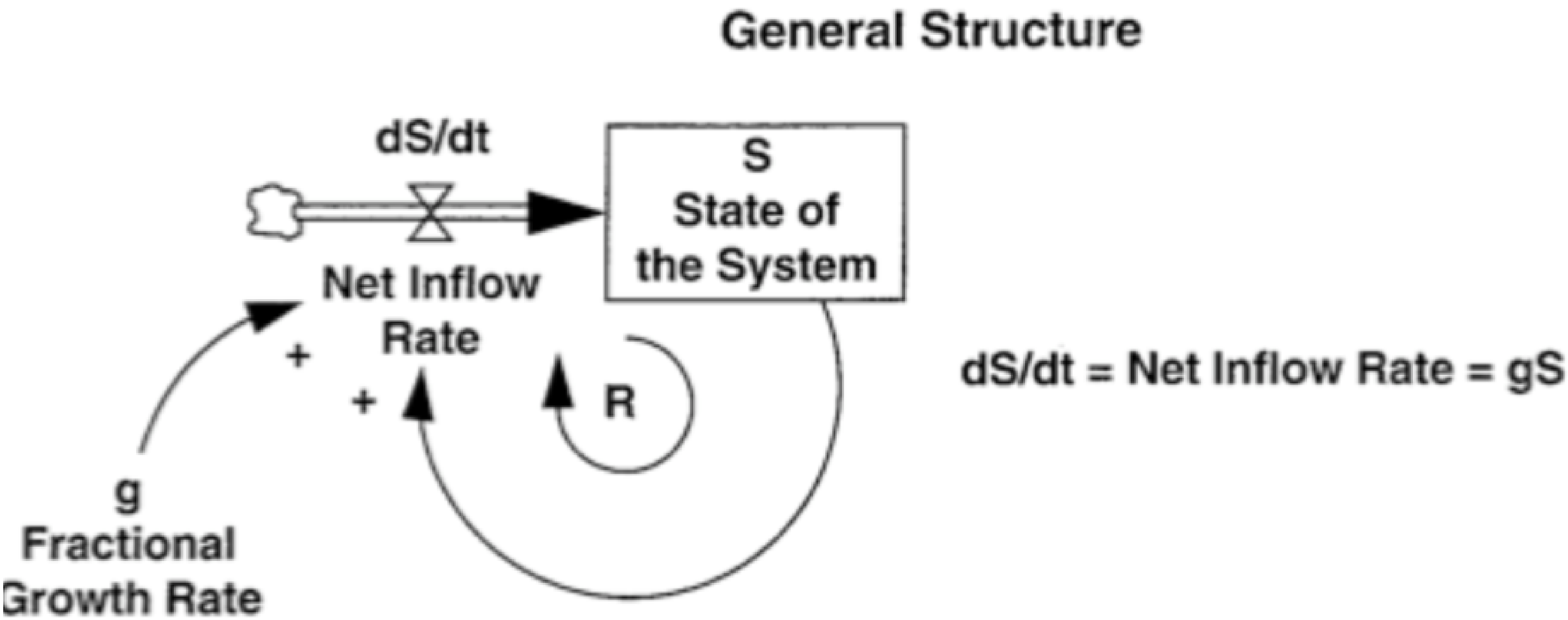
1 Modèles dynamiques

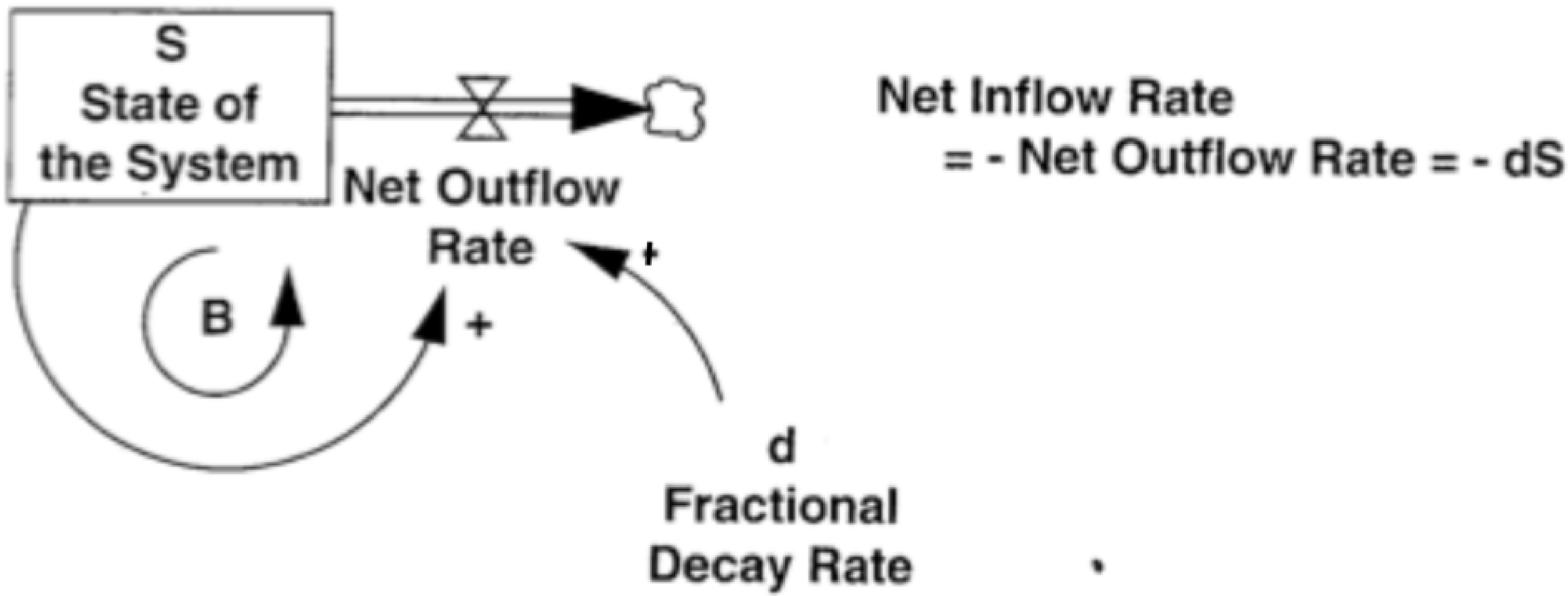
1.1 Rétroaction positive



Le stock accumule du inflow $S(t) = S(0)e^{gt}$

