

# 1 Basses fréquences

- $\vec{E}$  : Champ électrique [ $\text{V m}^{-1}$ ]
- $\vec{D}$  : Déplacement (ou induction) électrique [ $\text{C m}^{-2}$ ] ou [ $\text{A s m}^{-2}$ ]
- $\vec{H}$  : Champ magnétique [ $\text{A m}^{-1}$ ]
- $\vec{B}$  : Induction magnétique [ $\text{T}$ ] ou [ $\text{V s m}^{-2}$ ]
- $\vec{J}$  : Densité de courant [ $\text{A m}^{-2}$ ]
- $\vec{A}$  : Potentiel vecteur [ $\text{T m}$ ] ou [ $\text{Wb m}^{-1}$ ]
- $\Phi$  : Flux d'induction magnétique [ $\text{Wb}$ ]
- $\varepsilon$  : permittivité [ $\text{F m}^{-1}$ ]
- $\mu$  : perméabilité [ $\text{H m}^{-1}$ ]
- $\sigma$  : conductivité [ $\text{S m}^{-1}$ ]

**Isovaleur** : Ligne sur laquelle la valeur est constante

**Ligne de champ** : Ligne sur laquelle les vecteurs sont tangents

- $D$  est la conséquence de  $E$  (tension)
- $B$  est la conséquence de  $H$  (courant)
- Sources en électrostatique : charges ou potentiels
- Sources en magnéto statique : courant ou aimant

## 1.1 Équations de Maxwell

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

## 1.2 Relations spécifiques aux matériaux

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

## 1.3 Flux

Intégrale sur une surface

$$\iint_s \vec{F} d\vec{S}$$

## 1.4 Potentiel

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

## 1.5 Gradient

$$\vec{\text{grad}} f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

C'est la direction dans laquelle la fonction varie le plus. Le gradient est toujours perpendiculaire aux lignes d'isovaleurs.

## 1.6 Divergence

$$\text{div } \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

La divergence traduit une "création" ou une "destruction" de vecteurs.

## 1.7 Rotationnel

$$\text{rot } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

### 1.7.1 Propriétés

$$\text{div}(\text{rot } \vec{F}) = 0$$

## 1.8 Laplacien

$$\text{div}(\nabla f) = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

## 1.9 Propriétés

$$\text{div}(\nabla f) = \Delta f$$

# 2 Modèles

## 2.1 Électrostatique

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

La relation  $\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$  implique qu'il existe un potentiel scalaire tel que

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Équation de Poisson

$$\Delta V = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$

Équation de Laplace :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

- Dimensionnement d'un isolant
- Mesure sans contact (capteur capacitif)

## 2.2 Électrocinétique

On s'intéresse à la façon dont le courant se déplace

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$$

Comme pour l'électrostatique, on a

$$\vec{E} = -\nabla V$$

On a aussi

$$\text{div } \vec{J} = 0$$

L'équation à résoudre est

$$\sigma \Delta V = 0$$

Utilisé pour des connecteurs

## 2.3 Magnétostatique

Courant fixe

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= \vec{0} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \quad \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A} \\ \vec{H} &= \nu \vec{B} - \vec{H}_c \\ \nu &= \frac{1}{\mu}\end{aligned}$$

Équation de poisson :

$$\left( \frac{\partial A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial A_z}{\partial z^2} \right) \vec{k} = -\mu J_z \vec{k}$$

Les sources sont :

- Des courants
- Des aimants

Si on combine les relations on peut obtenir la relation de Poisson

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

Avec  $\Delta$  le Laplacien

- Haut-parleurs
- Capteur magnétique

## 2.4 Magnéto-transitoire

- Moteur et générateur électrique

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} \quad \vec{H} = \nu \vec{B} - \vec{H}_c \\ \vec{B} &= \operatorname{rot} \vec{A} \\ \vec{E} &= -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\end{aligned}$$

Autres relations :

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= -\operatorname{rot}(\nabla V) - \operatorname{rot} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{A}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} (\nu \operatorname{rot} \vec{A} - \vec{H}_c) &+ \sigma \left( \nabla V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0\end{aligned}$$

## 2.5 Magnéto-harmonique (courant sinusoïdal)

- Capteur par courant de Foucault

## 2.6 Symétries

- A l'infini :  $A = 0$
- Symétrie géométrique et antisymétrie physique :  $A = 0$
- Symétrie géométrique et symétrie physique :  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \vec{H} = \nu \vec{B}$$

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Autres relations :

$$\operatorname{rot} (\nu \operatorname{rot} \vec{A}) + \sigma \left( \nabla V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\operatorname{rot} (\nu \operatorname{rot} \vec{A}) + \sigma (\nabla V + j\omega \vec{A}) = 0$$

### 3 Hautes fréquences

## 4 Antennes

### 4.1 Dipôle

2 brins de longueur totale  $l$  et de diamètre  $a$

$$l \ll \lambda$$

$$a \ll \lambda$$

Il existe deux zones

- Zone de Fresnel (zone de champ proche)
- Zone de Fraunhofer (zone de champ lointain)

Il est important de se placer dans la bonne zone lorsqu'on fait des tests.

### 4.2 Réflexion

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

$$S_{11} = 20 \log_{10}(\Gamma) \quad [\text{dB}]$$

### 4.3 Rayonnement

On utilise la formule de Friis

$$P_r = P_t G_r G_t \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

en dB :

$$P_r = P_t + G_r + G_t + 20 \log \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)$$

### 4.4 Puissance

$$P_{\text{dB}} = 10 \log_{10} (P_{\text{W}})$$

$$P_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} (P_{\text{mW}})$$

### 4.5 Zones

**Zone de Fresnel**  $r_1 < x < r_2$

**Zone de Fraunhofer**  $r_2 < x$

$$r_1 = \sqrt{0.38 \frac{D^3}{\lambda}}$$
$$r_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$$

### 4.6 Paramètres antennes

1. Physique
  - taille
  - permittivité
  - conductivité
2. Circuit
  - $S_{11}$  en fct de  $f$
  - $S_{11}$  à  $f_{res}$
  - Bande passante à  $-10[\text{dB}]$
3. Rayonnement
  - gain
  - efficacité
  - directivité
  - diag de rayonnement
  - angle d'ouverture à  $-3[\text{dB}]$

### 4.7 Remarques

La différence entre le gain réalisé et le gain IEEE, le gain IEEE ne prend pas en compte d'éventuelles désadaptation de l'antenne (Hypothèse théorique d'une antenne parfaitement accordée). Le gain réalisé lui prend en compte cela (mesure réelle)