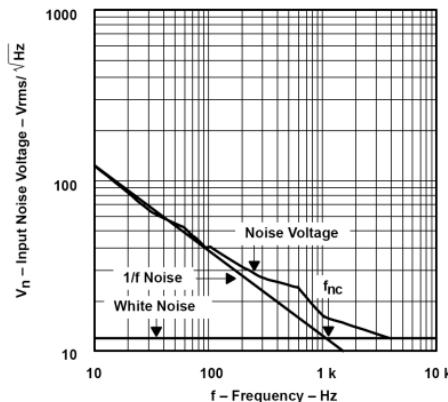
5.1.1 Densité spectrale de puissance du bruit

La densité spectrale de puissance est référencée sur une résistance de 1Ω par défaut

$$\frac{V_{\text{rms}}}{\sqrt{\text{Hz}}} \quad \text{ou} \quad \frac{A_{\text{rms}}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

Bruit blanc : Constant sur toute la plage de fréquences

Densité de bruit : Varie en fonction de la fréquence



Calcul de la puissance de bruit entre f_{\min} et f_{\max}

$$E_n = E_{\text{white noise}} \sqrt{f_{\min} \ln \left(\frac{f_{\max}}{f_{\min}} + (f_{\max} - f_{\min}) \right)}$$

6 ADC / DAC

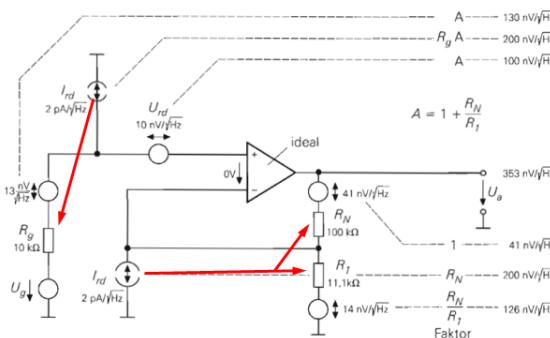
Petite puissance :

Haute vitesse :

Operational amplifier:

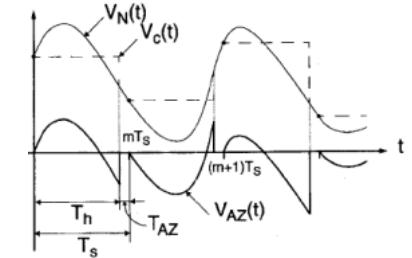
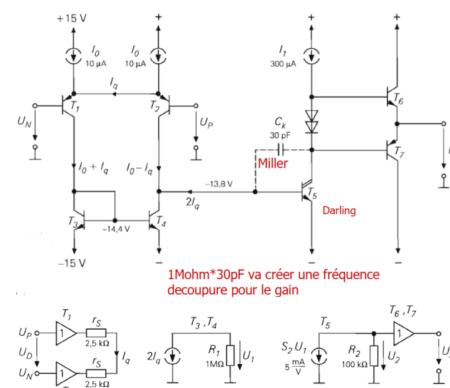
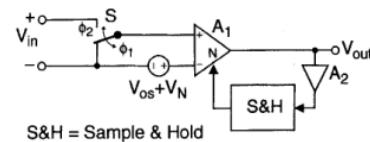
5.2 Calcul du bruit dans un circuit

Convertir chaque source en trouvant de quoi la transformer le plus proche possible (résistance par exemple). On cherche à avoir tous les bruits au même endroit et avec la même unité

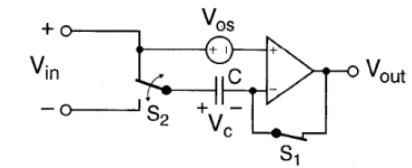


5.3 Auto-zero

Suppression du bruit à basse fréquence par mesure et soustraction de l'offset



En circuit on obtient :



5.4 Chopper amplifier

Modulation du signal d'entrée par un carré à haute fréquence puis démodulation à la sortie. Le but est d'effectuer du "noise shaping" pour placer le bruit dans la zone qui va être supprimée.

$$U_1 = -2I_q R_1 = -2R_1 \frac{U_D}{2r_s} = -\frac{1M\Omega}{2.5k\Omega} U_D = -400 \cdot U_D$$

$$U_2 = -S_2 U_1 R_2 = -5 \frac{mA}{V} \cdot 100k\Omega \cdot U_1 = -500 \cdot U_1$$

$$A_D = (-400) \cdot (-500) = 2 \cdot 10^5$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_1 C_k} \cdot \frac{r_{s5}}{R_2}$$

ADC

Quantization of the amplitude Resolution N is the number of bits

Resolution step is the analog value of the interval between two codes (1LSB)

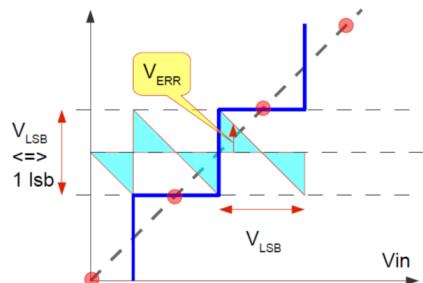
$$\text{Code} = \frac{V_{in}}{V_{FS}} \cdot (2^N - 1)$$

