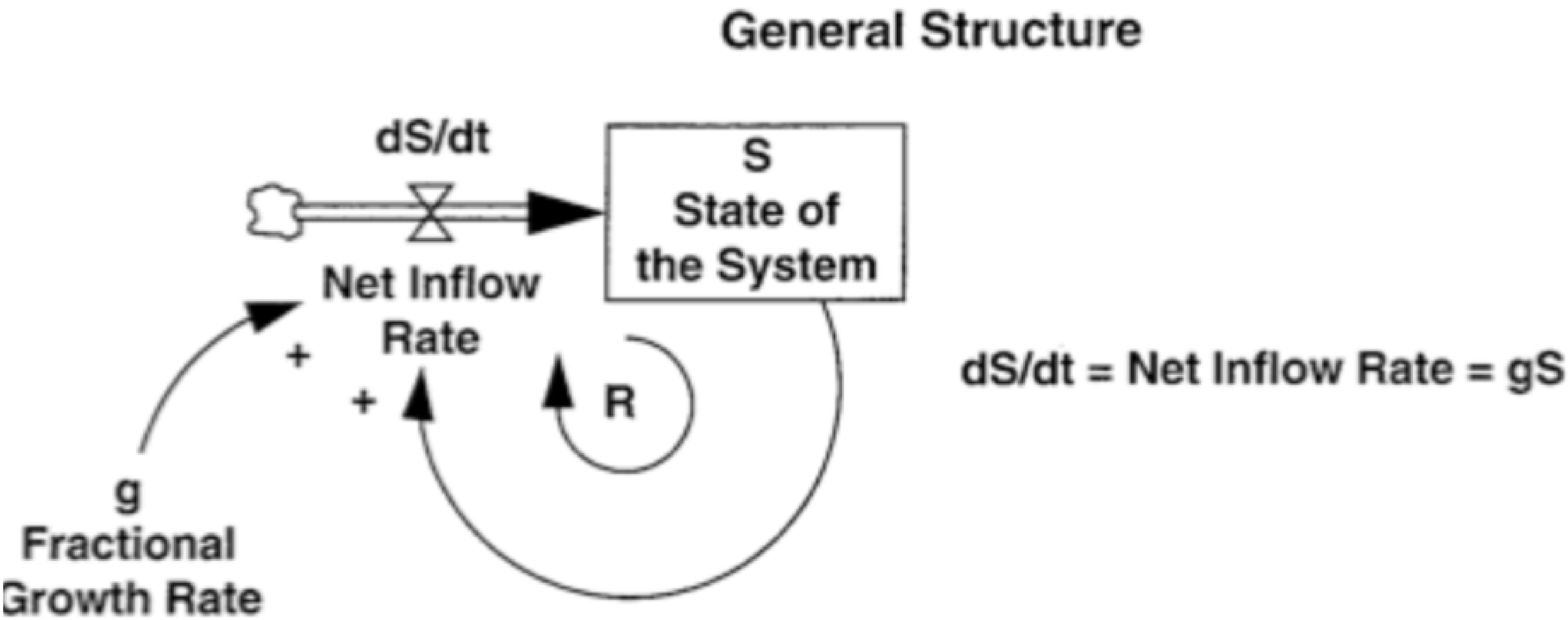
1 Modèles dynamiques

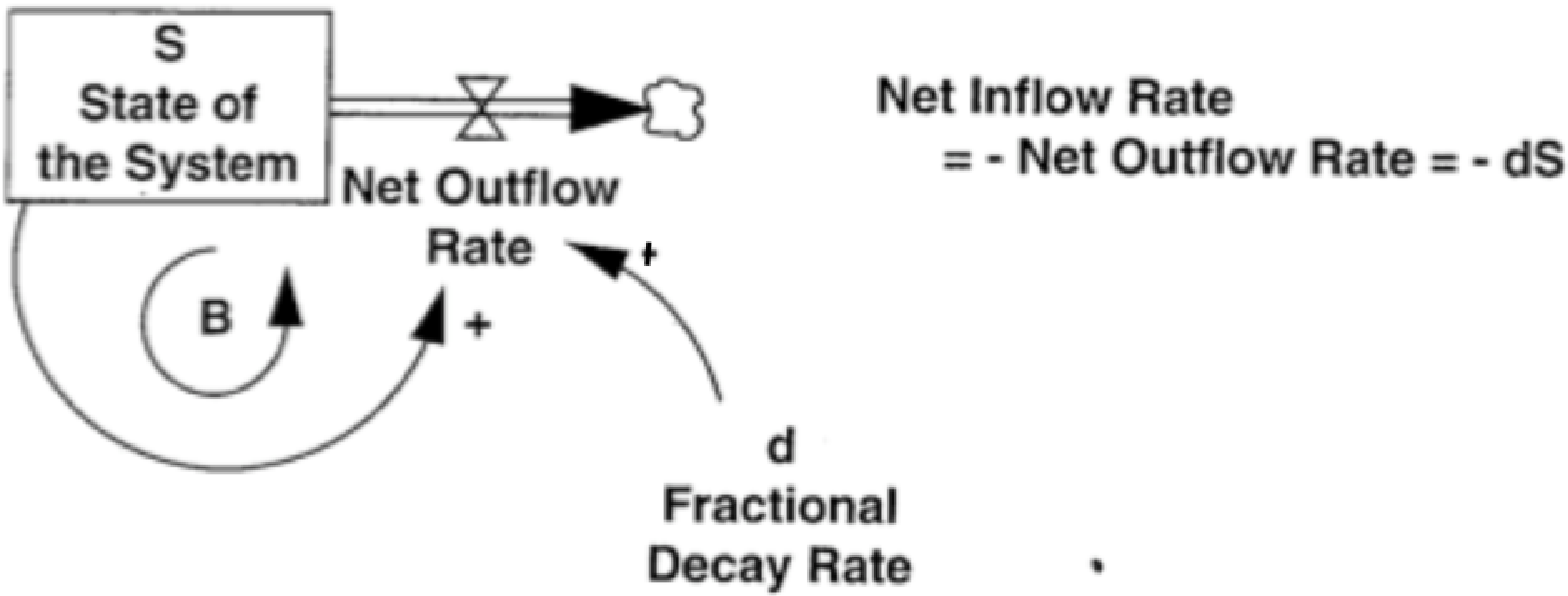
1.1 Rétroaction positive



Le stock accumule du inflow $S(t) = S(0)e^{gt}$

