

1 Intégration

1.1 Intégration par partie

$$\int_a^b u'v = uv \Big|_a^b - \int_a^b uv'$$

2 Différences finies

2.1 Différences finies progressives

2.1.1 $f'(x)$

Ordre	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$	$f(x+6h)$
1	-1	1					
2	-3/2	2	-1/2				
3	-11/6	3	-3/2	1/3			
4	-25/12	4	-3	4/3	1/4		
5	-137/60	5	-5	10/3	-5/4	1/5	
6	-49/20	6	-15/2	20/3	-15/4	6/5	-1/6

$n = 2$

$$f'(x) = \frac{-\frac{3}{2}f(x) + 2f(x+h) - \frac{1}{2}f(x+2h)}{h} + \mathcal{O}(h^2)$$

2.1.2 $f''(x)$

Ordre	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$	$f(x+6h)$
1	1	-2	1				
2	2	-5	4	-1			
3	35/12	-26/3	19/2	-14/3	11/12		
4	15/4	-77/6	107/6	-13	61/12	-5/6	
5	203/45	-87/5	117/4	-254/9	33/2	-27/5	137/180

$n = 3$

$$f''(x) = \frac{\frac{35}{12}f(x) - \frac{26}{3}f(x+h) + \frac{19}{2}f(x+2h) - \frac{14}{3}f(x+3h) + \frac{11}{12}f(x+4h)}{h^2} + \mathcal{O}(h^3)$$

2.1.3 $f'''(x)$

Ordre	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$	$f(x+6h)$
1	-1	3	-3	1			
2	-5/2	9	-12	7	-3/2		
3	-17/4	71/4	-59/2	49/2	-41/4	7/4	
4	-49/8	29	-461/8	62	-307/8	13	-15/8

$n = 1$

$$f'''(x) = \frac{-f(x) + 3f(x+h) - 3f(x+2h) + f(x+3h)}{h^3} + \mathcal{O}(h^1)$$

2.2 Différences finies rétrogrades

1. Remplacer $x + kh$ par $x - kh$
2. Si dérivée paire : Pas de changement de coefficient
3. Si dérivée impaire : Changement du signe

2.3 Différences finies centrées

2.3.1 $f'(x)$

Ordre	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
2				-1/2	0	1/2			
4			1/12	-2/3	0	2/3	-1/12		
6		-1/60	3/20	-3/4	0	3/4	-3/20	1/60	
8	1/280	-4/105	1/5	-4/5	0	4/5	-1/5	4/105	-1/280

$n = 2$

$$f'(x) = \frac{-\frac{1}{2}f(x-h) + \frac{1}{2}f(x+h)}{h} + \mathcal{O}(h^2)$$

2.3.2 $f''(x)$

Ordre	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
2				1	-2	1			
4			-1/12	4/3	-5/2	4/3	-1/12		
6		1/90	-3/20	3/2	-49/18	3/2	-3/20	1/90	
8	-1/560	8/315	-1/5	8/5	-205/72	8/5	-1/5	8/315	-1/560

$n = 2$

$$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2} + \mathcal{O}(h^2)$$

2.3.3 $f'''(x)$

Ordre	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
2			-1/2	1	0	-1	1/2		
4		1/8	-1	13/8	0	-13/8	1	-1/8	
6	-7/240	3/10	-169/120	61/30	0	-61/30	169/120	-3/10	7/240

$n = 2$

$$f'''(x) = \frac{-\frac{1}{2}f(x-2h) + f(x-h) - f(x+h) + \frac{1}{2}f(x+2h)}{h^3} + \mathcal{O}(h^2)$$