

**Politechnika Warszawska**

W Y D Z I A Ł M E C H A N I C Z N Y  
E N E R G E T Y K I I L O T N I C T W A



Instytut Techniki Cieplnej

## **Praca dyplomowa magisterska**

na kierunku Lotnictwo i Kosmonautyka  
w specjalności Kosmonautyka

**Modelowanie i analiza wpływu perturbacji  
orbitalnych na żywotność konstelacji  
satelitarnych**

Autor:

inż. Sebastian Czajkowski

Promotor:

dr inż. Łukasz Boruc

Warszawa 2026



# **Modelowanie i analiza wpływu perturbacji orbitalnych na żywotność konstelacji satelitarnych**

**Streszczenie:** W niniejszej pracy przedstawiono model numeryczny służący do analizy żywotności satelitów na niskiej orbicie okoziemskiej (LEO) z uwzględnieniem wpływu głównych perturbacji orbitalnych. Głównym celem pracy było opracowanie i implementacja w środowisku MATLAB modelu numerycznego do analizy wpływu czynników takich jak niejednorodność pola grawitacyjnego Ziemi, opór aerodynamiczny, ciśnienie promieniowania słonecznego oraz oddziaływanie Słońca i Księżyca na żywotność satelitów na orbicie LEO. W części teoretycznej pracy przybliżono podstawowe zagadnienia dotyczące ruchu satelitów, charakterystyki orbit typu LEO, omówiono szczegółowo poszczególne rodzaje perturbacji działających na obiekty orbitalne, a także dotyczące żywotności satelitów, konstelacji satelitarnych i śmieci kosmicznych. W dalszej części opracowania przedstawiono zastosowane uproszczenia i założenia modelowe oraz opisano środowisko obliczeniowe MATLAB, w którym zaimplementowano model fizyczny i matematyczny. Na podstawie opracowanego algorytmu wykonano symulacje numeryczne, umożliwiające oszacowanie zmian parametrów orbitalnych w czasie i wyznaczenie przewidywanej żywotności satelitów. Dokonano walidacji modelu poprzez porównanie obliczonych zmian parametrów orbitalnych z danymi rzeczywistymi zdeorbitowanych satelitów, takich jak Tintin A, GRACE-1, Tiangong-1, PW-Sat i PW-Sat 2. Następnie dokonano analizy żywotności wybranych konstelacji satelitarnych: Starlink, OneWeb, Kuiper, Guowang i Qianfan. Przeprowadzona analiza potwierdziła, że czynniki środowiskowe, w szczególności opór atmosferyczny i zmienność aktywności słonecznej, odgrywają kluczową rolę w ograniczaniu żywotności satelitów na niskich orbitach. Uzyskane wyniki wskazują, że typowa żywotność konstelacji satelitarnych ściśle zależy od początkowej wysokości perigeum i może wynosić od kilku dni po dziesiątki tysięcy lat, co jest zgodne z rzeczywistymi danymi. Na zakończenie pracy wyniki symulacji oceniono pod kątem ich wiarygodności, zwracając uwagę na czynniki mogące wpływać na odchylenia od danych rzeczywistych oraz przedstawiono propozycje usprawnień modelu. Przedstawiono także wnioski dotyczące wpływu konstelacji satelitarnych na długoterminową stabilność środowiska orbitalnego oraz problemu narastania liczby śmieci kosmicznych.

**Słowa kluczowe:** żywotność satelitów, perturbacje orbitalne, konstelacje satelitarne, orbita LEO, Starlink, OneWeb, GuoWang, Qianfan, Kuiper, PW-Sat, śmieci kosmiczne, model numeryczny, MATLAB

# **Modeling and analysis of the impact of orbital perturbations on the lifetime of satellite constellations**

**Abstract:** This thesis presents a numerical model for analyzing the orbital lifetime of satellites in low Earth orbit (LEO), taking into account the impact of major orbital perturbations. The main objective of the work was to develop and implement a numerical model in MATLAB to analyse the impact of factors such as the non-uniformity of the Earth's gravitational field, aerodynamic drag, solar radiation pressure, and third-body gravitational perturbations (from the Sun and Moon) affect on the lifetime of satellites in LEO. The theoretical part of the thesis introduces the fundamental principles of satellite dynamics and LEO characteristics, providing a detailed discussion of the various perturbations affecting orbital objects, as well as the sustainability of satellite constellations and the problem of space debris. Furthermore, the study outlines the model's simplifications and assumptions, describing the MATLAB computing environment in which the mathematical model was implemented. Based on the developed algorithm, numerical simulations were performed to estimate temporal changes in orbital parameters and determine expected lifetimes. The model was validated by comparing calculated trajectories with actual data from deorbited satellites, including Tintin A, GRACE-1, Tiangong-1, PW-Sat, and PW-Sat 2. Subsequently, an analysis of selected megaconstellations was conducted, namely Starlink, OneWeb, Kuiper, Guowang, and Qianfan. The analysis confirmed that environmental factors, particularly atmospheric drag and solar activity variability, play a key role in limiting satellite lifetime in low orbits. The results indicate that orbital decay is closely related to the initial perigee altitude, with lifetimes ranging from several days to tens of thousands of years. The study concludes with an evaluation of the model's reliability, identifying factors causing potential deviations from real-world data, and offering proposals for future improvements. Finally, conclusions are drawn regarding the impact of constellations on the long-term stability of the orbital environment and the escalating challenge of space debris.

**Keywords:** satellite lifetime, orbital perturbations, satellite constellations, LEO orbit, Starlink, OneWeb, Guowang, Qianfan, Kuiper, PW-Sat, space debris, numerical model, MATLAB



.....  
miejscowość i data

.....  
imię i nazwisko studenta

.....  
numer albumu

.....  
kierunek studiów

### **OŚWIADCZENIE**

Świadomy/-a odpowiedzialności karnej za składanie fałszywych zeznań oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie, pod opieką kierującego pracą dyplomową.

Jednocześnie oświadczam, że:

- niniejsza praca dyplomowa nie narusza praw autorskich w rozumieniu ustawy z dnia 4 lutego 1994 roku o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.) oraz dóbr osobistych chronionych prawem cywilnym,
- niniejsza praca dyplomowa nie zawiera danych i informacji, które uzyskałem/-am w sposób niedozwolony,
- niniejsza praca dyplomowa nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadawaniem dyplomów lub tytułów zawodowych,
- wszystkie informacje umieszczone w niniejszej pracy, uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami,
- znam regulacje prawne Politechniki Warszawskiej w sprawie zarządzania prawami autorskimi i prawami pokrewnymi, prawami własności przemysłowej oraz zasadami komercjalizacji.

Oświadczam, że treść pracy dyplomowej w wersji drukowanej, treść pracy dyplomowej zawartej na nośniku elektronicznym (płycie kompaktowej) oraz treść pracy dyplomowej w module APD systemu USOS są identyczne.

.....  
czytelny podpis studenta

# Spis treści

<b>1. Wprowadzenie</b>	9
1.1. Cel pracy	9
<b>2. Wstęp teoretyczny</b>	10
2.1. Podstawowe pojęcia mechaniki nieba	10
2.1.1. Elementy orbity Keplerowskiej	11
2.1.2. Charakterystyka orbit typu LEO	17
2.2. Perturbacje ruchu satelitów	17
2.2.1. Perturbacja od oporu aerodynamicznego	19
2.2.2. Perturbacja od niejednorodności pola grawitacyjnego Ziemi	21
2.2.3. Perturbacje od sił grawitacyjnych Księżyca i Słońca	25
2.2.4. Perturbacje od ciśnienia promieniowania słonecznego	26
2.2.5. Inne perturbacje	28
2.2.6. Podsumowanie perturbacji	29
2.3. Żywotność satelitów	30
2.4. Konstelacje satelitarne na orbicie LEO	33
2.4.1. Charakterystyka konstelacji Starlink	33
2.4.2. Charakterystyka konstelacji OneWeb	35
2.4.3. Inne konstelacje komunikacyjne	36
2.5. Problem śmieci kosmicznych	38
2.5.1. Międzynarodowe regulacje. Klasyfikacja obiektów kosmicznych	41
2.5.2. Prognozy i przyszłe kierunki działań - remediacja	43
<b>3. Model matematyczny, fizyczny i środowisko obliczeniowe</b>	45
3.1. Założenia modelu fizycznego	45
3.2. Założenia modelu matematycznego	45
3.3. Środowisko programistyczne	45
<b>4. Implementacja algorytmu obliczeniowego</b>	46
4.1. Wyprowadzenie równań użytych w obliczeniach	46
4.1.1. Obliczenia perturbacji orbitalnych	46
4.1.2. Obliczenia żywotności	47
4.1.3. Model gęstości atmosfery	51
4.2. Struktura programu	52
4.2.1. Zastosowane funkcje i biblioteki	52
4.3. Algorytm obliczeń numerycznych	54
4.3.1. Parametry wejściowe i wyjściowe	55
4.3.2. Opis działania programu	58
<b>5. Wyniki i ich analiza</b>	59
5.1. Walidacja poprawności obliczeń	59
5.1.1. Przypadek walidacyjny: Tintin A	60
5.1.2. Przypadek walidacyjny: GRACE-1	62
5.1.3. Przypadek walidacyjny: Tiangong	64
5.1.4. Przypadek walidacyjny: PW-Sat	66

5.1.5. Przypadek walidacyjny: PW-Sat 2 . . . . .	68
5.2. Wyniki szczegółowe dla pojedynczego satelity . . . . .	70
5.2.1. Wyniki szczegółowe: Starlink . . . . .	70
5.2.2. Wyniki szczegółowe: OneWeb . . . . .	74
5.2.3. Wyniki szczegółowe: Kuiper . . . . .	78
5.2.4. Wyniki szczegółowe: Guowang . . . . .	81
5.2.5. Wyniki szczegółowe: Qianfan . . . . .	83
5.3. Wyniki zbiorcze dla konstelacji satelitów . . . . .	86
5.3.1. Wyniki dla konstelacji Starlink . . . . .	86
5.3.2. Wyniki dla konstelacji OneWeb . . . . .	87
5.3.3. Wyniki dla konstelacji Kuiper . . . . .	88
5.3.4. Wyniki dla konstelacji Guowang . . . . .	89
5.3.5. Wyniki dla konstelacji Qianfan . . . . .	90
5.4. Zestawienie i porównanie wyników . . . . .	91
<b>6. Wnioski i podsumowanie . . . . .</b>	<b>93</b>
6.1. Ocena wpływu perturbacji na żywotność satelitów . . . . .	93
6.2. Wnioski . . . . .	94
6.2.1. Propozycje usprawnień modelu . . . . .	95
6.3. Podsumowanie . . . . .	95
<b>Bibliografia . . . . .</b>	<b>97</b>
<b>Wykaz symboli i skrótów . . . . .</b>	<b>102</b>
<b>Spis rysunków . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>Spis tabel . . . . .</b>	<b>110</b>
<b>Spis załączników . . . . .</b>	<b>110</b>



# 1. Wprowadzenie

W ostatnich latach obserwuje się gwałtowny wzrost liczby satelitów umieszczanych na niskich orbitach okoziemskich (LEO). Dynamiczny rozwój technologii komunikacji satelitarnej doprowadził do powstania rozbudowanych konstelacji satelitarnych, takich jak Starlink firmy SpaceX, OneWeb firmy Eutelsat, Kuiper firmy Amazon czy rozwijane przez Chiny systemy Guowang oraz Qianfan. Celem tych projektów jest zapewnienie globalnego dostępu do szerokopasmowego internetu; jednak ich liczna obecność na niskich orbitach niesie ze sobą poważne konsekwencje dla środowiska kosmicznego.

Wraz z rosnącą liczbą satelitów zwiększa się również liczba śmieci kosmicznych, które obecnie stanowią jedno z kluczowych zagrożeń dla bezpieczeństwa misji orbitalnych. Według danych na podstawie [1] oraz [2], na orbitach okoziemskich krąży obecnie ponad 54 000 obiektów o rozmiarach większych niż 10 cm, 1,2 miliona obiektów kosmicznych większych niż 1cm i mniejszych niż 10cm oraz ponad 140 milionów obiektów kosmicznych mniejszych niż 1cm, których nie da się monitorować z powierzchni Ziemi. Zjawisko to jest potęgowane przez ograniczoną żywotność satelitów, które po zakończeniu misji często pozostają na orbicie przez długi czas, zanim ulegną deorbitacji.

Rosnąca liczba obiektów satelitarnych oraz ich ograniczona żywotność przyczyniają się do zjawiska nawarstwiania się śmieci kosmicznych. Zjawisko to może w przyszłości doprowadzić do kaskadowego wzrostu liczby odłamków w przestrzeni kosmicznej, utrudniając prowadzenie nowych misji (syndrom Kesslera [2]). Z tego względu niezwykle istotne staje się modelowanie oraz analiza czynników wpływających na żywotność satelitów, a tym samym na dynamikę rozwoju środowiska orbitalnego.

## 1.1. Cel pracy

Głównym celem niniejszej pracy magisterskiej jest opracowanie i implementacja modelu numerycznego, umożliwiającego analizę wpływu perturbacji orbitalnych na żywotność konstelacji satelitarnych. W ramach pracy opracowany zostanie program komputerowy w środowisku MATLAB, który uwzględnia kluczowe perturbacje oddziałujące na satelitę umieszczonego na niskiej orbicie okoziemskiej.

W celu potwierdzenia wiarygodności opracowanego narzędzia przeprowadzono proces walidacji na podstawie danych historycznych obiektów, które uległy deorbitacji: Tintin A, GRACE-1, Tiangong-1 oraz polskich satelitów PW-Sat i PW-Sat 2. Zasadniczą część badań stanowi analiza żywotności zarówno reprezentatywnych jednostek, jak i całych konstelacji (Starlink, OneWeb, Kuiper, Guowang oraz Qianfan), przeprowadzona w oparciu o zróżnicowane scenariusze aktywności słonecznej.

Celem końcowym pracy jest określenie stopnia wpływu poszczególnych perturbacji na skrócenie żywotności satelitów oraz analiza ich przełożenia na długoterminową ewolucję środowiska orbitalnego. Poprzez precyzyjne wyznaczenie pasywnego czasu przebywania obiektów na orbicie, praca dokonuje oceny zgodności współczesnych konstelacji z międzynarodowymi wytycznymi w zakresie ograniczania śmieci kosmicznych, co w dobie gwałtownej rozbudowy infrastruktury orbitalnej stanowi kluczowy element minimalizacji ryzyka wystąpienia syndromu Kesslera.

## 2. Wstęp teoretyczny

W niniejszym rozdziale przedstawiono teoretyczne fundamenty mechaniki nieba niezbędne do analizy ruchu satelitów na orbicie LEO, wraz ze szczegółowym opisem oddziałujących na nie perturbacji. Ponadto scharakteryzowano współczesne konstelacje satelitarne oraz omówiono wyzwania związane z żywotnością i narastającym problemem śmieci kosmicznych.

### 2.1. Podstawowe pojęcia mechaniki nieba

Mechanika nieba jest dziedziną fizyki i astronomii zajmującą się ruchem ciał niebieskich w przestrzeni kosmicznej pod wpływem siły grawitacyjnej. Opiera się ona na zasadach dynamiki Newtona oraz prawach Keplera, stanowiąc teoretyczny fundament opisu ruchu w polu grawitacyjnym planety [3]. Korzystając z mechaniki nieba możliwe jest określanie położenia i prędkości obiektu w dowolnym czasie oraz przewidywanie zmian tych parametrów w wyniku działania różnych sił zewnętrznych [4].

Podstawowym równaniem opisującym ruch satelity w polu grawitacyjnym Ziemi jest wektorowe równanie ruchu, które stanowi szczególny przypadek problemu ruchu dwóch ciał, w którym oddziaływanie grawitacyjne opisane jest prawem powszechnego ciążenia Newtona. Przy założeniu, że masa jednego z ciał (planety) jest znacznie większa od masy drugiego ciała (satelity), środek masy układu praktycznie pokrywa się ze środkiem masy ciała centralnego. W konsekwencji ruch satelity może być analizowany w inercjalnym układzie odniesienia związanym z planetą, a równanie ruchu upraszcza się do postaci 2.1 [5]:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (2.1)$$

gdzie  $\vec{r}$  jest wektorem położenia satelity względem środka masy Ziemi, a  $\mu = G \cdot m_P$  oznacza standardowy parametr grawitacyjny, będący iloczynem stałej grawitacyjnej  $G$  oraz masy planety  $m_P$ . Z uwagi na to, że masa planety jest zdecydowanie wyższa od masy analizowanych obiektów, do obliczenia parametru grawitacyjnego masa satelity jest pomijana [3].

Równanie 2.1 opisuje przyspieszenia ciała wynikające z działania siły grawitacyjnej, która jest zawsze skierowana w kierunku środka masy planety i maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od niej.

Ruch w polu grawitacyjnym sprawia, że obiekt nie traci ani nie zyskuje energii mechanicznej, a jedynie zamienia formę energii, z kinetycznej na potencjalną [3]. Suma energii kinetycznej i potencjalnej satelity pozostaje stała. Właściwą energię mechaniczną ciała w ruchu orbitalnym opisuje zależność 2.2 [6]:

$$\epsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (2.2)$$

gdzie  $v$  jest prędkością liniową satelity [4].

Energia ta pozwala określić typ orbity. Dla orbit zamkniętych energia ta jest ujemna, natomiast dla orbit otwartych – nieujemna [3]. Rodzaje orbit zostały omówione w rozdziale 2.1.1.

Wartość energii charakterystycznej jest w praktyce jednym z najistotniejszych parametrów stosowanych w analizach i projektowaniu trajektorii satelitów, umożliwiając porównywanie różnych orbit w sposób niezależny od aktualnego położenia satelity.

Moment pędu (moment orbitalny) satelity względem środka masy Ziemi [7] określa zależność:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v} \quad (2.3)$$

Wektor ten pozostaje stały w przypadku idealnego, centralnego pola grawitacyjnego i określa płaszczyznę orbitalną, w której porusza się satelita [3].

Dla podstawowych analiz ruchu, zakłada się idealne, centralne pole grawitacyjne, pomijając wpływ czynników powodujących perturbacje ruchu [8]. Takie podejście jest niedokładne, gdyż w rzeczywistości na ruch satelity oddziałują dodatkowe siły, powodujące stopniowe odchylenia od orbit Keplerowskich i są uwzględniane w późniejszych etapach analizy w postaci perturbacji, co zostanie omówione w rozdziale 2.2.

### 2.1.1. Elementy orbity Keplerowskiej

Orbita Keplerowska jest matematycznym modelem ruchu ciała w centralnym polu grawitacyjnym, który idealnie spełnia wszystkie prawa Keplera [9]:

1. **Prawo orbit** – jeśli dwa obiekty w przestrzeni oddziałują grawitacyjnie, każdy z nich opisuje orbitę, która jest przekrojem stożkowym z centrum masy w jednym z ognisk. Jeśli ciała są trwale powiązane, ich orbity będą elipsami; jeśli nie są trwale powiązane, ich orbity będą hiperbolami.
2. **Prawo pól** – jeśli dwa obiekty w przestrzeni oddziałują grawitacyjnie (niezależnie od tego, czy poruszają się po zamkniętych orbitach eliptycznych), linia łącząca je przecina równe obszary w równych odstępach czasu.
3. **Prawo okresowości** – kwadrat okresu obiegu każdej planety jest wprost proporcjonalny do sześciennu średniej odległości planety od Słońca.

W rzeczywistości, każdy satelita w przestrzeni kosmicznej porusza się w sposób przybliżony do takiej orbity, a znajomość jej parametrów umożliwia określenie położenia i prędkości w dowolnym czasie [4].

Orbita Keplerowska jest definiowana parametrami, które w pełni opisują kształt i orientację toru satelity w przestrzeni trójwymiarowej oraz pozycję ciała na orbicie w danym czasie [10]. Jednymi z podstawowych parametrów orbity są [10]:

- **Promień pericentrum ( $r_p$ )** - odległość ciała poruszającego się po orbicie od środka masy układu w momencie największego zbliżenia do tego środka. Dla znanego promienia planety  $R_P$  oraz wysokości pericentrum orbity  $h_p$ , promień obliczyć można ze wzoru 2.4:

$$r_p = R_P + h_p \quad (2.4)$$

- **Promień apocentrum ( $r_a$ )** - odległość ciała poruszającego się po orbicie od środka masy układu w momencie największego oddalenia od tego środka. Dla znanego promienia planety  $R_P$  oraz wysokości apocentrum orbity  $h_a$ , promień obliczyć można ze wzoru 2.5:

$$r_a = R_P + h_a \quad (2.5)$$

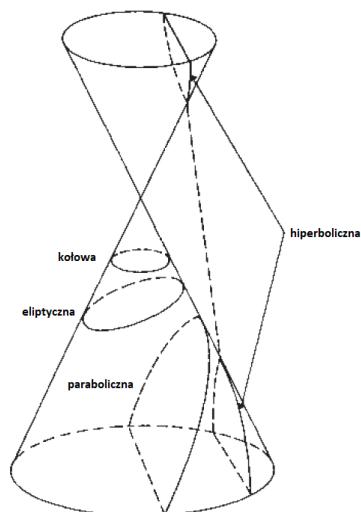
- **Ekscentyczność (mimośrodowość) ( $e$ )** - parametr określający stopień wydłużenia orbity. Jeden z najważniejszych parametrów określających orbitę, wyrażony wzorem 2.6:

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \quad (2.6)$$

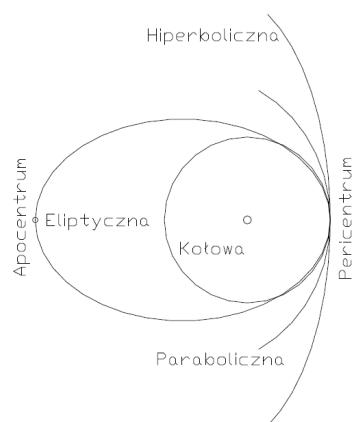
Ze względu na kształt, a więc i wartości ekscentyczności, rozróżnić można orbity:

- Kołową ( $e = 0$ ) – orbita stosowana przy konstelacjach, umożliwia równomierne pokrycie terenu i proste sterowanie.
- Eliptyczną ( $0 < e < 1$ ) – wykorzystywana, gdy wymagany jest większy zasięg w określonej części orbity.
- Paraboliczną ( $e = 1$ ) - stosowana w misjach międzyplanetarnych. Nie jest orbitą zamkniętą
- Hiperboliczną ( $e > 1$ ) - również stosowana w misjach międzyplanetarnych.

Podział ten wynika z faktu, że tory orbitalne odpowiadają różnym typom krzywych stożkowych powstających w wyniku przecięcia stożka płaszczyzną [11], którego przykład zaprezentowano na rysunku 2.1. Geometryczne porównanie wszystkich typów orbit zaprezentowano na rysunku 2.2.



**Rysunek 2.1.** Krzywe stożkowe. Opracowanie własne na podstawie [11].



**Rysunek 2.2.** Podział orbit ze względu na kształt [12].

Dla satelitów komunikacyjnych najczęściej wykorzystuje się orbity zamknięte ( $e < 1$ ) [7], dlatego też dalsze parametry opisujące orbitę przedstawiono dla tego właśnie typu orbit [10]:

- **półosie wielka ( $a$ )** – podstawowy parametr określający rozmiar orbity eliptycznej. Można ją wyrazić wzorem 2.7:

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} \quad (2.7)$$

- **półosie mała ( $b$ )** - dodatkowy parametr określający drugi rozmiar orbity eliptycznej,
- **inklinacja ( $i$ )** – kąt między płaszczyzną orbity a płaszczyzną odniesienia, która zawiera również środek ciężkości. Najczęściej stosowanymi płaszczyznami odniesienia są płaszczyzna równikowa (płaszczyzna równika ziemskiego) dla satelitów ziemskich oraz płaszczyzna orbity Ziemi wokół Słońca, zwana ekiptyką. Mieści się w przedziale  $[0^\circ; 180^\circ]$ ,
- **rektascensja węzła wstępującego ( $\Omega$ )** – kąt w płaszczyźnie równikowej mierzony w kierunku wschodnim od punktu równonocy wiosennej do węzła wstępującego orbity (punkcie na orbicie, w którym satelita przecina płaszczyznę równika, przemieszczając się z południa na północ). Parametr ten określa orientację orbity w płaszczyźnie horyzontalnej. Mieści się w przedziale  $[0^\circ; 360^\circ]$ ,
- **argument pericentrum ( $\omega$ )** - kąt określający obrót orbity w płaszczyźnie orbitalnej. Wpływ na położenie promienia pericentrum. Mieści się w przedziale  $[0^\circ; 360^\circ]$ ,
- **anomalia prawdziwa ( $\theta$ )** - kąt mierzony w środku ciężkości między punktem perigeum a położeniem satelity. Mieści się w przedziale  $[0^\circ; 360^\circ]$ ,
- **anomalia ekscentryczna ( $E$ )** – parametr pomocniczy do określenia anomalii średniej, określony wzorem 2.8:

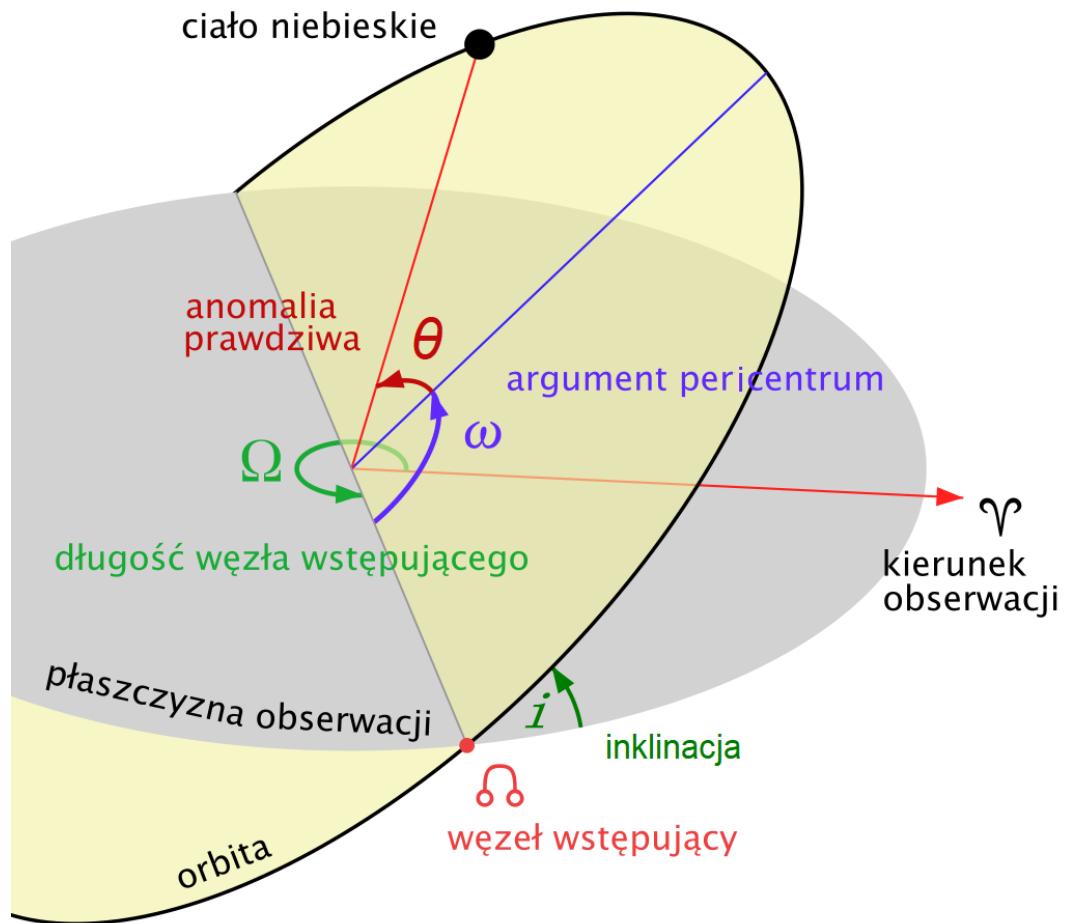
$$E = 2 \cdot \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (2.8)$$

Mieści się w przedziale  $[0; 2\pi]$ .

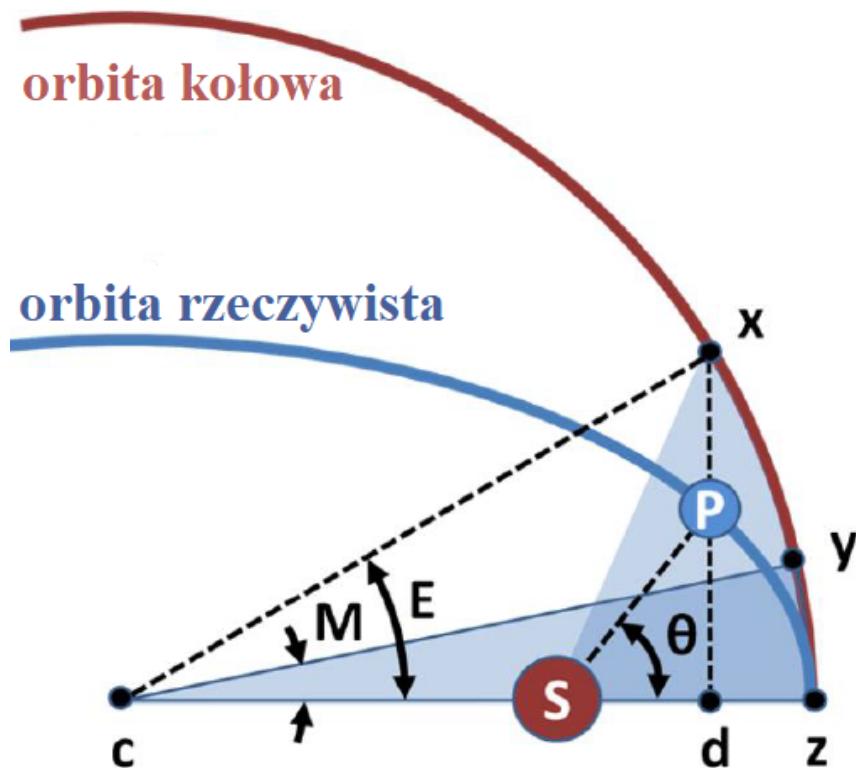
- **anomalia średnia ( $M$ )** – określa pozycję satelity na jego orbicie w danym czasie. Jest dodatnim kątem, wyrażonym w radianach, określonym wzorem 2.9:

$$M = E - e \cdot \sin(E) \quad (2.9)$$

Znajomość wszystkich parametrów orbitalnych pozwala jednoznacznie opisać geometrię i orientację orbity satelity. W mechanice nieba stanowią one podstawę do wyznaczania trajektorii, planowania manewrów i przewidywania kontaktów ze stacjami naziemnymi. Podstawowe parametry satelity przedstawiono na rysunku 2.3, natomiast schemat przedstawiający różne rodzaje anomalii przedstawiono na rysunku 2.4.



Rysunek 2.3. Elementy orbity. Opracowanie własne na podstawie [13].



Rysunek 2.4. Anomalia prawdziwa ( $\theta$ ), ekscentryczna ( $E$ ) i średnia ( $M$ ) [14].