Le temps de doublement du stock est de $2S(0) = S(0)e^{gt_d}$ on a donc $t_d = \frac{ln(2)}{g} = \frac{70}{100g}$

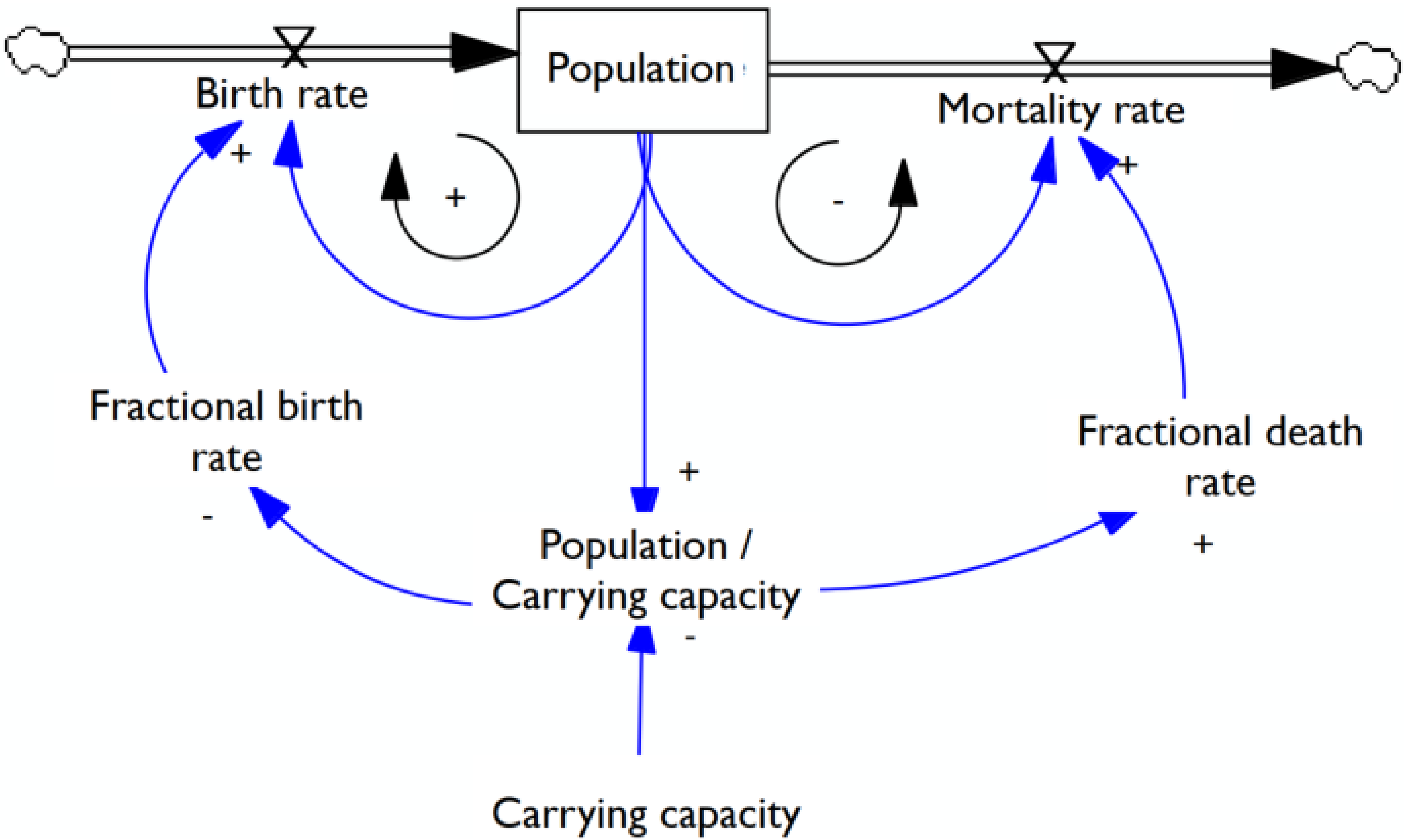
1.2 Rétroaction négative et décroissance exponentielle



