Exercice3_SDZ

January 16, 2022

3. On veut résoudre l'équation de Schrödinger

$$u_t = j \cdot u_{xx}, \qquad j = \sqrt{-1}$$

sur l'intervalle $]0, \ell[$ avec des conditions de Dirichlet $(u(0,t) = u(\ell,t) = 0)$ aux extrémités. Séparer les variables pour trouver sa représentation en série comme on l'a fait en cours.

Avec la séparation de variable on a l'équation

$$u(x,t) = X(x)T(t)$$

$$\frac{T'}{kT} = \frac{X''}{X} = -\lambda \qquad k = j$$

$$T(t) = Ae^{-\lambda k t}$$

$$X(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)$$

Avec les conditions aux bords

$$X(0) = A + 0 \longrightarrow A = 0$$

$$X(l) = B\sin(\beta l) = 0 \longrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ \beta = \frac{n\pi}{l} \end{cases}$$

On choisi $B \neq 0$ sinon c'est pas très intéressant

$$X(x) = B\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$$

$$u(x,t) = Ae^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 jt}\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$$

Pas besoin de développer la puissance de e