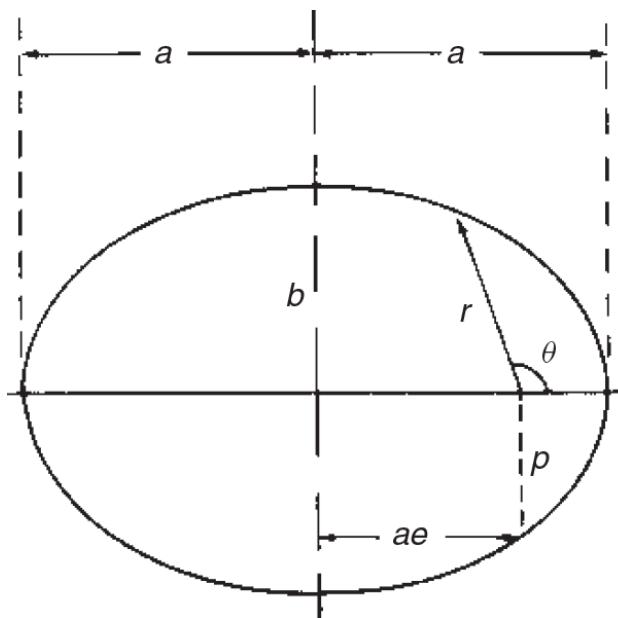
Dodatkowo wyznaczyć można takie parametry pomocnicze jak:

- **średni ruch ( $n$ )** (ang. mean motion) - pomocniczy parametr do wyznaczenia okresu obiegu orbity. Jest to średnia kątowa prędkość ciała poruszającego się po orbicie wokół centralnego obiektu. Wyrażony jest wzorem 2.10 [15]:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.10)$$

- **parametr perigeum ( $p$ )** (ang. semi-latus rectum) - odległość od ogniska orbity do punktu na orbicie, w którym prosta prostopadła do osi głównej przecina orbitę (rysunek 2.5). Wyrażony wzorem 2.11 [11]:

$$p = \frac{h^2}{\mu} = a \cdot (1 - e^2) \quad (2.11)$$



**Rysunek 2.5.** Zobrazowanie parametru perigeum [11].

- **argument szerokości geocentrycznej ( $u$ )** (ang. argument of latitude) - kąt w płaszczyźnie orbity, określający położenie ciała względem węzła wstępującego i pericentrum, wyrażony wzorem 2.12 [16]:

$$u = \omega + \theta \quad (2.12)$$

- **okres obiegu ( $T_S$ )** - czas obiegu wokół orbity, wyrażony wzorem 2.13 [15]:

$$T_S = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \frac{2 \cdot \pi}{n} \quad (2.13)$$

**Równanie orbitalne na płaszczyźnie orbity** można wyrazić wzorem 2.14 [3]:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \cdot \frac{1}{1 + e \cdot \cos(\theta)} = \frac{p}{1 + e \cdot \cos(\theta)} \quad (2.14)$$

Możliwe jest także wyznaczenie prędkości obiektu na orbicie, rozbijając ją na składową promieniową  $v_r$  i styczną  $v_\perp$  (rysunek 2.6) [4]:

- **Składowa promieniowa prędkości ( $v_r$ ):**

$$v_r = \frac{\mu \cdot e}{h} \cdot \sin(\theta) \quad (2.15)$$

- **Składowa styczna prędkości ( $v_\perp$ ):**

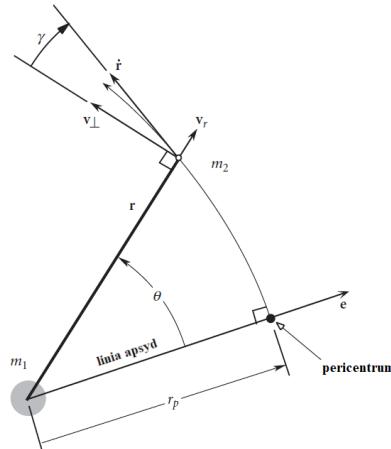
$$v_\perp = \frac{\mu}{h} \cdot (1 + e \cdot \cos(\theta)) \quad (2.16)$$

- **Całkowita prędkość ( $v$ ):**

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\perp^2} = \sqrt{\frac{\mu^2}{h^2} \cdot (1 + 2 \cdot e \cdot \cos(\theta) + e^2)} \quad (2.17)$$

Korzystając ze wzorów 2.11 oraz 2.14 można przekształcić powyższy wzór do postaci:

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{p} \cdot (2 \cdot (1 + e \cdot \cos(\theta)) - (1 - e^2))} = \sqrt{\frac{\mu}{p} \cdot \left(2 \cdot \frac{p}{r} - \frac{p}{a}\right)} = \sqrt{\mu \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} \quad (2.18)$$



**Rysunek 2.6.** Składowe  $v_r$  i  $v_\perp$  prędkości obiektu na orbicie. Opracowanie własne na podstawie [4].

Linia apsyd oznaczona na rysunku 2.6 jest zdefiniowana jako linia łącząca pericentrum i apocentrum [3].

Postać równania 2.18 można także wyprowadzić bezpośrednio z zasady zachowania energii mechanicznej (równanie 2.2, [3]) dla promienia orbity równego promieniowi pericentrum  $r = r_p$ , pamiętając o tym, że moment orbitalny (równanie 2.3) jest stały.

Prędkość w perycentrum jest największa, natomiast w apocentrum najmniejsza dla orbit eliptycznych. W przypadku orbity kołowej ( $a = r$ ) wyrażenie upraszcza się do postaci 2.19 [17]:

$$v_{circ} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (2.19)$$

co pozwala uzyskać stałą prędkość dla dowolnego punktu na orbicie kołowej.

### 2.1.2. Charakterystyka orbit typu LEO

Orbity typu LEO obejmują przedział wysokości od około 100 km do 2 000 km nad powierzchnią Ziemi [12]. Znajdują się one znacznie powyżej najgęstszych warstw atmosfery generujących znaczące wartości oporu powietrza (mezopauza – górną warstwę mezosfery znajduje się na wysokości około 80 km) i jednocześnie znacznie poniżej pasów promieniowania Van Allena, z których najbardziej wewnętrzny zaczyna się na wysokości około 2 400 km [4].

Okres orbitalny wynosi od 85 do 130 minut (im wyższa orbita, tym dłuższy okres, zgodnie ze wzorem 2.13), co pozwala satelitom na wykonanie kilkunastu pełnych orbit w ciągu doby.

Orbita jest najczęściej używana przez satelity teledetekcyjne, meteorologiczne i telekomunikacyjne. Użytkowana jest także przez ISS [12]. Statki kosmiczne oraz satelity teledetekcyjne, obrazujące i nawigacyjne zajmują niemalże okrągłe ( $e < 0,03$ ) [9] orbity LEO [4]. Wynika to przede wszystkim z dogodnego położenia tej orbity, zapewniającego optymalne warunki do globalnej obserwacji, komunikacji i badań astronomicznych. Dodatkowo, stosunkowo niskie koszty wyniesienia (rzędu około 10 000\$ za kilogram masy ładunku [6]) sprawiają, że większość istniejących satelitów operuje właśnie w tym przedziale wysokości [18]. Dzięki niskiej wysokości orbity, satelity mogą być również szybko umieszczane na orbicie i łatwo deorbitowane, co ogranicza problem pozostawionych fragmentów kosmicznych [19].

Konstelacje telekomunikacyjne, takie jak Starlink czy OneWeb, korzystają z orbit LEO również z uwagi na [20]:

- krótki czas propagacji sygnału w porównaniu z wyższymi orbitami;
- mniejsze tłumienie i opóźnienie sygnału niż przy wyższych orbitach;
- możliwość zastosowania małych anten w terminalach odbiorczych.

Wybranie orbity LEO jako orbity dla konstelacji telekomunikacyjnych niesie ze sobą także szereg problemów, które zostały omówione w rozdziale 2.4.

## 2.2. Perturbacje ruchu satelitów

Ruch satelitów wokół Ziemi w idealnym przypadku byłby opisany prostym ruchem Keplera wskim pod wpływem centralnej siły grawitacyjnej Ziemi. W rzeczywistości orbity satelitów są perturbowane przez różnorodne dodatkowe siły działające na satelitę, które powodują odchylenia od idealnej trajektorii [9].

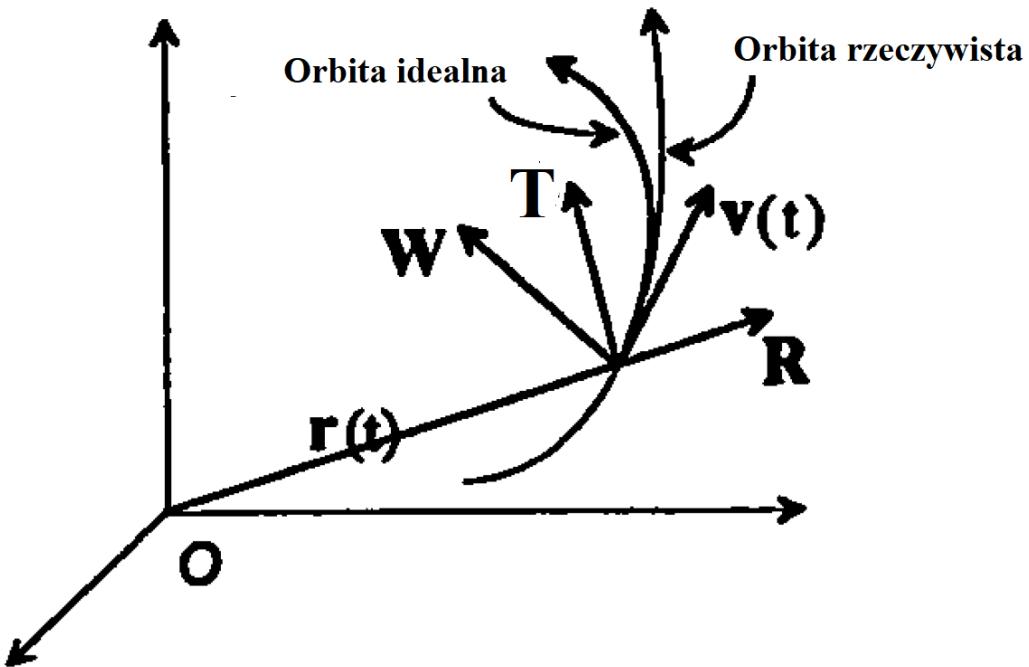
Uwzględniając działanie sił zaburzających, równanie 2.1 w polu grawitacyjnym Ziemi można zapisać w postaci uogólnionej:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{\gamma}_p \quad (2.20)$$

gdzie  $\vec{\gamma}_p$  oznacza przyspieszenie wynikające z działania perturbacji orbitalnych [4]. Przyspieszenie to w przypadku orbit rzeczywistych jest znacznie mniejsze od głównego przyspieszenia grawitacyjnego pochodzącego od ciała centralnego, natomiast ich długotrwały wpływ prowadzi do stopniowych zmian parametrów orbity. Aby opisać ich oddziaływanie, stosuje się równania Lagrange'a [6] lub równania Gaussa, które umożliwiają analityczne wyrażenie zmian elementów orbitalnych pod wpływem znanych sił zaburzających.

Siłę perturbacyjną  $\vec{U}$  rozkłada się na trzy składowe w lokalnym, poruszającym się układzie odniesienia (rysunek 2.7), w którym oznaczyć można siły:

- $R$  - wzdłuż promienia wodzącego  $\vec{r}$  (w kierunku radialnym)
- $T$  - w płaszczyźnie orbity, w kierunku ruchu obiektu, prostopadłe do  $R$  (w kierunku tangencjalnym)
- $W$  - prostopadłe do płaszczyzny orbity, tworząc układ prawoskrętny (w kierunku normalnym)



Rysunek 2.7. Układ sił  $R$ ,  $T$ ,  $W$  perturbujących orbitę idealną. Opracowanie własne na podstawie [6].

Znając wektor  $\vec{U}$  oraz warunki początkowe standardowych parametrów orbity, równania Gaussa można całkować w sposób ciągły, aby obliczyć rzeczywiste parametry orbity [6].

Równania Gaussa można wyrazić za pomocą równań 2.21, 2.22, 2.23, 2.24, 2.25, 2.26 [6].

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot (e \cdot \sin \theta \cdot R + (1+e \cdot \cos \theta) \cdot T) \quad (2.21)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n \cdot a} \cdot (\sin \theta \cdot R + [\cos(E) + \cos \theta] \cdot T) \quad (2.22)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{n \cdot a \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{r}{a} \cdot \cos(\theta + \omega) \cdot W \quad (2.23)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{n \cdot a \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{r}{a} \cdot \frac{\sin(\theta + \omega)}{\sin(i)} \cdot W \quad (2.24)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n \cdot a \cdot e} \left[ -\cos \theta \cdot R + \left( 1 + \frac{1}{1+e \cdot \cos \theta} \right) \cdot \sin \theta \cdot T - \cos i \cdot \frac{d\Omega}{dt} \right] \quad (2.25)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{1-e^2}{n \cdot a \cdot e} \left[ \left( \frac{-2 \cdot e}{1+e \cdot \cos \theta} + \cos \theta \right) \cdot R - \left( 1 + \frac{1}{1+e \cdot \cos \theta} \right) \cdot T \cdot \sin \theta \right] \quad (2.26)$$

### 2.2.1. Perturbacja od oporu aerodynamicznego

Opór aerodynamiczny stanowi główną siłę niegravitacyjną oddziałyującą na statki kosmiczne poruszające się po orbitach LEO [21]. Jest to siła hamująca, wynikająca z oddziaływania resztek atmosfery ziemskiej z powierzchnią satelity, działającą w kierunku przeciwnym do jego prędkości orbitalnej [11]. Pomimo że na wysokościach powyżej 100 km gęstość atmosfery jest bardzo niska, jej wpływ staje się istotny ze względu na dużą prędkość ruchu orbitalnego.

Gęstość atmosfery na danej wysokości opisują empiryczne modele, takie jak Jacchia 1971 (do 2500 km) [22], MSIS-90 [23] czy JB-2006 (tylko do 900 km) [24], które mogą uwzględnić m.in. szerokość i długość geograficzną, porę dnia, dzień roku oraz lokalny czas słoneczny [25]. Dla wysokości orbitalnych do 35 786 km przyjmuje się wzór 2.27 na wartość gęstości powietrza [25].

$$\rho(r) \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \rho_0 \cdot \exp \left( \frac{r - R_E - h_0}{H_0} \right) \quad (2.27)$$

gdzie  $\rho_0$  jest gęstością powietrza na wysokości odniesienia  $h_0$ , a  $H_0$  jest skalą wysokości, którą można odczytać z rysunku 2.8.

Wysokość (km)	Skala wysokości (km)	Gęstość przy aktywności Słońca	
		Średnia (kg/m³)	Maksymalna (kg/m³)
0	8.4	1.225	1.225
100	5.9	5.25E-7	5.75E-7
150	25.5	1.73E-9	1.99E-9
200	37.5	2.41E-10	3.65E-10
250	44.8	5.97E-11	1.20E-10
300	50.3	1.87E-11	4.84E-11
350	54.8	6.66E-12	2.18E-11
400	58.2	2.62E-12	1.05E-11
450	61.3	1.09E-12	5.35E-12
500	64.5	4.76E-13	2.82E-12
550	68.7	2.14E-13	1.53E-12
600	74.8	9.89E-14	8.46E-13
650	84.4	4.73E-14	4.77E-13
700	99.3	2.36E-14	2.73E-13
750	121	1.24E-14	1.59E-13
800	151	6.95E-15	9.41E-14
850	188	4.22E-15	5.67E-14
900	226	2.78E-15	3.49E-14
950	263	1.98E-15	2.21E-14
1,000	296	1.49E-15	1.43E-14
1,250	408	5.70E-16	2.82E-15
1,500	516	2.79E-16	1.16E-15
2,000	829	9.09E-17	3.80E-16
2,500	1220	4.23E-17	1.54E-16
3,000	1590	2.54E-17	7.09E-17
3,500	1900	1.77E-17	3.67E-17
4,000	2180	1.34E-17	2.11E-17
4,500	2430	1.06E-17	1.34E-17
5,000	2690	8.62E-18	9.30E-18
6,000	3200	6.09E-18	5.41E-18
7,000	3750	4.56E-18	3.74E-18
8,000	4340	3.56E-18	2.87E-18
9,000	4970	2.87E-18	2.34E-18
10,000	5630	2.37E-18	1.98E-18
15,000	9600	1.21E-18	1.16E-18
20,000	14600	7.92E-19	8.42E-19
25,000	20700	5.95E-19	6.81E-19
30,000	27800	4.83E-19	5.84E-19
35,000	36000	4.13E-19	5.21E-19
35,786	37300	4.04E-19	5.12E-19

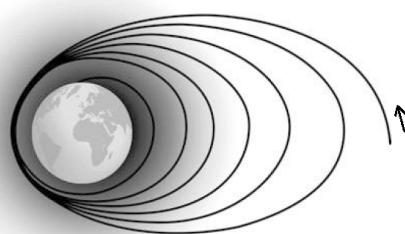
Rysunek 2.8. Atmosferyczna skala wysokości i gęstości do wysokości 35 786 km. Opracowanie własne na podstawie [23].

Dla statków kosmicznych znajdujących się na LEO siły aerodynamiczne można rozłożyć na dwie składowe ortogonalne: (znikomą) siłę nośną prostopadłą do wektora prędkości oraz opór wzdłuż kierunku ruchu, wyrażony wzorem 2.28 [26]:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_D \cdot v^2 \cdot C_D \quad (2.28)$$

gdzie  $\rho$  jest gęstością powietrza na wysokości orbity,  $C_D$  jest współczynnikiem oporu, a jego typowe wartości wynoszą około 2,5 (2,2 dla kuli, 3 dla cylindra), natomiast  $A_D$  jest powierzchnią odniesienia będącą rzutem przekroju poprzecznego obiektu na płaszczyznę prostopadłą do wektora prędkości.

Na orbitach eliptycznych opór atmosferyczny ma największe znaczenie w pobliżu perigeum, gdzie zarówno prędkość satelity, jak i gęstość atmosfery osiągają największe wartości. Apogeum systematycznie maleje, co prowadzi do zmniejszenia półosi wielkiej oraz mimośrodu orbity. Perigeum pozostaje w przybliżeniu niezmienne, powodując kołowy kształt orbit [16], co zaprezentowano na rysunku 2.9. Inklinacja i rektascensja węzła wstępującego nie ulegają istotnym zmianom, gdyż opór działa zasadniczo w płaszczyźnie orbity (pomijając drobny wpływ rotacji atmosfery) [11]. W przypadku orbit kołowych, opór będzie równomiernie zmniejszał promień orbity.



**Rysunek 2.9.** Wizualizacja zmniejszenia ekscentryczności orbity na skutek działania perturbacji od oporu atmosferycznego. Opracowanie własne na podstawie [16].

Opór powoduje stopniowe obniżanie orbity, aż do momentu, gdy satelita wchodzi w głębsze warstwy atmosfery i ulega deorbitacji [9].

Uwzględnienia perturbacji od oporu atmosferycznego można dokonać korzystając ze wzorów 2.29, 2.30, 2.31 [27].

$$\frac{da}{dt}_{atm} = -\frac{2 \cdot F_D}{m \cdot n \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot \sqrt{e^2 + 1 + 2 \cdot e \cdot \cos(\theta)} \quad (2.29)$$

$$\frac{de}{dt}_{atm} = -\frac{F_D}{m \cdot \sqrt{1+e^2+2 \cdot e \cdot \cos(\theta)}} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{n \cdot a} \cdot (2 \cdot e + 2 \cdot \cos(\theta)) \quad (2.30)$$

$$\frac{d\omega}{dt}_{atm} = -\frac{2 \cdot F_D \cdot \sin(\theta)}{m \cdot \sqrt{1+e^2+2 \cdot e \cdot \cos(\theta)}} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{n \cdot a \cdot e} \quad (2.31)$$

Opór aerodynamiczny stanowi dominującą siłę perturbującą w ruchu satelitów na niskich orbitach okoziemskich, poniżej około 100 km.

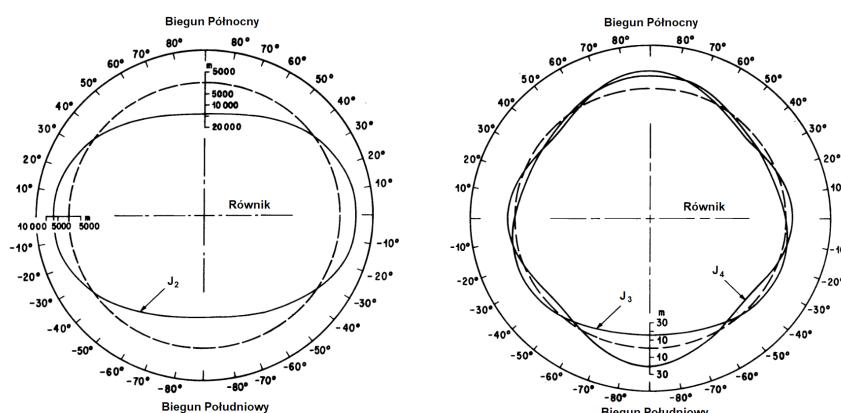
## 2.2.2. Perturbacja od niejednorodności pola grawitacyjnego Ziemi

Ziemia nie jest idealną kulą, lecz spłaszczoną sferoidą o niejednorodnym rozkładzie masy. Jej pole grawitacyjne różni się od pola centralnego, a przyspieszenie grawitacyjne działające na obiekt nie jest skierowane dokładnie w stronę środka Ziemi. Odchylenie to prowadzi do powstania perturbacji [4]. Skutkiem tego jest istnienie wyższych członów w rozwinięciu potencjału grawitacyjnego. Pierwszy człon podaje siłę wynikającą z masy punktowej [11]. Drugim i najważniejszym członem w rozwinięciu potencjału grawitacyjnego w szeregu harmonicznych jest wyraz związany ze spłaszczeniem równikowym, opisany współczynnikiem  $J_2$ . Stanowi miarę różnicę pomiędzy promieniem równikowym a biegunkowym Ziemi i ilościowo opisuje wpływ spłaszczenia na kształt pola grawitacyjnego. Wartość  $J_2$  dla Ziemi jest co najmniej kilkaset razy większa od wyższych harmonicznych  $J_3, J_4$  i wyższe (rysunek 2.11), dlatego w większości analiz inżynierskich to właśnie ten składnik jest dominujący [6]. Wyższe harmoniczne reprezentują coraz subtelniejsze odchylenia od idealnej elipsoidy obrotowej, związane z lokalnymi nierównościami masy Ziemi i asymetrią półkul. Ich wpływ na orbitę jest znacznie mniejszy, lecz w długim okresie może prowadzić do zauważalnych zmian w elementach orbitalnych, zwłaszcza dla misji wymagających bardzo wysokiej precyzji pozycjonowania [16]. Wartości wyższych harmonicznych zebrane na rysunku 2.10.

$J(2) = 1,082,6267 \times 10^{-6}$	$J(16) = 0,0181 \times 10^{-6}$
$J(3) = -2,5327 \times 10^{-6}$	$J(17) = -0,1169 \times 10^{-6}$
$J(4) = -1,6196 \times 10^{-6}$	$J(18) = -0,0309 \times 10^{-6}$
$J(5) = -0,2273 \times 10^{-6}$	$J(19) = 0,0203 \times 10^{-6}$
$J(6) = 0,5407 \times 10^{-6}$	$J(20) = -0,1424 \times 10^{-6}$
$J(7) = -0,3524 \times 10^{-6}$	$J(21) = -0,0385 \times 10^{-6}$
$J(8) = -0,2048 \times 10^{-6}$	$J(22) = 0,0763 \times 10^{-6}$
$J(9) = -0,1206 \times 10^{-6}$	$J(23) = 0,1551 \times 10^{-6}$
$J(10) = -0,2411 \times 10^{-6}$	$J(24) = -0,0053 \times 10^{-6}$
$J(11) = 0,2444 \times 10^{-6}$	$J(25) = -0,0229 \times 10^{-6}$
$J(12) = -0,1886 \times 10^{-6}$	$J(26) = -0,0368 \times 10^{-6}$
$J(13) = -0,2198 \times 10^{-6}$	$J(27) = -0,0206 \times 10^{-6}$
$J(14) = 0,1307 \times 10^{-6}$	$J(28) = 0,0687 \times 10^{-6}$
$J(15) = -0,0082 \times 10^{-6}$	$J(29) = 0,0382 \times 10^{-6}$
	$J(30) = -0,0471 \times 10^{-6}$

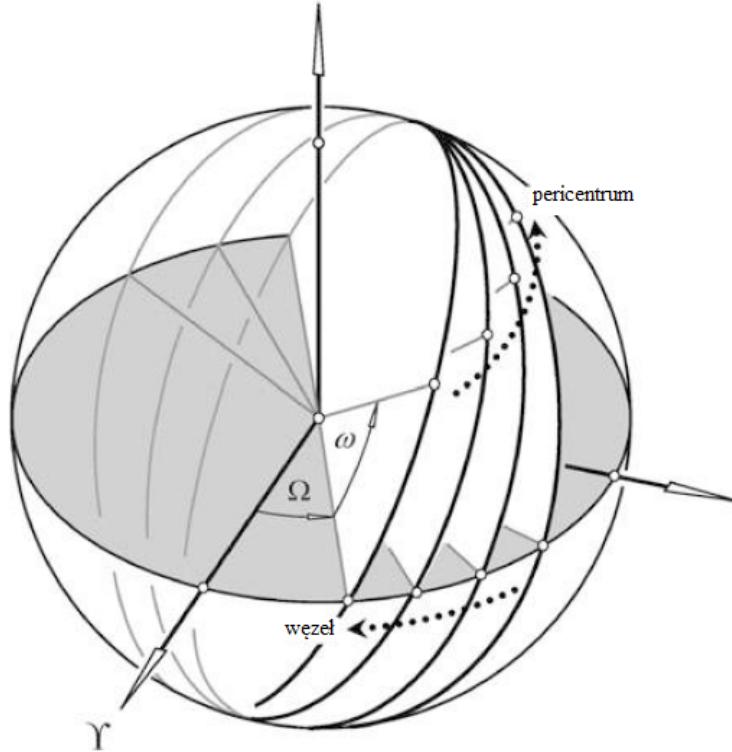
$$J(n) = J_n.$$

**Rysunek 2.10.** Wartości współczynników do obliczenia perturbacji od spłaszczenia pola grawitacyjnego Ziemi. Opracowanie własne na podstawie [9].



**Rysunek 2.11.** Interpretacja geometryczna harmonicznych  $J_2, J_3$  i  $J_4$ . Opracowanie własne na podstawie [28].

Wpływ spłaszczenia planety przejawia się głównie zmianą długości węzła wstępującego oraz argumentu perigeum. W efekcie płaszczyzna orbity ulega powolnej precesji, analogicznej do ruchu żyroskopu pod wpływem momentu zewnętrznego [9]. Wizualizację ruchu wywoływanego przez tę perturbację można zobaczyć na rysunku 2.12.



**Rysunek 2.12.** Wizualizacja skutku zmiany rektascensji węzła wstępującego i argumentu perigeum. Opracowanie własne na podstawie [16].

Uwzględnienia perturbacji od niejednorodności pola grawitacyjnego można dokonać korzystając ze wzorów 2.32, 2.33, 2.34 [6].

$$\frac{d\Omega}{dt}_{niejed} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{n \cdot J_2 \cdot \cos(i)}{(1-e^2)^2} \left( \frac{R_E}{a} \right)^2 \quad (2.32)$$

$$\frac{d\omega}{dt}_{niejed} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{n \cdot J_2 \cdot (1 - 5 \cdot \cos^2(i))}{(1-e^2)^2} \left( \frac{R_E}{a} \right)^2 \quad (2.33)$$

$$\frac{dM}{dt}_{niejed} = n + \frac{3}{4} \cdot \frac{n \cdot J_2 \cdot (3 \cdot \cos^2(i) - 1)}{(1-e^2)^{3/2}} \left( \frac{R_E}{a} \right)^2 \quad (2.34)$$

Istnieją także rozszerzone wzory uwzględniające wyższe harmoniczne ( $J_3, J_4$ ), które można stosować do obliczeń składowych perturbacji od spłaszczenia planety [29], [30], [31].