Quantification de l'erreur:

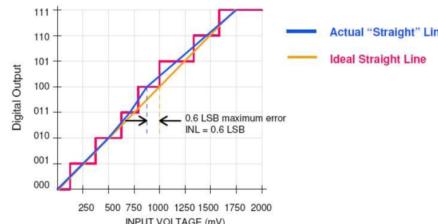
Analogique

Power : $E_N = \frac{1}{V_{LSB}} \int_{-q/2}^{q/2} V_{ERR}^2(V_{IN}) dV_{IN} = \frac{V_{LSB}^2}{12}$

$$U_N = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$



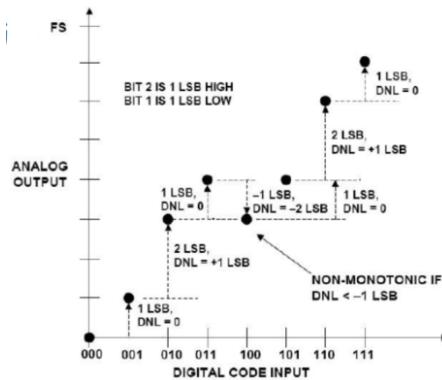
INL (Integral non linearity): différence entre la valeur actuelle et la valeur idéale



DNL : différence entre le step actuel et le step idéal

DNL ≤ -1 : non monotonic

DNL $\geq +1$: missing code



SNR(signal over noise power ratio):

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{\text{signal power } P_S}{\text{noise power } P_N}\right)$$

$$SNR_{dB} = 20 \cdot \log\left(\frac{\text{signal RMS voltage } U_S}{\text{noise RMS voltage } U_N}\right)$$

THD (Total Harmonic distorsion): ratio entre deux valeurs RMS

$$THD = \sqrt{\frac{\sum U_{h2}^2 + U_{h3}^2 + \dots + U_{hn}^2}{U_{sin}^2}}$$

(résultat entre 0 et 1)

SINAD (signal to noise and distortion):

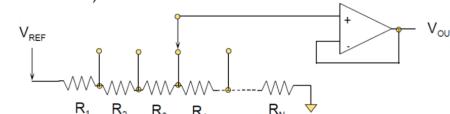
$$SINAD = 10 \cdot \log \frac{A_{SinFS}^2}{\sum (\text{noise+distortion power to } fs/2)} \text{ ENOB}$$

(Effective number of bits):

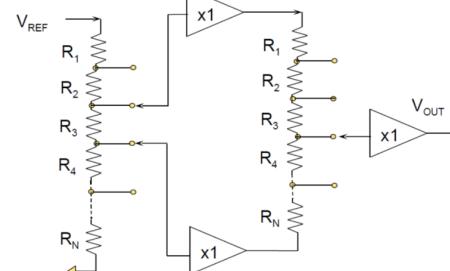
$$ENOB = \frac{SINAD_{dB} - 1.76}{6.02}$$

Structure unary : série de 2^N fois 2^0 valeurs

Resistor chain (kelvin divider)

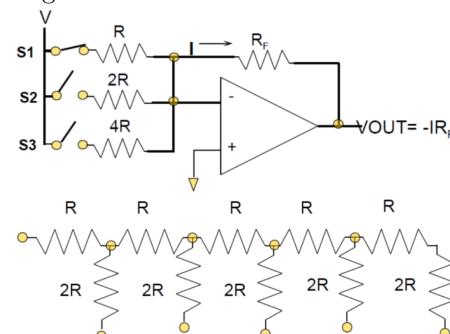


Segmented chains:

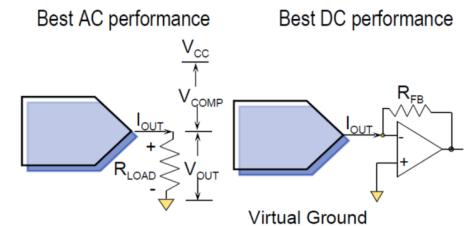


Structure binary : N different values ($2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{N-1}$)

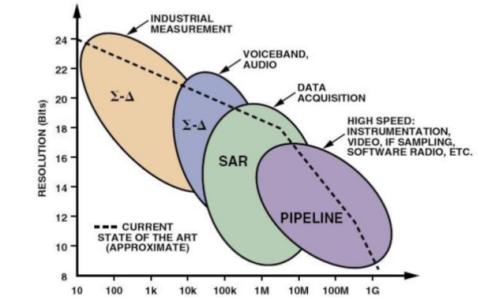
Binary-weighted structure



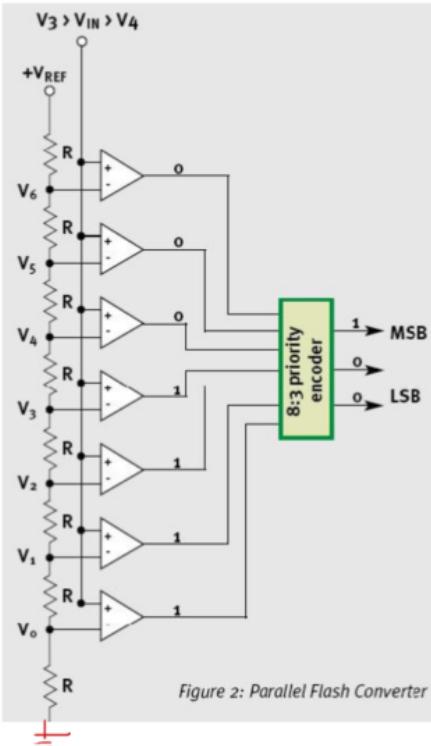
U-I output:



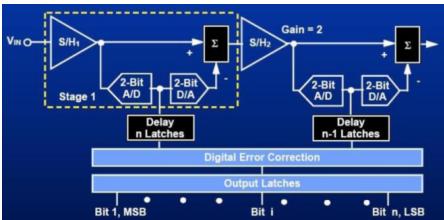
ADC structures :



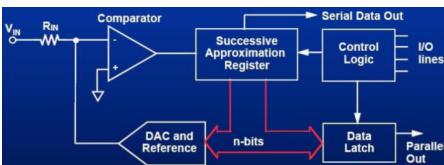
Flash converter: 2^N resistors and 2^N comparators. Speed between 100M and 1G sps. No S/H needed.



Pipeline converter: chaque étage représente un bit.
Speed between 1M and 500M sps. S/H needed at each stage.

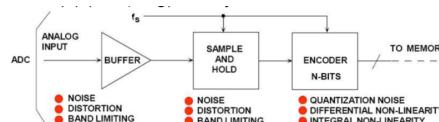


SAR converter: speed between 100k and 10M sps.
Need S/H.



Noise sources:

- quantization noise
- noise generated by the converter itself
- application circuit noise (reference & power supply, GND bounce, layout considerations)
- Clock jitter (sampling)



Analog input circuit noise is additive. Voltage reference noise is multiplicative. Quantisation noise is additive.
Single ended and common mode:

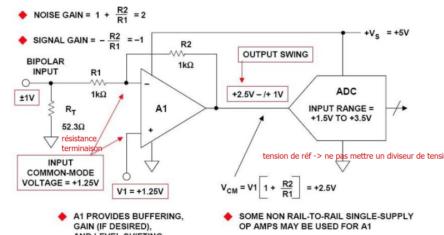
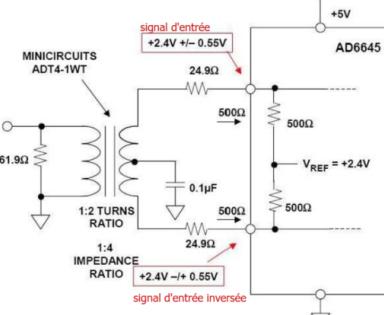


Figure 6.11: Single-Ended Single-Supply DC-Coupled Level Shifter
Single ended to differential (AC) conversion :



Single ended to differential (DC) conversion :

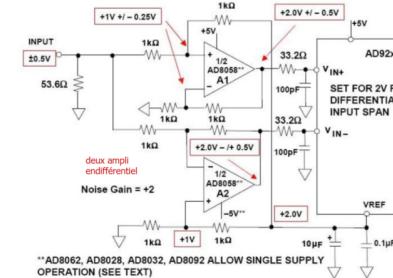


Figure 6.31: Op Amp Single-Ended to Differential DC-Coupled Driver with Level Shifting

6.1 Discréétisation

Valeur du signal continu pris à des temps précis (sample) Après l'échantillonnage, la valeur est quantifiée sur une valeur de 2^n

6.1.1 Idéal

$$x_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_s) \cdot \delta(t - kT_s) = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_s) \quad (1)$$

6.1.2 Critère de Nyquist

$f_s > 2(f_a - f_b)$ avec f_a limite haute de la BW du signal et f_b limite basse de la BW

6.2 Aliasing

L'échantillonnage d'un signal provoque une répétition du spectre du signal autour de f_s et de multiples de f_s .

6.3 Signal Noise Ratio

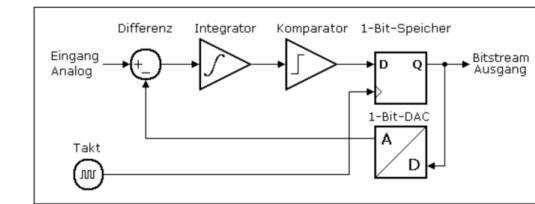
- Bruit de quantification RMS $N_{RMS} = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$
- Tension sinus FullScale $S_{RMS} \frac{V_{LSB}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2^N}{2}$
- $SNR = 20\log(\frac{S_{RMS}}{N_{RMS}}) = 20\log(\sqrt{\frac{12}{8}}) + 20\log(2^N)$
- En dB $SNR = 6.02N + 1.76$

Analogique

6.4 Process gain

C'est lorsque l'on utilise pas toute la bande de 0 à $f_s/2$ le gain pour un sinus FullScale est le suivant.