Le temps de doublement du stock est de $2S(0) = S(0)e^{gt_d}$ on a donc $t_d = \frac{ln(2)}{g} = \frac{70}{100g}$

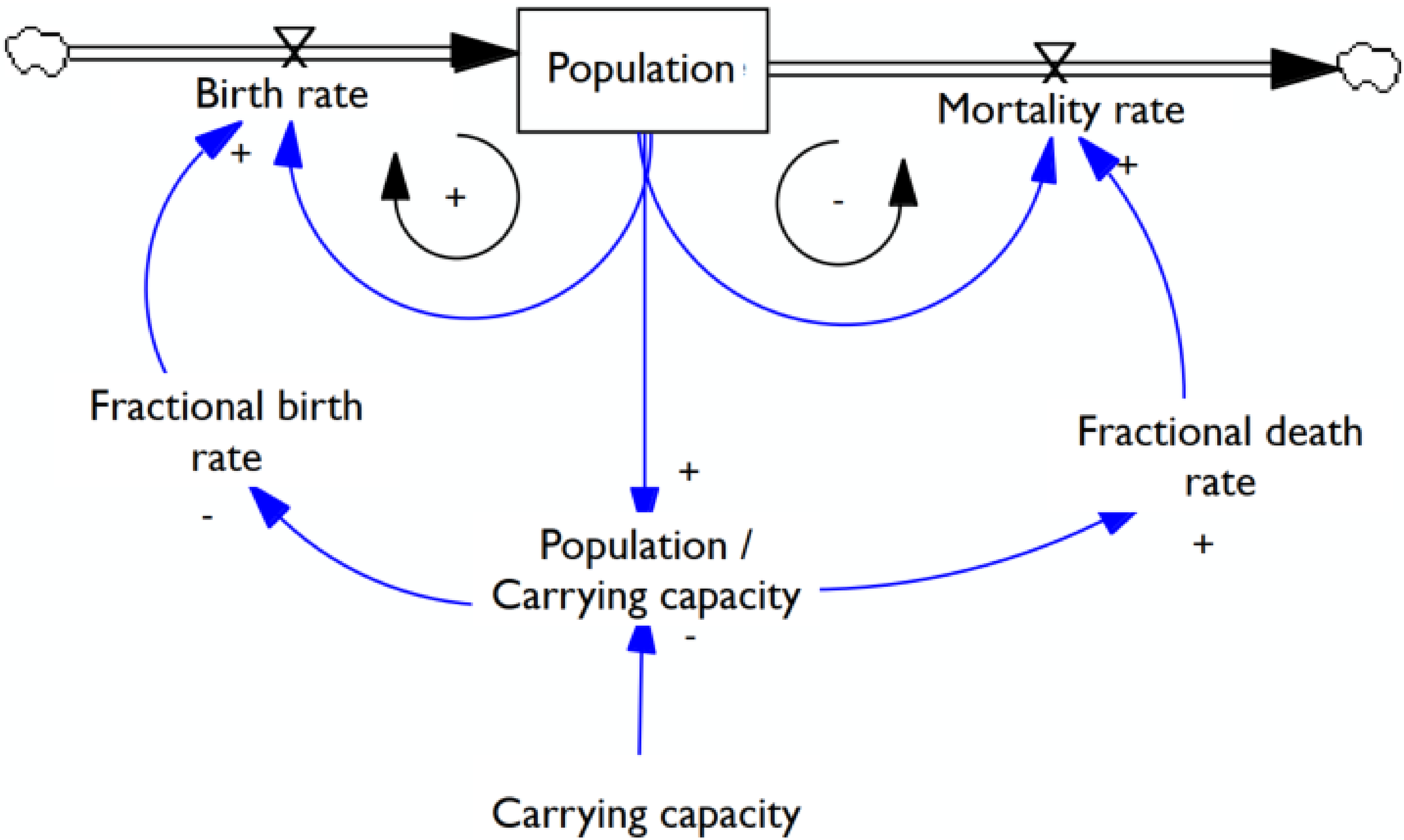
1.2 Rétroaction négative et décroissance exponentielle



