1 Codage de canal

$$\overbrace{010110}^{k} \longrightarrow \overbrace{11010010}^{n}$$

k	Nombre de bits à transmettre (information)
n	Nombre de bits transmis $n \geq k$

Information (bits à transmettre)

$$x = \begin{pmatrix} x_{k-1} & x_{k-2} & \cdots & x_1 & x_0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1\times k}$$

$$G_S = \begin{pmatrix} I_k & P \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & \cdots & 0 & x & \cdots & x \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & x & \cdots & x \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & x & \cdots & x \end{array}\right) \in \mathbb{R}^{k\times n}$$

$$H_s = \begin{pmatrix} P^T & I_{n-k} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n-k\times n}$$

Encodage :

$$y = (xG_S) \bmod 2$$

Vérification (syndrome):

$$S = (yH_S^T) \bmod 2 \quad \begin{cases} = 0 & \longrightarrow \text{ ok} \\ \neq 0 & \longrightarrow \text{ erreur} \end{cases}$$

Décodage :

$$\hat{x} = y[0 : k-1]$$

Propriétés

$$G_S H_S^T = 0$$

1.1 Codes linéaires

La somme de deux codes valides donne un nouveau code valide

1.2 Codes cycliques

Un décalage vers la gauche ou vers la droite donne un autre code valide.
Un décalage d'un mot-code de longueur n dans $\mathbb{R}_n[X]$ est similaire à une multiplication par X

1.3 Générateur ↔ matrice

On peut créer la matrice en effectuant des décalages cycliques du générateur $g(x)$

$$\underset{k\times n}{\begin{pmatrix} g_0 & g_1 & \cdots & g_{n-k} & 0 & 0 \\ 0 & g_0 & g_1 & \cdots & g_{n-k} & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & \cdots & g_{n-k} \end{pmatrix}}$$

Avec le nombre de lignes correspondant à la longueur du message.