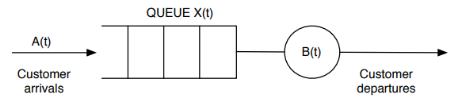
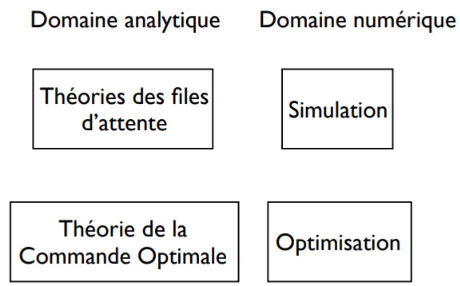
1 Théorie des files d'attente





Temps inter-arrivée	Y_k
Taux moyen d'arrivée (fréquence)	λ
Temps moyen inter-arrivée	$E[Y] = 1/\lambda$
Temps de service	Z_k
Fréquence moyenne de service	μ
Moyenne des temps de service	$E[Z] = 1/\mu$
Capacité de stockage (parfois ∞)	K
Nombre de serveurs	m
Temps d'arrivée	A_k
Temps de départ	D_k
Temps d'attente	W_k
Temps de système	S_k
Longueur de file	$X(t)$
Charge	$U(t)$
Temps moyen d'attente (régime établi)	$E[W]$
Temps de service moyen (régime établi)	$E[Z]$
Nombre moyen de clients (régime établi)	$E[X]$
Charge de travail moyenne (rég. établi)	$E[U]$

Notation $A/B/m/K$

1.1 Relations

$$S_k = D_k - A_k = W_k + Z_k$$

$$D_k = A_k + W_k + Z_k$$

1.2 Temps moyen d'attente et de service

si $k \to \infty$ il peut y avoir une distribution stationnaire

1.3 Optimisation

On veut :

- Minimiser le temps d'attente
- Maximiser l'utilisation du serveur

Donc minimiser $E[W]$, $E[Z]$ et $E[X]$. On veut maximiser l'utilisation et le débit

1.4 Intensité du trafic

$$\text{intensité du trafic} = \frac{\text{fréquence d'arrivée}}{\text{fréquence de sortie}}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

1.5 Utilisation et throughput

π_0 probabilité que la file soit vide (fraction du temps pendant laquelle le serveur est inutilisé)

$$\text{throughput} = \text{taux de départ des clients} = \mu(1 - \pi_0)$$

En régime permanent :

$$\lambda = \mu(1 - \pi_0)$$