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt}_{niejed} = & -\frac{3}{2} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin^2(i) \cdot (14 - 15 \cdot \sin^2(i)) \cdot e \cdot (1 - e^2) \cdot \sin(2 \cdot \omega) + \\ & -\frac{3}{8} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \sin(i) \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) \cdot (1 - e) \cdot \cos(\omega) + \\ & -\frac{15}{32} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin^2(i) \cdot (6 - 7 \cdot \sin^2(i)) \cdot e \cdot (1 - e^2) \cdot \sin(2 \cdot \omega) \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{di}{dt}_{niejed} = & \frac{3}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin(2 \cdot i) \cdot (14 - 15 \cdot \sin^2(i)) \cdot e^2 \cdot \sin(2 \cdot \omega) + \\
 & + \frac{3}{8} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \cos(i) \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) \cdot e \cdot \cos(\omega) + \\
 & + \frac{15}{64} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin(2 \cdot i) \cdot (6 - 7 \cdot \sin^2(i)) \cdot e^2 \cdot \sin(2 \cdot \omega)
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Omega}{dt}_{niejed} = & -\frac{3}{2} \cdot n \cdot J_2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^2 \cdot \cos(i) + \\
 & + \frac{15}{16} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(i) \cdot (4 - 7 \cdot \sin^2(i)) \cdot \left( 1 + \frac{3}{2} \cdot e^2 \right) + \\
 & - \frac{3}{16} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(i) \cdot (7 - 15 \cdot \sin^2(i)) \cdot e^2 \cdot \cos(2 \cdot \omega) + \\
 & - \frac{3}{2} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \cot(i) \cdot e \cdot \sin(\omega) \cdot \left( \frac{15}{4} \cdot \sin^2(i) - 1 \right) + \\
 & - \frac{15}{16} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(i) \cdot (3 - 7 \cdot \sin^2(i)) \cdot e^2 \cdot \cos(2 \cdot \omega) + \\
 & - \frac{3}{2} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(i) \cdot \left[ \left( \frac{9}{4} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{1 - e^2} \right) - \sin^2(i) \cdot \left( \frac{5}{2} + \frac{9}{4} \cdot \sqrt{1 - e^2} \right) \right] + \\
 & - \frac{3}{8} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(i) \cdot e^2 \cdot \left( 1 + \frac{5}{4} \cdot \sin^2(i) \right)
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega}{dt}_{niejed} = & \frac{3}{4} \cdot n \cdot J_2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^2 \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) + \\
 & + \frac{3}{4} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \left[ 12 - \frac{103}{4} \cdot \sin^2(i) + \frac{215}{16} \cdot \sin^4(i) + \left( \frac{7}{4} - \frac{9}{8} \cdot \sin^2(i) - \frac{45}{32} \cdot \sin^4(i) \right) \cdot e^2 \right] + \\
 & + \frac{9}{8} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \left( 1 - \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \right) \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) \cdot \sqrt{1 - e^2} + \\
 & - \frac{15}{32} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \left[ (16 - 62 \cdot \sin^2(i) + 49 \cdot \sin^4(i)) + \frac{3}{4} \cdot (24 - 84 \cdot \sin^2(i) + 63 \cdot \sin^4(i)) \cdot e^2 \right] + \\
 & + \frac{3}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(2 \cdot \omega) \cdot [-2 \cdot (14 - 15 \cdot \sin^2(i))] + \\
 & + \frac{3}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(2 \cdot \omega) \cdot e^2 \cdot (28 - 158 \cdot \sin^2(i) + 135 \cdot \sin^4(i)) + \\
 & + \frac{3}{8} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \frac{\sin(\omega)}{e \cdot \sin(i)} \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) \cdot (\sin^2(i) - e^2 \cdot \cos^2(i)) + \\
 & + \frac{3}{4} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \frac{\sin(\omega)}{e \cdot \sin(i)} \cdot \sin^2(i) \cdot e^2 \cdot (13 - 15 \cdot \sin^2(i)) + \\
 & - \frac{9}{16} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \cos(2 \cdot \omega) \cdot \sin^2(i) \cdot (6 - 7 \cdot \sin^2(i)) + \\
 & - \frac{3}{16} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot e^2 \cdot \cos(2 \cdot \omega) \cdot \left( -18 + 105 \cdot \sin^2(i) - \frac{189}{2} \cdot \sin^4(i) \right)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dM}{dt} \Big|_{niejed} - n = & \frac{3}{2} \cdot n \cdot J_2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \right) \cdot \sqrt{1 - e^2} + \\
 & - \frac{15}{8} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sqrt{1 - e} \cdot \left( -1 + \frac{5}{2} \cdot \sin^2(i) - \frac{13}{8} \cdot \sin^4(i) \right) + \\
 & - \frac{15}{16} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sqrt{1 - e} \cdot e^2 \cdot \left( -1 + \sin^2(i) + \frac{5}{8} \cdot \sin^4(i) \right) + \\
 & - \frac{3}{2} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot (1 - e^2) \cdot \left( 1 - \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \right) + \\
 & - \frac{45}{128} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot e^2 \cdot (8 - 40 \cdot \sin^2(i) + 35 \cdot \sin^4(i)) + \\
 & - \frac{9}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin^2(i) \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot e^2 \cdot (14 - 15 \cdot \sin^2(i)) \cdot \cos(2 \cdot \omega) + \\
 & + \frac{3}{32} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin^2(i) \cdot (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \cdot (14 - 15 \cdot \sin^2(i)) \cdot \cos(2 \cdot \omega) + \\
 & - \frac{3}{8} \cdot n \cdot J_3 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^3 \cdot \sin(i) \cdot \sin(\omega) \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot (4 - 5 \cdot \sin^2(i)) \cdot \frac{1 - 4 \cdot e^2}{e} + \\
 & + \frac{15}{64} \cdot n \cdot J_4 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \sin^2(i) \cdot \cos(2 \cdot \omega) \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot (6 - 7 \cdot \sin^2(i)) \cdot (2 - 5 \cdot e^2) + \\
 & + \frac{9}{8} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \left( 3 - \frac{15}{2} \cdot \sin^2(i) + \frac{47}{8} \cdot \sin^4(i) \right) + \\
 & + \frac{9}{8} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{e^2}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \left( \frac{3}{2} - 5 \cdot \sin^2(i) + \frac{117}{16} \cdot \sin^4(i) \right) + \\
 & + \frac{9}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{e^4}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \left( 1 + 5 \cdot \sin^2(i) - \frac{101}{8} \cdot \sin^4(i) \right) + \\
 & + \frac{81}{1024} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{e^4 \cdot \cos(4 \cdot \omega)}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \sin^4(i) + \\
 & + \frac{3}{64} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{\cos(2 \cdot \omega)}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \sin^2(i) \cdot e^2 \cdot (70 - 123 \cdot \sin^2(i)) + \\
 & + \frac{3}{32} \cdot n \cdot J_2^2 \cdot \left( \frac{R_E}{p} \right)^4 \cdot \frac{\cos(2 \cdot \omega)}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \sin^2(i) \cdot e^4 \cdot (28 - 33 \cdot \sin^2(i))
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Spłaszczenie Ziemi wywiera dominujący wpływ na długookresowe zmiany orientacji orbit satelitów. Wraz ze wzrostem wysokości orbity znaczenie zaburzeń wynikających ze spłaszczenia maleje, stając się porównywalne z oddziaływaniami grawitacyjnym Słońca i Księżyca. [26].

### 2.2.3. Perturbacje od sił grawitacyjnych Księżyca i Słońca

Wraz ze wzrostem odległości od Ziemi, coraz większe znaczenie w dynamice orbitalnej zaczynają odgrywać oddziaływanie grawitacyjne innych ciał niebieskich, głównie Słońca i Księżyca [32]. Wpływ tych ciał jest wynikiem różnic w przyciąganiu grawitacyjnym, jakie wywierają one na obiekt orbitalny i Ziemię. Choć Księżyc ma znacznie mniejszą masę niż Słońce, jego mniejsza odległość od Ziemi sprawia, że oddziaływanie grawitacyjne obu tych ciał jest porównywalne [26].

Ponieważ płaszczyzny orbit Księżyca i Słońca nie pokrywają się z płaszczyzną równikową Ziemi, ich siły grawitacyjne działają pod kątem do płaszczyzny orbity obiektu orbitalnego. Oddziaływanie te prowadzą do precesji linii apsyd [16] oraz wywołują one długookresowe wahania argumentu perigeum oraz rektascensji węzła wstępującego [26], podobnie jak na rysunku 2.12 dla perturbacji wynikającej z niejednorodnego pola grawitacyjnego.

Matematyczne opisanie zaburzeń, w którym ruch satelity podlega wpływowi dwóch głównych źródeł grawitacji prowadzi do klasycznego problemu trzech ciał. Problem ten nie posiada ogólnego rozwiązania analitycznego, a jego modelowanie wymaga stosowania metod przybliżonych [6]. Przybliżone rozwiązania, takie jak koncepcja sfery wpływów, pozwalają oszacować obszary, w których orbitę satelity można traktować jako w przybliżeniu Keplerowską, choć granice tych stref są umowne i nieprecyzyjnie określone [11]. Uwzględnienia perturbacji od sił grawitacyjnych Słońca i Księżyca można dokonać korzystając ze wzorów 2.41 oraz 2.41 [33].

$$\frac{d\Omega}{dt}_{3body} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{n_3^2}{n} \cdot \frac{(1 + \frac{3}{2} \cdot e^2)}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot \cos(i) \cdot (3 \cdot \cos^2(i_3) - 1) \quad (2.40)$$

$$\frac{d\omega}{dt}_{3body} = \frac{3}{8} \cdot \frac{n_3^2}{n} \cdot \frac{(1 - \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i_3))}{\sqrt{1 - e^2}} \cdot (5 \cdot \cos^2(i) - 1 + e^2) \quad (2.41)$$

Dla orbit o pomijalnie małym mimośrodzie, wzory 2.41 oraz 2.41 można sprowadzić do postaci ([34], [35], [36]):

$$\frac{d\Omega}{dt}_{Moon} \approx -3,4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\cos(i)}{n_{obr}} \quad (2.42)$$

$$\frac{d\Omega}{dt}_{Sun} \approx -1,5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\cos(i)}{n_{obr}} \quad (2.43)$$

$$\frac{d\omega}{dt}_{Moon} \approx 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5 \cdot \cos^2(i) - 1}{n_{obr}} \quad (2.44)$$

$$\frac{d\omega}{dt}_{Moon} \approx 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5 \cdot \cos^2(i) - 1}{n_{obr}} \quad (2.45)$$

gdzie  $n_{obr}$  oznacza liczbę orbit w ciągu jednego dnia. Siły te stanowią główne źródło perturbacji dla satelitów znajdujących się na orbitach wysokich oraz dla statków kosmicznych poruszających się po trajektoriach międzyplanetarnych [11]. Dla satelitów znajdujących się na orbitach LEO wpływ grawitacyjny Księżyca i Słońca jest stosunkowo niewielki. Zaburzenia te stają się istotne dopiero powyżej wysokości około 700 km [11].

#### 2.2.4. Perturbacje od ciśnienia promieniowania słonecznego

Ciśnienie promieniowania słonecznego (SRP) jest jednym z podstawowych źródeł zaburzeń niegravitacyjnych oddziałujących na obiekty orbitalne. Wynika ono z przekazywania pędu przez fotony emitowane przez Słońce, które po zetknięciu z powierzchnią obiektu kosmicznego mogą zostać pochłonięte, odbite lub rozproszone. Każda z tych interakcji skutkuje powstaniem niewielkiej siły działającej na powierzchnię satelity w kierunku promieniowym od Słońca [11].

Wiatr słoneczny składa się głównie ze zjonizowanych jąder i elektronów. Strumień pędu wiatru słonecznego jest od 100 do 1000 razy mniejszy niż strumień pędu promieniowania słonecznego, przez co wpływ wiatru słonecznego jest znikomy [6].

Wartość przyspieszenia wynikającego z emisji fotonów przez Słońce można wyrazić wzorem 2.46 [26]:

$$f_{SRP} = P_{SRP} \cdot \frac{A_{SRP}}{m} \cdot C_P \cdot \left( \frac{a_S}{r_S} \right)^2 \quad (2.46)$$

gdzie:

- $C_P$  jest współczynnikiem odbicia [11].  $C_P < 1$  dla materiału półprzezroczystego,  $C_P = 1$  dla materiału doskonale pochłaniającego (ciało doskonale czarne) i  $C_P = 2$  dla materiału odbijającego światło bezpośrednio z powrotem w kierunku Słońca.
- $a_S$  jest średnią odległością Ziemi do Słońca.
- $r_S$  jest średnią odległością obiektu od Słońca.
- $\frac{A_{SRP}}{m}$  jest stosunkiem powierzchni rzutu prostopadłego do kierunku Słońca do masy całkowitej satelity [25].
- $P_{SRP}$  jest ciśnieniem promieniowania określonym wzorem 2.47 [26]:

$$P_{SRP} = \frac{F_e}{c} \quad (2.47)$$

gdzie  $c$  jest prędkością światła w próżni, a  $F_e$  jest mocą promieniowania słonecznego, określoną wzorem 2.48 [31]

$$F_e = \frac{1358}{1.0004 + 0.0334 \cdot \cos(D)} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad (2.48)$$

gdzie  $D$  jest "fazą" roku wyrażoną jako:

$$D = (t - t_{Jul4}) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{365} \quad (2.49)$$

Dzień 4 lipca jest dniem aphelium Ziemi.

Aby oszacować, w jaki sposób elementy orbity są zakłócone przez SRP, można wykorzystać zakłócające przyspieszenia z równań Gaussa [26]:

$$R_{SRP} = f_{SRP} \cdot R_0(\theta)$$

$$T_{SRP} = f_{SRP} \cdot T_0(\theta)$$

$$W_{SRP} = f_{SRP} \cdot W_0$$

Korzystając z kosinusów kierunkowych, otrzymuje się zależności 2.50, 2.51, 2.52 [26]:

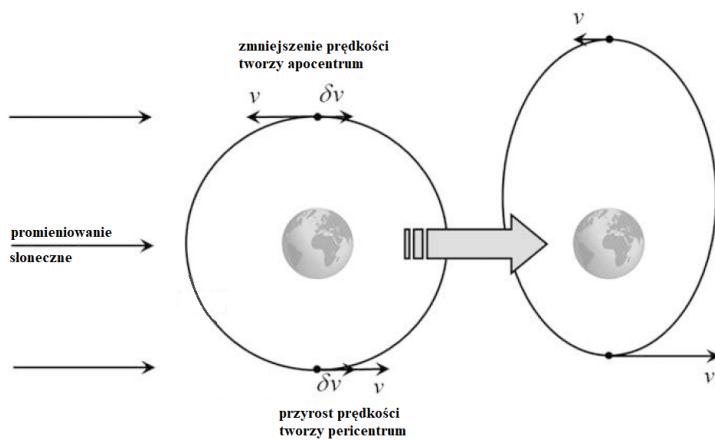
$$\begin{aligned}
 R_0(\theta) = & -\cos^2\left(\frac{i}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos(\lambda - u - \Omega) + \\
 & -\sin^2\left(\frac{i}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos(\lambda - u + \Omega) + \\
 & -\frac{1}{2}\sin(i)\sin(\varepsilon)[\cos(\lambda - u) - \cos(-\lambda - u)] + \\
 & -\sin^2\left(\frac{i}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos(-\lambda - u + \Omega) + \\
 & -\cos^2\left(\frac{i}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos(-\lambda - u - \Omega)
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}
 T_0(\theta) = & -\cos^2\left(\frac{i}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(\lambda - u - \Omega) + \\
 & -\sin^2\left(\frac{i}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(\lambda - u + \Omega) + \\
 & -\frac{1}{2}\sin(i)\sin(\varepsilon)[\sin(\lambda - u) - \sin(-\lambda - u)] + \\
 & -\sin^2\left(\frac{i}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(-\lambda - u + \Omega) + \\
 & -\cos^2\left(\frac{i}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(-\lambda - u - \Omega)
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

$$W_0 = \sin(i)\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(\lambda - \Omega) - \sin(i)\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin(\lambda + \Omega) - \cos(i)\sin(\varepsilon)\sin(\lambda) \tag{2.52}$$

gdzie  $\varepsilon$  oznacza nachylenie ekiptyki, a  $\lambda$  – długość ekiptyczną Słońca. [37].

Zaburzenia wywołane przez SRP mają charakter długookresowy i prowadzą do powolnych zmian elementów orbitalnych. W przypadku orbit kołowych lub bliskich kołowym, wielka półosi i okres orbitalny pozostają w zasadzie niezmienne, natomiast rozwija się mimośród orbity w kierunku prostopadłym do promienia wodzącego od Słońca. Prowadzi to do stopniowego odkształcania toru ruchu, co ma istotne konsekwencje dla długoterminowej stabilności i orientacji satelity [16]. Wizualizacja tego skutku została przedstawiona na rysunku 2.13.



**Rysunek 2.13.** Wizualizacja zwiększenia ekscentryczności orbity na skutek działania perturbacji od promieniowania słonecznego. Opracowanie własne na podstawie [16].

Ciśnienie promieniowania słonecznego można zaniedbać dla większości dużych satelitów operujących na orbitach LEO [6]. Wraz ze wzrostem wysokości nad powierzchnią Ziemi, siły aerodynamiczne maleją wykładniczo, natomiast wpływ promieniowania słonecznego pozostaje praktycznie stały. Na orbitach wyższych niż 600–800 km, SRP staje się jednym z głównych źródeł perturbacji.

Dla orbit geostacjonarnych (GEO) czy misji międzyplanetarnych siła od SRP ma kluczowe znaczenie i musi być zawsze uwzględniana przy modelowaniu dynamiki ruchu [26]. Może być ona wykorzystane jako źródło napędu, stosując tzw. żagle słoneczne, opierające się na wykorzystaniu siły promieniowania słonecznego do stopniowego zwiększenia energii orbitalnej [11].

Na orbicie LEO dodatkowym czynnikiem może być ciśnienie promieniowania odbitego lub reemitowanego przez Ziemię, czyli ciśnienie albedo. Efekt ten może stanowić nawet do 25% wartości bezpośredniego ciśnienia promieniowania słonecznego w zależności od wysokości orbity i współczynnika odbicia planety [25].

### 2.2.5. Inne perturbacje

Oprócz oddziaływań grawitacyjnych, na ruch satelity wokół Ziemi wpływa szereg efektów niegravitacyjnych, które mogą w sposób istotny zmieniać jego trajektorię i orientację. Wśród nich znajdują się zarówno zjawiska o charakterze aerodynamicznym, elektromagnetycznym, jak i promieniowania. W przypadku satelitów operujących na orbitach LEO, zaburzenia te są szczególnie istotne ze względu na obecność resztkowej atmosfery, zmienność aktywności słonecznej oraz wpływ pola magnetycznego Ziemi [21].

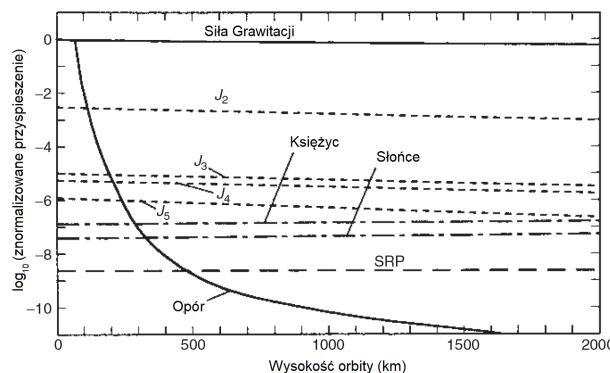
Do rzadziej uwzględnianych efektów należą [25]:

- opór aerodynamiczny wynikający z oddziaływania z elektrycznie obojętnymi cząsteczkami atmosfery,
- opór generowany przez naładowane cząstki zderzające się z powierzchnią satelity,
- ciśnienie promieniowania albedo,
- emisję termiczną promieniowania przez satelitę,
- oddziaływanie z ziemskim polem magnetycznym,
- opór generowany przez prądy wirowe indukowane w strukturze statku kosmicznego, wchodzące w interakcję z ziemskim polem magnetycznym,
- oddziaływanie mikrometeoroidów,
- oddziaływanie cząstek wiatru słonecznego,
- oddziaływanie grawitacyjne innych planet (Jowisz, Wenus),
- poprawki wynikające z ogólnej teorii względności.

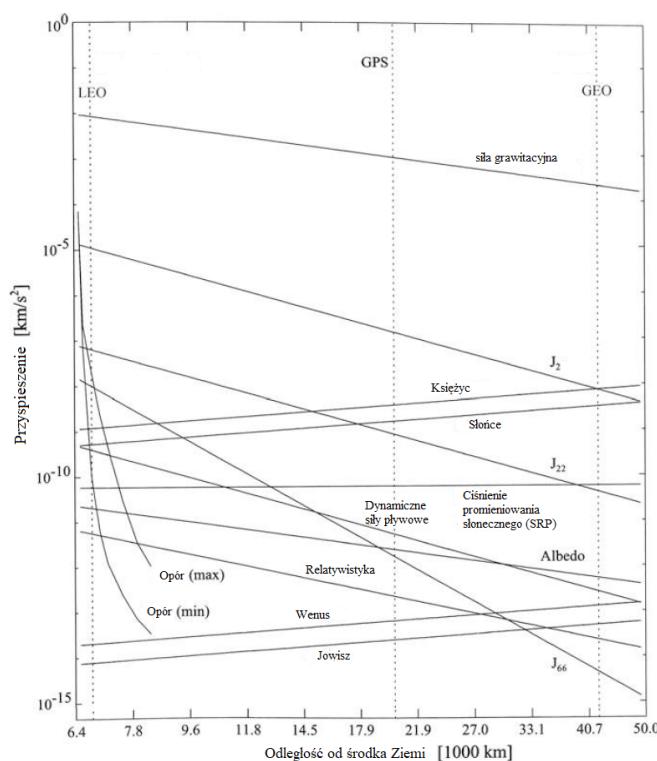
Wiele z powyższych efektów ma niewielką wartość bezwzględną. Należy mieć na uwadze, że ich długotrwałe działanie może prowadzić do znacznych odchyleń od toru nominalnego, zwłaszcza w przypadku małych satelitów o dużym stosunku powierzchni do masy.

## 2.2.6. Podsumowanie perturbacji

Najśilniejszym czynnikiem oddziałującym na satelitę na orbicie LEO jest grawitacyjne pole Ziemi, którego natężenie maleje zgodnie z odwrotnością kwadratu odległości od środka planety. Jedynym porównywalnym efektem w dolnych warstwach orbity jest opór aerodynamiczny. W okolicach 80 km nad powierzchnią, obiekt wchodzi w strefę re-entry, gdzie przyspieszenia aerodynamiczne są porównywalne, a nawet większe od grawitacyjnych. Zarówno siła oporu, jak i SRP zależą w dużej mierze od stosunku powierzchni do masy statku kosmicznego. W przeciwieństwie do oporu, SRP nie jest wrażliwe na wysokość orbity, gdyż jego wartość zależy przede wszystkim od odległości od Słońca, a nie od Ziemi. Powyżej wysokości 600–700 km wpływ aerodynamiczny maleje, a dominującym czynnikiem zaburzającym staje się SRP [26]. Wpływ poszczególnych perturbacji dla orbit zostało przedstawiony na rysunkach 2.15 oraz 2.14.



**Rysunek 2.14.** Wpływ różnych źródeł perturbacji w zależności od wysokości orbity LEO. Opracowanie własne na podstawie [26].



**Rysunek 2.15.** Wpływ różnych źródeł perturbacji w zależności od wysokości orbity. Opracowanie własne na podstawie [16].

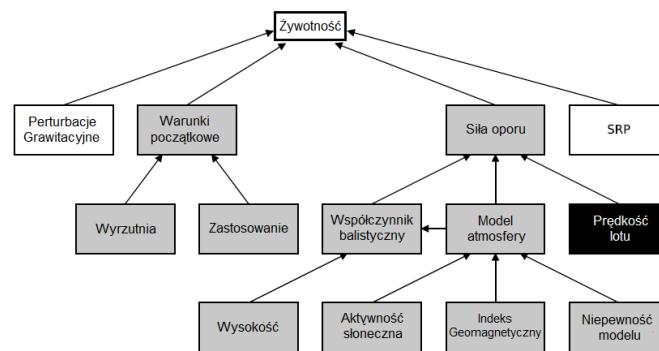
### 2.3. Żywotność satelitów

Żywotność obiektu kosmicznego definiuje się jako okres od momentu umieszczenia obiektu na orbicie do chwili, gdy jego trajektoria obniży się na tyle, że wejdzie głęboko w atmosferę, prowadząc do spalenia konstrukcji lub upadku jej fragmentów na powierzchnię Ziemi [11].

W przypadku satelitów operujących na orbicie LEO, czas ten jest w dużej mierze zdeterminowany przez oddziaływanie z górnymi warstwami atmosfery [38].

Dokładne określenie czasu życia satelity na orbicie jest kluczowe dla efektywnego planowania misji oraz bezpiecznego zarządzania ruchem w przestrzeni kosmicznej. Pozwala to przewidzieć okres operacyjnej eksploatacji satelity oraz moment jego deorbitacji, co ma znaczenie zarówno dla planowania działań technicznych, jak i minimalizowania ryzyka kolizji z innymi obiekty [18].

Szacowanie żywotności satelity na orbicie wiąże się z wieloma źródłami niepewności (rysunek 2.16), które w znacznym stopniu wpływają na dokładność prognoz. Do najważniejszych z nich należą: ograniczona znajomość właściwości atmosfery, niepewność stanu początkowego satelity oraz niedokładne dane dotyczące jego charakterystyk fizycznych [21]. Modelowanie atmosfery ziemskiej pozostaje dużym wyzwaniem, ponieważ jej skład, temperatura i gęstość wykazują silną zmienność związaną z aktywnością słoneczną, geomagnetyczną, cyklami sezonowymi oraz dobowymi, które same w sobie są trudne do jednoznacznego przewidzenia. Dokładność prognozy żywotności zależy także od precyzyjnego określenia warunków początkowych misji, w tym parametrów orbitalnych oraz stanu satelity w momencie jego umieszczenia na orbicie. Braki w tych danych mogą prowadzić do znacznych błędów w szacowaniu czasu deorbitacji. Istotną rolę odgrywają również właściwości fizyczne satelity – takie jak masa, kształt, współczynnik oporu aerodynamicznego i współczynnik odbicia – które determinują sposób oddziaływania z atmosferą oraz promieniowaniem słonecznym [38].



**Rysunek 2.16.** Schemat czynników mających wpływ na rzeczywistą wartość żywotności obiektu kosmicznego. Opracowanie własne na podstawie [21].

Wszystkie modele, wzory i wykresy stosowane do określania czasu życia satelitów mają charakter przybliżony, ponieważ gęstość atmosfery ziemskiej podlega znacznym fluktuacjom. Przykładowo, na wysokości 800 km może ona różnić się od 3 do 7 razy, w zależności od poziomu aktywności słonecznej [39]. W rezultacie większość prognoz długości życia satelitów obarczona jest błędem rzędu co najmniej 10%, a w przypadku uproszczonych modeli błędy te mogą sięgać nawet 50% [11].

Z dokładnością kilkunastu procent, czas życia niekontrolowanego pojazdu kosmicznego można wyznaczyć ze wzoru 2.53 [26]:

$$t_{life} = \frac{e_0^2}{2 \cdot B} \cdot \left( 1 - \frac{11}{6} \cdot e_0 + \frac{29}{16} \cdot e_0^2 + \frac{7}{8} \cdot \frac{H_{p0}}{a_0} \right) \quad (2.53)$$

gdzie indeks 0 odnosi się do początkowych wartości parametrów orbitalnych po zakończeniu manewrowania obiektu,  $H_{p0}$  to skala wysokości atmosfery w pobliżu perigeum, a  $B$  jest określone wzorem 2.54:

$$B \approx \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} \cdot \frac{A_D \cdot C_D}{m} \cdot \rho_{p0} \cdot a_0 \cdot e_0 \cdot I_1\left(\frac{a_0 \cdot e_0}{H_{p0}}\right) \cdot \exp\left(-e_0 \cdot \left(1 + \frac{a_0}{H_{p0}}\right)\right) \quad (2.54)$$

gdzie  $\rho_{p0}$  to gęstość atmosfery w początkowym perigeum. To wyrażenie pomija wpływ rotacji atmosfery.  $I_1$  to funkcja Bessela pierwszego rodzaju i rzędu 1, określona wzorem 2.55 [40]:

$$I_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1} \quad (2.55)$$

Po podstawieniu wyrażeń 2.54, 2.55 oraz 2.10 do równania 2.53, otrzymano:

$$t_{life} \approx \frac{m \cdot e_0^2 \cdot \left(1 - \frac{11}{6} \cdot e_0 + \frac{29}{16} \cdot e_0^2 + \frac{7}{8} \cdot \frac{H_{p0}}{a_0}\right)}{2 \cdot n \cdot A_D \cdot C_D \cdot \rho_{p0} \cdot a_0 \cdot e_0 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{a_0 \cdot e_0}{2 \cdot H_{p0}}\right)^{2k+1} \cdot \exp\left(-e_0 \cdot \left(1 + \frac{a_0}{H_{p0}}\right)\right)} \quad (2.56)$$

Inna, analityczna zależność na wyznaczenie żywotności satelitów na orbitach LEO o małych mimośrodowosciach, wyrażona jest następująco [16]:

$$t_{life} = \frac{H_0 \cdot C_B}{\rho_0 \cdot \sqrt{\mu \cdot a_0}} \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{-h_0}{H_0}\right) \cdot \left(1 + \frac{h_0}{2 \cdot a_0}\right) \right] \quad (2.57)$$

gdzie  $C_B$  jest współczynnikiem balistycznym, określonym jako:

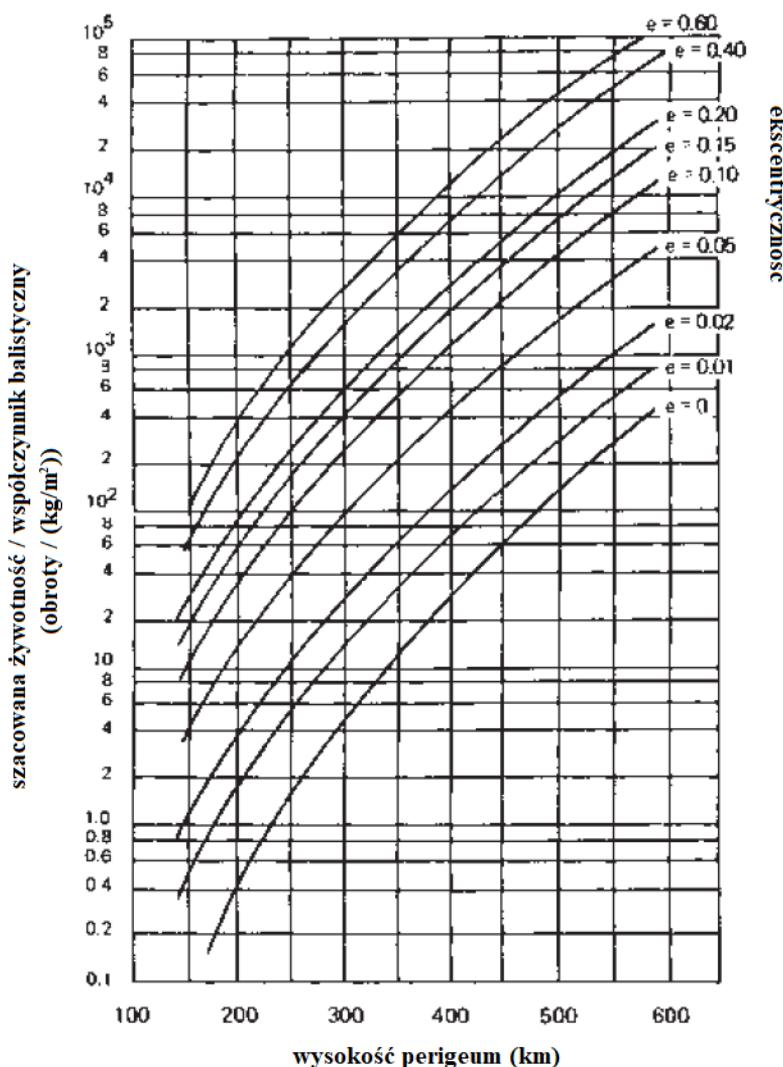
$$C_B = \frac{m}{C_D \cdot A_D} \quad (2.58)$$

Parametr ten określa, w jakim stopniu pojazd kosmiczny jest w stanie przeciwdziałać działaniu oporu aerodynamicznego. Dla większości satelitów przyjmuje on wartości z zakresu od około 25 do  $100 \frac{kg}{m^2}$ .

Alternatywnym sposobem oszacowania czasu życia satelity jest wykorzystanie zależności empirycznej [11]. W tej metodzie analizuje się liczbę pełnych obiegów orbity,  $N_{life}$ , jakie satelita wykonuje w trakcie swojego istnienia, w odniesieniu do współczynnika balistycznego. Czas życia satelity  $t_{life}$  można wyznaczyć bezpośrednio z okresu obiegu  $T_S$  lub, alternatywnie, w oparciu o wysokość perigeum  $h_p$  i mimośród orbity  $e$ , co przedstawia wzór 2.59:

$$t_{life} = \left( \frac{N_{life}}{C_B} \right) \cdot C_B \cdot T_S = \left( \frac{N_{life}}{C_B} \right) \cdot C_B \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2}{\mu} \cdot \left( \frac{r_p}{1-e} \right)^3} \quad (2.59)$$

Wartość  $\left( \frac{N_{life}}{C_B} \right)$  należy odczytać z wykresu, znajdującego się na rysunku 2.17.



**Rysunek 2.17.** Wykres służący do wyznaczenia żywotności obiektu kosmicznego metodą empiryczną. Opracowanie własne na podstawie [11].

Podczas ponownego wejścia w atmosferę, zarówno w sposób kontrolowany, jak i po utracie stabilnej orbity, statki kosmiczne ulegają rozpadowi zazwyczaj na wysokościach od około 84 do 72 km, gdy działające siły aerodynamiczne przekraczają wytrzymałość ich konstrukcji. Średnio przyjmuje się, że nominalna wysokość rozpadu wynosi około 78 km. Większe, masywniejsze i bardziej zwarte obiekty utrzymują integralność strukturalną dłużej, dlatego rozpadają się nieco niżej. Natomiast elementy o dużej powierzchni i małej masie, takie jak panele słoneczne, odrywają się zwykle wcześniej — na wysokości około 90–95 km, gdy moment zginający w ich mocowaniach przekracza dopuszczalne wartości [41].

Żywotność satelitów zależy także od rodzaju orbity. Dla satelitów na orbicie LEO, typowa żywotność wynosi zazwyczaj około 7 lat, dla średniej orbity okołoziemskiej (MEO) około 12 lat, a dla GEO od 12 do 20 lat [26]. Wartości te są uzyskiwane korzystając z silników deorbitacyjnych, którym celem jest dynamiczne zmniejszenie orbity obiektu kosmicznego.

