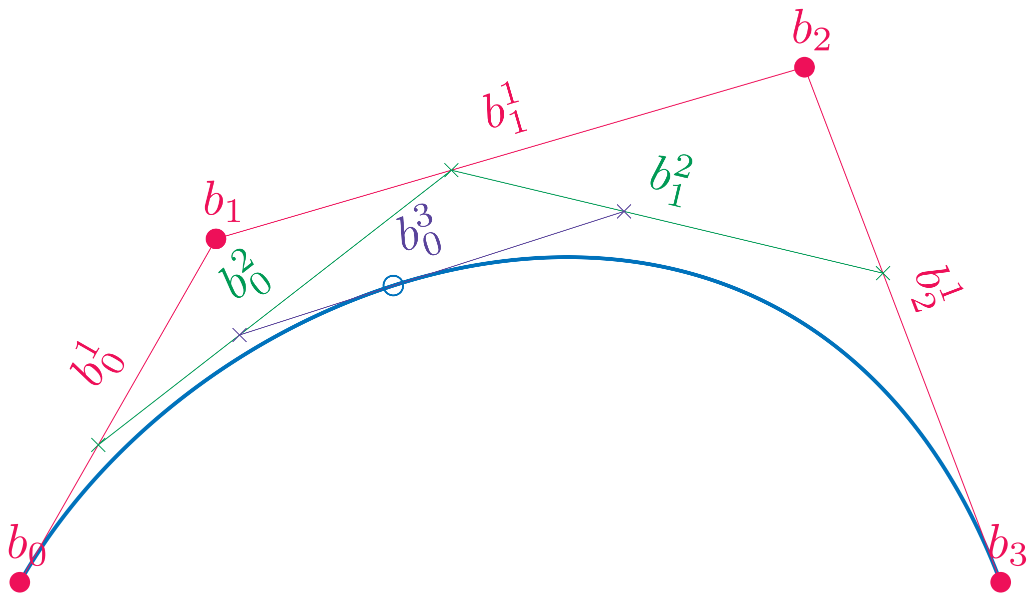
1 Courbes et surfaces

1.1 Courbes de Bézier (De Casteljau)



ordre $n \longleftrightarrow n+1$ points

$$\boxed{b_{\text{départ}}^{\text{degré}}}$$

Exemples :

$$b_0^1(t) = (1-t)b_0 + tb_1 \qquad b_0 \to b_1$$
$$b_1^1(t) = (1-t)b_1 + tb_2 \qquad b_1 \to b_2$$
$$b_0^2(t) = (1-t)b_0^1(t) + tb_1^1(t) \qquad b_0 \to b_2$$

La courbe de Bézier est comprise dans le polygone de contrôle (points de contrôles reliés).

1.2 Polynômes de Bernstein

$$\boxed{B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-1} \qquad i = 0, 1, ..., n \qquad t \in [0, 1]}$$

n	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$
0	$B_0^0(t)=1$			
1	$B_0^1(t)=1-t$	$B_1^1(t)=t$		
2	$B_0^2(t)=(1-t)^2$	$B_1^2(t)=2t(1-t)$	$B_2^2(t)=t^2$	
3	$B_0^3(t)=(1-t)^3$	$B_1^3(t)=3t(1-t)^2$	$B_2^3(t)=3t^2(1-t)$	$B_3^3(t)=t^3$

$$\binom{n}{i} = C_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

La somme des polynômes donne 1

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)$$

1. $t=0$ est un zéro de multiplicité i
2. $t=1$ est un zéro de multiplicité $n-i$
3. $B_i^n(t) = B_{n-i}^n(1-t)$
4. $B_i^n(t) = tB_{i-1}^{n-1}(t) + (1-t)B_i^{n-1}(t) \qquad i = 1, 2, ..., n-1$

Exemples :

$$b_0^1(t) = b_0 B_0^1(t) + b_1 B_1^1(t)$$
$$b_1^1(t) = b_1 B_0^1(t) + b_2 B_1^1(t)$$
$$b_0^2(t) = b_0 B_0^2(t) + b_1 B_1^2(t) + b_2 B_2^2(t)$$

$$\boxed{x(t) = b_0 B_0^3(t) + b_1 B_1^3(t) + b_2 B_2^3(t) + b_3 B_3^3(t)}$$

1.3 Bernstein et Bézier

$$b_i^r(t) = \sum_{j=0}^{r} b_{i+j} B_j^r(t)$$

1.4 Courbes composées

1. Deux extrémités égales (points superposés)
2. Points autour de l'extrémité alignés