

1 Équilibre, Stabilité, Oscillations

1.1 Équilibre

En équilibre un état ne change pas. Sa dérivée est donc par conséquent nulle

1.1.1 Temps discret

Si le système est homogène alors $\bar{x} = A\bar{x}$ si \bar{x} est un vecteur propre A avec une valeur propre de A unité, alors tout vecteur propre \bar{x} est point d'équilibre, sinon seulement l'origine est un équilibre

Si le système est non-homogène alors $\bar{x} = A\bar{x} + b$ ou $\bar{x} = (I - A)^{-1}b$ si I n'est pas une valeur propre, alors il y a l'équilibre différent de 0

1.1.2 Temps continu

Si le système est homogène: $A\bar{x} = 0$ Si A est non singulière, 0 est le seul équilibre, sinon il peut y en avoir d'autres

Si le système est non-homogène à entrée constante: $A\bar{x} + b = 0$ ou $\bar{x} = -A^{-1}b$ si A est non singulière il y a une solution unique

- En général, 0 est un point d'équilibre pour les systèmes à temps discret et continus
- I est valeur propre critique pour les systèmes discrets, 0 est valeur propre critique pour les systèmes continus

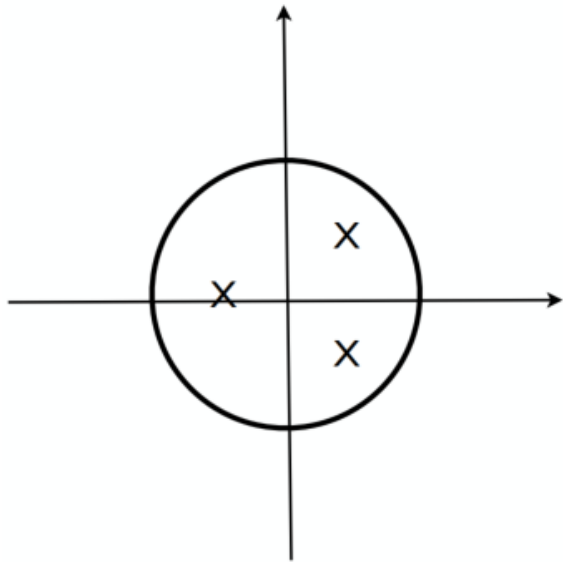
1.2 Stabilité

Un point d'équilibre est stable si, quand il est perturbé, il tend à retourner à sa position initial, ou si au minimum il ne diverge pas.

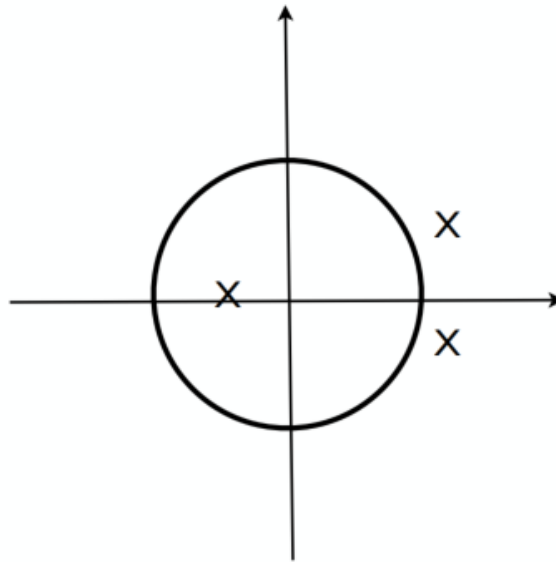
$$x(t+1) - \bar{x} = Ax(t) + b - A\bar{x} - b \quad z(t+1) = Az(t)z(t) = x(t) - \bar{x}$$

On peut déterminer la stabilité du système avec ces pôles en boucles fermé.