## 2.4. Konstelacje satelitarne na orbicie LEO

Konstelacje satelitarne stanowią zbiór wielu obiektów kosmicznych które działają bez bezpośrednią kontroli nad ich pozycją lub orientacją, które rozmieszczone są na określonych orbitach w taki sposób, aby wspólnie realizowały określone zadania [9].

Rozwój konstelacji satelitów operujących na orbicie LEO był napędzany potrzebą świadczenia globalnych usług komunikacyjnych i transmisji danych. Wcześniej, systemy komunikacji satelitarnej oparte były na satelitach GEO, które przekazywały sygnały pomiędzy dużymi, nieruchomymi stacjami naziemnymi. Rosnące zapotrzebowanie na mobilną komunikację osobistą wymusiło redukcję mocy nadawczej terminali użytkowników, co doprowadziło do umieszczania satelitów na orbitach LEO, umożliwiając rozwój globalnych systemów komunikacji satelitarnej [26].

Rozwój wielu czujników oraz miniaturyzacja komponentów umożliwiły tworzenie zaawansowanych, a zarazem względnie tanich i małych satelitów. Pozwala to na budowę dużych konstelacji, które poza globalnym zasięgiem, zapewniają wyższą niezawodność systemu z uwagi na wysoką redundancję [26]. Duża liczba satelitów, poza niezawodnością, gwarantuje pełniejsze pokrycie powierzchni, natomiast znacząco podnosi koszty misji.

Liczba płaszczyzn i rozmieszczenie satelitów determinowane są przede wszystkim koniecznością globalnego pokrycia i czasem rewizyt. Efektywniejsze okazuje się rozmieszczenie większej liczby satelitów w mniejszej liczbie płaszczyzn orbitalnych, ponieważ zmiany pozycji w obrębie jednej płaszczyzny są prostsze i tańsze niż zmiany między płaszczyznami [26].

Systemy operujące na LEO generują nowe wyzwania techniczne, takie jak konieczność częstego przełączania połączeń między satelitami, zarządzania wieloma dynamicznymi ścieżkami komunikacyjnymi oraz kompensacji przesunięć Dopplera [26].

### 2.4.1. Charakterystyka konstelacji Starlink

Starlink jest systemem konstelacji satelitarnych typu LEO, rozwijanym przez prywatną firmę SpaceX w celu zapewnienia globalnego dostępu do internetu szerokopasmowego [42]. SpaceX jest obecnie jedynym operatorem satelitarnym, który posiada pełną zdolność do samodzielnego wynoszenia swoich satelitów na orbitę [43].

Satelity Starlink poruszają się na orbitach o inklinacjach w zakresie od  $43^{\circ}$  do  $97,6^{\circ}$  i są rozmieszczone na 24 płaszczyznach orbitalnych [44]. Docelowy system ma obejmować około 12 000 jednostek. Większość z nich operuje na wysokościach od 525 km do 570 km. Planowana konstelacja obejmuje również powłoki o wysokościach od około 340 km do 350 km, co ma na celu dalszą poprawę przepustowości w gęsto zaludnionych obszarach. W dalszej perspektywie firma złożyła wnioski o rozszerzenie sieci do łącznie 42 000 satelitów [43].

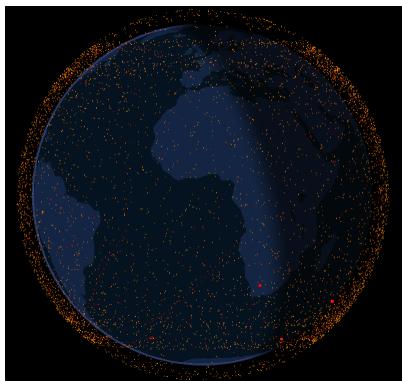
Każdy satelita jest wyposażony w silnik Halla, wykorzystujący krypton lub argon (w zależności od modelu) jako gaz roboczy, który umożliwia precyzyjne podnoszenie orbity po startie, utrzymywanie pozycji operacyjnej, kontrolowaną deorbitację po zakończeniu eksploatacji oraz unikanie potencjalnych kolizji z innymi obiektami orbitalnymi, na podstawie danych o szczegółach kosmicznych dostarczanych przez Departament Obrony USA. W przypadku awarii lub utraty kontroli, satelity zaprojektowano tak, aby mogły samoczynnie deorbitować w ciągu pięciu lat, nawet bez aktywnego napędu, minimalizując ryzyko powstawania dodatkowych śmieci kosmicznych [43].

## 2. Wstęp teoretyczny

---

Najnowsza generacja satelitów (v2) posiada zapas paliwa umożliwiający wykonanie około 5000 manewrów napędowych w trakcie całego okresu eksploatacyjnego, z czego około 350 manewrów przewidziano na unikanie kolizji dla pojedynczego satelity [45]. Do maja 2022 roku przeciętny satelita w ciągu sześciu miesięcy, wykonywał mniej niż trzy manewry unikania kolizji. Do maja 2024 roku satelity Starlink w ciągu sześciu miesięcy wykonały około 14 manewrów na satelitę. Odzwierciedla to rosące zageszczenie obiektów na orbitach LEO i zwiększone ryzyko kolizji [45].

Konstrukcja satelitów Starlink ogranicza ich jasność optyczną. Zastosowano m.in. powłoki pochłaniające światło oraz zmiany orientacji satelitów względem Słońca w trakcie pracy, co pozwala zmniejszyć ich widoczność z Ziemi [43]. Każdy z satelitów wyposażony jest w pojedynczy panel słoneczny. Wizualizacja satelity została przedstawiona na rysunku 2.19.



**Rysunek 2.18.** Wizualizacja rozmieszczenia satelitów konstelacji Starlink na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:20.



**Rysunek 2.19.** Wizualizacja satelity Starlink [43].

Porównanie cech kolejnych wersji satelitów Starlink zebrane w tabeli 2.1.

**Tabela 2.1.** Porównanie generacji satelitów Starlink. Opracowanie własne na podstawie [44].

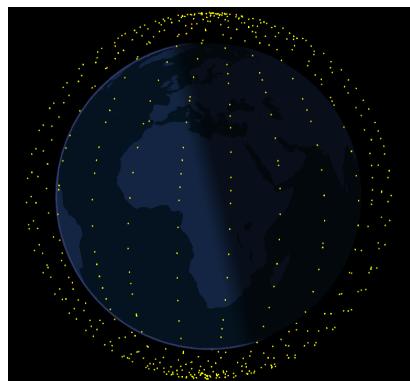
Wersja	Masa [kg]	Charakterystyka konstrukcji i cechy szczególne
Starlink v0.9	227	Pierwsza generacja demonstracyjna. Około 95% wszystkich komponentów ulega szybkiemu spaleniu w atmosferze po zakończeniu cyku życia satelity.
Starlink v1.0	260	W pełni operacyjna wersja pierwszej generacji. Wszystkie elementy konstrukcji ulegają całkowitemu spaleniu lub zniszczeniu w atmosferze po zakończeniu misji.
Starlink v1.5	~295	Ulepszona wersja z dodanymi laserami do komunikacji międzymiastowej, umożliwiającymi bezpośrednie łącza optyczne pomiędzy satelitami.
Starlink v2	~1250	Wyposażona w dwa panele słoneczne oraz udoskonalone systemy komunikacji.
Starshield	–	Wariant przeznaczony do zastosowań wojskowych i rządowych. Wyposażony w dwa panele słoneczne i zdolny do przenoszenia tajnych ładunków misji.

W maju 2025 roku konstelacja składała się z około 7600 aktywnych satelitów, co stanowiło około 65% wszystkich działających obecnie obiektów orbitalnych [43]. Rozkład satelitów na orbicie został przedstawiony na rysunku 2.18.

#### 2.4.2. Charakterystyka konstelacji OneWeb

OneWeb to system konstelacji satelitarnych na orbicie LEO, którego celem jest globalne zapewnienie dostępu do internetu szerokopasmowego, zwłaszcza w regionach trudno dostępnych [42]. System został opracowany przez firmę Airbus dla operatora Eutelsat Group [47].

System składa się z ponad 600 jednostek umieszczonych na orbicie LEO, na wysokości około 1200 km. Satelity te rozmieszczone są w 12 płaszczyzn orbitalnych o inklinacji około  $87,9^\circ$ , zgodnie z układem, który pozwala na równomierne rozmieszczenie satelitów wokół Ziemi i zapewnia ciągłość globalnego pokrycia, także w obszarach polarnych [48]. Rozkład satelitów na orbicie został przedstawiony na rysunku 2.20.



**Rysunek 2.20.** Wizualizacja rozmieszczenia satelitów konstelacji OneWeb na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:12.

Projektowany okres eksploatacji satelitów wynosi co najmniej 5 lat. W planach znajduje się budowa drugiej generacji konstelacji, która ma zwiększyć liczbę satelitów do ponad 6300 jednostek, co pozwoli na dalsze zwiększanie przepustowości i jakości usług globalnego internetu satelitarnego [47].

Każdy satelita ma wymiary około  $1 \times 1 \times 1,3$  m oraz masę około 150 kg. Wizualizacja satelity jest przedstawiona na rysunku 2.21. Satelita może przenosić ładunek użytkowy o masie około 60 kg. Zasilany jest przez dwa rozkładane panele słoneczne. System napędowy oparty jest na elektrycznym silniku jonowym z ksenonem jako materiałem pędnym. Napęd pozwala przede wszystkim utrzymywać orbitę. [47]. Z powodu stosunkowo wysokiej orbity (w porównaniu do konstelacji Starlink), pasywna deorbitacja jest procesem zbyt długotrwałym, mogącym trwać setki lat. Z tego powodu każdy satelita posiada zapas paliwa, pozwalający na aktywną deorbitację po zakończeniu okresu eksploatacji [49].



**Rysunek 2.21.** Wizualizacja satelity OneWeb [47].

### 2.4.3. Inne konstelacje komunikacyjne

Chińska konstelacja **Guowang** (tłumaczone jako "sieć narodowa") to system komunikacji satelitarnej, realizowany przez China SatNet [50]. Projekt stanowi element szerszego programu rozwoju chińskiej infrastruktury kosmicznej, obejmującego zarówno zastosowania cywilne, jak i wojskowe [51].

Konstelacja ma obejmować około 13 000 satelitów [52]. Poszczególne satelity określane są nazwą własną „Hulianwang” (tłumaczone jako: „internet”) [51]. Chociaż szczegóły techniczne pozostają w dużej mierze niejawne, dostępne informacje wskazują, że sieć Guowang będzie rozmieszczona w dwóch głównych powłokach orbitalnych. 6000 satelitów znajdzie się na wysokościach od 500 do 600 km, natomiast pozostałe 7000 satelitów znajdzie się na wysokościach około 1145 km [53]. Satelity rozmieszczone będą na orbitach o inklinacjach od 30° do 86,5° [54]. Rozkład satelitów na orbicie został przedstawiony na rysunku 2.22a.

Szacowana masa pojedynczego satelity może sięgać nawet 2500 kg, co sugeruje znacznie większe rozmiary i możliwości w porównaniu z większością współczesnych satelitów LEO [54].

Chiny rozwijają także projekt **Qianfan** (tłumaczone jako "Konstelacja Tysiąca Żagli" [55]), który stanowi odpowiednik systemu Starlink [53]. Satelity są spłaszczonej konstrukcji. Docelowo system ma obejmować około 15 000 satelitów, rozmieszczonych na orbitach polarnych o inklinacji około 89° i wysokości około 800 km [55]. Rozkład satelitów na orbicie został przedstawiony na rysunku 2.22b.

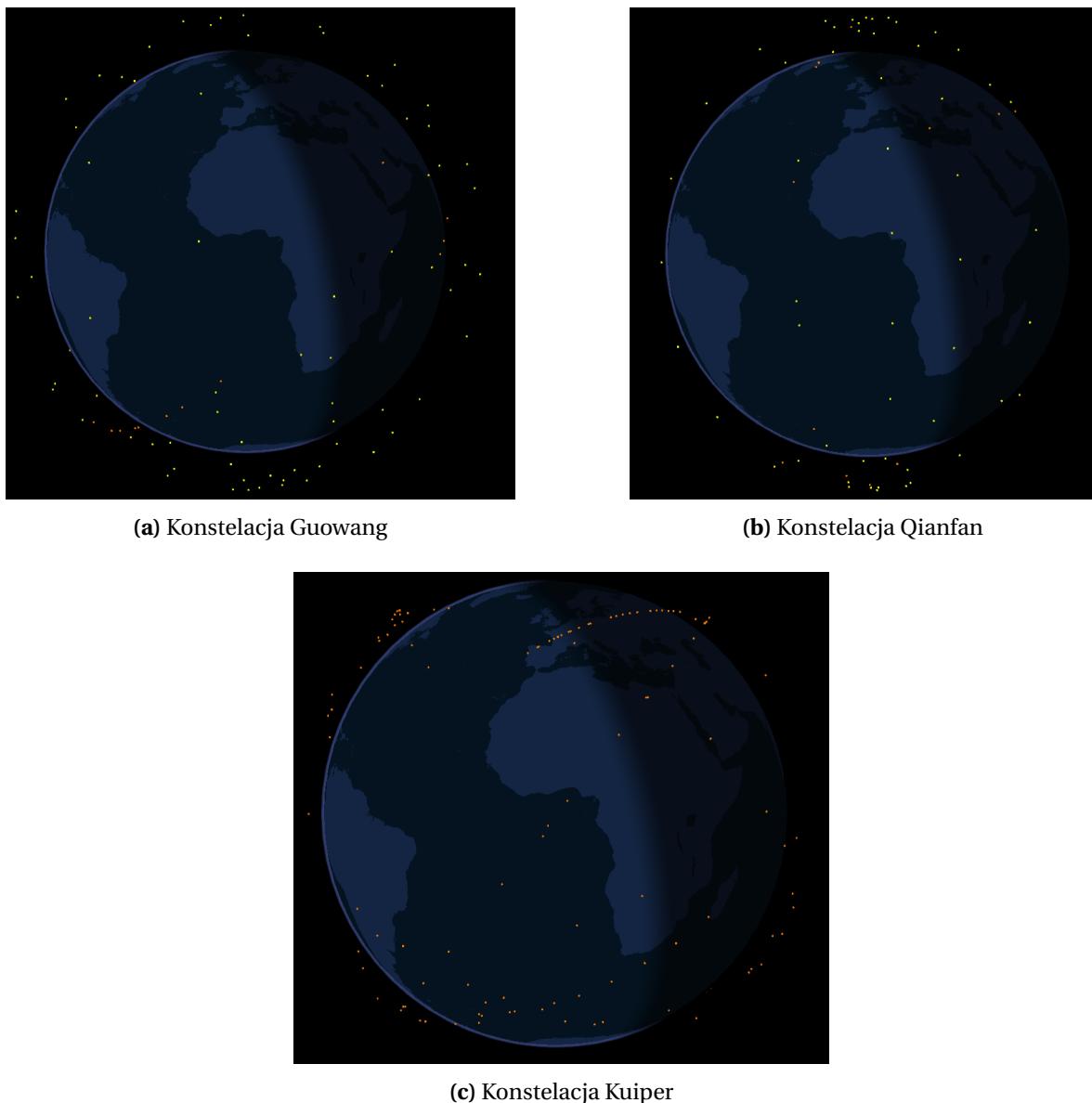
W Chinach powstaje również konstelacja **Crane-3**, rozwijana przez komercyjnego producenta Landray Hongqing. Planowane jest rozmieszczenie 10 000 satelitów komunikacyjnych [55].

Chiny posiadają już znaczące doświadczenie w tworzeniu i eksploatacji rozbudowanych systemów satelitarnych. Pomyślnie zrealizowały globalny system nawigacji Beidou oraz rozwijają sieć satelitów obserwacyjnych Gaofen w ramach programu CHEOS [51]. Szacuje się, że trzy główne chińskie systemy satelitarne będą łącznie obejmować nawet 37 000 aktywnych satelitów, co czyni Chiny jednym z liderów w budowie infrastruktury orbitalnej. W połączeniu z amerykańskimi konstelacjami, globalna liczba satelitów komunikacyjnych może w najbliższych latach przekroczyć 60 000, uwzględniając satelity wojskowe i komercyjne, nawet 100 000 jednostek na orbicie LEO [55].

Projekt **Kuiper**, rozwijany przez spółkę należącą do firmy prywatnej Amazon, ma zapewnić łączność o niskim opóźnieniu i dużej przepustowości, szczególnie w regionach o ograniczonym dostępie do tradycyjnej infrastruktury internetowej [56].

Pełna konstelacja ma obejmować 3236 satelitów, rozmieszczonych na 98 płaszczyznach orbitalnych w trzech powłokach: na wysokościach 590 km, 610 km i 630 km. Satelity będą operować na orbitach o inklinacjach od 51,9° do 98° [57]. Rozkład satelitów na orbicie został przedstawiony na rysunku 2.22c.

Satelity Kuiper mają trapezoidalną konstrukcję z rozkładanymi panelami słonecznymi. Zastosowano w nich również powłokę o właściwościach refleksyjnych, zmniejszającą odbicie światła słonecznego. Satelity wyposażone są w silniki Halla, wykorzystujące krypton jako czynnik roboczy. Silniki służą do precyzyjnego utrzymywania pozycji, unikania kolizji ze śmieciami kosmicznymi oraz kontrolowanej deorbitacji po zakończeniu okresu eksploatacji. Aktywna deorbitacja ma trwać około jednego roku, natomiast w przypadku awarii, naturalna deorbitacja potrwa maksymalnie 10 lat [56]. Okres eksploatacji satelitów przewidziano na siedem lat [58].



**Rysunek 2.22.** Wizualizacja rozmieszczenia satelitów różnych konstelacji na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:20.

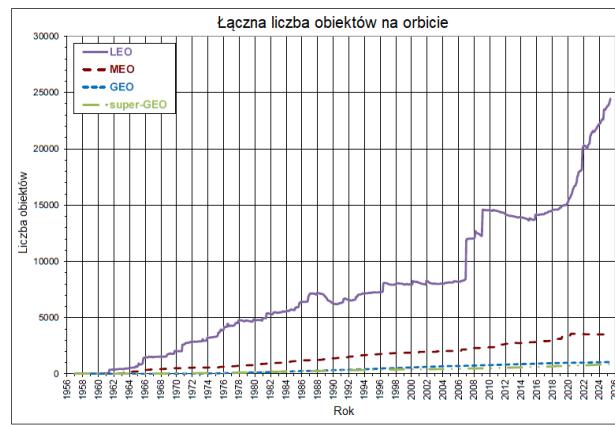
Zestawienie innych aktywnych i planowanych konstelacji komunikacyjnych na orbicie LEO zebrane w tabeli 2.2.

**Tabela 2.2.** Zestawienie innych konstelacji satelitarnych LEO [59].

Nazwa konstelacji	Liczba satelitów	Źródło
<b>Globalstar</b>	24	[60]
<b>Iridium</b>	75	[61]
<b>Orbcomm</b>	36	[62]
<b>Lynk Global</b>	5000 (planowana)	[63]
<b>Sfera</b>	640 (planowana)	[64]
<b>IRIS<sup>2</sup></b>	264 (planowana)	[65]
<b>Lightspeed</b>	298 (planowana)	[66]

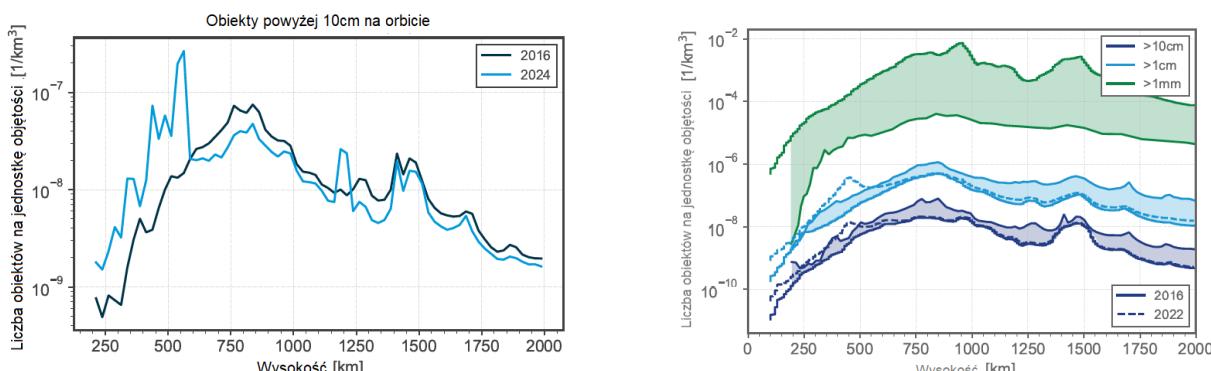
## 2.5. Problem śmieci kosmicznych

Śmieci kosmiczne definiuje się jako każdy obiekt stworzony przez człowieka, który krąży wokół Ziemi, lecz nie pełni już żadnej funkcji użytkowej. Ich rozmiary wahają się od kilkotonowych górnych stopni rakiet po mikroskopijne drobiny farby i metalu. Powstają one zarówno podczas normalnych operacji startowych i eksploatacyjnych, jak i w wyniku awarii, zderzeń lub fragmentacji satelitów [67]. Obejmują szeroki zakres obiektów, do którego należą: cząstki pyłu, osłony instrumentów, nakrętki i śruby lub górne stopnie rakiet. Typowa gęstość takich cząstek, przyjmowana jest jako zbliżona do gęstości aluminium, czyli około  $2,8 \frac{g}{cm^3}$  [26]. Wraz z naturalnie występującymi mikrometeoroidami tworzą środowisko, które stanowi istotne zagrożenie dla statków kosmicznych. Powoduje to wzrost kosztów operacji kosmicznych, które wymagają stosowania manewrów unikowych lub dodatkowych osłon [26]. W skrajnych przypadkach nadmierna liczba odłamków może doprowadzić do utraty możliwości korzystania z niektórych orbit [67]. Liczba obiektów kosmicznych na orbitach w przeciągu ostatnich 70 lat wciąż rośnie, co prezentuje rysunek 2.23.



**Rysunek 2.23.** Liczba obiektów kosmicznych na przestrzeni 70 lat z podziałem na orbity docelowe. Opracowanie własne na podstawie [68].

Orbita LEO jest orbitą o zdecydowanie największej ilości śmieci kosmicznych. Porównanie gęstości przestrzennej (liczby obiektów na jednostkę objętości) obiektów kosmicznych na orbicie LEO przedstawiono na rysunku 2.24

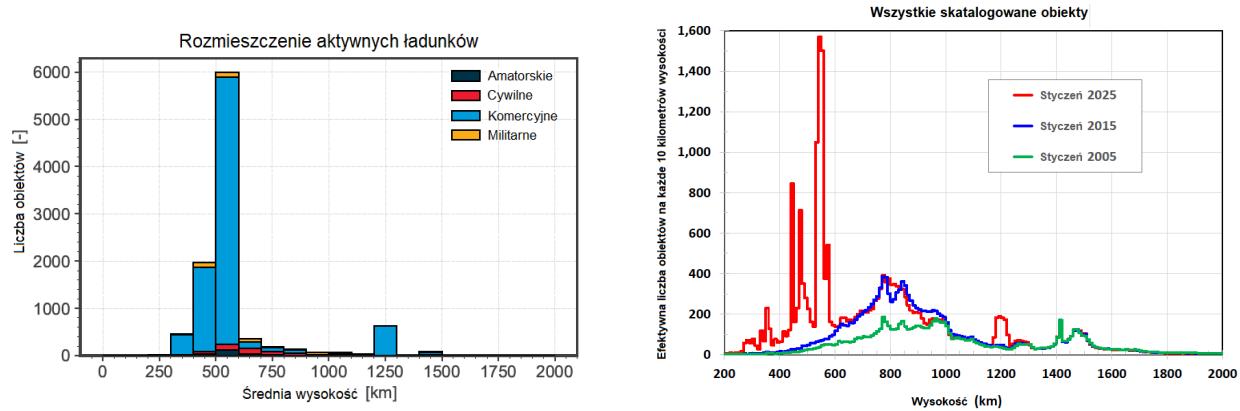


(a) Obiekty większe niż 10cm w latach 2016 i 2024. Opracowanie własne na podstawie [2].

(b) Obiekty w latach 2016 i 2022. Opracowanie własne na podstawie [1]

**Rysunek 2.24.** Porównanie gęstości przestrzennej obiektów kosmicznych na orbicie LEO.

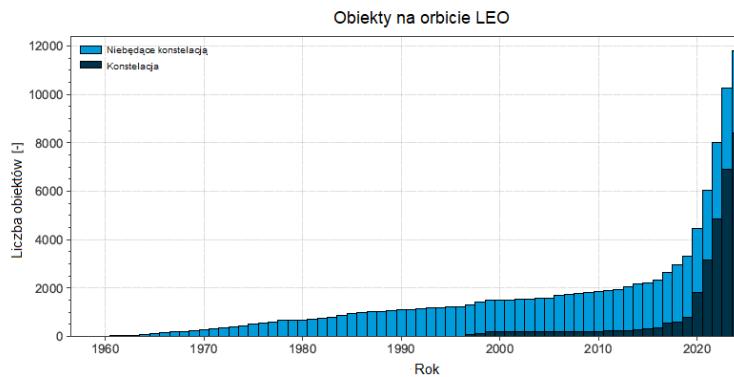
Od 2015 roku obserwuje się gwałtowny wzrost aktywności na orbicie LEO (rysunek 2.25), głównie ze względu na rozwój dużych konstelacji satelitarnych (rysunek 2.26). Liczba startów znacznie wzrosła w porównaniu z początkiem XXI wieku (rysunek 2.27), co przekłada się na coraz większą liczbę ponownych wejść w atmosferę (rysunek 2.28) [1]. Rozkład obiektów komicznych na orbitach LEO na przestrzeni lat przedstawiono na rysunku 2.29



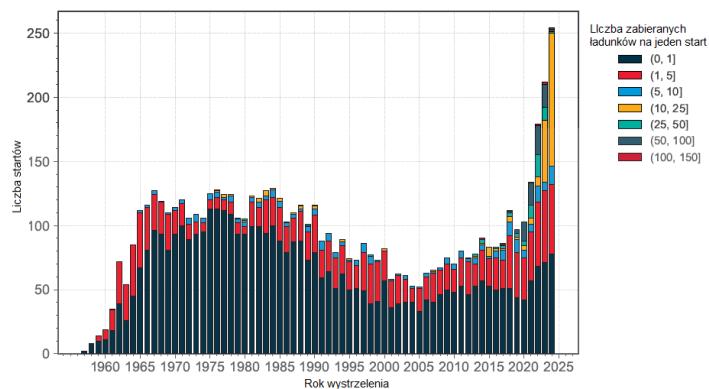
(a) Rozkład aktywnych ładunków użytecznych według typu misji. Opracowanie własne na podstawie [2].

(b) Rozkład w latach 2005, 2015 i 2025. Opracowanie własne na podstawie [68].

**Rysunek 2.25.** Rozkład obiektów kosmicznych na orbitach LEO.

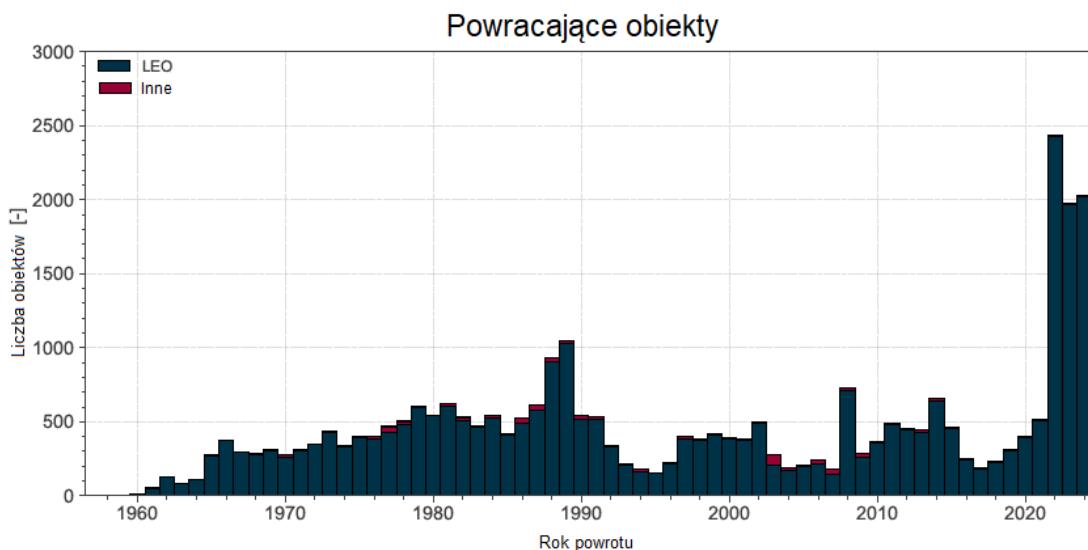


**Rysunek 2.26.** Liczba satelitów należących do konstelacji na orbicie LEO na przestrzeni lat. Opracowanie własne na podstawie [2].

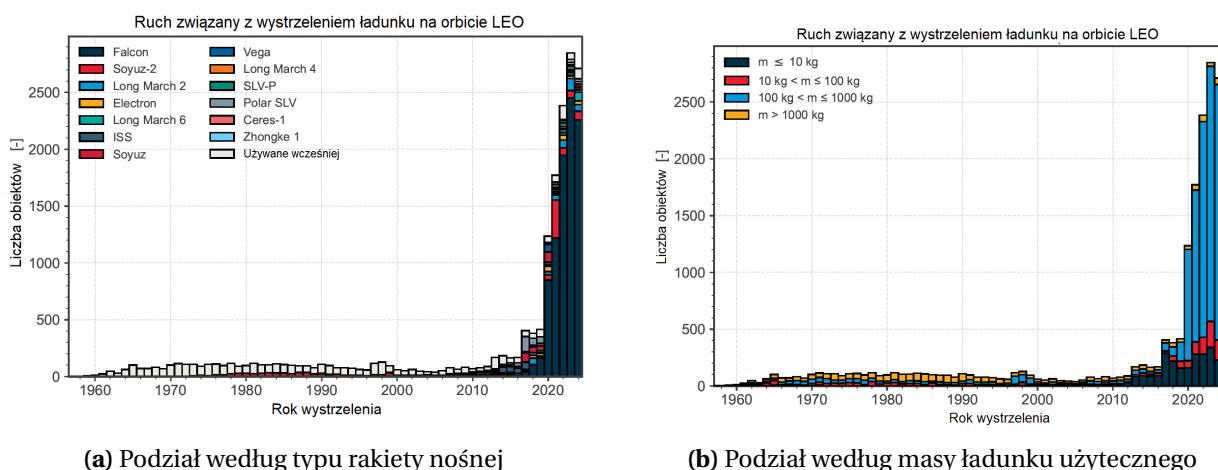


**Rysunek 2.27.** Liczba startów na orbitę na przestrzeni lat z podziałem na liczbę wysyłanych jednorazowo ładunków użytecznych. Opracowanie własne na podstawie [2].

## 2. Wstęp teoretyczny



**Rysunek 2.28.** Liczba obiektów powracających do atmosfery w poszczególnych latach z podziałem według typu orbity. Opracowanie własne na podstawie [2].



