1 Processus aléatoires à temps discrets

Variable aléatoire (pile ou face)

$$P_r\{l\} = 0.5 \qquad P_r\{H\} = 0.5$$

Ω est l'ensemble des possibilités.

1.1 Fonction de répartition

Par exemple l'intégrale d'une gaussienne

$$F_x(\alpha) = P_r\{x \leq \alpha\}$$

1.2 Densité de probabilité

Par exemple une gaussienne

$$f_x(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} F_x(\alpha)$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(\alpha) d\alpha = 1$$

1.2.1 Exemple

$$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$P_r\{x = 1\} = \frac{1}{6}$$
$$F_x(x) = P_r\{x \leq \alpha\}$$
$$P_r\{x = 3\} = \int_{3-\epsilon}^{3+\epsilon} f_x(\alpha) d\alpha$$

1.3 Espérence

Moyenne pondérée de chaque possibilité

$$E\{x\} = 3.5 \qquad \text{(pour un dé)}$$
$$E\{x\} = \sum_k \alpha_k P_r\{x = \alpha_k\}$$

1.4 Variance

$$\sigma^2 = \text{var} = E\{(x(n) - \underbrace{E\{x\}}_{m_x(n)})^2\}$$

Avec σ la déviation standard. On a aussi

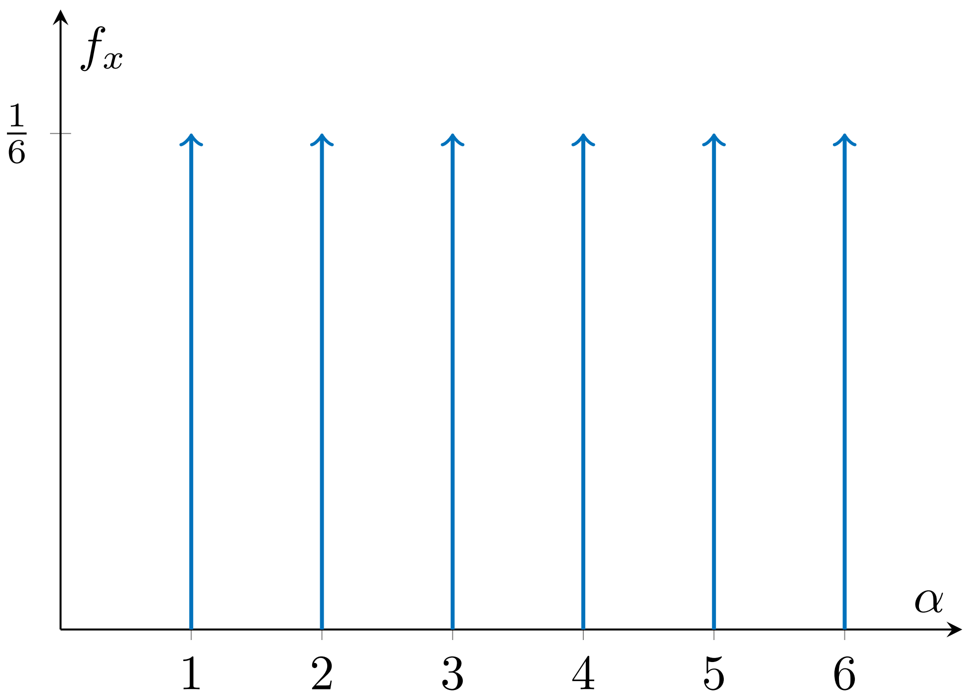
$$\text{var}(x) = \sigma^2 = E\{x^2\} - E^2\{x\}$$
$$\text{var}\{x + y\} = \text{var}\{x\} + \text{var}\{y\}$$

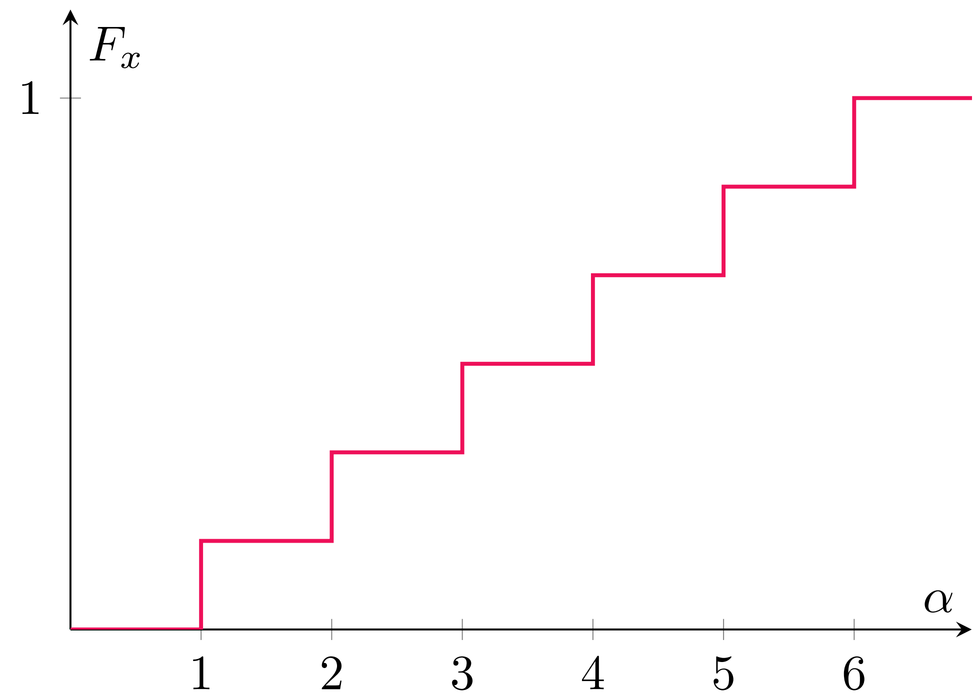
1.5 Biais

$$B = \theta - E\{\hat{\theta}_N\}$$

Différence entre la moyenne mesurée (par exemple sur un ensemble de pile ou face) et l'espérance théorique (0.5 dans ce cas)

$$\lim_{N\to\infty} E\{\hat{\theta}\} = \theta \longrightarrow \text{ non biaisé}$$





1.6 Corrélation

$$r_{xy} = E\{xy^*\}$$

Avec * le conjugué complexe (si les valeurs sont complexes). Si la corrélation est le produit des moyennes, alors les deux variables sont indépendantes

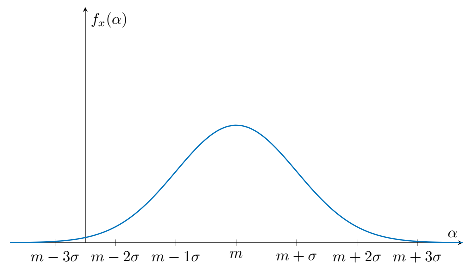
$$r_{xy} = E\{x\}E\{y^*\} = m_x m_y^* \longrightarrow \text{ indépendants}$$

1.7 Coefficient de corrélation

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \leq 1$$

1.8 Gaussienne

$$f_x(\alpha) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\alpha - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right)$$



1.9 Bruit blanc

Avec déviation standard de σ

$$P = \sigma^2$$

Le spectre est plat entre $-\frac{F_s}{2}$ et $\frac{F_s}{2}$ avec une amplitude de σ^2