# 1 Basses fréquences

- $\vec{E}$ : Champ électrique $[\mathrm{V\,m^{-1}}]$
- $\vec{D}$ : Déplacement (ou induction) électrique $[\mathrm{C\,m^{-2}}]$ ou $[\mathrm{A\,s\,m^{-2}}]$
- $\vec{H}$ : Champ magnétique $[\mathrm{A\,m^{-1}}]$
- $\vec{B}$ : Induction magnétique [T] ou $[\mathrm{V\,s\,m^{-2}}]$
- $\vec{J}$ : Densité de courant $[\mathrm{A\,m^{-2}}]$
- $\vec{A}$ : Potentiel vecteur [T m] ou $[\mathrm{Wb\,m^{-1}}]$
- $\Phi$ : Flux d'induction magnétique [Wb]
- $\varepsilon$ : permitivité $[\mathrm{F\,m^{-1}}]$
- $\mu$ : pérméabilité $[\mathrm{H\,m^{-1}}]$
- $\sigma$ : conductivité $[\mathrm{S\,m^{-1}}]$

**Isovaleur** : Ligne sur laquelle la valeur est constante

**Ligne de champ** : Ligne sur laquelle les vecteurs sont tangents

## 1.1 Équations de Maxwell

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

## 1.2 Relations spécifiques aux matériaux

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

## 1.3 Flux

Intégrale sur une surface

$$\iint_s \vec{F} d\vec{S}$$

## 1.4 Potentiel

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

## 1.5 Gradient

$$\vec{\mathrm{grad}} f = \boldsymbol{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

C'est la direction dans laquelle la fonction varie le plus. Le gradient est toujours perpendiculaire aux lignes d'isovaleurs.

## 1.6 Divergence

$$\mathrm{div}\,\vec{F} = \nabla \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

La divergence traduit une "création" ou une "destruction" de vecteurs.

## 1.7 Rotationnel

$$\mathrm{rot}\,\vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

### 1.7.1 Propriétés

$$\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\vec{F}) = 0$$

## 1.8 Laplacien

$$\mathrm{div}(\boldsymbol{\nabla} f) = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

## 1.9 Propriétés

$$\mathrm{div}(\boldsymbol{\nabla} f) = \Delta f$$

# 2 Modèles

## 2.1 Électrostatique

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{0}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

La relation $\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{0}$ implique qu'il existe un potentiel scalaire tel que

$$\vec{E} = -\boldsymbol{\nabla} V$$

Équation de Poisson

$$\Delta V = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$

## 2.2 Électrocinétique

On s'intéresse à la façon dont le courant se déplace

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J}$$

Comme pour l'électrostatique, on a

$$\vec{E} = -\boldsymbol{\nabla} V$$

On a aussi

$$\mathrm{div}\,\vec{J} = 0$$

L'équation à résoudre est

$$\sigma \Delta V = 0$$

## 2.3 Magnétostatique

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \qquad \vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$$

$$\vec{H} = \nu\vec{B}\vec{H}_c$$

$$\nu = \frac{1}{\mu}$$

Les sources sont :

- Des courants
- Des aimants

Si on combine les relations on peut obtenir la relation de Poisson

$$\Delta\vec{A} = -\mu\vec{J}$$

Avec $\Delta$ le Laplacien

## 2.4 Symétries

- A l'infini : $A = 0$
- Symétrie géometrique et antisymétrie physique : $A = 0$
- Symétrie géométrique et symétrie physique : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

# 3 Hautes fréquences

# 4 Antennes

## 4.1 Dipôle

2 brins de longueur totale $l$ et de diamètre $a$

$$l \ll \lambda$$

$$a \ll \lambda$$

Il existe deux zones

- Zone de Fresnel (zone de champ proche)
- Zone de Fraunhofer (zone de champ lointain)

Il est important de se placer dans la bonne zone lorsqu'on fait des tests.

## 4.2 Réflexion

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} - Z_0}$$

$$S_{11} = 20 \log_{10}(\Gamma) \quad [\text{dB}]$$

## 4.3 Rayonnement

On utilise la formule de Friis

$$P_r = P_t G_r G_t \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

en dB :

$$P_r = P_t + G_r + G_t + 20 \log \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)$$

## 4.4 Puissance

$$\boxed{P_{\text{dB}} = 10 \log_{10} (P_{\text{W}})}$$

$$\boxed{P_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} (P_{\text{mW}})}$$

## 4.5 Zones

**Zone de Fresnel** $r_1 < x < r_2$

**Zone de Fraunhofer** $r_x < x$

$$r_1 = \sqrt{0.38 \frac{D^3}{\lambda}}$$

$$r_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$$