(a) Podział według typu rakiety nośnej

(b) Podział według masy ładunku użytecznego

**Rysunek 2.29.** Aktywność startowa ładunków użytecznych na orbitach LEO według roku. Opracowanie własne na podstawie [2].

Dane liczbowe z zakresu śmieci kosmicznych zebrane w tabeli 2.3.

**Tabela 2.3.** Dane liczbowe z zakresu śmieci kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [2]. Stan na dzień 08.01.2026r.

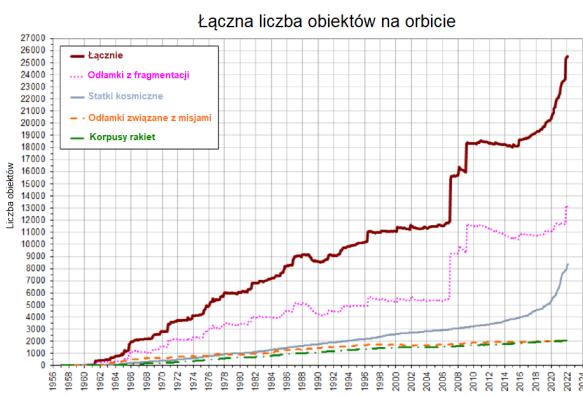
Dane	Wartość
Liczba startów rakiet od początku ery kosmicznej	7 070
Liczba satelitów, które zostały umieszczone na orbicie	23 770
Liczba satelitów na orbicie	15 860
Liczba aktywnych satelitów na orbicie	12 900
Całkowita masa (w tonach) obiektów kosmicznych na orbicie	15 100
Obiekty kosmiczne większe niż 10cm	54 000
Śmieci kosmiczne większe niż 1cm, mniejsze niż 10cm	1 200 000
Śmieci kosmiczne większe niż 1mm, mniejsze niż 1cm	140 000 000

### 2.5.1. Międzynarodowe regulacje. Klasyfikacja obiektów kosmicznych

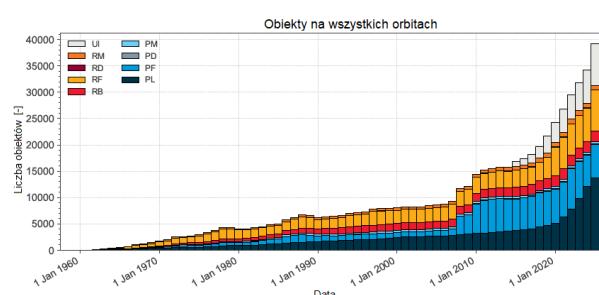
Obiekty kosmiczne można sklasyfikować na różne kategorie. Typowy podział (na podstawie [2]) zaprezentowano w tabeli 2.4. Dla takiego podziału obiektów, rozkład obiektów kosmicznych na orbicie prezentuje rysunek 2.30.

**Tabela 2.4.** Klasyfikacja obiektów kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [2].

Skrót	Rozwinięcie	Tłumaczenie
PL	Payload	Ładunki
PF	Payload Fragmentation Debris	Odłamki z fragmentacji ładunku
PD	Payload Debris	Odłamki ładunku
PM	Payload Mission Related Object	Obiekty związane z misją ładunku
RB	Rocket Body	Korpus rakiety
RF	Rocket Fragmentation Debris	Odłamki z fragmentacji rakiety
RD	Rocket Debris	Odłamki rakiety
RM	Rocket Mission Related Object	Obiekty związane z misją rakietową
UI	Unidentified	Niezidentyfikowane



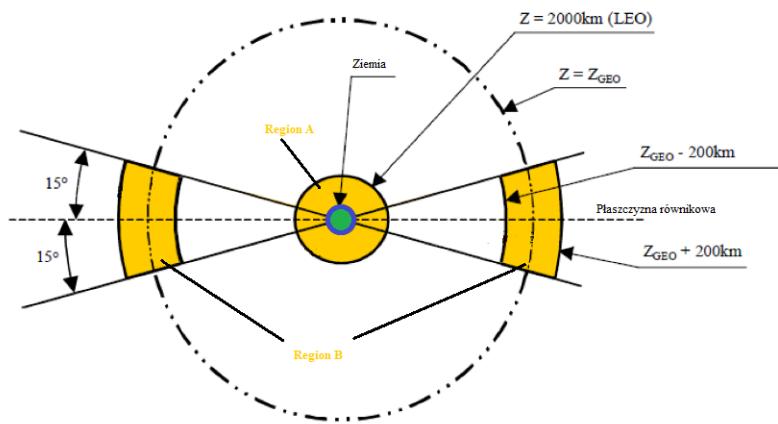
(a) Podział ogólny. Opracowanie własne na podstawie [67].



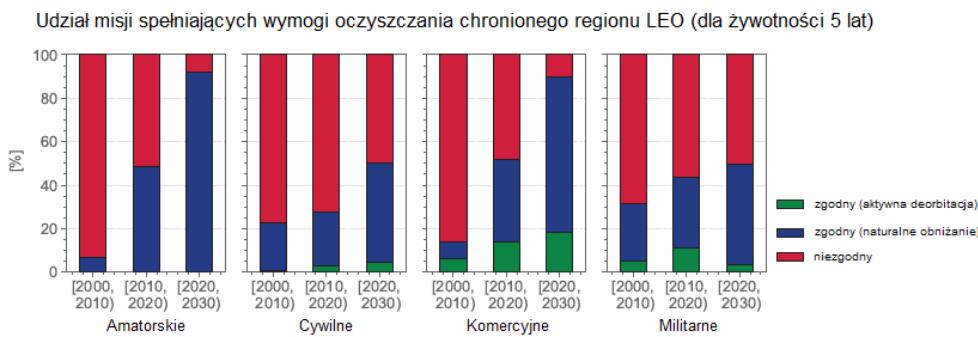
(b) Podział szczegółowy. Opracowanie własne na podstawie [2]

**Rysunek 2.30.** Liczba obiektów kosmicznych na przestrzeni 70 lat z podziałem na rodzaj obiektu.

Zgodnie z zaleceniami Międzyagencyjnego Komitetu ds. Ograniczania Zanieczyszczeń Kosmicznych (IADC), czas przebywania satelity na orbicie po zakończeniu jego eksploatacji nie powinien przekraczać 25 lat. W praktyce oznacza to konieczność zaprojektowania misji tak, aby jej naturalne lub aktywne zejście z orbity mieściły się w tym limicie [21]. Wytyczne międzynarodowe określają również strefy chronione, w których należy unikać pozostawiania nieczynnych obiektów. Dla orbit LEO obszar ten sięga do wysokości 2000 km, natomiast w rejonie orbity GEO, obejmuje pas o szerokości 400 km, rozciągający się 200 km powyżej i poniżej wysokości 35 678 km, w przedziale  $\pm 15^\circ$  szerokości geograficznej. Satelity po zakończeniu misji muszą być usuwane poza te rejony, aby nie zakłócały pracy czynnych systemów komunikacyjnych i obserwacyjnych [69]. Regiony te zaprezentowane są na rysunku 2.31. W 2023 roku Europejska Agencja Kosmiczna (ESA) wprowadziła własne, bardziej rygorystyczne przepisy, skracając dopuszczalny czas życia obiektu po zakończeniu misji do zaledwie 5 lat. Zaktualizowany standard ESA obowiązuje wszystkie nowe projekty realizowane w ramach agencji [2]. Udział misji spełniających pięcioletnie wymogi, z podziałem na typ misji przedstawiono na rysunku 2.32.



**Rysunek 2.31.** Regiony orbitalne objęte szczególną ochroną przed śmieciami kosmicznymi. Opracowanie własne na podstawie [19].



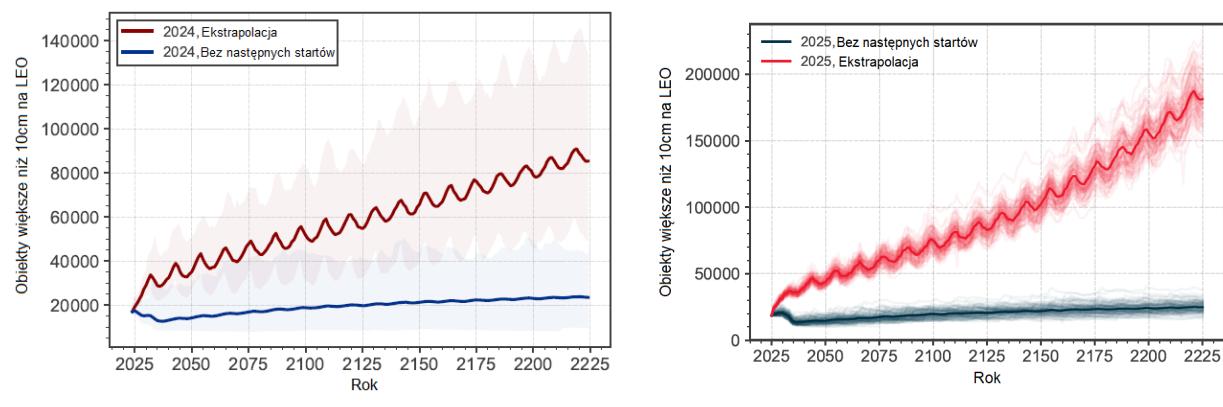
**Rysunek 2.32.** Udział misji spełniających wymogi oczyszczania chronionego regionu LEO (życotność 5 lat). Opracowanie własne na podstawie [2].

Aby spełnić wymogi dotyczące deorbitacji, statki kosmiczne najczęściej wykorzystują napęd chemiczny, elektryczny lub żagle słoneczne, które pozwalają na bardziej ekonomiczne i ekologiczne schodzenie z orbity [21]. W przypadku misji na niskich orbitach LEO, wystarczające jest wykazanie, że naturalne siły atmosferyczne doprowadzą do deorbitacji w czasie krótszym niż dopuszczalny limit. Dokładne oszacowanie czasu życia statku kosmicznego staje się zatem kluczowym etapem jego projektowania.

Coraz większym problemem staje się również wpływ konstelacji satelitarnych na obserwacje astronomiczne. Wysoka jasność niektórych satelitów powoduje powstawanie smug na zdjęciach badawczych, których nie da się skutecznie usunąć w procesie obróbki danych. W odpowiedzi niektórzy operatorzy, w tym komercyjni dostawcy internetu satelitarnego, zaczęli redukować albedo swoich konstrukcji w celu ograniczenia negatywnego wpływu na astronomię obserwacyjną [55]. Dodatkowo, niedawne analizy wykazały, że konstelacje satelitarne mogą emitować niezamierzone promieniowanie elektromagnetyczne, które zakłóca działanie radioteleskopów i prowadzi do wzrostu szumów w pasmach obserwacyjnych. W odpowiedzi na te wyzwania Międzynarodowa Unia Astronomiczna (IAU) powołała Centrum Ochrony Ciemnego i Cieńskiego Nieba (CPS), które koordynuje działania na rzecz ograniczenia zakłóceń i ochrony środowiska astronomicznego [70].

### 2.5.2. Prognozy i przyszłe kierunki działań - remediacja

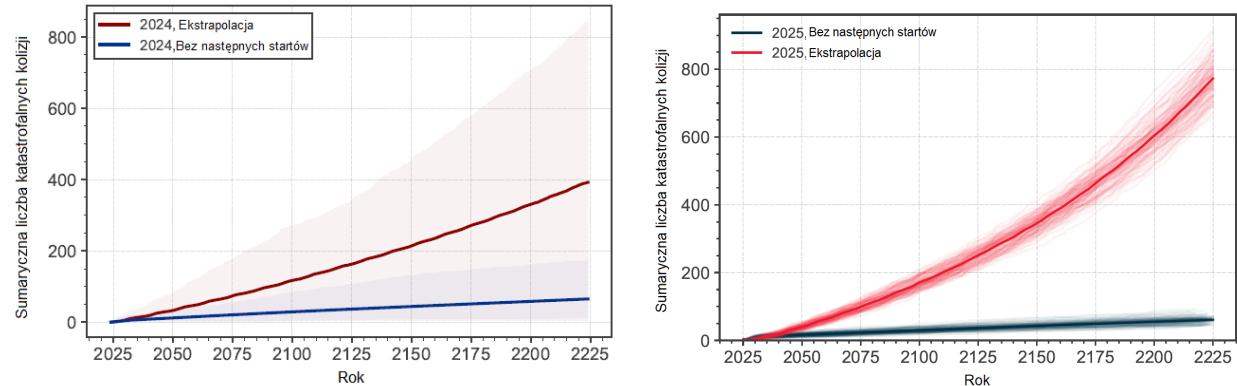
Pomimo zauważalnego wzrostu świadomości i stopniowej poprawy w zakresie przestrzegania zasad ograniczania generowania odpadów kosmicznych, globalne wysiłki wciąż pozostają niewystarczające, aby zapewnić długoterminową stabilność środowiska orbitalnego. Obecne tempo wdrażania dobrych praktyk nie nadąża za dynamicznie rosnącą liczbą startów rakietowych i satelitarnych. Prognozy oparte na ekstrapolacji obecnych trendów sugerują, że w nadchodzących dekadach może dojść do gwałtownego wzrostu liczby obiektów na orbicie, zwłaszcza tych o średnicy przekraczającej 10 cm. Szacuje się, że ich populacja może ponad dwukrotnie wzrosnąć w ciągu mniej niż 50 lat, nawet jeśli nie zostaną przeprowadzone kolejne starty (rysunek 2.33). Dzieje się tak, ponieważ już istniejące szczątki ulegają fragmentacji w wyniku kolizji, które generują kolejne odłamki, prowadząc do tzw. syndromu Kesslera [2] — samonapędzającego się procesu zwiększania ilości odpadów (rysunek 2.34).



(a) Badania z 2024 roku. Opracowanie własne na podstawie [1]

(b) Badania z 2025 roku. Opracowanie własne na podstawie [2]

**Rysunek 2.33.** Prognozowana liczba obiektów większych niż 10 cm na orbicie LEO w latach 2025–2225 – porównanie scenariuszy z kontynuacją i bez kontynuacji startów.



(a) Badania z 2024 roku. Opracowanie własne na podstawie [1]

(b) Badania z 2025 roku. Opracowanie własne na podstawie [2]

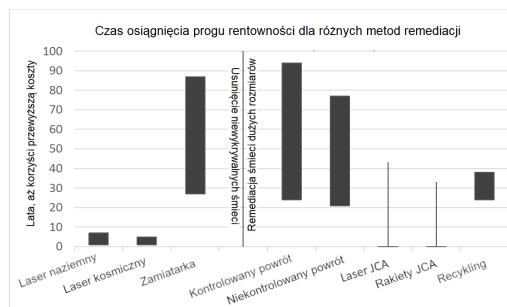
**Rysunek 2.34.** Prognozowana liczba katastrofalnych kolizji na orbitach LEO w latach 2025–2225 – porównanie scenariuszy z kontynuacją i bez kontynuacji startów.

W związku z tym coraz częściej podkreśla się potrzebę podjęcia dodatkowych działań technologicznych, które mogłyby skutecznie redukować zagęszczenie śmieci kosmicznych na orbitach intensywnie wykorzystywanych przez przemysł kosmiczny [1].

Istotnym czynnikiem wpływającym na skuteczność ograniczania zanieczyszczeń jest również podział odpowiedzialności między sektorem publicznym a prywatnym. Dane ESA (rysunek 2.32) pokazują, że w dekadzie rozpoczętej w 2010 roku operatorzy komercyjni znacznie częściej przestrzegali reguły 25-letniego (a w nowszych projektach także 5-letniego) limitu czasu życia satelitów po zakończeniu misji niż operatorzy rządowi i wojskowi. Szacuje się, że w nadchodzących latach sektor prywatny może osiągnąć nawet 95% skuteczności w spełnianiu tych wytycznych [67]. Należy jednak zauważyć, że mimo wyższego wskaźnika zgodności z zasadami, całkowita liczba obiektów generowanych przez komercyjnych operatorów może być większa, ze względu na tempo wystrzeliwania nowych satelitów przez firmy prywatne, w szczególności w ramach konstelacji. Nawet przy poprawie praktyk w zakresie deorbitacji, presja na środowisko orbitalne może dalej rosnąć, jeśli nie zostaną wdrożone skuteczne i szeroko stosowane mechanizmy kontroli liczby obiektów na LEO.

Analizowane są różnorodne techniki neutralizacji śmieci kosmicznych o rozmiarach od 1 do 10 centymetrów, ze względu na problem z ich śledzeniem. Do najczęściej rozważanych należą systemy laserowe, zarówno naziemne, jak i orbitalne (kosmiczne), które mogłyby oddziaływać na małe fragmenty poprzez precyzyjne impulsy energii, powodując zmianę ich toru lotu lub stopniowe deorbitowanie. Innym rozwiązaniem są „zamiatarki orbitalne”, będące urządzeniami fizycznie zbierającymi lub hamującymi drobne szczątki. Dla większych, możliwych do śledzenia obiektów, rozpatruje się między innymi holowanie w kierunku kontrolowanego lub niekontrolowanego wejścia w atmosferę, systemy laserowe typu „just-in-time collision avoidance” (JCA), które pozwalają korygować trajektorie dużych odłamków w celu uniknięcia kolizji, a także rakiety szybkiego reagowania (JCA), zdolne do przechwytywania i usuwania zidentyfikowanych śmieci. Coraz większe zainteresowanie budzi również recykling orbitalny, polegający na wykorzystaniu określonych rodzajów odpadów jako źródła materiału pędnego dla specjalnych satelitów oczyszczających, wyposażonych np. w metalowe silniki plazmowe (MPT) [67].

Z dotychczasowych analiz wynika, że najbardziej efektywne strategie remediacji (redukcji ilości zanieczyszczeń, wprowadzonych w wyniku działalności człowieka) to te, które koncentrują się na redukcji liczby drobnych cząstek oraz modyfikacji trajektorii większych obiektów w celu uniknięcia zderzeń. Symulacje pokazują, iż niektóre rozwiązania mogą przynieść realne korzyści ekonomiczne już w ciągu dekady od ich uruchomienia, jak przedstawia rysunek 2.35. Mimo że techniczne możliwości usuwania śmieci kosmicznych i ograniczania ich liczby stale się rozwijają, wdrożenie efektywnych metod remediacji wymaga wysokich nakładów finansowych i nie przynosi natychmiastowych korzyści, co osłabia motywację do szybkiego działania ze strony sektora prywatnego i publicznego [67].



**Rysunek 2.35.** Czas osiągnięcia rentowności dla różnych typów remediacji śmieci kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [67].

### **3. Model matematyczny, fizyczny i środowisko obliczeniowe**

W niniejszym rozdziale przedstawiono przyjęte założenia fizyczne i matematyczne opisujące ruch satelity na orbicie oraz opisano środowisko numeryczne, użyte do implementacji i przeprowadzenia obliczeń.

#### **3.1. Założenia modelu fizycznego**

Model fizyczny opisuje zachowanie satelity jako punktu materialnego poruszającego się w niejednorodnym polu grawitacyjnym Ziemi, poddanego działaniu dodatkowych sił niegravitacyjnych. W niniejszej pracy, ze względu na ruch satelity po orbicie LEO, uwzględniono następujące oddziaływanie zaburzające:

- opór atmosfery,
- niejednorodność pola grawitacyjnego,
- ciśnienie promieniowania słonecznego,
- oddziaływanie grawitacyjne Słońca i Księżyca.

Wszystkie inne źródła perturbacji są pomijane z uwagi na zbyt mały wpływ tych zakłóceń.

Dla potrzeb pracy przyjęto, że satelita nie posiada aktywnego napędu ani mechanizmu kompensacji sił perturbujących (na skutek awarii bądź końca okresu eksploatacyjnego), a proces deorbitacji nie nastąpi z powodu działania aktywnego systemu satelity obniżającego jego orbitę. Symulacje rozpoczynają się od znanych elementów orbitalnych (warunków początkowych), w postaci półosi wielkiej, mimośrodu, inklinacji, rektascencji węzła wstępującego, argumentu perigeum i anomalii prawdziwej). Dodatkowe założenia:

- niezmienna masa satelity,
- stały środek ciężkości satelity,
- powierzchnia paneli słonecznych zawsze jest skierowana prostopadle do padających promieni słonecznych,
- nieodksztalcalny model satelity.

#### **3.2. Założenia modelu matematycznego**

Obliczenia w niniejszej pracy prowadzone są w lokalnym układzie orbitalnym **RTN**. Układ ten jest związany z chwilowym położeniem satelity na orbicie i obraca się wraz z jego ruchem. Układ ten został przedstawiony na rysunku 2.7. W przyjętym układzie siły i przyspieszenia działające na satelitę rozkładają się na trzy składowe. Umożliwia to bezpośrednie powiązanie perturbacji z ich wpływem na elementy orbitalne. Dla porównań globalnych lub wizualizacji można dokonywać transformacji pomiędzy układem RTN a geocentrycznym układem inercjalnym (ECI).

#### **3.3. Środowisko programistyczne**

Implementację obliczeń wykonano w środowisku **MATLAB**, wykorzystując wbudowane narzędzia do działań wektorowych i analizy danych. Został wybrany ze względu na:

- bogaty zestaw funkcji matematycznych i numerycznych,
- prostą wizualizację wyników,
- możliwość parametryzacji modeli i szybkiego testowania różnych konfiguracji.

## 4. Implementacja algorytmu obliczeniowego

W niniejszym rozdziale przedstawiono proces implementacji narzędzia symulacyjnego, rozpoczynając od wyprowadzenia równań matematycznych dla modeli perturbacji oraz gęstości atmosfery. Następnie omówiono architekturę stworzonego oprogramowania, wykorzystane biblioteki oraz szczegółowo algorytmu numerycznego realizującego obliczenia.

### 4.1. Wyprowadzenie równań użytych w obliczeniach

Wszystkie niezbędne do obliczeń, stałe wartości parametrów zostały zebrane w tabeli 4.1.

**Tabela 4.1.** Wartości stałych przyjętych do obliczeń

Parametr	Symbol	Wartość	Jednostka	Źródło
Średni promień Ziemi	$R_E$	$6,378 \cdot 10^6$	$m$	[16]
Parametr grawitacyjny Ziemi	$\mu_E$	$3,986 \cdot 10^{14}$	$\frac{m^3}{s^2}$	[3]
Stała grawitacyjna	$G$	$6,6743 \cdot 10^{-11}$	$\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$	[3]
Średnia odległość od Ziemi do Słońca	$a_S$	$1,49598 \cdot 10^{11}$	$m$	[26]
Prędkość światła w próżni	$c$	$2,9979 \cdot 10^8$	$\frac{m}{s}$	[16]
Współczynnik oporu (założony)	$C_D$	2,2	–	[26]
Współczynnik odbicia (założony)	$C_P$	1,2	–	[26]
Ruch średni Słońca	$n_{sun}$	$1,99 \cdot 10^{-7}$	$\frac{rad}{s}$	[71]
Ruch średni Księżyca	$n_{moon}$	$2,66 \cdot 10^{-6}$	$\frac{rad}{s}$	[71]
Inklinacja orbity Słońca względem równika	$i_{sun}$	23,44	°	[71]
Inklinacja orbity Księżyca względem równika	$i_{moon}$	28,6	°	[71]
Wysokość deorbitacji	$h'_p$	78000	$m$	[41]
Druga harmoniczna niejednorodności Ziemi	$J_2$	$1082,6 \cdot 10^{-6}$	–	[9]
Trzecia harmoniczna niejednorodności Ziemi	$J_3$	$-2,5327 \cdot 10^{-6}$	–	[9]
Czwarta harmoniczna niejednorodności Ziemi	$J_4$	$-1,6196 \cdot 10^{-6}$	–	[9]
Kąt nachylenia ekiptyki względem równika	$\varepsilon$	23,44	°	[37]

Z uwagi na niewielką ilość informacji w literaturze, jako wartości współczynników oporu i odbicia zostały przyjęte typowe wartości tych współczynników, które stosuje się przy obliczeniach orbitalnych. Dodatkowo, przyjęto:  $A_{SRP} = b_s \cdot d_s$  oraz  $A_D = 0,2 \cdot A_{SRP}$  [72], gdzie  $b_s$  jest rozpiętością satelity, a  $d_s$  jest średnicą (szerokością) satelity.

#### 4.1.1. Obliczenia perturbacji orbitalnych

Do obliczeń perturbacji parametrów orbitalnych użyto wzorów:

- do perturbacji od oporu aerodynamicznego - wzory 2.29, 2.30, 2.31 w oparciu o model gęstości atmosfery przedstawiony w rozdziale 4.1.3;
- do perturbacji od niejednorodności pola grawitacyjnego - wzory 2.32, 2.33, 2.34;
- do perturbacji od sił grawitacyjnych Księżyca i Słońca - wzory 2.42, 2.44, 2.45, 2.43;
- do perturbacji od ciśnienia promieniowania słonecznego - wzory 2.50, 2.51, 2.52 (a następnie podstawienie wyników do równań Gauss'a 2.21, 2.22, 2.23, 2.24, 2.25, 2.26).

Podstawiając pod wzory zmienne w jednostkach SI, otrzymane perturbacje są odnoszone do 1 sekundy, a kąty ( $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $M$ ) są w radianach. Praktyczne wykorzystanie powyższych wzorów do przedstawienia długotrwałych zmian perturbacji wymaga przeliczenia wartości przyrostów w odniesieniu do 1 dnia. Do wizualizacji zmian parametrów radiany należy przeliczyć na stopnie. Wykorzystać należy przeliczenia:

- $1 [rad] = 1 \cdot \frac{180}{\pi} [°]$
- $1 [\frac{1}{s}] = 1 \cdot 60 [\frac{s}{min}] \cdot 60 [\frac{min}{h}] \cdot 24 [\frac{h}{day}] = 1 \cdot 86400 [\frac{1}{day}]$

Całkowite perturbacje wyznacza się jako sumę składowych perturbacji  $q$ . Dla dowolnego parametru orbitalnego  $k$ :

$$\frac{dk}{dt} = \sum_q \frac{dk}{dt}_q \quad (4.1)$$

Długotrwałe zmiany początkowego parametru orbitalnego  $k_0$  po czasie  $\Delta t$  oddziaływania perturbacji  $\frac{dk}{dt}$  wyznacza się z metody Eulera [5]:

$$k = k_0 + \frac{dk}{dt} \cdot \Delta t \quad (4.2)$$

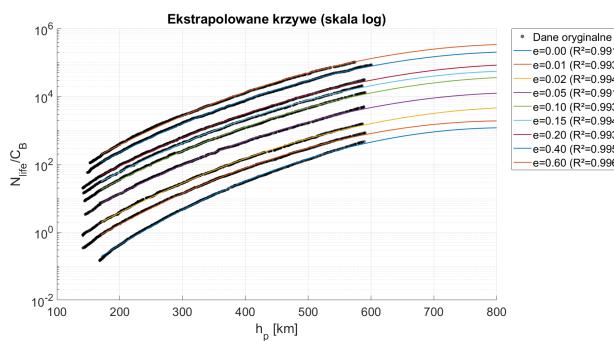
Wpływ między wartością kroku czasowego a uzyskanymi wynikami (analiza czułości) zostanie porównany w rozdziale 5.

#### 4.1.2. Obliczenia żywotności

Do obliczeń żywotności satelitów użyto wzorów przedstawionych w rozdziale 2.3. W oparciu o wzory na żywotność satelitów wprowadzono 5 różnych metod (3 na podstawie literatury oraz dwie autorskie):

1. **King-Hele** [40] - dla dowolnych orbit LEO, w oparciu o równanie 2.56;
2. **Uproszczona** [16] - dla orbit LEO o małym mimośrodzie, w oparciu o równanie 2.57;
3. **Empiryczna** [11] - dla orbit LEO o ograniczonych wysokościach perigeum orbity, w oparciu o wykres 2.17 i równanie 2.59;
4. **Autorska uproszczona** - wstępne oszacowanie żywotności, przy założeniu stałej wartości przyrostu dowolnego parametru  $\frac{dk}{dt}$  w trakcie całkowitego czasu zmniejszania się orbity, w oparciu o wzór 4.5;
5. **Autorska numeryczna** - dokładniejszy wariant metody autorskiej uproszczonej, również bazujący na wzorze 4.5, uwzględniający adaptacyjny krok czasowy  $\Delta t$  oraz zmienne wartości przyrostów parametrów orbitalnych  $\frac{dk}{dt}$  w okresie obniżania orbity.

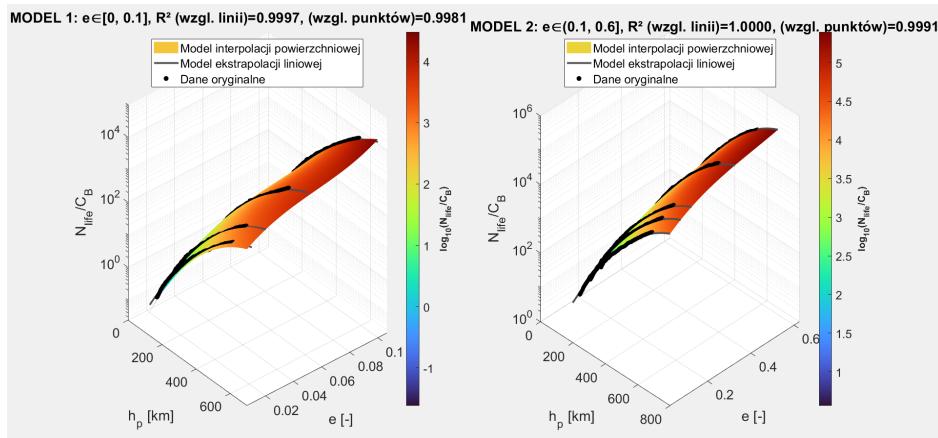
Dla **metody empirycznej**, w celu zapewnienia poprawnego działania programu oraz uniknięcia potencjalnych problemów numerycznych, dane przedstawione na wykresie 2.17 zostały zdigitalizowane. Proces ten polegał na odczytaniu punktów z wykresu w postaci współrzędnych przy użyciu narzędzia WebPlotDigitizer. Następnie opracowano autorski skrypt w środowisku MATLAB, umożliwiający wczytanie pozyskanych danych, ich dalszą ekstrapolację dwuwymiarową (rys. 4.1) oraz transformację wykresu z postaci dwuwymiarowej do trójwymiarowej.



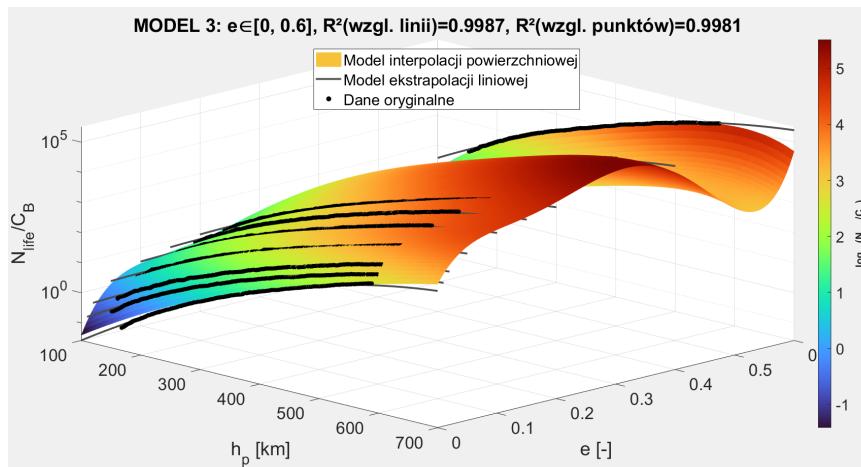
**Rysunek 4.1.** Zdigitalizowane i ekstrapolowane dane dla metody empirycznej, wraz z  $R^2$  dla każdej z ekstrapolowanych krzywych.

