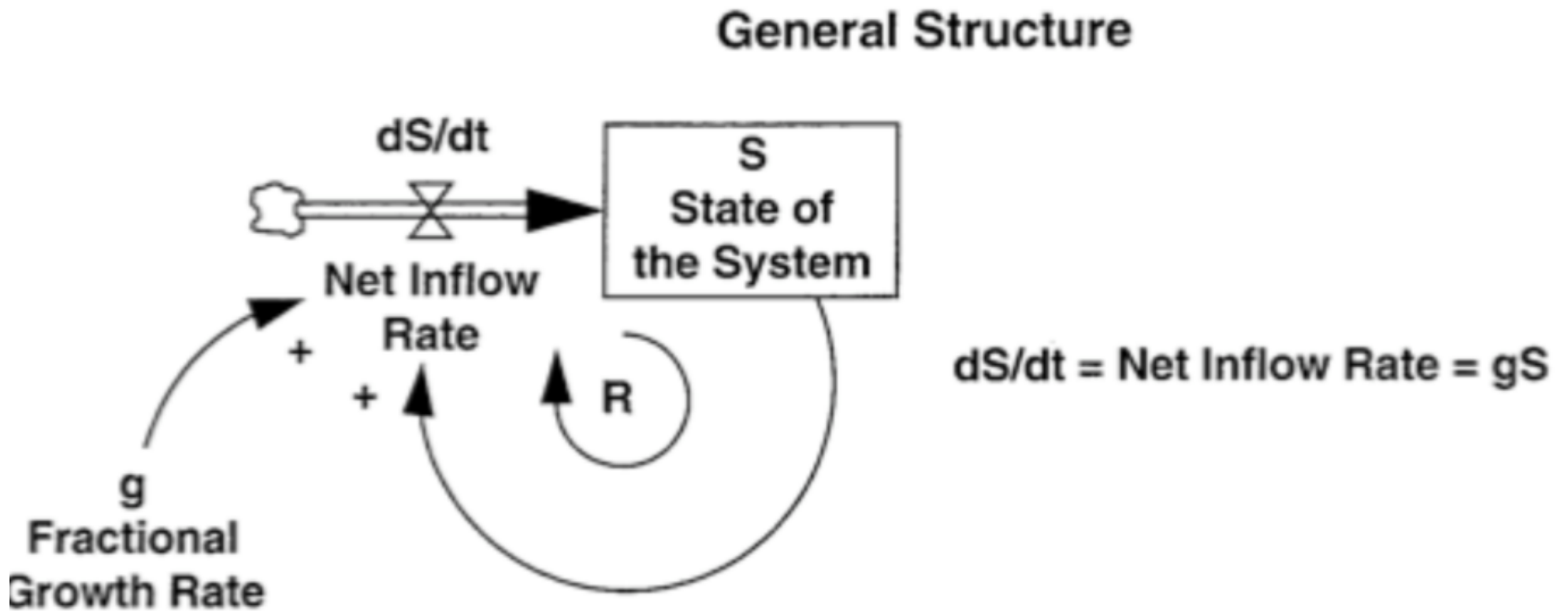


# 1 Modèles dynamiques

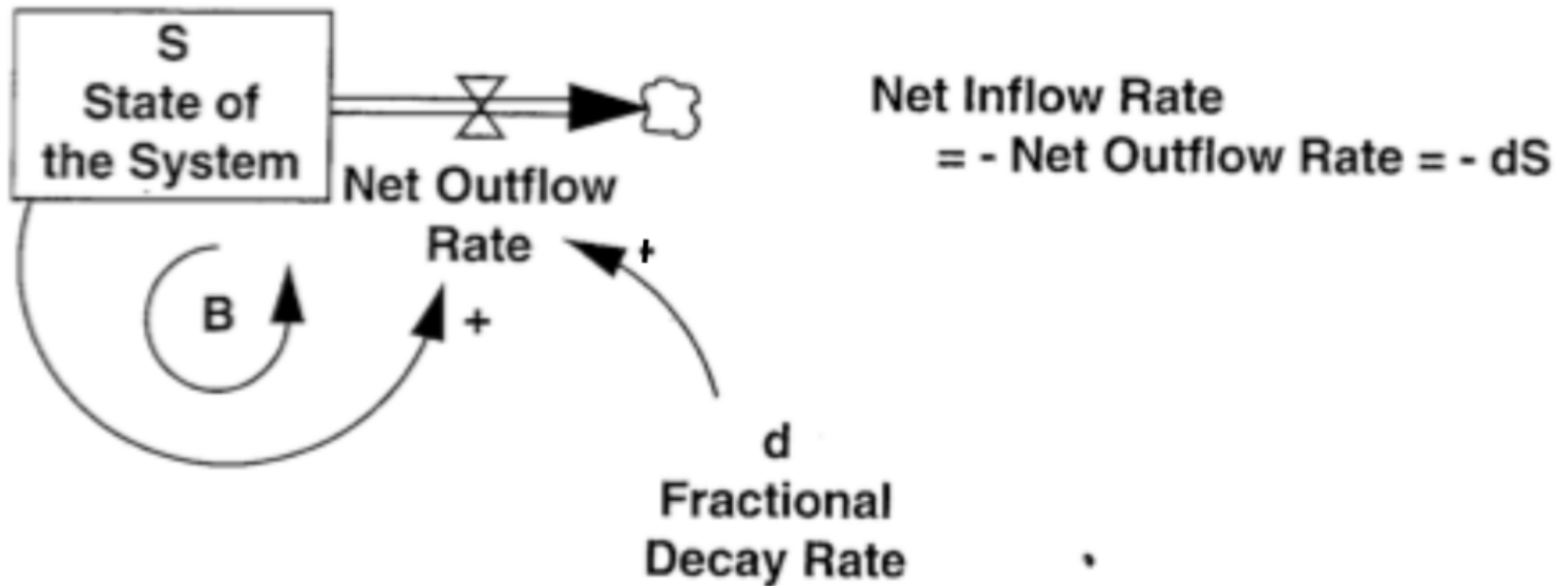
## 1.1 Rétroaction positive



Le stock accumule du inflow  $S(t) = S(0)e^{gt}$

