1 Codage de source

Aucune connaissance de la source, son rôle est de minimiser la redondance

Dilemme : Si on supprime des bits dans la source, on doit en rajouter dans le canal pour augmenter la robustesse.

1.1 Entropie

Symboles $\{a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}\}$
Probabilités : $\{P(a_0), P(a_1), P(a_2), \cdots, P(a_{n-1})\}$ Information contenue dans un message :

$$I(a_k) = -\log_2(P(a_k)) \qquad \text{[bits]}$$

Entropie de la source (moyenne du contenu d'information):

$$H = \sum_{i=0}^{n-1} P(a_i) I(a_i)$$

De la source → ne pas prendre en compte si on envoie x symboles. On parle uniquement de la source

1.1.1 Combinaison de sources

Si une source S_3 fait un choix entre S_1 et S_2 (avec α la chance de S_1). L'entropie sera

$$H_3 = \alpha\Big(H_1 - \log_2(\alpha)\Big) + (1-\alpha)\Big(H_2 - \log_2(1-\alpha)\Big)$$

Pour construire l'arbre, on multiplie les probabilités des symboles de S_1 par α et les probabilités des symboles de S_2 par $(1-\alpha)$

1.2 Méthodes de codage

1. Longueur fixe (comptage binaire "standard")
2. Optimal (100% efficace) pour puissances de 2 ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ..., $2 \times \frac{1}{2^{n-1}}$)

Symbole	prob	Code A	Code B
s_0	1/2	1	0
s_1	1/4	01	10
s_2	1/8	001	110
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
s_{n-2}	$1/2^{n-1}$	00...01	11...10
s_{n-1}	$1/2^{n-1}$	00...00	11...11

Les deux codes (A et B) sont valides

1.3 Efficacité du code

Entropie divisée par la longueur moyenne (déterminée à partir de la méthode de codage)

$$\frac{H}{\bar{l}}$$

Si n symboles sont combinés, on divise par n la longueur moyenne (pour connaître la longueur moyenne correspondant à un symbole).

1.4 Décodage

Décodage instantané : Aucun mot-code n'est prefix d'un autre

Inégalité de Kraft-McMillan

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^{-\text{longueur}(s_i)} \neq 1 \longrightarrow \text{Pas instantané}$$

Si $= 1$ cela ne veut pas forcément dire que le code est instantané

1.5 Huffman

Attention au 1 en **haut** ou en **bas** (les exemples sont données avec le 1 en haut) (les deux sont utilisés dans le cours). Ensuite on construit l'arbre avec le nouvel élément "en haut" ou "en bas" (précisé dans l'exo en principe).

1.5.1 Longueur moyenne

$$\bar{l} = \sum P(a_k) \cdot \text{longueur du code}(a_k)$$

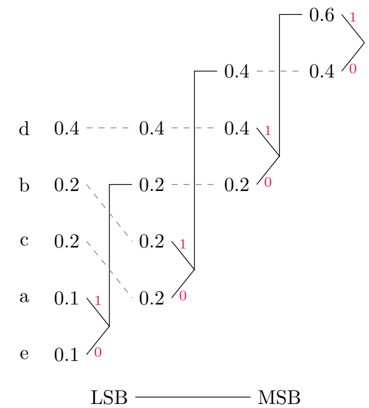
1.5.2 Variance de la longueur

$$\text{var} = \sigma^2 = \sum P(a_k) \cdot \big(\text{longueur du code}(a_k) - \bar{l}\big)^2$$

Si on doit départager deux codes, une variance plus faible est meilleure

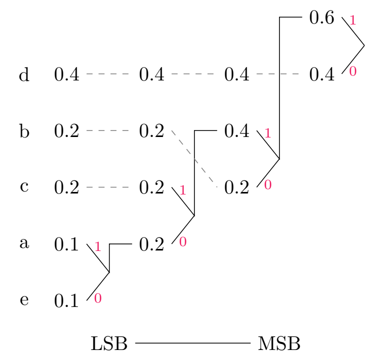
1.5.3 Huffman avec nouvel élément en haut

a	b	c	d	e
0.1	0.2	0.2	0.4	0.1



a	b	c	d	e
101	01	00	11	100

1.5.4 Huffman avec nouvel élément en bas



a	b	c	d	e
1101	10	111	0	1100

1.6 Lempel Ziv

Entrée AABABBBABAABABBBABBABB

↓

Ségmentation AA|BA|BB|BAB|AAB|AB|BBA|BBAB|B

↓

Position (Adresse)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Séquence	A	B	AA	BA	BB	BAB	AAB	AB	BBA	BBAB	B
Représentation			1A	2A	2B	4B	3B	1B	5A	9B	2
Code			00010	00100	00101	01001	00111	00011	01010	10011	00010

Sortie 00010 00100 00101 01001 00111 00011 01010 10011 00010

Taux de compression :

$$\frac{L_{\text{initiale}} - L_{\text{finale}}}{L_{\text{initiale}}} \ [\%]$$