#### 4. Implementacja algorytmu obliczeniowego

W pierwotnej formie zależność miała charakter funkcji  $f(h_p)$  wyznaczonej dla różnych wartości mimośrodów. Została ona uogólniona do postaci funkcji dwóch zmiennych  $f(h_p, e)$ , co umożliwiło przedstawienie jej w formie wykresu powierzchniowego. Ekstrapolację wykresu powierzchniowego przeprowadzono oddzielnie dla dwóch różnych przedziałów mimośrodu (rys. 4.2). Podział zakresu na dwa podprzedziały pozwolił na uzyskanie bardzo wysokich wartości współczynnika determinacji ( $R^2$ ) przy zastosowaniu funkcji aproksymujących trzeciego stopnia. W przypadku próby uzyskania porównywalnej jakości dopasowania dla całego przedziału mimośrodowości, konieczne było zastosowanie funkcji piątego stopnia, co prowadziło do wyraźnego nasilenia efektu Runge'go [73], widocznego na rysunku 4.3.



**Rysunek 4.2.** Wykresy powierzchniowe  $f(h_p, e)$  wraz z interpolacją powierzchniową (funkcje trzeciego stopnia) dla dwóch przedziałów mimośrodowości i  $R^2$  względem zapisanych punktów i ekstrapolowanych linii.



**Rysunek 4.3.** Wykres powierzchniowy  $f(h_p, e)$  wraz z interpolacją powierzchniową (funkcja piątego stopnia) dla pełnego przedziału mimośrodowości i  $R^2$  względem zapisanych punktów i ekstrapolowanych linii. Widoczny efekt Runge'go [73].

Współczynniki funkcji ekstrapolujących (równania 4.3 dla  $e \in [0; 0, 1]$ , równania 4.4 dla  $e \in (0, 1; 0, 6]$ ) wyznaczonych dla obu przedziałów mimośrodu zostały zapisane w osobnym pliku, a następnie wczytane do programu obliczeniowego i wykorzystane w dalszych obliczeniach żywotności satelitów.

$$\begin{cases} \left(\frac{N_{life}}{C_B}\right)_{e \leq 0,1} = 10^{2,5425+0,5400\bar{e}+1,0985\bar{h}_p-0,3705\bar{e}^2-0,1354\bar{h}_p\bar{e}-0,2448\bar{h}_p^2+0,1336\bar{e}^3+0,0854\bar{h}_p\bar{e}^2+0,0311\bar{h}_p^2\bar{e}} \\ \bar{h}_p = \frac{h_p-400}{174,1604} \\ \bar{e} = \frac{e-0,036}{0,03613} \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{N_{life}}{C_B}\right)_{e > 0,1} = 10^{3,8081+0,3090\bar{e}+1,1065\bar{h}_p-0,1038\bar{e}^2+0,0009\bar{h}_p\bar{e}-0,2141\bar{h}_p^2+0,0363\bar{e}^3+0,0002\bar{h}_p\bar{e}^2-0,0025\bar{h}_p^2\bar{e}} \\ \bar{h}_p = \frac{h_p-400}{174,1822} \\ \bar{e} = \frac{e-0,3375}{0,17821} \end{cases} \quad (4.4)$$

Dla **metod autorskich**, wyprowadzono następujące równanie na żywotność, korzystając z równania 2.4.

$$\begin{aligned} r_p = a \cdot (1 - e) \implies r'_p = a' \cdot (1 - e') \implies r'_p &= \left( a_0 + \frac{da}{dt} \cdot \Delta t \right) \cdot \left( 1 - \left( e_0 + \frac{de}{dt} \cdot \Delta t \right) \right) \implies \\ &\implies r'_p = a_0 - a_0 \cdot e_0 + a_0 \cdot \frac{de}{dt} \cdot \Delta t + \frac{da}{dt} \cdot \Delta t - e_0 \cdot \frac{da}{dt} \cdot \Delta t + \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \cdot (\Delta t)^2 \implies \\ &\implies (\Delta t)^2 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) + \Delta t \cdot \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} + \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right) + a_0 \cdot (1 - e_0) - r'_p = 0 \implies \\ &\implies (\Delta t)^2 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) + \Delta t \cdot \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} + \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right) + (r_{p0} - r'_p) = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

gdzie  $r'_p$  jest promieniem perigeum orbity, dla którego obiekt ulegnie rozpadowi z powodu ponownego wejścia w atmosferę,  $r'_p = h'_p + R_E$ .

Równanie 4.5 jest równaniem kwadratowym  $f(\Delta t)$ , którego rozwiążanie można wyznaczyć analitycznie, korzystając z wyróżnika trójmianu kwadratowego:

$$\begin{aligned} \Delta_{\Delta t} &= \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} + \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right)^2 - 4 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) \cdot (r_{p0} - r'_p) = \\ &= \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} \right)^2 + \left( \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right)^2 + 2 \cdot a_0 \cdot (1 - e_0) \cdot \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} - 4 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) \cdot (r_{p0} - r'_p) = \\ &= \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} \right)^2 + \left( \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right)^2 - 2 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) \cdot (r_{p0} - 2 \cdot r'_p) = \\ &= \left( a_0 \cdot \frac{de}{dt} \right)^2 + \left( \frac{da}{dt} \cdot (1 - e_0) \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{da}{dt} \cdot \frac{de}{dt} \right) \cdot (12912 - r_{p0}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dla orbit LEO, równanie 4.5 posiada rozwiązanie dla nieujemnej wartości wyróżnika ( $\Delta_{\Delta t} \geq 0$ ).

Ze względu na założenie o stałej wartości przyrostów w ciągu całej żywotności satelity, metoda ta jest niedokładna, co zostanie uzasadnione przy analizie czułości wyników w rozdziale 5. W programie stosowana jest w celu dostarczenia szybkiego punktu odniesienia, który służy do automatycznego skalowania horyzontu czasowego oraz parametrów kroku w bardziej złożonych simulacjach numerycznych.

#### 4. Implementacja algorytmu obliczeniowego

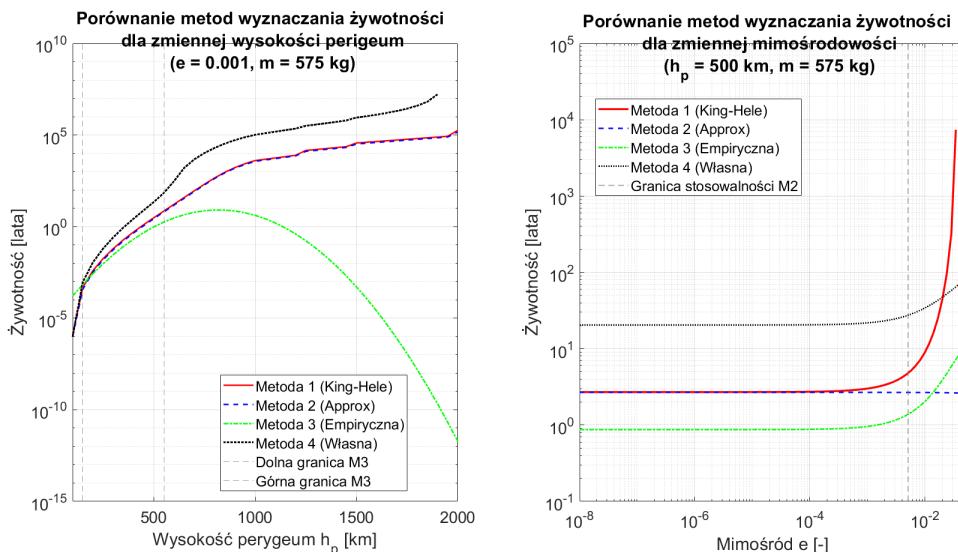
**Metoda numeryczna** korzysta z adaptacyjnego kroku czasowego, w której długość kroku  $\Delta t$  jest funkcją odwrotnie skorelowaną z dynamiką zmian parametrów orbitalnych. Wartość kroku w zastosowanej metodzie zależy głównie od: obliczanej wysokości perigeum, przyrostu eliptyczności oraz przyrostu półosi wielkiej. Parametry orbitalne są wielokrotnie przeliczane (częstotliwość przeliczania parametrów jest zależna od wartości kroku czasowego), a do wyznaczenia żywotności, wyznacza się nowe wartości przyrostów  $\frac{da}{dt}$  oraz  $\frac{de}{dt}$ , co wynika bezpośrednio ze wzoru 4.5. Warunkiem przerwania kolejnych obliczeń, jest przekroczenie granicznej wartości wysokości perigeum, wynoszącej 78 km (tabela 4.1).

Zastosowanie adaptacyjnego kroku czasowego pozwala znacznie skrócić czas obliczeń w porównaniu do stałych, niskich wartości kroków czasowych, dając zbliżone wyniki (co zostało porównane w rozdziale 5).

Niektóre ze stosowanych metod wyznaczenia przybliżonego czasu żywotności wymagają ograniczeń dziedziny (wysokości perigeum bądź mimośrodu), wynikającej z błędów przybliżeń wzorów analitycznych. Porównanie metod 1, 2, 3 oraz 4 dla obiektu kosmicznego o tych samych parametrach orbitalnych i gabarytowych (tabela 4.2), dla zmiennej wysokości perigeum lub dla zmiennej mimośrodowości zostało przedstawione na wykresie 4.2.

**Tabela 4.2.** Parametry gabarytowe i orbitalne dla założonego obiektu kosmicznego do porównania stosowności metod wyznaczania żywotności.

Parametr	Symbol	Wartość	Jednostka
Masa obiektu	$m$	575	kg
Powierzchnia do oporu atmosferycznego	$A_D$	8	$m^2$
Współczynnik oporu	$C_D$	2,2	–
Powierzchnia do SRP	$A_{SRP}$	10	$m^2$
Współczynnik odbicia	$C_P$	1,2	–
Inklinacja	$i$	43	°
Argument perigeum	$\omega$	275	°
Rektascensja węzła wstępującego	$\Omega$	56	°
Dzień odniesienia	$t$	10.12.2025 r.	–
Mimośrodowość (zmienna wysokość perigeum)	$e$	0,001	–
Wysokość perigeum (zmienna eliptyczność)	$h_p$	500000	m

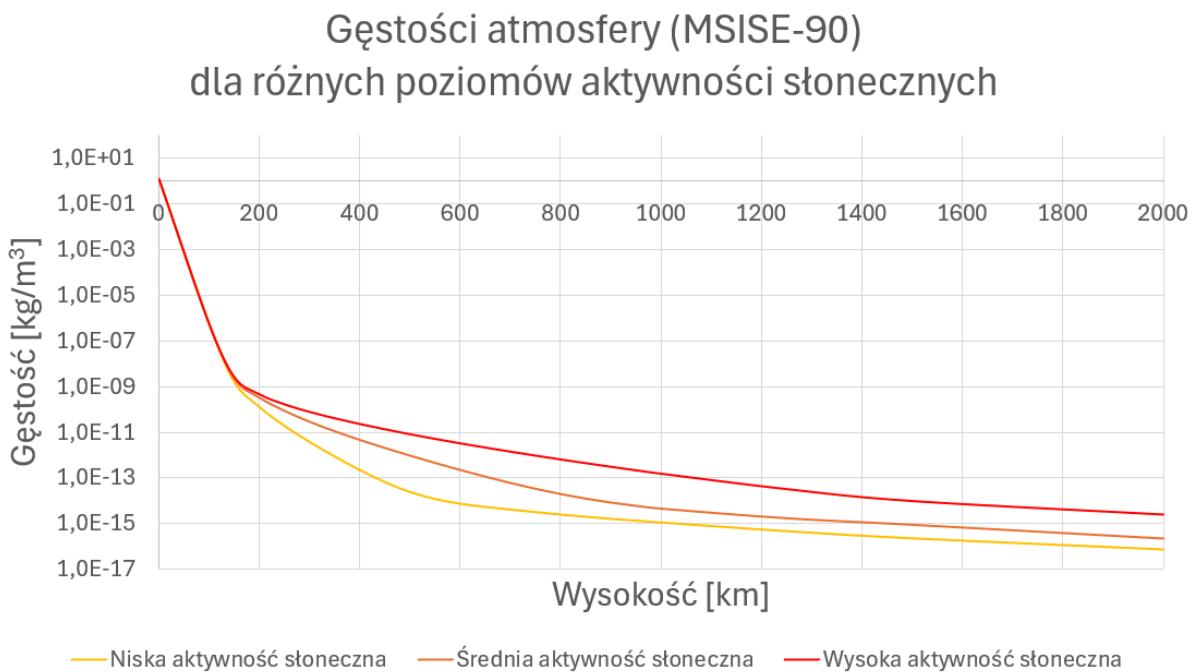


**Rysunek 4.4.** Porównanie metod wyznaczania żywotności w funkcji wysokości perigeum oraz w funkcji ekscentryczności.

#### 4.1.3. Model gęstości atmosfery

Precyzyjne modelowanie gęstości atmosfery neutralnej jest parametrem krytycznym, ponieważ siła oporu aerodynamicznego jest liniowo zależna od lokalnej gęstości atmosfery (wzór 2.28). Jakkolwiek błąd w estymacji tego parametru przekłada się bezpośrednio na niedokładność w wyznaczeniu spadku wysokości i czasu życia satelity.

Gęstość atmosfery na wysokościach orbit LEO jest silnie skorelowana z aktywnością słoneczną. Skutkuje to drastycznym wzrostem gęstości na ustalonych pułapach orbitalnych, a różnice te mogą sięgać rzędów wielkości (rysunek 4.5).



**Rysunek 4.5.** Przyjęty do obliczeń model gęstości atmosfery dla orbit LEO, w zależności aktywności słonecznej. Dane na wykresie na podstawie [22], [23], [24].

W niniejszej pracy stworzono model gęstości atmosfery, w oparciu o dane następujących modeli empirycznych gęstości atmosfery, różniących się złożonością i rodzajem danych wejściowych:

- **Jacchia 1971** – bazuje na temperaturze egzosferycznej i równaniu dyfuzji, uwzględniający pory roku i zmiany geomagnetyczne [22];
- **MSISE-90** – dostarcza dodatkowych informacji o temperaturze i składzie chemicznym atmosfery [23];
- **JB-2006** – integruje wskaźniki iradiancji słonecznej [24].

Model gęstości atmosfery można rozbudować, dodatkowo uwzględniając aktualną fazę cyklu słonecznego (w zależności od dnia).

## **4. Implementacja algorytmu obliczeniowego**

---

### **4.2. Struktura programu**

W programie przyjęto architekturę modułową, w której główny skrypt sterujący zarządza przepływem danych oraz wywołuje wyspecjalizowane funkcje realizujące poszczególne zadania obliczeniowe, takie jak import danych satelitarnych, modelowanie atmosfery, obliczanie perturbacji czy tworzenie wykresów. Centralnym elementem programu jest plik `zywotnosc.m` (załącznik 1). Jego działanie opiera się na sekwencyjnym wykonywaniu następujących bloków logicznych:

- 1. Inicjalizacja stałych i wczytanie baz danych** – definicja parametrów fizycznych oraz wczytanie współczynników dla modelu atmosfery i wielomianów aproksymujących dla trzeciego modelu żywotności (rozdział 4.1.2).
- 2. Pobranie danych wejściowych** – identyfikacja (aktywnego lub zdeorbitowanego) satelity na podstawie numeru SATCAT oraz pobranie jego parametrów fizycznych i orbitalnych (TLE) [74] z baz lokalnych (pliki Excel) lub zewnętrznych serwisów internetowych (CelesTrak [75], [76], GCAT [42]).
- 3. Analiza perturbacji** – obliczenie chwilowych zmian elementów orbitalnych.
- 4. Wyznaczenie żywotności** – równolegle uruchomienie metod analitycznych oraz numerycznej symulacji deorbitacji.
- 5. Wizualizacja i analiza czułości** – generowanie wykresów perturbacji, spadku wysokości perigeum oraz zmian elementów orbitalnych w funkcji czasu dla różnych kroków czasowych.

Taka struktura umożliwia łatwą modyfikację poszczególnych modeli fizycznych (np. zmianę modelu gęstości atmosfery) bez konieczności ingerencji w główny algorytm sterujący.

Równolegle, została napisana druga, uproszczona wersja programu, `zywotnosc_zbiorowa.m` (załącznik 2), skupiająca się jedynie na zbiorczym wyznaczeniu żywotności satelitów z danych konstelacji, której działanie również opiera się na sekwencyjnym wykonywaniu następujących bloków logicznych:

- 1. Inicjalizacja stałych i wczytanie baz danych** - to samo działanie.
- 2. Pobranie danych wejściowych** - identyfikacja konstelacji satelitarnej na podstawie opcji wybranej przez użytkownika oraz pobranie jego parametrów fizycznych i orbitalnych ze wcześniej stworzonej bazy lokalnej (plik Excel).
- 3. Analiza perturbacji** - to samo działanie.
- 4. Wyznaczenie żywotności** - to samo działanie.
- 5. Wizualizacja** – generowanie wykresu żywotności (różnymi metodami) w funkcji wysokości perigeum dla aktywnych satelitów z wybranej konstelacji satelitarnej.

#### **4.2.1. Zastosowane funkcje i biblioteki**

Program korzysta ze standardowych bibliotek środowiska MATLAB do operacji macierzowych oraz wizualizacji danych. Do obsługi plików zewnętrznych oraz pobierania danych z sieci, wykorzystano funkcje wbudowane `readtable`, `readmatrix` oraz `webread`.

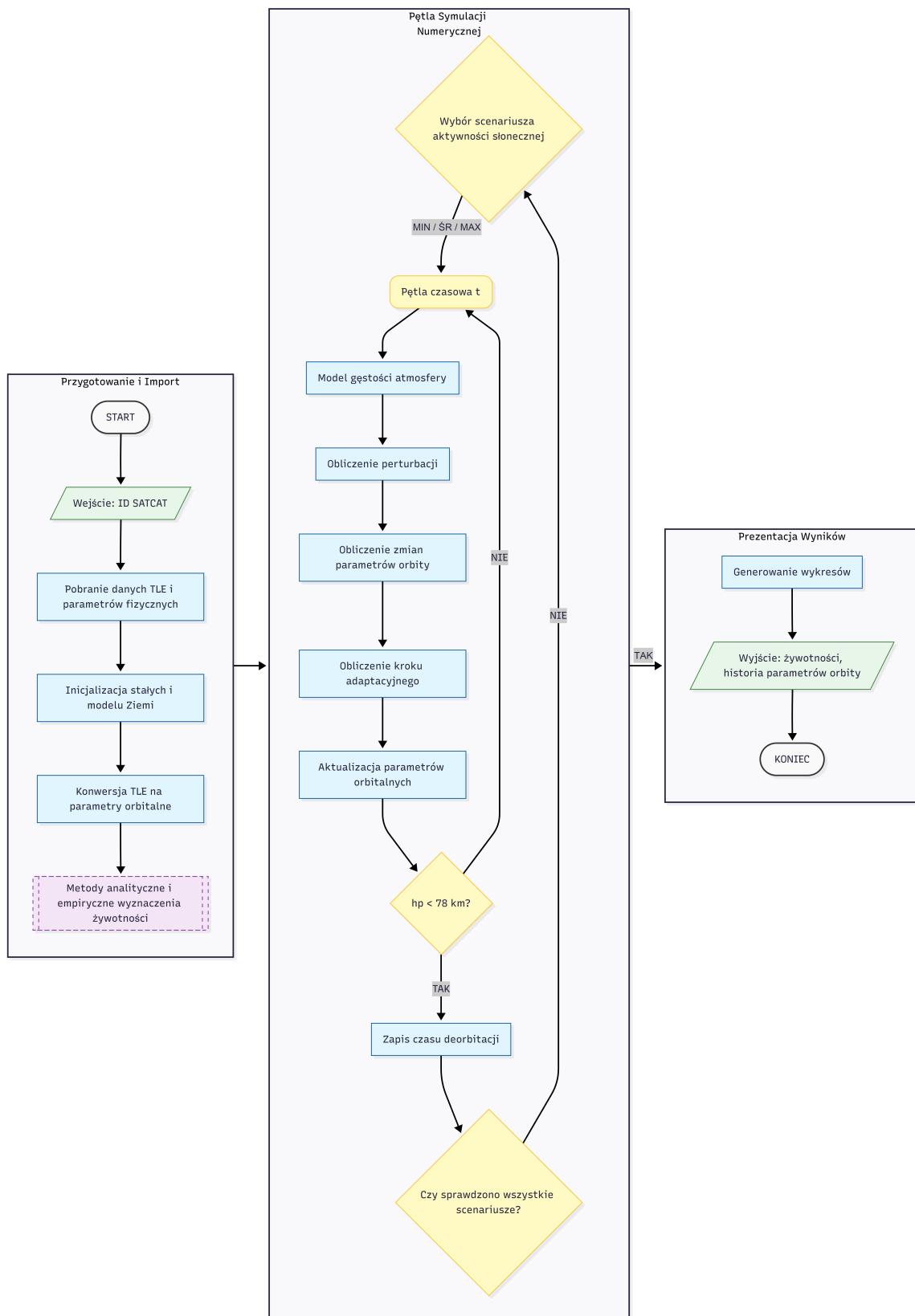
Kluczowe funkcje zaimplementowane w obu programach, zestawiono w tabeli 4.3.

**Tabela 4.3.** Zestawienie funkcji zaimplementowanych w programach `zywotnosc.m` oraz `zywotnosc_zbiorowa.m`

Nazwa funkcji	Opis funkcjonalności
<code>WysokoscPerigeumZbiorcza</code>	Wizualizuje spadek wysokości perigeum dla trzech gęstości atmosfery oraz dla adaptacyjnego kroku czasowego i porównuje to z analitycznymi wynikami.
<code>WysokoscPerigeum</code>	Wizualizuje spadek wysokości perigeum dla wybranej gęstości atmosfery oraz dla wybranych kroków czasowych (wraz z adaptacyjnym).
<code>AnalizaCzulosciParametrow</code>	Wizualizuje zmianę parametrów orbitalnych dla wybranej gęstości atmosfery oraz dla wybranych kroków czasowych (wraz z adaptacyjnym).
<code>Symulacja</code>	Przeprowadza obliczenia parametrów orbitalnych dla zadanego, stałego kroku czasowego, rejestrując pełną historię zmian.
<code>Gestosc</code>	Implementacja modelu gęstości atmosfery. Oblicza gęstość w funkcji wysokości na podstawie wczytanych profili.
<code>Dane_Full</code>	Pobiera dane orbitalne i fizyczne satelity. Może pobierać dane w trybie online oraz z lokalnych plików (offline).
<code>Dane_Excel</code>	Alternatywna funkcja wczytująca dane satelity ze statycznego pliku Excel (tryb offline). Wczytuje dane historyczne dla wybranych, zdeorbitowanych satelitów do walidacji wyników.
<code>ObliczZywotnosci</code>	Wyznacza przewidywany czas życia satelity korzystając z metod analitycznych (metoda 1 i 2), empirycznych (metoda 3) oraz z uproszczonej metody autorskiej (metoda 4).
<code>WykresyPerturbacji</code>	Generuje wykresy składowych i całkowitych perturbacji każdego parametru orbitalnego.
<code>ObliczPerturbacje</code>	Wyznacza składowe i całkowite perturbacje każdego z parametrów orbitalnych.
<code>ObliczZ3</code>	Wyznacza empiryczny parametr służący do wyznaczenia żywotności metodą 3 przy użyciu wielomianów ekstrapolujących.
<code>Wielomian</code>	Funkcja pomocnicza tworząca wielomiany ekstrapolujące na podstawie wczytanych współczynników.
<code>ObliczNiejednorodnosc</code>	Oblicza pochodne elementów orbitalnych wynikające z wyższych harmonicznych spłaszczenia Ziemi (człony $J_2, J_3, J_4$ ).
<code>ObliczZ5</code>	Realizuje numeryczną, autorską metodę wyznaczenia żywotności z adaptacyjnym krokiem czasowym (metoda 5).
<code>PorownajModele</code>	Tworzy wykres porównujący wzory na perturbacje od spłaszczenia Ziemi, które uwzględniają jedynie składową $J_2$ oraz wyższe harmoniczne.
<code>WczytajDane</code>	Wczytuje dane fizyczne i orbitalne całych konstelacji satelitarnych ze statycznego pliku Excel.
<code>Wykresy</code>	Tworzy wykres przedstawiający żywotności (metoda 1, 2, 5) w zależności od wysokości perigeum dla całych konstelacji satelitarnych.

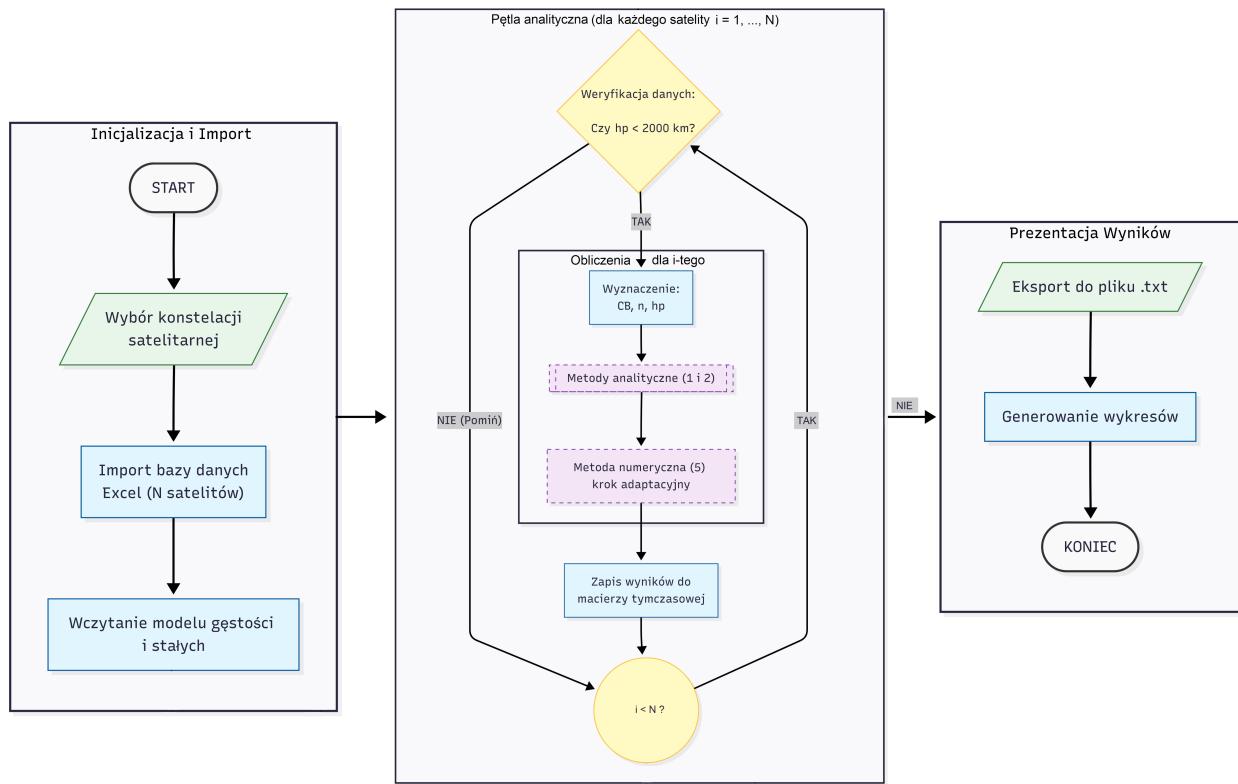
### 4.3. Algorytm obliczeń numerycznych

Algorytm działania programu `zywotnosc.m` przedstawiono w formie schematu blokowego na rysunku 4.6.



**Rysunek 4.6.** Schemat blokowy przedstawiający algorytm działania programu `zywotnosc.m`. Schemat stworzony na stronie [77].

Algorytm działania programu `zywotnosc_zbiorowa.m` również przedstawiono w formie schematu blokowego na rysunku 4.7.



**Rysunek 4.7.** Schemat blokowy przedstawiający algorytm działania programu `zywotnosc_zbiorowa.m`. Schemat stworzony na stronie [77].

#### 4.3.1. Parametry wejściowe i wyjściowe

Ze względu na dwuczęściową architekturę opracowanego oprogramowania, specyfikację przepływu danych podzielono na dwie części. Poniżej zestawiono zmienne sterujące procesem symulacji oraz otrzymywane wyniki dla modułu dedykowanego szczegółowej analizie pojedynczego obiektu (`zywotnosc.m`).

##### Parametry wejściowe (Input):

- Identyfikator obiektu: Numer katalogowy SATCAT.
- Warunki początkowe orbity: elementy keplerowskie ( $a, e, i, \Omega, \omega, M$ ) uzyskane z dwuwierszowych danych TLE (rysunek 4.8) dla epoki  $t$ .
- Parametry fizyczne satelity: masa  $m$ , pole przekroju poprzecznego  $A$  (dla oporu  $A_D$ , dla ciśnienia promieniowania  $A_{SRP}$ ), stałe współczynniki oporu  $C_D$  i odbicia  $C_P$ .
- Parametry środowiskowe: gęstość atmosfery  $\rho$  (wczytywane z pliku MSISE.txt oraz modelu stałych).

##### Parametry wyjściowe (Output):

- Szacowana żywotność: skalar  $Z$  wyrażony w dniach lub latach (dla każdej z 5 metod).
- Historia ewolucji orbity: wektory stanu w czasie dyskretnym:  $a(t), e(t), i(t), h_p(t), \omega(t), \Omega(t), M(t)$ .
- Analiza niepewności: przedziały ufności żywotności  $[Z_{min}, Z_{max}]$  wynikające ze zmiennej aktywności słonecznej (jednocześnie gęstości atmosfery).

W odróżnieniu od modułu analizującego pojedynczego satelitę, program do analizy zbiorczej żywotnosc\_zbiorowa.m przyjmuje jako wejście całą strukturę danych konstelacji.

##### Parametry wejściowe (Input):

- Wybór konstelacji: decyzja użytkownika określająca zbiór danych do analizy (STARLINK, ONEWEB, KUIPER, QIANFAN, GUOWANG).
- Baza danych satelitarnych: plik .xlsx zawierający rekordy dla  $N$  obiektów. Dla każdego  $i$ -tego satelity wczytywany jest wektor parametrów:  $[ID, a, e, i, \Omega, \omega, M, m, A_{SRP}, A_D]$
- Model atmosfery: tablica gęstości standardowej  $\rho_0(h)$  wczytywana z pliku MSISE.txt.

##### Parametry wyjściowe (Output):

- **Raport zbiorczy:** plik tekstowy zawierający wyznaczone czasy życia ( $Z_1, Z_2, Z_5$ ) dla każdego satelity z konstelacji, który spełnił warunki brzegowe (wysokość perigeum  $h_p < 2000$  km).
- **Charakterystyka statystyczna:** wykresy rozrzutu zależności żywotności od wysokości perigeum  $Z = f(h_p)$  dla trzech metod obliczeniowych.
- **Histogram populacji:** rozkład procentowy satelitów w poszczególnych przedziałach wysokości orbitalnej.

Źródłem danych TLE (przykład danych na rysunku 4.8) była strona <https://celestrak.org/NORAD/elements/>, natomiast źródłem danych fizycznych o satelitach była strona <https://planet4589.org/space/gcat/tsv/cat/satcat.tsv>.

