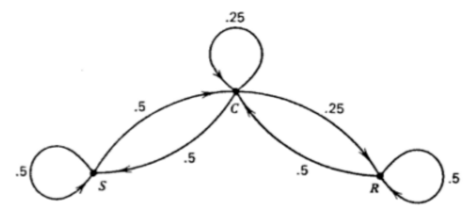
1 Chaînes de Markov

Les chaînes de Markov n'ont **pas de mémoire**. L'état actuel encode la totalité de la chaîne

Chaîne de Markov homogène : Chaîne pour laquelle la probabilité de transition de l'état i à j est toujours la même, indépendamment du points à laquelle est est arrivée.

1.1 Représentation graphique



1.2 Représentation matricielle

	Sunny	Cloudy	Rain
Sunny	0.5	0.5	0
Cloudy	0.5	0.25	0.25
Rain	0	0.5	0.5

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

La somme de chaque colonne / ligne est 1

1.3 Vecteur de probabilité d'état

$\pi(0)$ est le vecteur de probabilité à l'itération 0 (1 à la ligne qui correspond à l'état initial). On calcule la probabilité de chaque état de manière itérative

$$\pi(1) = P^T \pi(0)$$

$$\pi(k+1) = P^T \pi(k)$$
$$\pi(k) = (P^T)^k \pi(0)$$

1.4 État récurrent

Si une chaine revient sur un état précédent, c'est un état récurrent

1.5 État stable

l'état de stabilité π est tel que

$$\pi = P^T \pi$$
$$\lim_{m\to\infty} P^m = \bar{P}$$

1.5.1 Calcul de la stabilité

merci wikipedia `https://en.wikipedia.org/wiki/Markov_chain`
Pour déterminer l'état de stabilité du système, on construit la matrice Q

$$Q = f(0_{n\times n}) \cdot [f(P-I)]^{-1}$$

Avec $f(X)$ une fonction qui retourne X avec sa colonne de droite remplie de 1. L'état de stabilité sera donné par la première ligne de Q