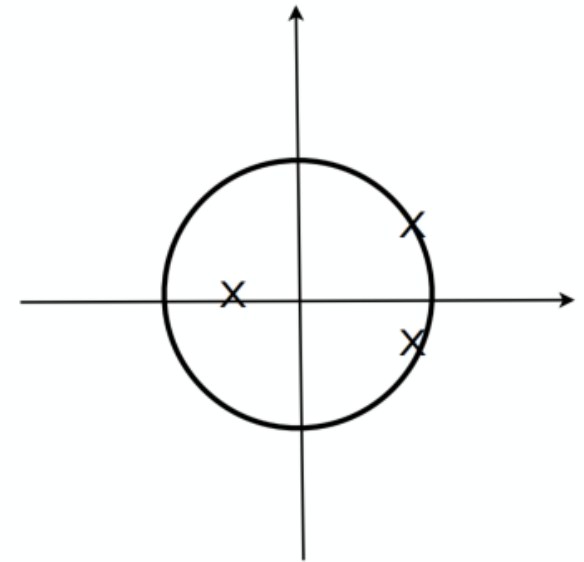
1.2.1 Temps discret



stable

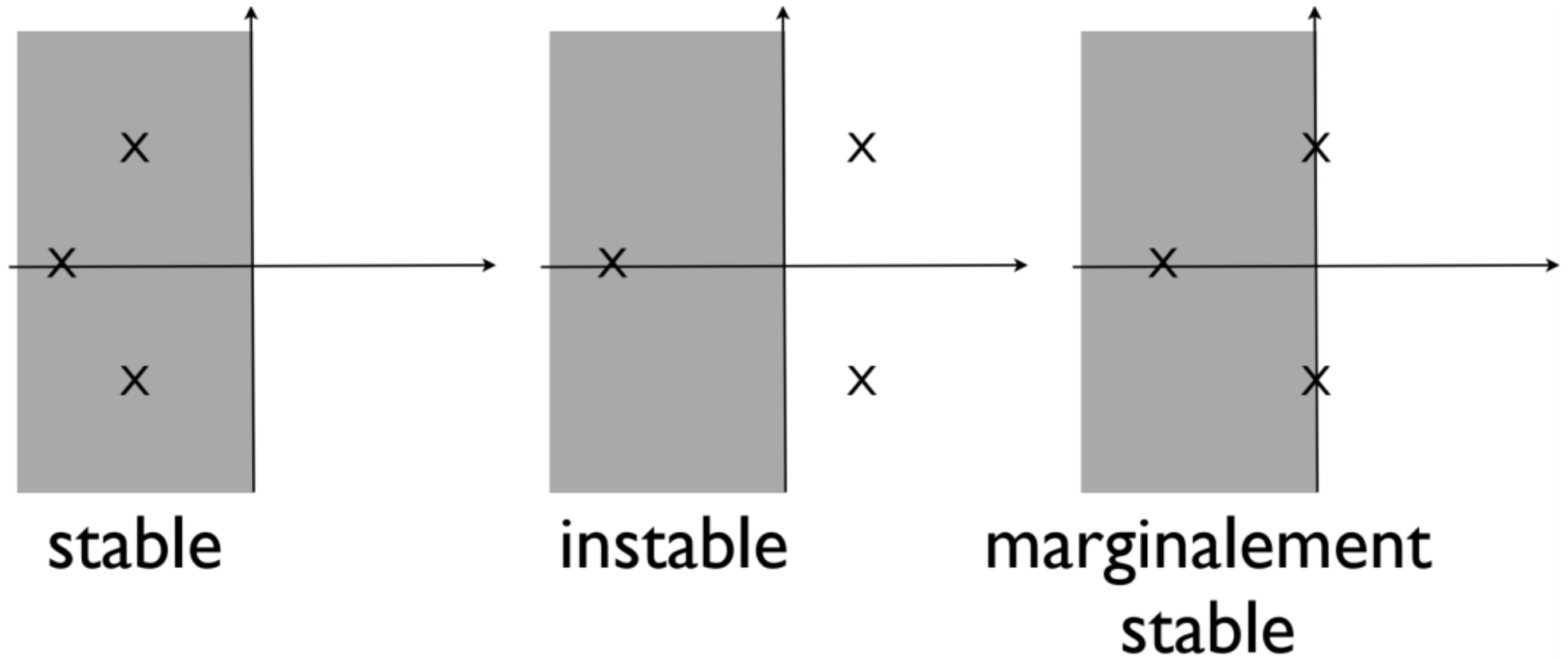


instable



**marginalement
stable**

1.2.2 Temps continu



1.3 Oscillations

Les valeurs propres nous parlent de la stabilité d'un système

Elles nous parlent également de son comportement

Les valeurs propres peuvent s'écrire $\lambda = \mu + j\omega$ si $\omega \neq 0$ alors il y aura des oscillations

A chaque λ il existe un $e^\lambda = e^\mu(\cos(\omega t) + j\sin(\omega t))$