Le stock perd du outflow $S(t) = S(0)e^{-dt}$

Le temps de division par 2 du stock est de $t_d = ln(2)\tau = 0.70\tau$

1.3 Système non linéaires croissance en S



L'équation du système est

$$\frac{dP}{dt} = b(\frac{P}{C})P - d(\frac{P}{C})P$$

La croissance nette est une fonction de la population P :

$$\frac{dP}{dt} = g(P, C)P = g(1 - \frac{P}{C})P$$

1.4 Modèle logistique

- P : Population
- C : Capacité (carrying capacity)
- P_0 : Population initiale
- g : gain

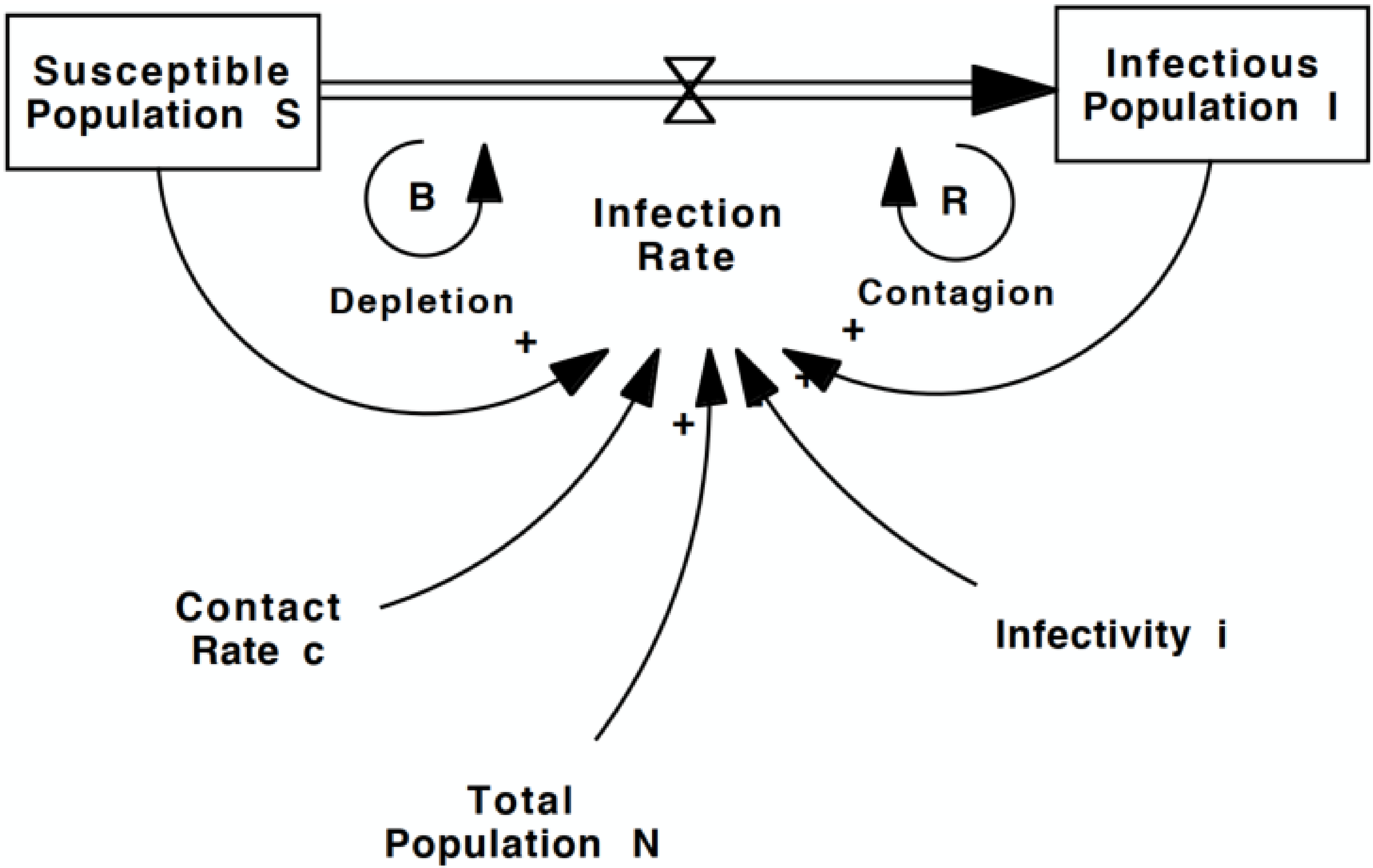
$$\frac{dP}{dt} = g(1 - \frac{P}{C})$$

Solution de l'équation

$$P(t) = \frac{C}{1 + [\frac{C}{P_0} - 1]e^{-gt}}$$

1.5 Modèle SI et SIR

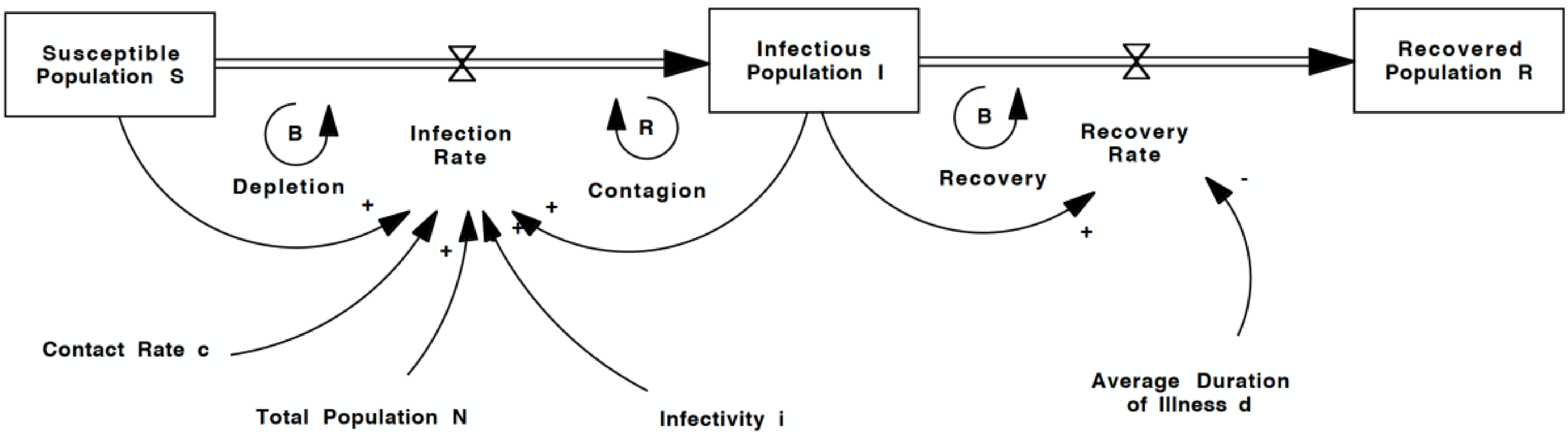
- S : susceptibles
- I : infectés
- R : rétablit
- I_R : Infection Rate
- R_R : recovery rate