$$SNR = 6.02N + 1.76 + 10\log\left(\frac{f_s}{2 \cdot BW}\right) \quad (2)$$



Analogique

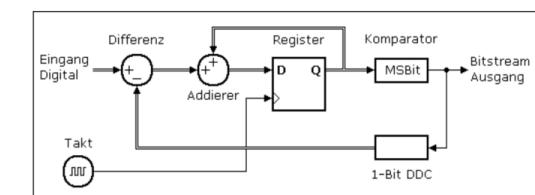
6.5 Sur-échantillonnage

$$SNR = 6.02N + 1.76 + 10\log(OSR) \quad (3)$$

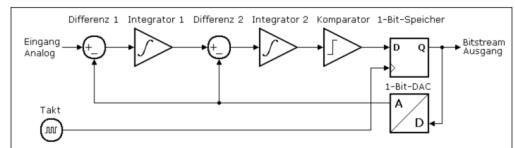
Meilleur de 3dB à chaque fois que la f_s double.

6.6 Conversion Sigma-Delta

Modulateur de premier ordre

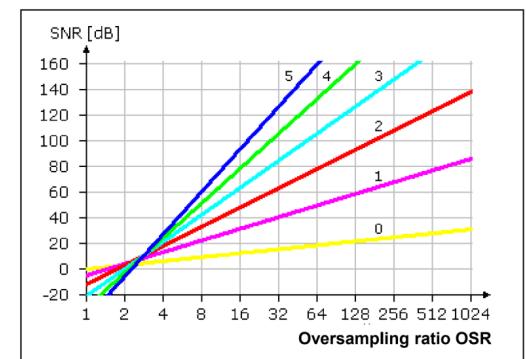


Digital



Modulateur du deuxième ordre

6.6.1 Sur-échantillonnage pour SD



7 Numérique

7.1 Circuits

Combinatoires Les sorties dépendent des entrées directement (porte logique par exemple)

Sequentiels synchrones Les sorties dépendent de l'état actuel et des états précédents

Séquentiels asynchrones Les sorties dépendent de l'état actuel, des états précédent et de l'état actuel des entrées et avec des délais non-contrôlés par l'horloge

7.2 Comportement transitoire

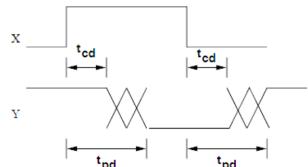
Rise time t_r : Temps de montée de 20 % à 80 %

Fall time t_f : Temps de descente de 80 % à 20 %

Edge rate : $\frac{t_r+t_f}{2}$

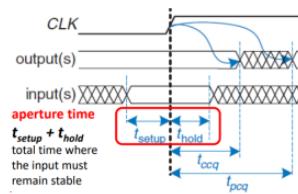
Temps de contamination t_{cd} (t_c) : Temps le plus court avant qu'un changement sur l'entrée (50 %) apparaisse sur la sortie (50 %)

Temps de propagation t_{pd} (t_p) : Temps le plus long avant qu'un changement sur l'entrée (50 %) apparaisse sur la sortie (50 %)



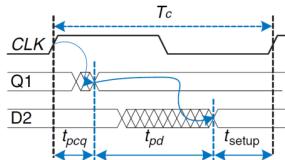
Temps de setup t_{setup} : Temps de stabilité avant le flanc d'horloge

Temps de "hold" t_{hold} : Temps de stabilité après le flanc d'horloge (souvent 0)



7.3 Contraintes

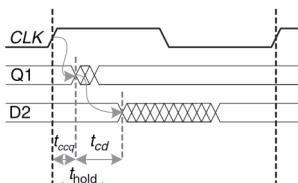
7.3.1 Temps de setup



$$T_{clk} \geq T_{pcq} + t_{pd} + t_{setup} + t_{skew}$$

$$t_{pd} \leq T_{clk} - (t_{pcq} + t_{setup} + t_{skew})$$

7.3.2 Temps de hold

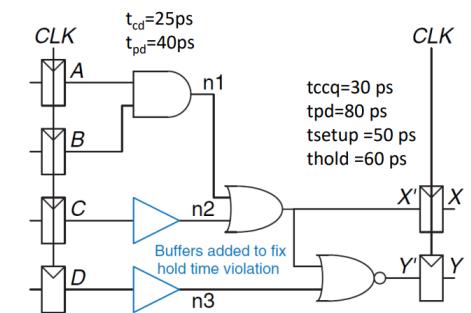


OU

$$t_{cq} + t_{cd} \geq t_{hold} + t_{skew}$$

$$t_{cd} \geq t_{hold} + t_{skew} - t_{cq}$$

7.3.3 Circuit combinatoire



7.4 Horloge

7.4.1 Skew

Dans le cas des cascades de flip-flop

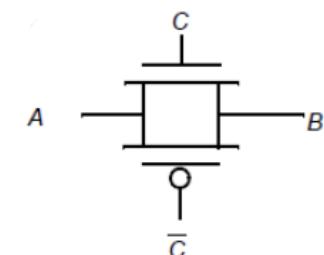
$$t_{cq} \geq t_{skew}$$

7.5 FPGA

Timing analysis : Analyse des contraintes de timing du système complet et recherche des erreurs / définition de la fréquence max.

t_{pd} pour chaque logic element et t_{wire} entre chaque logic element

7.6 CMOS Transmission Gate



$C = 1$: Le système agit comme un fil.