Le temps de doublement du stock est de  $2S(0) = S(0)e^{gt_d}$  on a donc  $t_d = \frac{\ln(2)}{g} = \frac{70}{100g}$

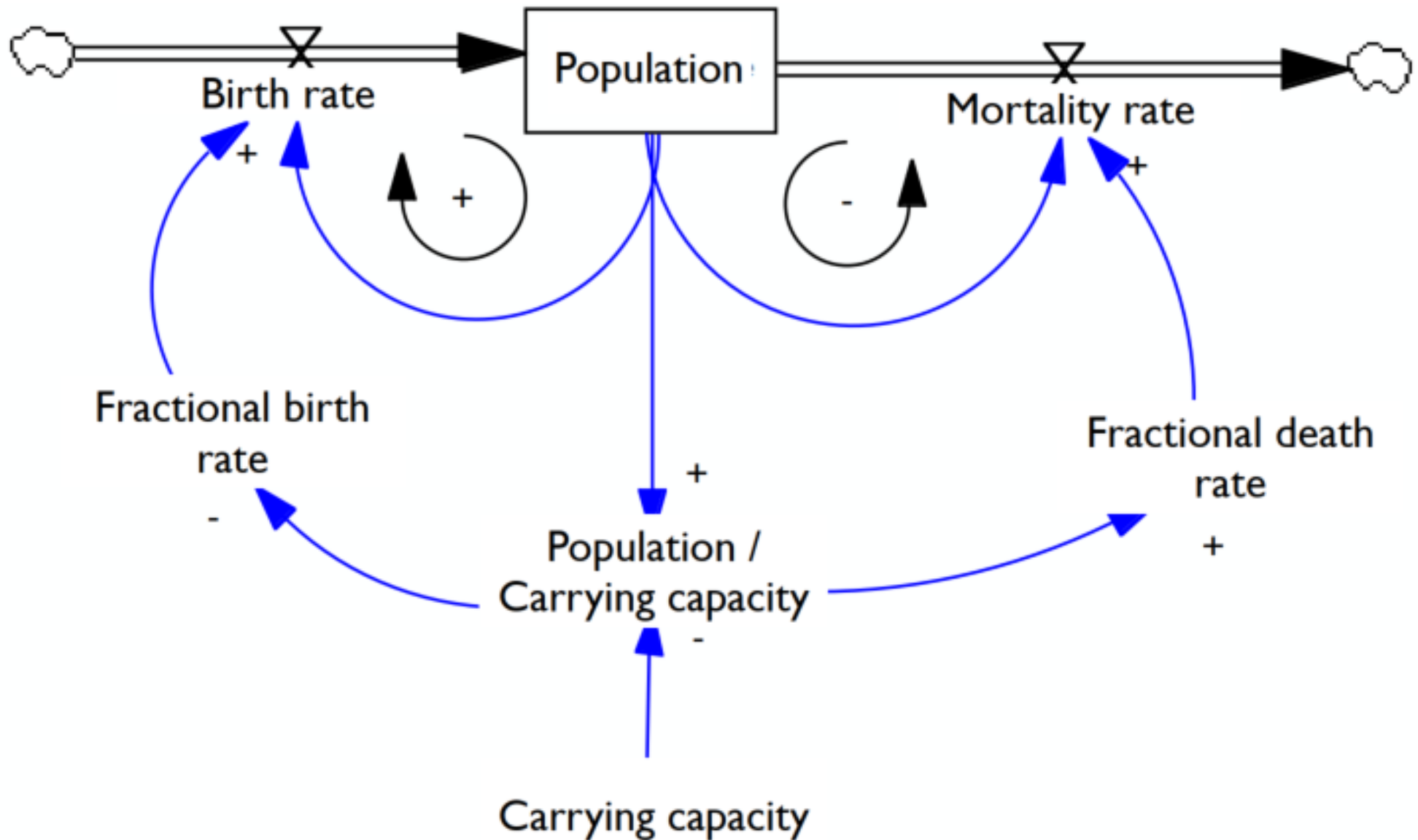
## 1.2 Rétroaction négative et décroissance exponentielle