- c : taux de contact
- i : taux d'infectiosité
- d : durée moyenne de maladie



1.5.1 Equation du modèle SI

$$N = S + I \rightarrow \frac{dS}{dt} = -(ciS)\frac{I}{N} = -(I_R)$$

$$\frac{dI}{dt} = ci \cdot I(1 - \frac{I}{N})$$



1.5.2 Equation du modèle SIR

$$\frac{dS}{dt} = -(c \cdot i \cdot S)\frac{I}{N}$$
$$\frac{dR}{dt} = R_R = \frac{I}{d}$$
$$\frac{dI}{dt} = I_R = (c \cdot i \cdot S)\frac{I}{N} - \frac{I}{d}$$
$$N = S + I + R$$

Point de bascule

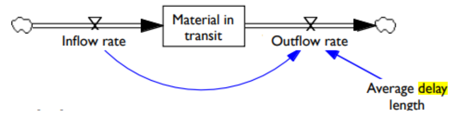
$$I_R > R_R \rightarrow c \cdot i \cdot S(\frac{I}{N}) > \frac{I}{d}$$

ou

$$c \cdot i \cdot d(\frac{S}{N} > 1)$$

1.6 Retard

Un retard est un processus dont la sortie correspond à l'entrée translatée dans le temps


Material in transit
Inflow rate
Outflow rate
Average delay length