$C = 0$: Le système agit comme un circuit ouvert

7.7 Optimisation

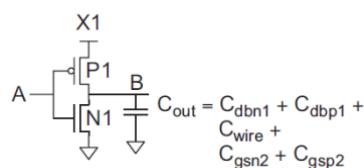
On va jouer sur : la micro-architecture, la logique, les circuits numériques, le layout (les deux derniers sont traités dans le cours)

7.8 Capacités parasites

Capacité de diffusion : Capacité entre le drain et la sortie et entre source et sortie

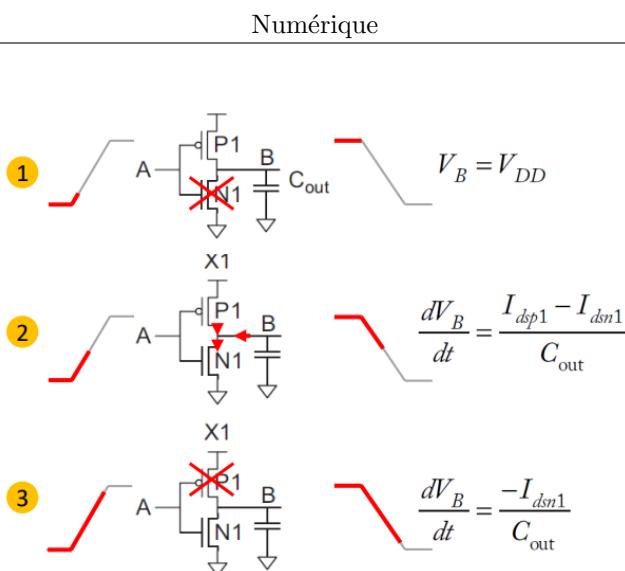
Capacité de gate : Capacité entre la gate et la masse (Canal N) et la gate et l'alimentation (canal P)

7.9 Comportement transitoire d'un inverseur

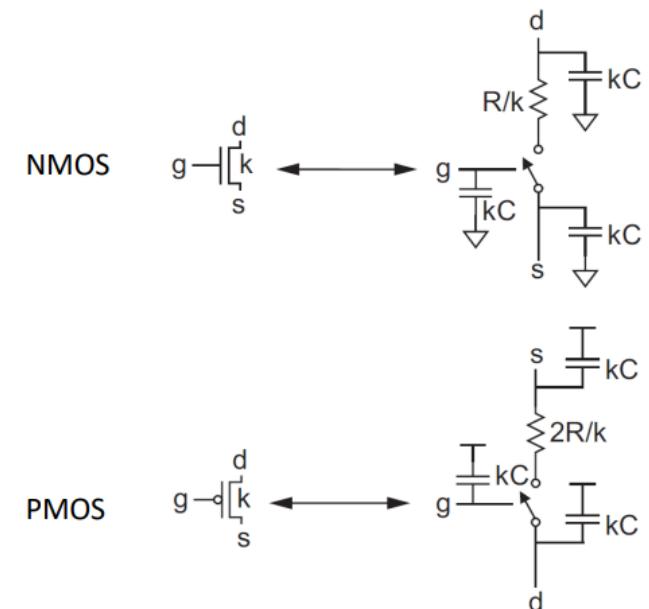


$$\frac{dV_B}{dt} = -\frac{\beta}{C_{out}} \begin{cases} \frac{(V_{DD}-V_t)^2}{2} & V_B > V_{DD} - V_t \\ \left(V_{DD} - V_t - \frac{V_B}{2} \right) V_B & V_B < V_{DD} - V_t \end{cases}$$

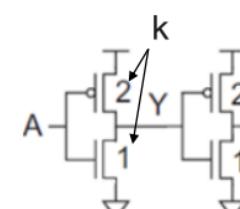
Si les temps de montée/descente en entrée ne sont pas 0, alors le temps de propagation augmente



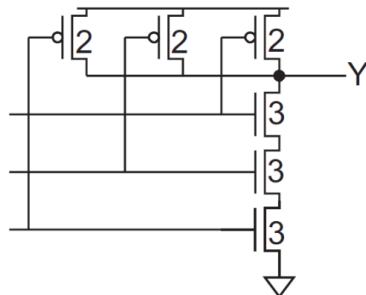
7.10 Modèle RC



k est la "taille" du transistor (le nombre d'unités). Le PMos a le double de résistance parce que les trous ont une moins bonne mobilité que les électrons. Pour avoir un circuit équilibré on utilise :



