
1 Fonctions harmoniques

Laplacien

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

En coordonnées polaires on a

$$u_{xx} + u_{yy} = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r$$

1.1 Principe du maximum / minimum

Le maximum et le minimum de la fonction sont atteints sur les bords du domaine

1.2 Procédure

1. Séparation des variables

$$u(x, y) = X(x)Y(y) \longrightarrow \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = 0$$

$$\boxed{\begin{cases} X'' + \lambda X &= 0 \\ Y'' - \lambda Y &= 0 \end{cases}}$$

2. Insertion des conditions aux bords
3. Somme de la série
4. Ajout du terme inhomogène ou conditions aux bords

1.3 Autres

Polynôme quadratique en x et y :

$$\boxed{u(x, y) = Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F}$$