Le stock perd du outflow  $S(t) = S(0)e^{-dt}$

Le temps de division par 2 du stock est de  $t_d = \ln(2)\tau = 0.70\tau$

## 1.3 Système non linéaires croissance en S



L'équation du système est  $\frac{dP}{dt} = b\left(\frac{P}{C}\right)P - d\left(\frac{P}{C}\right)P$

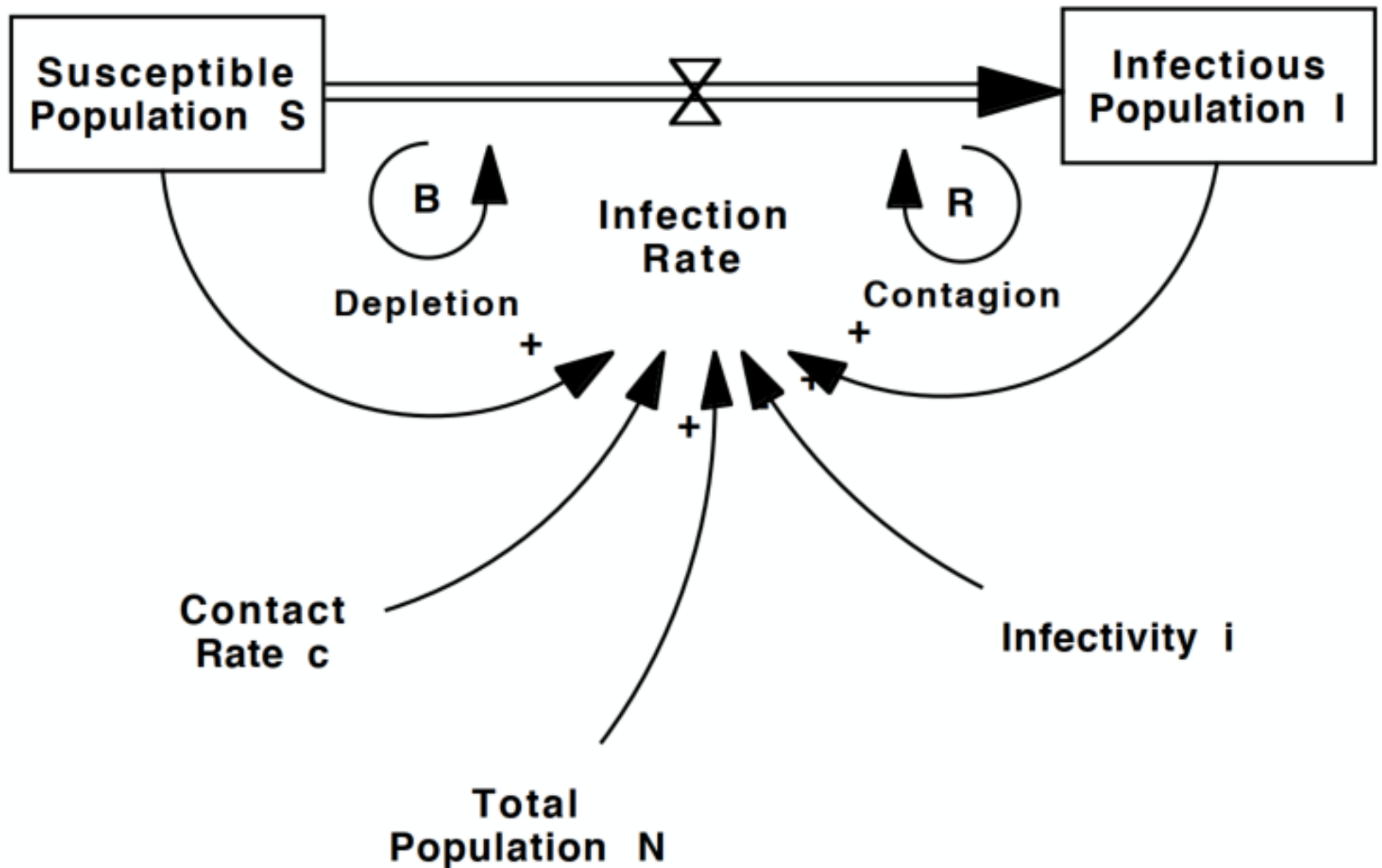
La croissance nette est une fonction de la population  $P$  :  $\frac{dP}{dt} = g(P, C)P = g\left(1 - \frac{P}{C}\right)P$