7.10.1 Exemple de porte NAND à 3 entrées



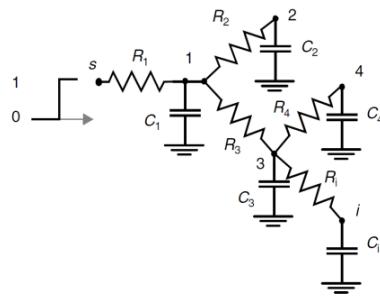
7.10.2 Exemple avec un inverseur

$$V_{out}(t) = V_{DDE} e^{-t/\tau} \quad \tau = RC$$

$$t_{pd} = RC \ln(2)$$

7.11 Modèle de Elmore

Un seul noeud d'entrée, tous les condensateurs sont entre des noeuds et le GND, aucune boucle résistive



Délai sur le noeud i :

$$\begin{aligned} \tau_{Di} &= R_1 C_1 \\ &+ (R_1) C_2 \\ &+ (R_1 + R_3) C_3 \\ &+ (R_1 + R_3) C_4 \\ &+ (R_1 + R_3 + R_i) C_i \end{aligned}$$

Attention On ne considère que les résistances qui sont "sur notre chemin" (pour aller à C_i dans ce cas). Donc les condensateurs qui sont en périphérie sont multipliés uniquement par les résistances qui sont sur notre chemin et qui permettent d'y arriver.

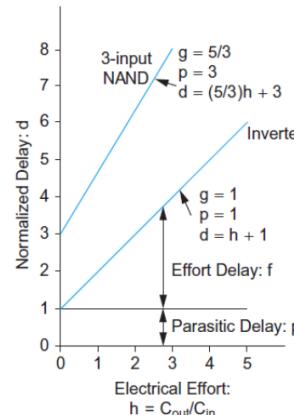
7.11.1 Représentation linéaire

$$\frac{\tau_{pd}}{\tau} = d = (p + f)$$

Délai parasite p : Propre à la porte logique (en principe invariant)

Délai "d'effort" f : Dépend des charges

Effort électrique h : Rapport entre la capacité d'entrée et de sortie C_{out}/C_{in}



7.11.2 Délais parasites

| Gate Type | Number of Inputs | | | | |
|-----------------------|------------------|----------|--------------|-----|-----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | n |
| inverter | 1 | | | | |
| NAND | | 2 | 3 | 4 | $(n+2)/3$ |
| NOR | | | 5/3 | 7/3 | 9/3 |
| tristate, multiplexer | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| XOR, XNOR | 4, 4 | 6, 12, 6 | 8, 16, 16, 8 | | |

7.11.3 Efforts logiques

| Gate Type | Number of Inputs | | | | |
|-----------------------|------------------|----------|--------------|-----|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | n |
| inverter | 1 | | | | |
| NAND | | 4/3 | 5/3 | 6/3 | $(n+2)/3$ |
| NOR | | 5/3 | 7/3 | 9/3 | $(2n+1)/3$ |
| tristate, multiplexer | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| XOR, XNOR | 4, 4 | 6, 12, 6 | 8, 16, 16, 8 | | |

Des portes avec moins d'entrées sont mieux que des portes avec plus d'entrées

7.12 Système à plusieurs étages

effort logique du chemin G

$$G = \prod g_i$$

Effort électrique du chemin H

$$H = \frac{C_{out(\text{path})}}{C_{in(\text{path})}}$$

Effort du chemin F

$$F = \prod f_i = \prod g_i h_i$$

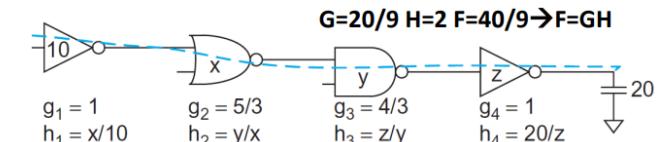
$F \neq GH$ (avec plusieurs chemins)

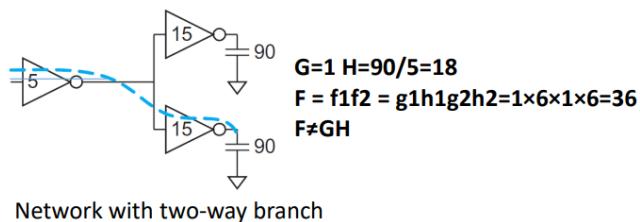
$$F = GBH$$

Effort "d'embranchement" B

$$b = \frac{C_{\text{sur le chemin}} + C_{\text{hors chemin}}}{C_{\text{sur le chemin}}}$$

$$B = \prod b_i$$



**Délai du chemin D**

$$D = \sum d_i = D_F + P$$

Délai d'effort du chemin D_F

$$D_F = \sum f_i$$

Délai parasite P

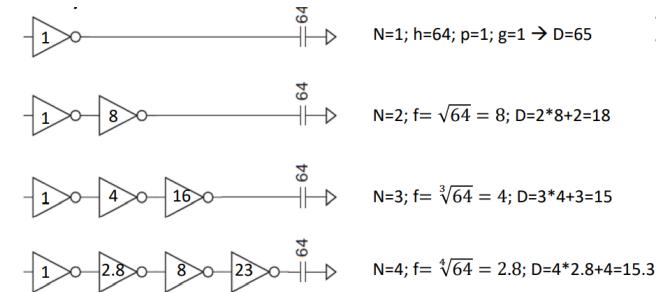
$$P = \sum p_i$$

7.12.1 AutresEffort pour chaque étage (N étages)

$$\hat{f} = g_i h_i = F^{1/N}$$

Délai minimal pour N étages avec effort F et délai parasite P

$$D = NF^{1/N} + P$$



The method of Logical Effort is applied with the following steps:

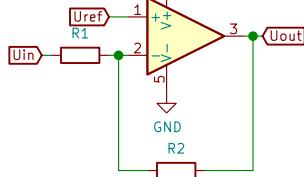
1. Compute the path effort: $F = GBH$
2. Estimate the best number of stages: $\hat{N} = \log_4 F$
3. Sketch a path using: \hat{N} stages
4. Estimate the minimum delay: $D = \hat{N}F^{1/\hat{N}} + P$
5. Determine the best stage effort: $\hat{f} = F^{1/\hat{N}}$
6. Starting at the end, work backward to find sizes: $C_{in_i} = \frac{C_{out_i} \times g_i}{\hat{f}}$

TABLE 4.5 Summary of Logical Effort notation

| Term | Stage Expression | Path Expression |
|-------------------|---|--|
| number of stages | 1 | N |
| logical effort | g (see Table 4.2) | $G = \prod g_i$ |
| electrical effort | $b = \frac{C_{out}}{C_{in}}$ | $H = \frac{C_{out(path)}}{C_{in(path)}}$ |
| branching effort | $b = \frac{C_{onpath} + C_{offpath}}{C_{onpath}}$ | $B = \prod b_i$ |
| effort | $f = g^b$ | $F = GBH$ |
| effort delay | f | $D_F = \sum f_i$ |
| parasitic delay | p (see Table 4.3) | $P = \sum p_i$ |
| delay | $d = f + p$ | $D = \sum d_i = D_F + P$ |

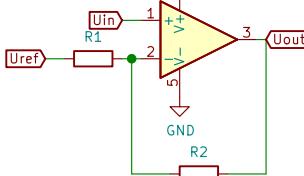
8 Circuits

8.1 single-supply, inverting, avec référence



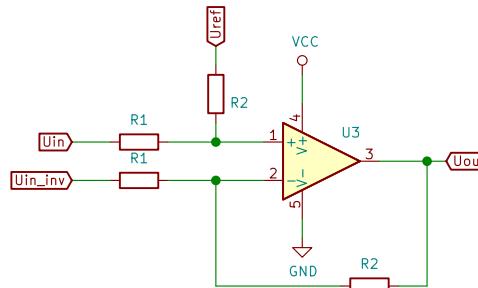
$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} (U_{in} - U_{ref}) + U_{ref}$$

8.2 single-supply, non-inverting, sans référence



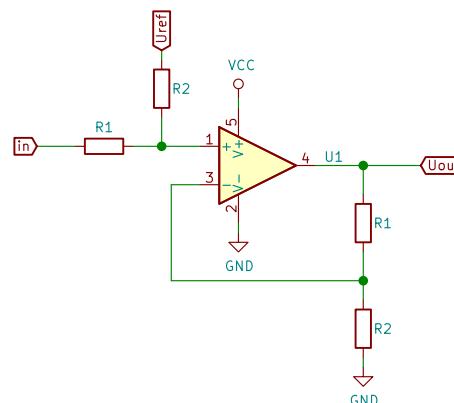
$$U_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) (U_{in} + U_{ref}) + U_{ref}$$

8.3 Single supply, differential, avec référence



$$U_{out} = \frac{R_2}{R_1} (U_{in} - U_{in_inv}) + U_{ref}$$

8.4 Single supply, non inverting, unity gain, avec référence

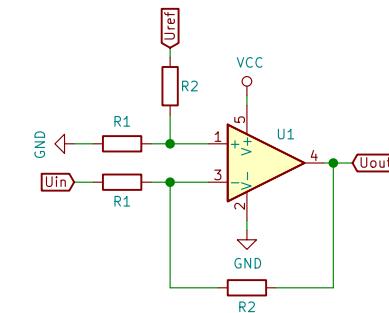


$$U_{out} = (U_{in} - U_{ref}) + \frac{R_1 + R_2}{R_2} U_{ref}$$

Ou, équivalent :

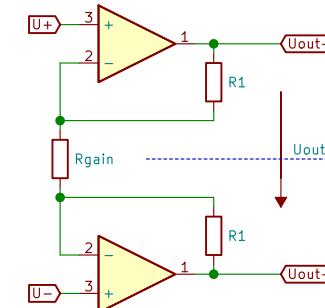
$$U_{out} = \frac{U_{in}R_2 + U_{ref}R_1}{R_2}$$

8.5 Single supply, inverseur, avec référence



$$U_{out} = \frac{U_{ref}R_1 - U_{in}R_2}{R_1}$$

8.6 Single supply, différentiel vers différentiel



Tension de sortie (mesurée entre les deux sorties)

$$U_{out} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_{gain}}\right) (U_+ - U_-)$$