TEMPSAT 1

1 01512U 65065E 25340.90122836 .00000089 00000+0 15868-3 0 9993  
2 01512 89.9886 212.6741 0071334 69.1394 303.0649 13.33581604934423

**Rysunek 4.8.** Przykład danych TLE. Źródło danych [74].

Dla danych TLE z rysunku 4.8 można odczytać dane, które zebrano w tabeli 4.4.

**Tabela 4.4.** Interpretacja danych z TLE [78].

Fragment TLE	Opis parametru	Wartość / Jednostka
TEMPSAT 1	nazwa satelity	TEMPSAT 1
01512U	SATCAT (numer katalogowy)	01512
<b>65065E</b>	rok wystrzelenia / numer startu	<b>1965 / 065</b>
<b>25340.90122836</b>	rok / dzień roku / ułamek dnia	<b>2025 / 340 / 0,90122836</b>
.00000089	pierwsza pochodna ruchu średniego	0,00000089 [obr/day <sup>2</sup> ]
00000+0	druga pochodna ruchu średniego	0 [obr/day <sup>3</sup> ]
15868-3	współczynnik oporu B* (B-STAR)	$0,15868 \cdot 10^{-3}$ [-]
0	typ efemeryd	0 (SGP4)
<b>9993</b>	numer zestawu / suma kontrolna (mod 10)	<b>999 / 3</b>
89.9886	inklinacja	89,9886°
212.6741	rektascensja węzła wstępującego	212,6741°
<b>0071334</b>	mimośród (eliptyczność)	<b>0,0071334</b> [-]
69.1394	argument perigeum	69,1394°
303.0649	anomalia średnia	303,0649°
<b>13.33581604934423</b>	ruch średni / licznik obiegów / suma kontrolna (mod 10)	<b>13,33581604</b> [obr/day] / <b>93442</b> / 3

Zależność między  $B^*$  z danych TLE, a współczynnikiem oporu  $C_D$  jest następująca:

$$B^* = \frac{\rho_B \cdot C_D \cdot A_D}{2 \cdot m} \quad (4.7)$$

gdzie  $\rho_B$  jest gęstością zależną od promienia Ziemsiego. Należy zachować szczególną ostrożność podczas korzystania z wartości  $B^*$  publikowanej w TLE, ponieważ jest ona dostosowana do pracy w ramach modelowania orbity i w konsekwencji może być nawet ujemna w wyniku działania niemodelowanych sił na proces określania orbity [79], [78]. Z uwagi na to, w niniejszej pracy nie korzystano z wartości B-STAR.

Skrót SGP4 z tabeli 4.4 odnosi się do uproszczonych modeli opracowanych przez NASA [80], dotyczących zaburzeń służących do obliczania wektorów stanu orbitalnego satelitów i śmieci kosmicznych względem inercjalnego układu współrzędnych Ziemi [81].

### 4.3.2. Opis działania programu

Zasadnicza logika obliczeniowa programu została podzielona na dwa niezależne tory: szczegółową analizę trajektorii pojedynczego obiektu oraz statystyczną analizę populacji satelitów. W obu przypadkach sercem algorytmu jest numeryczne rozwiązywanie uśrednionych równań ruchu, jednak sposób sterowania symulacją różni się w zależności od przyjętego celu.

**Symulacja pojedynczego obiektu** (`zywotnosc.m`). Proces obliczeniowy rozpoczyna się od połączenia stałych wraz z parametrami orbitalnymi (TLE) oraz z danymi fizycznymi (GCAT), co pozwala na wyznaczenie wszystkich niezbędnych perturbacji do wyznaczenia żywotności satelitów. Kluczowym elementem algorytmu są funkcje `Symulacja` oraz `ObliczZ5`, realizujące numeryczną propagację orbity. Zastosowano tu podejście semi-analityczne, w którym zamiast śledzić chwilowe położenie satelity na orbicie, wymagające bardzo małego kroku czasowego, śledzi się zmiany elementów orbitalnych w czasie. W każdej iteracji pętli symulacyjnej wykonywane są następujące kroki:

1. **Aktualizacja modelu środowiska.** Na podstawie wyznaczonej wysokości perigeum  $h_p$  program pobiera gęstość atmosfery  $\rho$  z wczytanego modelu MSISE-90.
2. **Obliczenie pochodnych.** Wywoływana jest funkcja `ObliczPerturbacje` wyznaczająca zmiany elementów orbitalnych wywołane przez główne czynniki powodujące perturbacje.
3. **Adaptacyjny krok czasowy.** Program nie stosuje stałego kroku  $\Delta t$ . Algorytm dynamicznie dobiera długość kroku w zależności od szybkości degradacji orbity. W fazach stabilnego lotu krok może wynosić nawet miesiąc, natomiast gdy satelita wchodzi w gęste warstwy atmosfery, krok jest automatycznie skracany, aby zachować precyzję obliczeń.
4. **Aktualizacja stanu.** Nowe wartości elementów orbitalnych są wyznaczane metodą Eulera na podstawie obliczonych pochodnych i kroku czasowego.
5. **Warunek stopu.** Pętla jest przerywana, gdy wysokość perigeum spadnie poniżej krytycznej wartości 78 km lub gdy czas symulacji przekroczy założony horyzont czasowy.

Równolegle do metody numerycznej, program wyznacza żywotność metodami analitycznymi i empirycznymi, które opierają się na warunkach początkowych i nie wymagają iteracyjnego całkowania. Cały proces jest powtarzany trzykrotnie dla scenariuszy minimalnej, średniej i maksymalnej aktywności słonecznej (minimalnej, średniej i maksymalnej gęstości atmosfery), co pozwala na wyznaczenie zakresu niepewności dla przewidywanej daty deorbitacji.

**Analiza zbiorcza konstelacji** (`zywotnosc_zbiorowa.m`). W przypadku analizy całych konstelacji priorytetem jest wydajność obliczeniowa. Algorytm wczytuje bazę danych (która jest lokalną bazą stworzoną jako fuzja danych TLE i GCAT), zawierającą tysiące obiektów i przeprowadza filtrację wstępную, odrzucając obiekty już zdeorbitowane lub znajdujące się na orbitach powyżej 2000 km. Dla każdego satality z wybranej konstelacji, spełniającego kryteria, program uruchamia uproszczoną wersję pętli symulacyjnej. W tym wariantie pomijana jest szczegółowa wizualizacja zmian wszystkich elementów orbitalnych w czasie, a algorytm skupia się wyłącznie na wyznaczeniu momentu wejścia w atmosferę. Dzięki zastosowaniu zwektryzowanych operacji macierzowych, możliwe jest przeliczenie żywotności dla całej konstelacji w krótkim czasie.

Wyniki są przechowywane, a także prezentowane w formie statystycznej (korelacja wysokości z żywotnością), co pozwala na ocenę ogólnego stanu konstelacji bez konieczności analizy szczegółowej każdego satality.

## 5. Wyniki i ich analiza

Niniejszy rozdział stanowi syntezę przeprowadzonych symulacji numerycznych oraz obliczeń analitycznych dotyczących żywotności obiektów na niskiej orbicieokołoziemskiej. Celem przedstawionej analizy jest nie tylko prezentacja surowych danych wyjściowych, ale przede wszystkim weryfikacja skuteczności zaimplementowanych modeli matematycznych w konfrontacji z rzeczywistymi danymi historycznymi.

Badania podzielono na trzy zasadnicze etapy. W pierwszej kolejności dokonano walidacji algorytmów na podstawie obiektów, które uległy już deorbitacji. Następnie przeprowadzono szczegółową analizę wrażliwości dla wybranych przypadków testowych, badając wpływ zmiennej aktywności słonecznej na ewolucję parametrów orbitalnych. Ostatnim etapem była analiza zbiorcza dla współczesnych konstelacji satelitarnych, mająca na celu ocenę ich zgodności z wytycznymi dotyczącymi minimalizacji śmieci kosmicznych.

### 5.1. Walidacja poprawności obliczeń

Wiarygodność modelu numerycznego determinowana jest przez jego zdolność do odwzorowania rzeczywistych zjawisk fizycznych. W celu zweryfikowania opracowanego oprogramowania oraz oceny precyzji metody numerycznej (metoda 5) względem metod analitycznych, przeprowadzono proces walidacji w oparciu o dane historyczne pięciu satelitów, które zakończyły już swoją misję wejściem w gęste warstwy atmosfery.

Dobór obiektów testowych nie był przypadkowy i obejmował satelity o zróżnicowanej geometrii, masie oraz orbicie początkowej:

- **Tintin A (ID: 43216)** – prototypowy satelita konstelacji Starlink, kluczowy dla weryfikacji modelu w kontekście współczesnych konstelacji.
- **GRACE-1 (ID: 27391)** – satelita naukowy o precyzyjnie znanej geometrii, co pozwala na dokładniejsze szacowanie żywotności.
- **Tiangong-1 (ID: 37820)** – stacja orbitalna, reprezentująca obiekt o dużej masie i powierzchni, wrażliwa na zmiany gęstości atmosfery.
- **PW-Sat (ID: 38083)** oraz **PW-Sat 2 (ID: 43814)** – satelity studenckie zbudowane na Politechnice Warszawskiej. Pozwalają one na analizę skuteczności systemów deorbitacyjnych w kontekście żywotności satelitów.

Proces pozyskiwania danych wejściowych dla tych obiektów wymagał zastosowania odmiennej procedury niż w przypadku satelitów aktywnych. Standardowa funkcja programu `Dane_Full`, pobierająca bieżące parametry orbitalne (TLE) z serwisów czasu rzeczywistego, nie mogła zostać użyta z uwagi na brak aktualnych efemeryd dla obiektów nieistniejących. Wymusiło to implementację dedykowanej funkcji `Dane_Excel`, obsługującej statyczne bazy danych historycznych. Niezbędne zestawy danych TLE obejmujące okres opadania satelitów zostały pozyskane z archiwum CelesTrak, ze strony <https://celestrak.org/NORAD/archives/request.php?FORMAT=csv> (dostęp 15.12.2025r.). Surowe dane tekstowe poddano procesowi filtracji i fuzji, a następnie sformatowano do postaci ustrukturyzowanego arkusza kalkulacyjnego, który stanowił bezpośrednie wejście dla algorytmu walidacyjnego. Takie podejście pozwoliło na odtworzenie rzeczywistej historii spadku wysokości perigeum i porównanie jej z krzywymi wygenerowanymi przez program.

Dane fizyczne (masa, wymiary) obiektów walidacyjnych zostały zebrane w załączniku 3.

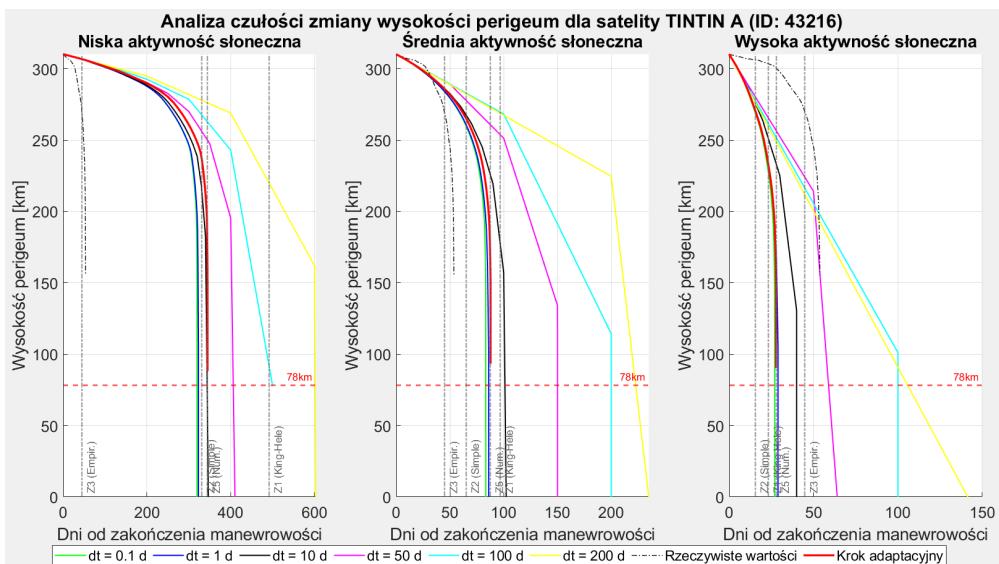
### 5.1.1. Przypadek walidacyjny: Tintin A

Dane niezbędne do analizy żywotności (parametry orbitalne w chwili początkowej, czas rozpoczęcia analizy, czas deorbitacji) satelity zebrane w tabeli 5.1.

**Tabela 5.1.** Początkowe parametry orbitalne satelity Tintin A.

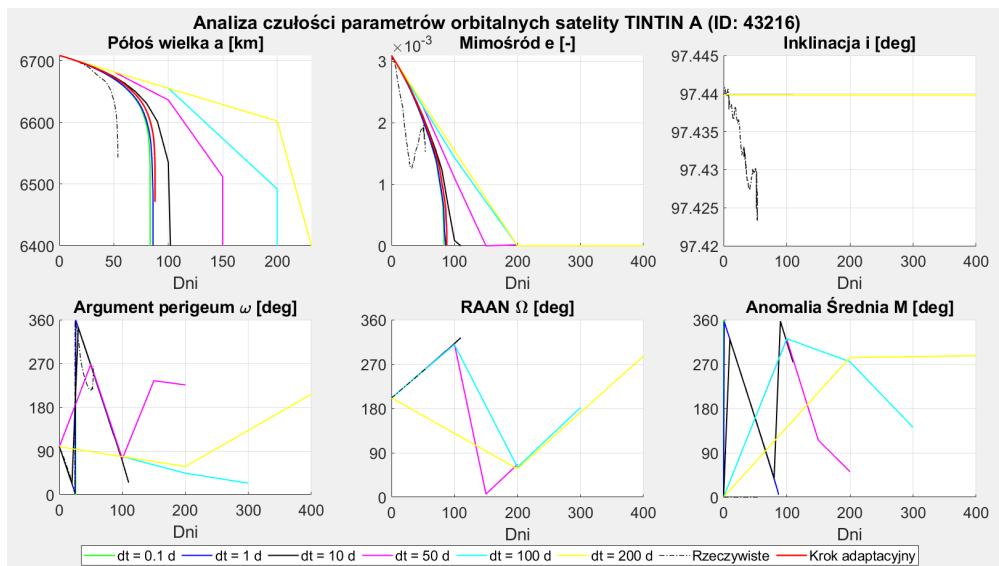
Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	06-07-2020, 13:33:45	-
Ekscentryczność	0,0030939	-
Półosi wielka	6708,996	km
Wysokość perigeum	310,102	km
Inklinacja	97,4398	°
Argument perigeum	98,7484	°
Rektascensja węzła wstępującego	201,3379	°
Data deorbitacji	29-08-2020, 07:40:05	-

Dla minimalnej, średniej oraz maksymalnej gęstości atmosfery przeprowadzono analizę czułości funkcji wysokości perigeum od czasu, w zależności od kroku czasowego  $\Delta t$  (wykres 5.1). Dodatkowo, dla trzech gęstości wyznaczono żywotność satelity i sprawdzono czy rzeczywista wartość mieści się w obliczonym zakresie (wykres 5.3). Dla średniej gęstości atmosfery przeprowadzono analizę czułości parametrów orbitalnych w zależności od kroku czasowego i porównano z rzeczywistymi zmianami parametrów orbitalnych (wykres 5.2).



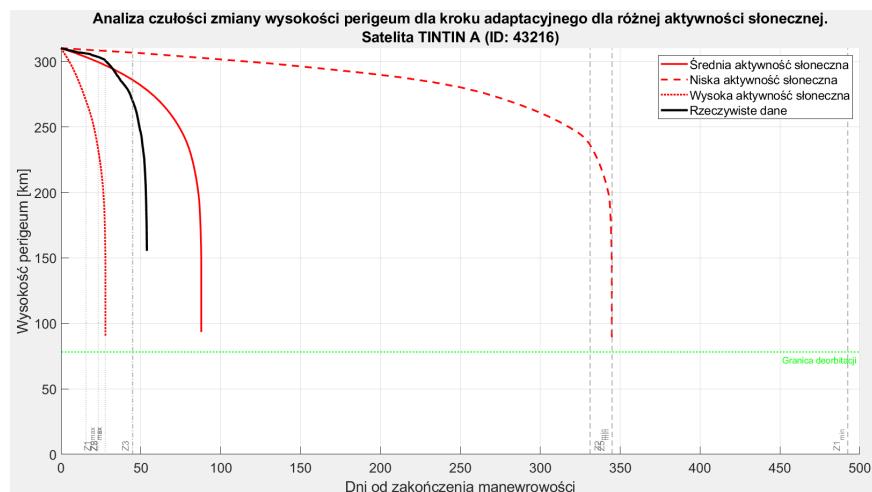
**Rysunek 5.1.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity Tintin A wraz z danymi rzeczywistymi.

Na podstawie rysunku 5.1 można zauważyć, że wartości żywotności analitycznych są zbliżone do wartości uzyskanych metodą numeryczną dla każdej gęstości atmosfery. Metoda empiryczna ( $Z_3$ ) nie zależy od gęstości atmosfery i daje stałą wartość dla każdego przypadku. Wartość ta jest najbardziej zbliżona dla modelu ze średnią wartością gęstości. Dane rzeczywiste nie pokrywają się z żadnym z przypadków, natomiast są zbliżone do modeli ze średnią i wysoką aktywnością słoneczną. Analiza czułości wykazała, że przebiegi krzywych dla kroku czasowego 0, 1, 1 oraz 10 dni dają przebiegi zbliżone do przebiegu z krokiem adaptacyjnym. Dla 50 dni przebieg obarczony jest błędem rzędu 30%, natomiast wyższe wartości kroków czasowych prezentują znacznie zawyżone przebiegi wysokości perigeum w czasie.



Rysunek 5.2. Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Tintin A wraz z danymi rzeczywistymi.

Przebiegi zmian parametrów orbitalnych są podobne (niemal identyczne) dla kroków czasowych 0, 1, 1 oraz 10 dni. Zauważać można znaczną różnicę przebiegów, zarówno w większości parametrów orbitalnych dla kroku czasowego powyżej 10 dni. Dla niższych kroków czasowych, przebiegi mają podobny charakter jak dla danych rzeczywistych. Wyjątek stanowi przebieg inklinacji, która dla każdego kroku czasowego jest wartością o niemal stałym przebiegu, natomiast dla przebiegu rzeczywistego, w ciągu 50 dni zmniejsza się o  $0,015^\circ$ .



Rysunek 5.3. Żywotność (metoda 5) satelity Tintin A dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi.

Porównanie zakresu żywotności, który został otrzymany metodą 5 z danymi rzeczywistymi wskazuje na prawidłowe działanie programu, uzyskując rzeczywistą wartość żywotności (około 50 dni) w zakresie między 25, a 350 dni. Bardzo szeroki zakres wynika ze znacząco różnych wartości gęstości jaką może mieć atmosfera, w zależności od aktywności słonecznej w danym czasie. Analiza dla satelity Tintin A wskazuje, że deorbitacja satelity mogła nastąpić w okresie o podwyższonej aktywności słonecznej, co wynika z przebiegu krzywej znajdującego się między przebiegami dla średniej i wysokiej aktywności słonecznej.

## 5. Wyniki i ich analiza

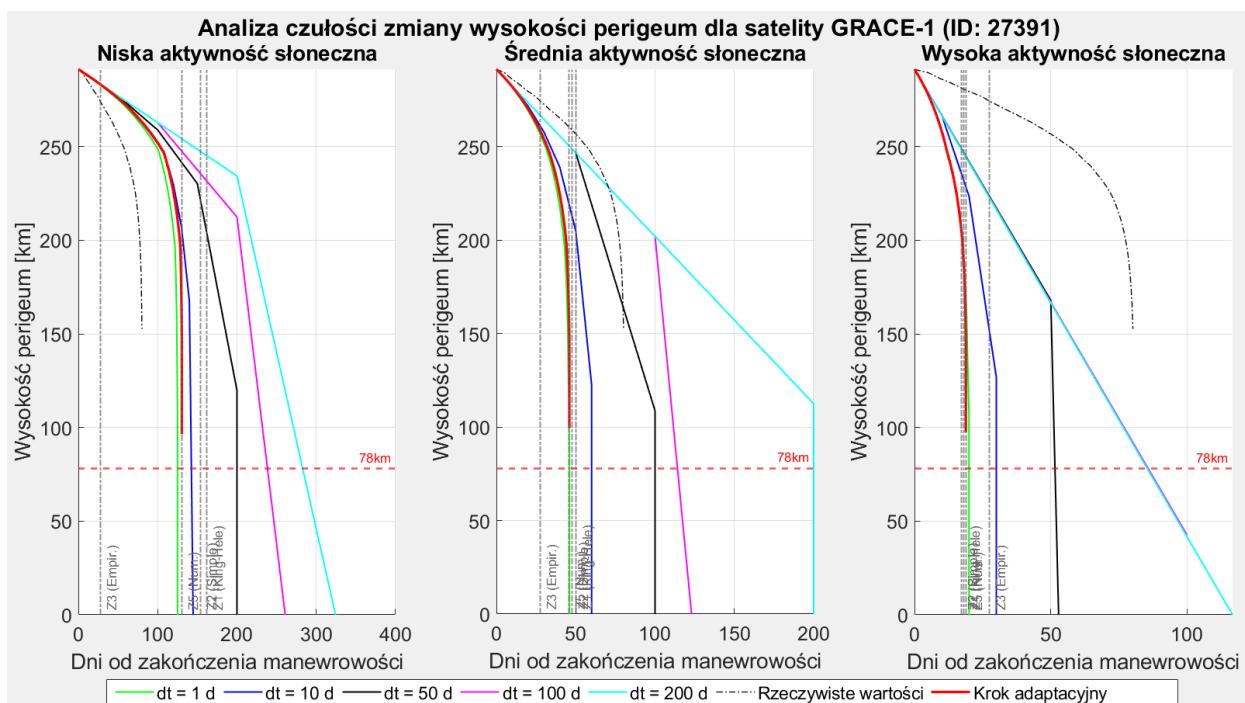
### 5.1.2. Przypadek walidacyjny: GRACE-1

Początkowe parametry orbitalne wraz z datami startu analizy oraz deorbitacji zebrane w tabeli 5.2.

**Tabela 5.2.** Początkowe parametry orbitalne satelity GRACE-1.

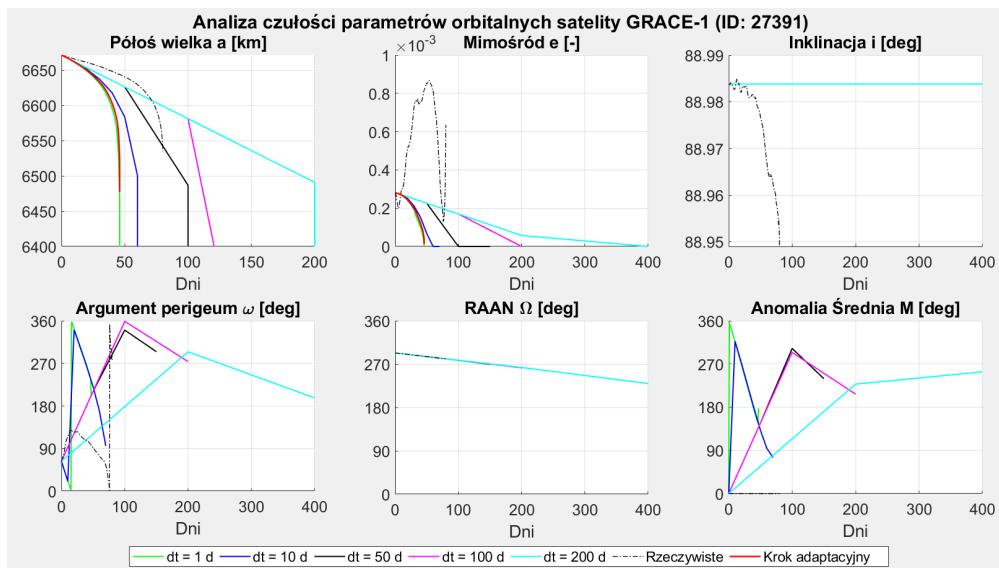
Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	19-12-2017, 19:08:20	-
Ekscentryczność	0,000282	-
Półosi wielka	6671,264	km
Wysokość perigeum	291,2459	km
Inklinacja	88,9838	°
Argument perigeum	63,1055	°
Rektascensja węzła wstępującego	293,2704	°
Data deorbitacji	09-03-2018, 21:59:42	-

Przeprowadzono tę samą analizę jak w rozdziale 5.1.1 i wyniki zaprezentowano na wykresach 5.4, 5.5, 5.6.



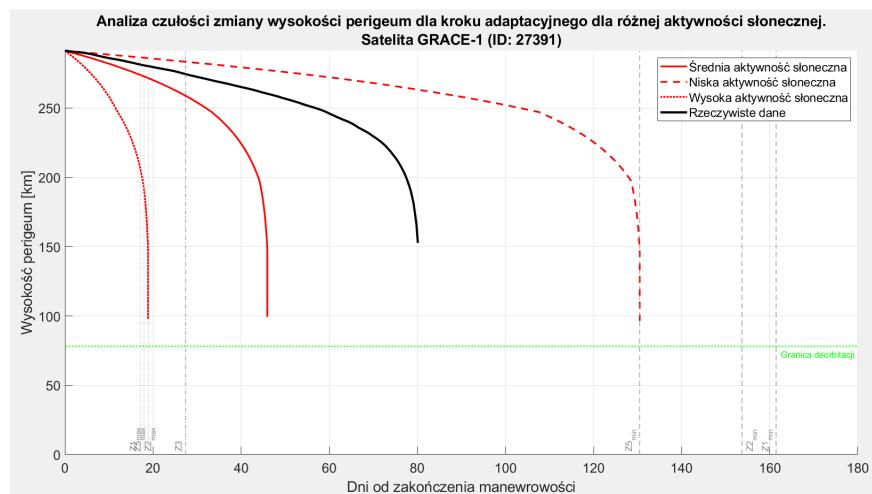
**Rysunek 5.4.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity GRACE-1 wraz z danymi rzeczywistymi.

Na podstawie rysunku 5.4 można zauważyć, że żywotności obliczone analitycznie, numerycznie i empirycznie dla średniej gęstości dają bardzo podobne wyniki, które różnią się od rzeczywistego przebiegu zmiany wysokości perigeum. Krok czasowy 1 oraz 10 dni nie powodował znaczającej rozbieżności od wyniku wyznaczonego krokiem adaptacyjnym. Wartości żywotności są mniejsze niż w przypadku satelity Tintin A, co może być spowodowane niższą wysokością perigeum początkowej orbity oraz większą masą satelity GRACE-1.



**Rysunek 5.5.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity **GRACE-1** wraz z danymi rzeczywistymi.

Przebiegi pól osi wielkiej i rektascensji są zbliżone w porównaniu do przebiegów rzeczywistych. Widoczne różnice można dostrzec w przypadku inklinacji, argumentu perigeum i mimośrodu. Rzeczywisty argument perigeum po kilkunastu dniach przekracza wartość 100 stopni, po czym zaczyna gwałtownie maleć. Może być to powiązane z mimośrodem, który w ciągu pierwszych kilkunastu dni gwałtownie rośnie, po czym drastycznie maleje. Nie są to przebiegi, które wynikają z przyjętych równań perturbacji. Różnice między przebiegami nie mają dużego znaczenia dla żywotności satelitów, która została porównana na rysunku 5.6.



**Rysunek 5.6.** Żywotność (metoda 5) satelity **GRACE-1** dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi.

Rzeczywisty przebieg zmian wysokości perigeum jest wydłużony w porównaniu do przebiegu dla średniej aktywności słonecznej, co może sugerować inne warunki atmosfery niż w przypadku satelity Tintin A. Przebiegi wskazują na deorbitację satelity w warunkach zaniżonej aktywności słonecznej (niższa gęstość atmosfery). Rzeczywisty przebieg zmian wysokości perigeum mieści się w zakresie wyznaczonym metodą numeryczną, co kolejny może potwierdzać poprawne działanie programu.

## 5. Wyniki i ich analiza

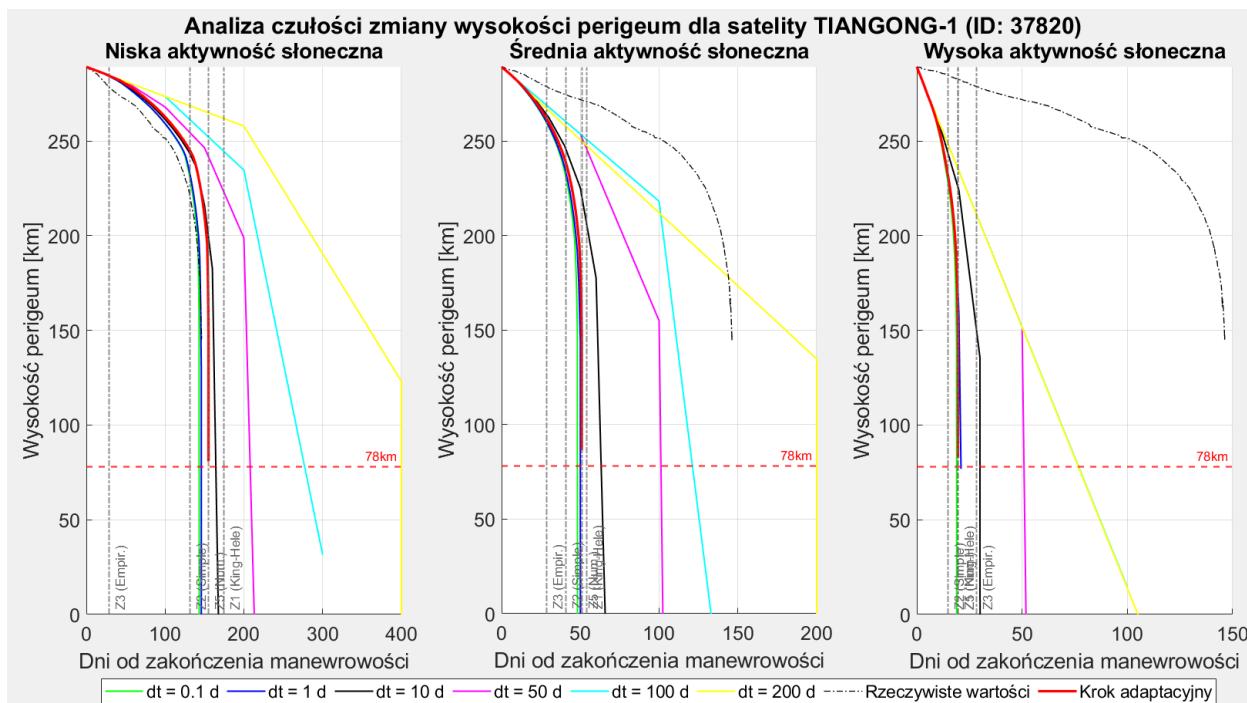
### 5.1.3. Przypadek walidacyjny: Tiangong

Początkowe parametry orbitalne wraz z datami startu analizy oraz deorbitacji zebrano w tabeli 5.3.