Modèle logistique :  $g\left(1 - \frac{P}{C}\right)$

Equation logistique :  $P(t) = \frac{C}{1 + [\frac{C}{P(0)} - 1]e^{-gt}}$

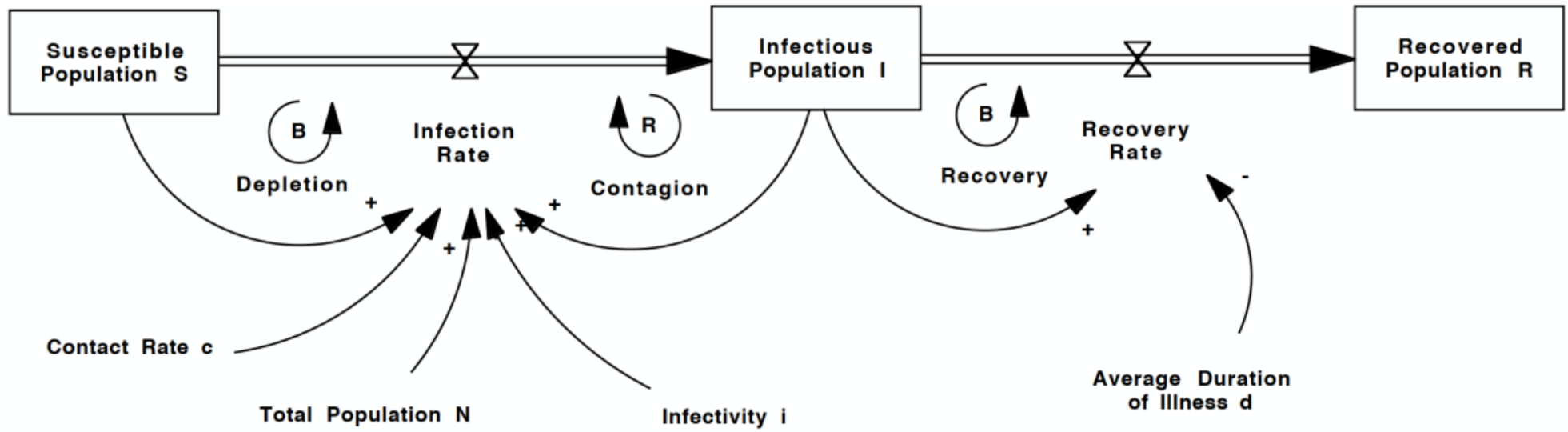
## 1.4 **Modèle SI et SIR**

- S : susceptibles
- I : infectés
- R : rétablit



#### 1.4.1 Equation du modèle SI

$$N = S + I \rightarrow \frac{dS}{dt} = -(ciS)\frac{I}{N} = -(I_R) \quad \text{IR} = \text{Infection Rate} \quad \frac{dI}{dt} = ci \cdot I \left(1 - \frac{I}{N}\right)$$



#### 1.4.2 Equation du modèle SIR

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -(ciS) \frac{I}{N} \\ R_R &= \frac{I}{d} \\ \frac{dI}{dt} &= (ciS) \frac{I}{N} - \frac{I}{d} \\ \frac{dR}{dt} &= \frac{I}{d} \\ N &= S + I + R\end{aligned}$$

Point de bascule  $I_R > R_R \rightarrow ciS(\frac{I}{N}) > \frac{I}{d}$  ou  $cid(\frac{S}{N}) > 1$

### 1.5 Retard

Un retard est un processus dont la sortie correspond à l'entrée translatée dans le temps