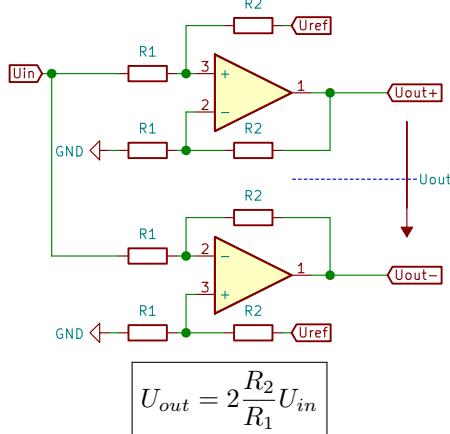
Tension moyenne de sortie (traitillé bleu)

$$U_{mean} = \frac{U_+ + U_-}{2}$$

On peut également placer U_{ref} sur U_- pour avoir un amplificateur single-ended vers différentiel (à noter que la valeur moyenne de la sortie va varier avec U_+).

On peut le coupler avec 8.3 pour avoir une sortie single-ended (tout en gardant une haute impédance d'entrée).

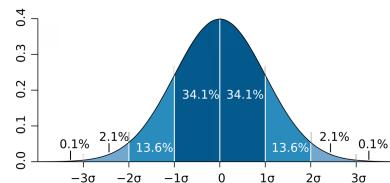
8.7 Single supply, single-ended vers 9 Autres différentiel



La tension moyenne de sortie (traitillé bleu) est fixée sur U_{ref}

$$U_{\text{mean}} = U_{ref}$$

9.1 Statistiques



9.1.1 Bruit

Si un bruit est **aléatoire** (gaussienne), on peut estimer que le 99.9 % est compris entre $\pm 3.3\sigma$, il est donc possible de passer de pic-pic à rms en multipliant par $2 \cdot 3.3$. La valeur rms est 1σ

$$U_{\text{noise}_{pk-pk}} = 6.6 U_{\text{noise}_{rms}}$$

9.2 Formules

Inductance

$$LI = UT$$

Charge

$$CU = Q$$

Charge et courant

$$Q = I \Delta T$$

$$\frac{dQ}{dt} = i \longleftrightarrow sQ = i$$

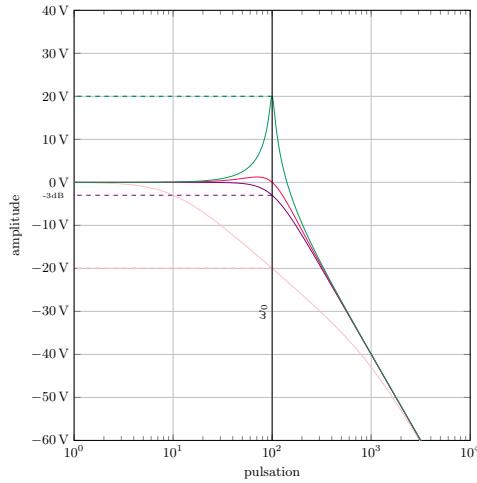
$$i = C \frac{du}{dt} \longleftrightarrow i = sCu$$

$$u = L \frac{di}{dt} \longleftrightarrow u = sLi$$

Les 4 filtres parfaits du second ordre

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q}j\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Passe-bas

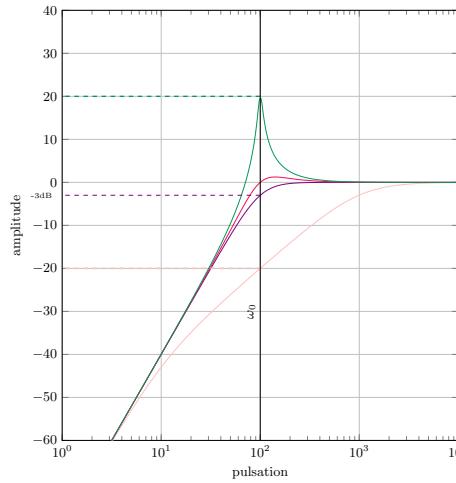


$$Q = \frac{1}{10}$$

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$H(j\omega) = \frac{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + \frac{1}{Q}j\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Passe-haut

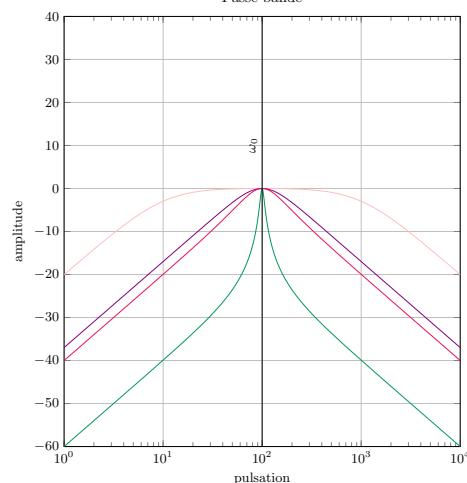


$$Q = 1$$

$$Q = 10$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{Q}j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{Q}j\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Passe-bande



$$H(j\omega) = \frac{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + \frac{1}{Q}j\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Coupe-bande