Le stock perd du outflow $S(t) = S(0)e^{-dt}$

Le temps de division par 2 du stock est de $t_d = ln(2)\tau = 0.70\tau$

1.3 Système non linéaires croissance en S



L'équation du système est $\frac{dP}{dt} = b(\frac{P}{C})P - d(\frac{P}{C})P$

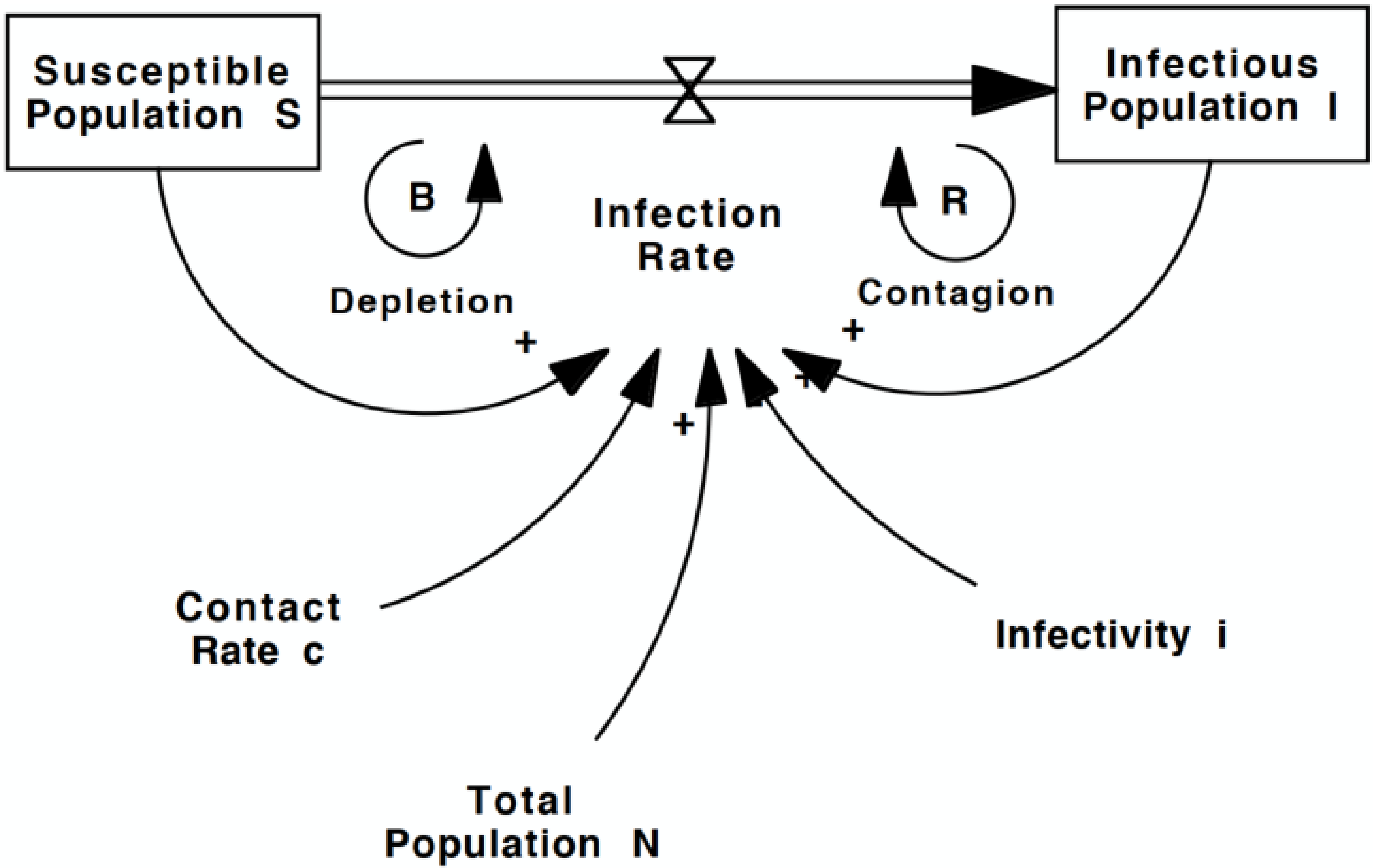
La croissance nette est une fonction de la population P : $\frac{dP}{dt} = g(P, C)P = g(1 - \frac{P}{C})P$

