

Exercice1_SDZ

January 15, 2022

1 Série 1 - Exercice 1 (SDZ)

1. Vérifier la linéarité ou la non linéarité des huit exemples exposés dans la script.

1. $u_x + u_y = 0$ (*transport*)

2. $u_x + yu_y = 0$ (*transport*)

3. $u_x + uu_y = 0$ (*onde avec choc*)

4. $u_{xx} + u_{yy} = 0$ (*équation de Laplace*)

5. $u_{tt} - u_{xx} + u^3 = 0$ (*onde avec interaction*)

6. $u_t + uu_x + u_{xxx} = 0$ (*onde dispersive*)

7. $u_{tt} + u_{xxxx} = 0$ (*barre vibrante*)

8. $u_t - ju_{xx} = 0$ (*mécanique quantique*)

1.1 1. $u_x + u_y = 0$

$$\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$$

On doit vérifier que

1) $\mathcal{L}(u + v) = \mathcal{L}u + \mathcal{L}v$

2) $\mathcal{L}(cu) = c\mathcal{L}u$

$$\mathcal{L}(u + v) = \frac{\partial(u + v)}{\partial x} + \frac{\partial(u + v)}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = \mathcal{L}(u) + \mathcal{L}(v) \longrightarrow 1. \text{ OK}$$

$$\mathcal{L}(cu) = \frac{\partial(cu)}{\partial x} + \frac{\partial(cu)}{\partial y} = c \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = c\mathcal{L}(u) \longrightarrow 2. \text{ OK}$$

L'équation est bien linéaire

Voir le résumé pour les autres (ils sont tous dans la partie introduction)