1 Autres

1.1 Intégration par partie

$$\int_a^b u'v = uv\Big|_a^b - \int_a^b uv'$$

1.1.1 exemple

$$\begin{aligned}
\int_0^1 x^2 \cdot \sin(n\pi x)dx = \int_0^1 fdg = fg\Big|_0^1 - \int_0^1 gdf \\
f = x^2, dg = \sin(n\pi x)dx \\
df = 2x \cdot dx, g = -\frac{\cos(n\pi x)}{n\pi} \\
= -\frac{x^2 \cdot \cos(n\pi x)}{n\pi}\Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{2x \cdot \cos(n\pi x)}{n\pi}
\end{aligned}$$

1.2 Changement de variable

1.2.1 Méthode 1

Lorsque la dérivée $\varphi'(t)$ est présente

$$\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)dx$$

1.2.2 Méthode 2

Si $\varphi'(t) = \varphi' =$ constante

$$\int_a^b f(\varphi(t))dt = \frac{1}{\varphi'} \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)dx$$

1.3 Solutions générales

$$\begin{aligned}
X'' &= -\beta^2 X && \longrightarrow X(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x) \\
X'' &= \beta^2 X && \longrightarrow X(x) = A\cosh(\beta x) + B\sinh(\beta x) \\
X' &= aX && \longrightarrow X(x) = ce^{ax} \\
X'' &= 0 && \longrightarrow X(x) = Ax + B
\end{aligned}$$

1.4 Équation d'euler

$$e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$$

1.5 Séparation en éléments simples

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x-0.25)(x-0.5)}$$

$$\downarrow$$

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x-0.25)(x-0.5)}$$

$$\downarrow$$

$$f(x) = \frac{R_1}{(x-1)} + \frac{R_2}{(x-0.25)} + \frac{R_3}{(x-0.5)}$$

Attention ! Pas de $()^n$ dans le dénominateur. Sinon résolution à la main

$$R_1 = \frac{1(1+1)}{(1-0.25)(1-0.5)}$$

$$R_2 = \frac{0.25(0.25+1)}{(0.25-1)(0.25-0.5)}$$

$$R_3 = \frac{0.5(0.5+1)}{(0.5-1)(0.5-0.25)}$$

1.6 Matrices

1.6.1 Inverses

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{b}{ad} & \frac{be-cd}{adf} \\ 0 & \frac{1}{d} & -\frac{e}{fd} \\ 0 & 0 & \frac{1}{f} \end{pmatrix}$$

Même principe si on renverse

$$\left(M^T\right)^{-1} = \left(M^{-1}\right)^T$$

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & d & 0 \\ c & e & f \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{ad} & \frac{1}{d} & 0 \\ \frac{be-cd}{adf} & -\frac{e}{fd} & \frac{1}{f} \end{pmatrix}$$

Pour une matrice 2×2

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

1.7 A faire attention

- Dès qu'on utilise n on doit directement écrire la série de Fourier
- Ne pas oublier des termes (duh), genre devant des parenthèses
- Écrire les sin et cos lorsqu'on demande "les x premiers termes"
- Les $+c$