Modèle logistique : $g(1 - \frac{P}{C})$

Equation logistique : $P(t) = \frac{C}{1+[\frac{C}{P(0)}-1]e^{-gt}}$

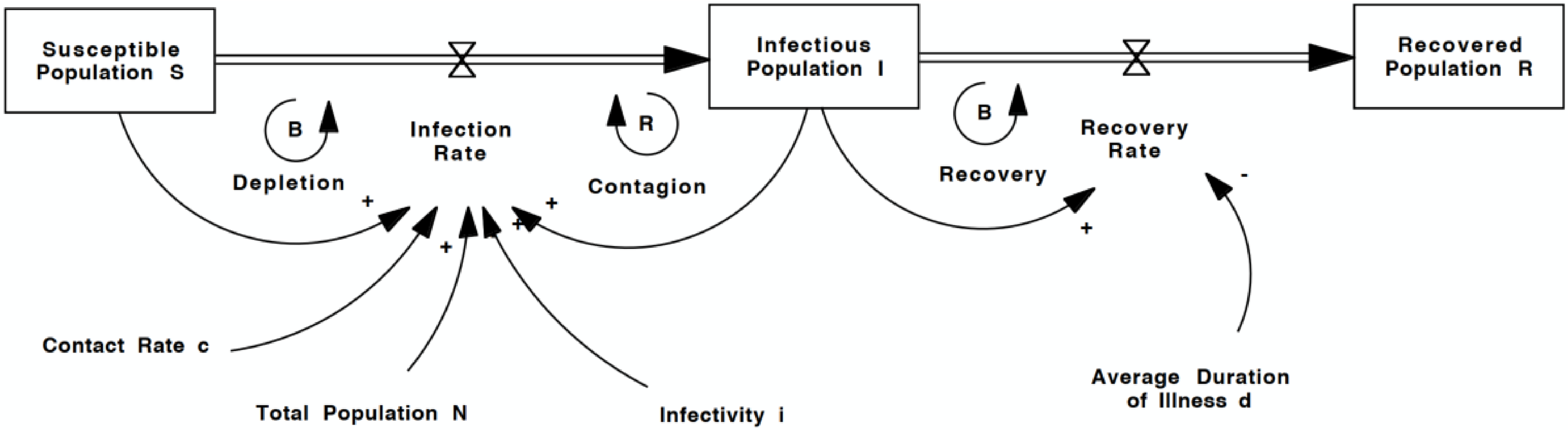
1.4 Modèle SI et SIR

- S : susceptibles
- I : infectés
- R : rétablit



1.4.1 Equation du modèle SI

$N = S + I \rightarrow \frac{dS}{dt} = -(ciS)\frac{I}{N} = -(I_R)$ IR = Infection Rate $\frac{dI}{dt} = ci \cdot I(1 - \frac{I}{N})$



1.4.2 Equation du modèle SIR

$$\frac{dS}{dt} = -(ciS)\frac{I}{N}$$

$$R_R = \frac{I}{d}$$
$$\frac{dI}{dt} = (ciS)\frac{I}{N} - \frac{I}{d}$$
$$\frac{dR}{dt} = \frac{I}{d}$$

$$N = S + I + R$$

Point de bascule $I_R > R_R \rightarrow ciS(\frac{I}{N}) > \frac{I}{d}$ ou $cid(\frac{S}{N} > 1)$

1.5 Retard

Un retard est un processus dont la sortie correspond à l'entrée translatée dans le temps