**Tabela 5.3.** Początkowe parametry orbitalne satelity **TIANGONG-1**.

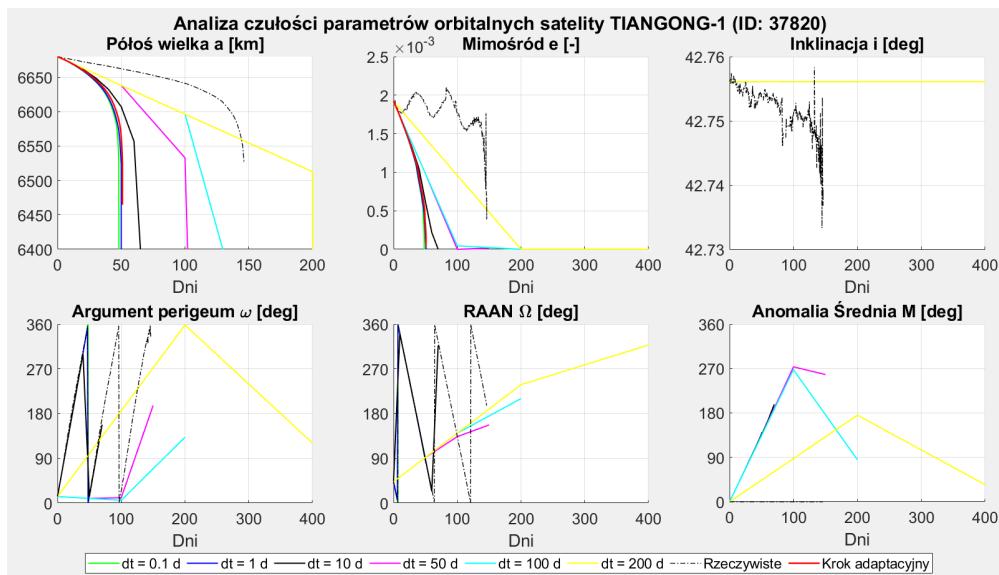
Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	06-11-2017, 10:34:26	-
Ekscentryczność	0,00192	-
Półosi wielka	6679,990	km
Wysokość perigeum	289,028	km
Inklinacja	42,7561	°
Argument perigeum	13,0929	°
Rektascensja węzła wstępującego	42,9012	°
Data deorbitacji	01-04-2018, 16:07:05	-

Wyniki przeprowadzonej analizy zaprezentowano na wykresach 5.7, 5.8, 5.9.



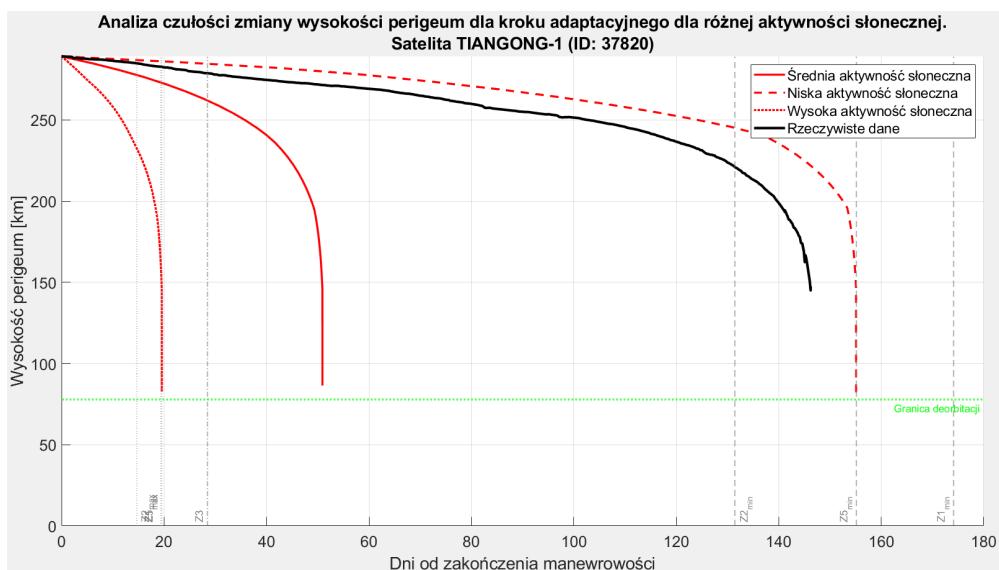
**Rysunek 5.7.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity **Tiangong** wraz z danymi rzeczywistymi.

Podobnie jak w przypadku satelity GRACE-1, dla średniej aktywności słonecznej każda z metod wskazywała żywotność około 50 dni, która jest znacznie (trzykrotnie) mniejsza niż wartość rzeczywista. Analiza czułości daje takie same wnioski jak w poprzednich przykładach walidacyjnych. Wyniki dla niskiej aktywności słonecznej są bardzo podobne do danych rzeczywistych, co może sugerować rzeczywisty okres deorbitacji przy bardzo niskiej aktywności słonecznej. Na taki wynik wpływa także rekordowo wysoka masa obiektu (20-krotnie wyższa niż w przypadku GRACE-1), a także wymiary obiektu, które wpływają bezpośrednio na powierzchnie oporu i SRP, przyczyniające się do perturbacji mających wpływ na żywotność obiektu.



**Rysunek 5.8.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity **Tiangong** wraz z danymi rzeczywistymi.

Parametry orbitalne mają podobne przebiegi porównując je do danych rzeczywistych. Między mimośrodem i inklinacją wskazują najbardziej rozbieżne wyniki względem danych rzeczywistych. Przebieg inklinacji nie ma znaczenia na wartość żywotności, natomiast wyznaczony przebieg mimośrodu może być niedokładny ze względu na przyjęcie średniej aktywności słonecznej, która nie wskazywała tak dokładnych wyników jak aktywność niska, co zostało przedstawione na rysunku 5.7.



**Rysunek 5.9.** Żywotność (metoda 5) satelity **Tiangong** dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi.

Otrzymane przebiegi potwierdzają poprawność działania programu, nawet dla obiektów orbitalnych skali stacji kosmicznej. Rzeczywiste dane wskazują na okres deorbitacji w czasie bardzo niskiej aktywności słonecznej, jednak może być to także spowodowane znacznie większymi gabarytami obiektu w porównaniu do typowych satelitów na orbicie LEO.

## 5. Wyniki i ich analiza

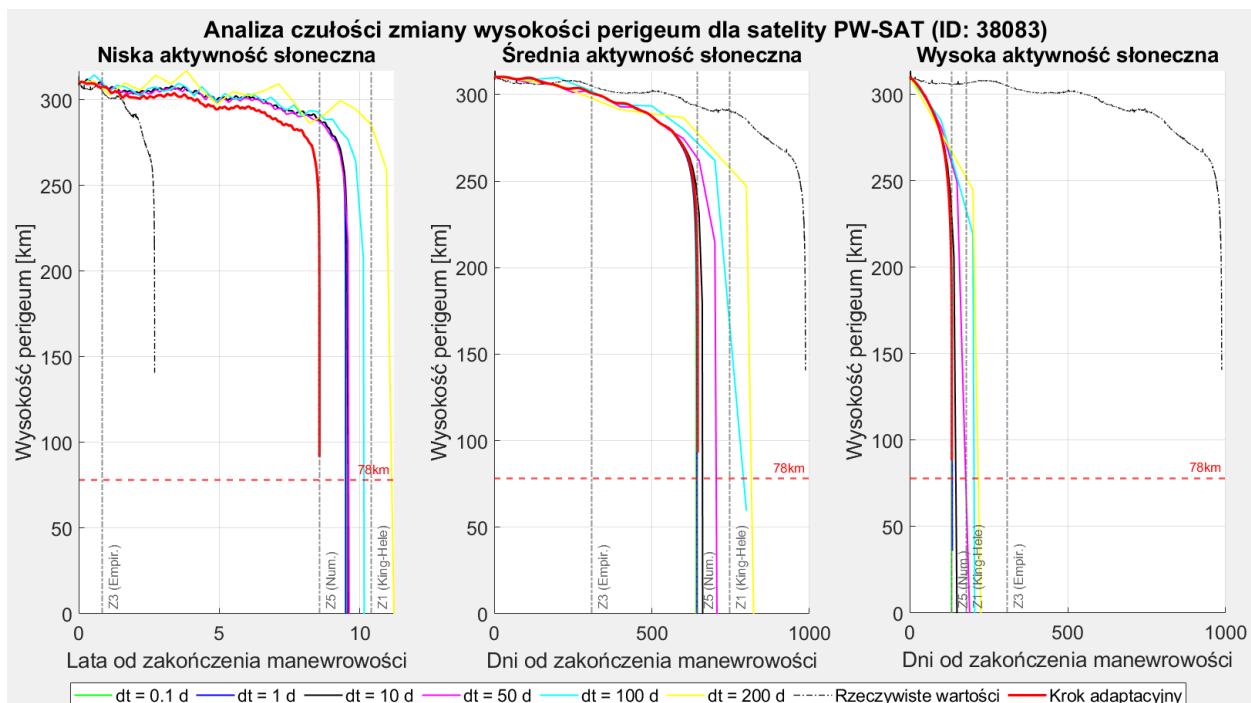
### 5.1.4. Przypadek walidacyjny: PW-Sat

Początkowe parametry orbitalne wraz z datami startu analizy oraz deorbitacji zebrane w tabeli 5.4.

**Tabela 5.4.** Początkowe parametry orbitalne satelity PW-Sat.

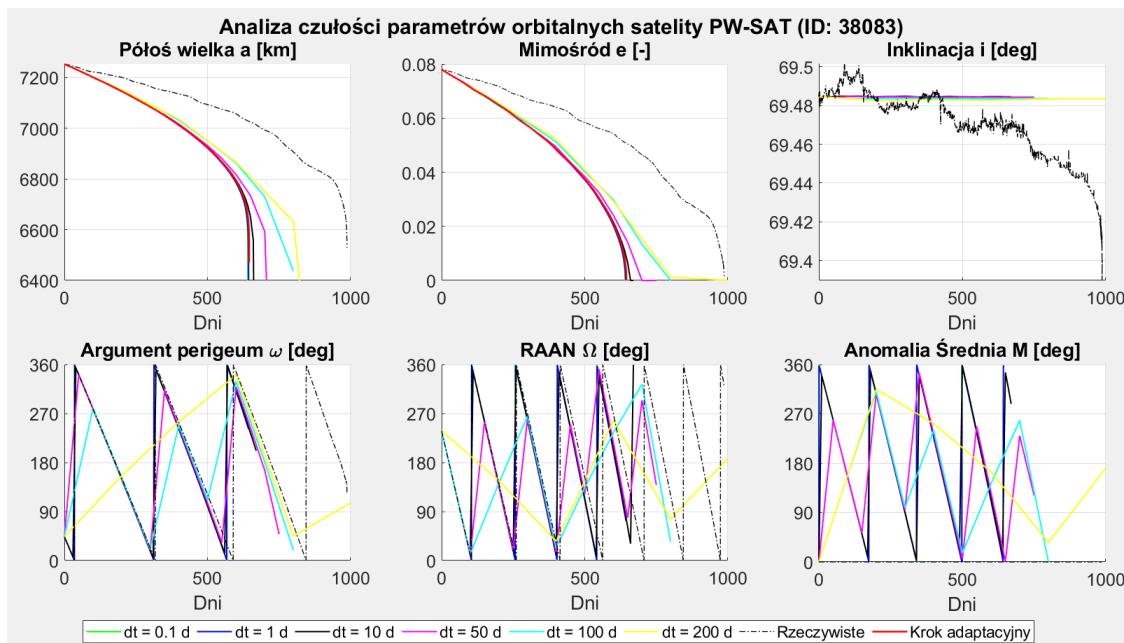
Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	13-02-2012, 20:20:23	-
Ekscentryczność	0,0779622	-
Półosi wielka	7253,852	km
Wysokość perigeum	310,189	km
Inklinacja	69,4846	°
Argument perigeum	43,8058	°
Rektascensja węzła wstępującego	237,8862	°
Data deorbitacji	28-10-2014, 02:52:10	-

Wyniki analizy zaprezentowano na wykresach 5.10, 5.11, 5.12.



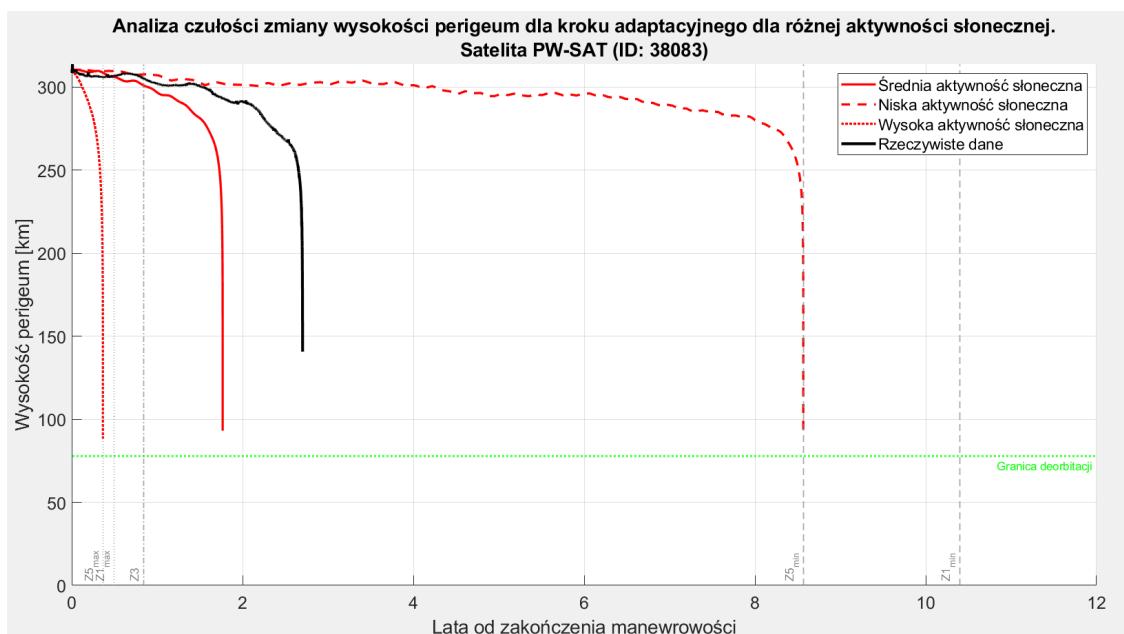
**Rysunek 5.10.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity PW-Sat wraz z danymi rzeczywistymi.

Wyniki żywotności analitycznych, empirycznych i numerycznych są zbliżone w przypadku scenariusza wysokiej aktywności słonecznej. W przypadku satelity PW-Sat nie zostały przeprowadzone obliczenia żywotności metodą analityczną, uproszczoną. Wynika to z zakresu stosownalności metody drugiej (rysunek 4.4). Mimośrodowość analizowanego satelity jest na tyle wysoka, że obliczenia żywotności metodą drugą byłby całkowicie niepoprawne, dając bardzo niedokładne wyniki. Analiza czułości wskazuje, że kroki czasowe powyżej 10 dni dają wyniki obarczone widocznie większym błędem w porównaniu do kroku adaptacyjnego.



**Rysunek 5.11.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity PW-Sat wraz z danymi rzeczywistymi.

W przypadku satelity PW-Sat zauważać można bardzo zbliżone przebiegi parametrów orbitalnych w porównaniu do danych rzeczywistych. Wszystkie krzywe półosi wielkiej i ekscentryczności mają charakter malejący, a przesunięcie między wartościami rzeczywistymi a obliczonymi wynikają z założonego modelu gęstości atmosfery.



**Rysunek 5.12.** Żywotność (metoda 5) satelity PW-Sat dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi.

Otrzymany zakres życia zawiera rzeczywistą życie satelity, sugerując okres deorbitacji w warunkach zanikowej aktywności słonecznej. Otrzymane wyniki wskazują na poprawne działanie programu dla satelitów typu CubeSat, reprezentowanych przez PW-Sat.

## 5. Wyniki i ich analiza

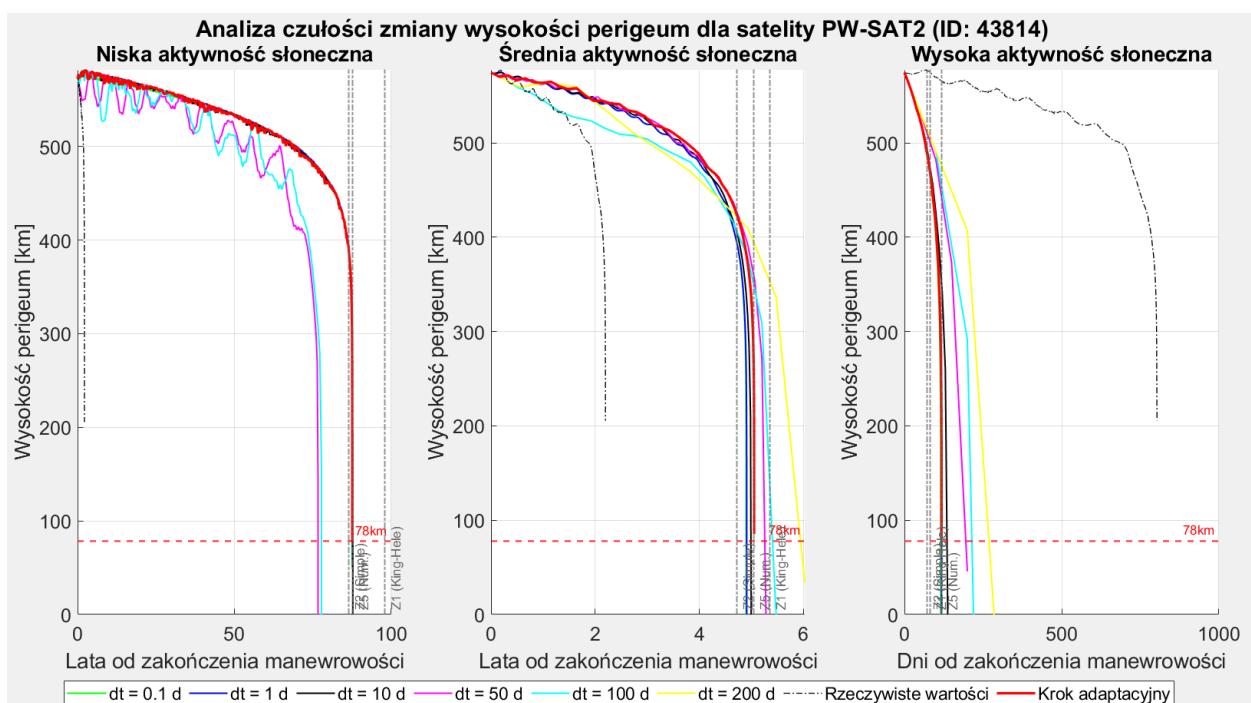
### 5.1.5. Przypadek walidacyjny: PW-Sat 2

Początkowe parametry orbitalne wraz z datami startu analizy oraz deorbitacji zebrane w tabeli 5.5.

**Tabela 5.5.** Początkowe parametry orbitalne satality **PW-Sat 2**.

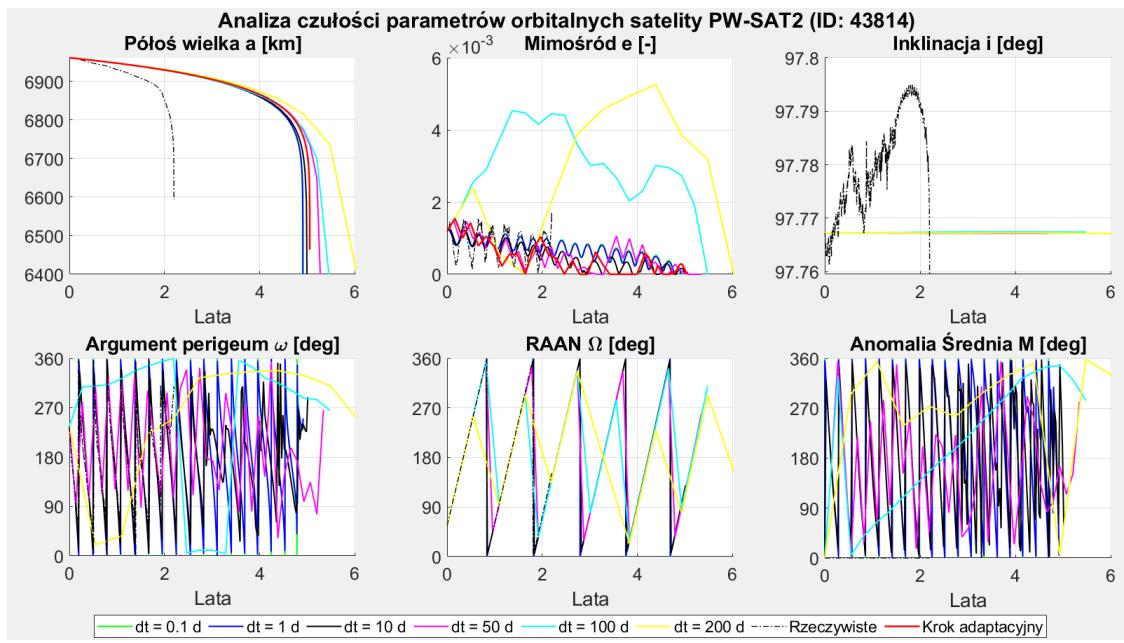
Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	13-12-2018, 02:56:43	-
Ekscentryczność	0,0011871	-
Półos wielka	6960,989	km
Wysokość perigeum	574,589	km
Inklinacja	97,7672	°
Argument perigeum	236,0402	°
Rektascensja węzła wstępującego	56,1804	°
Data deorbitacji	22-02-2021, 23:00:43	-

Wyniki analogicznej jak w poprzednich rozdziałach analizy zaprezentowano na wykresach 5.13, 5.14, 5.15.



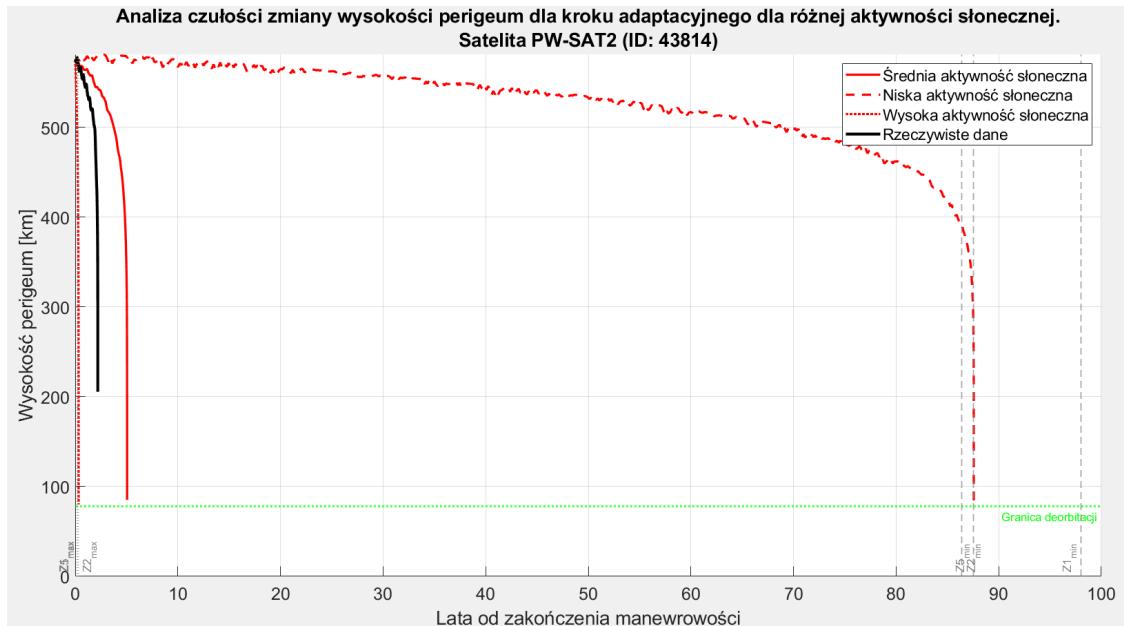
**Rysunek 5.13.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satality **PW-Sat 2** wraz z danymi rzeczywistymi.

Wyniki dla różnych metod są zbliżone do siebie dla każdego przypadku aktywności słonecznej, natomiast dane rzeczywiste nie są dobrze odwzorowane dla żadnego ze scenariuszy aktywności słonecznej. Zauważać można brak metody empirycznej, która wynika ze zbyt wysokiej wysokości perigeum, przekraczającej zakres stosownalności (rysunek 4.4).



**Rysunek 5.14.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity PW-Sat 2 wraz z danymi rzeczywistymi.

Przebiegi parametrów orbitalnych są zbliżone do rzeczywistych. Największa rozbieżność jest widoczna dla inklinacji, która nie ma tak dużego znaczenia dla wyznaczenia żywotności jak półosią wielką i ekscentryczność.



**Rysunek 5.15.** Żywotność (metoda 5) satelity PW-Sat 2 dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi.

Rzeczywista żywotność satelity mieści się w wyznaczonym zakresie żywotności, który dla analizowanego przypadku jest niezwykle szeroki (od 150 dni do 90 lat). Tak szeroki zakres jest spowodowany stosunkowo dużą wartością rozpiętości w porównaniu do niskiej masy całkowitej, co jest spowodowane użyciem żagla słonecznego w satelicie PW-Sat 2, który służył szybszej deorbitacji satelity. Zastosowanie żagla może być też przyczyną, dlaczego żywotność satelity odpowiada żywotności przy podwyższonej aktywności słonecznej.

## 5.2. Wyniki szczegółowe dla pojedynczego satality

Szczegółowej analizie poddano reprezentatywne jednostki z najliczniejszych obecnie konstelacji operujących na niskiej orbicie okoziemskiej:

1. Konstelacja Starlink - **Starlink-35257**;
2. Konstelacja OneWeb - **OneWeb-0007**;
3. Konstelacja Kuiper - **Kuiper-00167**;
4. Konstelacja Guowang - **Hulianwang DIGUI-67**;
5. Konstelacja Qianfan - **Qianfan-67**;

O ile etap walidacji (rozdział 5.1) skupiał się na obiektach historycznych, w tym rozdziale badany jest wpływ zaimplementowanych modeli perturbacji na satality będące w fazie operacyjnej.

Dla każdego reprezentatywnego satality zostały przedstawione wykresy całkowitych perturbacji kluczowych parametrów orbitalnych, analizy czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej aktywności słonecznej, analizy czułości zmian wysokości perigeum dla trzech (minimalna, średnia, maksymalna) gęstości atmosfery oraz dla trzech gęstości wyznaczono zakres żywotności danego satality, wyznaczony metodą numeryczną.

Dodatkowo, dla skrajnie wysoko (OneWeb) i skrajnie nisko (Starlink) orbitujących konstelacji, przeprowadzono analizę składowych perturbacji, która pozwoliła na określenie dominujących czynników wpływających na degradację orbity w różnych reżimach wysokościowych. Szczególne znaczenie przypisano porównaniu modeli niejednorodności pola grawitacyjnego Ziemi. Zastosowanie modelu złożonego (wzory 2.35, 2.36, 2.38, 2.37, 2.39 z harmonicznymi  $J_2, J_3, J_4$ ) w konfrontacji z modelem prostym (wzory 2.33, 2.32, 2.34 z harmoniczną  $J_2$ ) pozwoliło porównać wyniki perturbacji, a także żywotności satelitów.

Dane orbitalne (TLE) zostały zebrane dnia 07.12.2025r. o godz. 09:00 i jest to przyjęty czas odniesienia dla satality, z wyjątkiem danych z których TLE wskazywał inaczej.

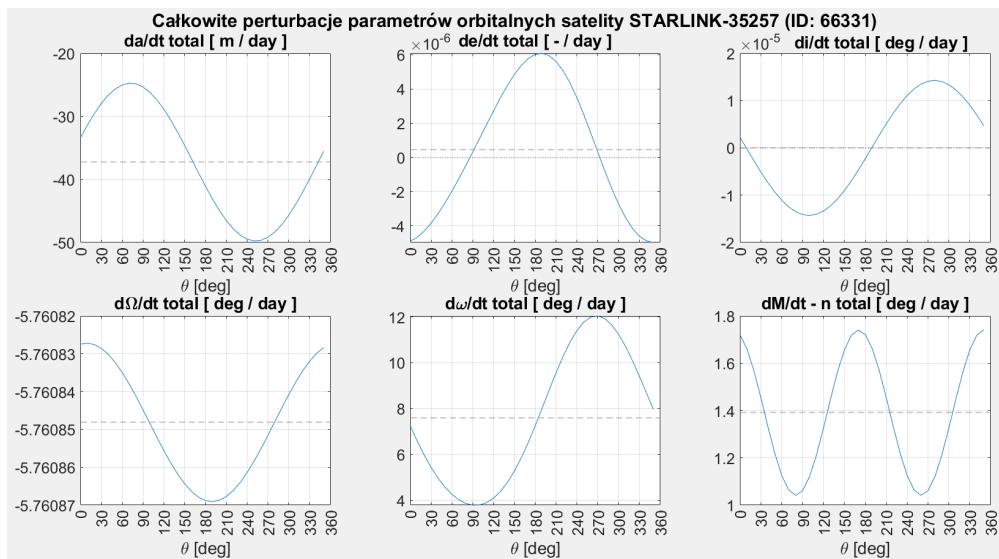
### 5.2.1. Wyniki szczegółowe: Starlink

Początkowe parametry orbitalne wraz z danymi fizycznymi i datą odniesienia do analizy zebrano w tabeli 5.6.

**Tabela 5.6.** Początkowe parametry orbitalne satality **Starlink-35257**.

Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	07-12-2025, 09:00:03	-
Ekscentryczność	0,0000758	-
Półosi wielka	6821,312	km
Wysokość perigeum	442,794	km
Inklinacja	42,9997	°
Argument perigeum	260,7834	°
Rektascensja wezła wstępującego	16,3706	°
Masa	575	kg
Długość	0,3	m
Średnica	4,1	m
Rozpiętość	29	m

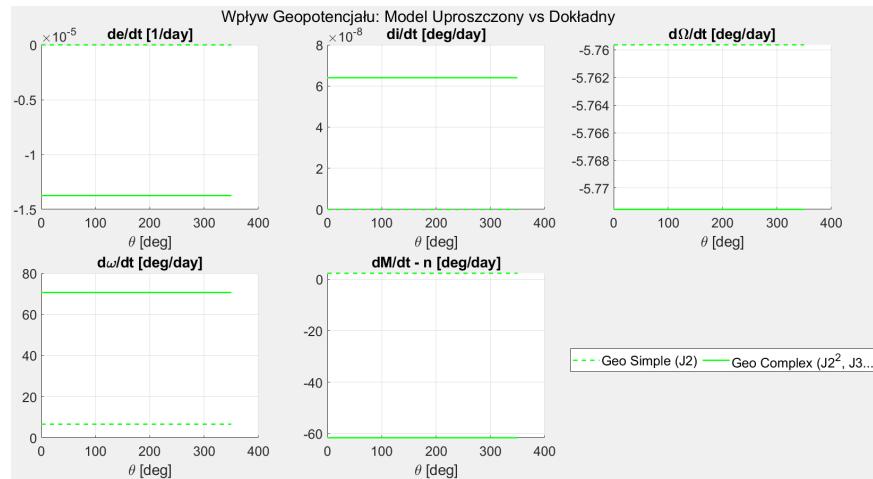
Wyniki obliczeń zaprezentowano na wykresach 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21.



**Rysunek 5.16.** Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Starlink-35257.

Krzywe perturbacji mają przebieg okresowy, jako suma funkcji trygonometrycznych o różnych okresach (szczegółowe składowe na rysunku 5.18). Największe zmiany dobowe można zaobserwować dla argumentu perigeum, który może się zmieniać nawet o  $12^\circ$  w ciągu dnia. Uśredniona wartość tych zmian (do obliczeń długotrwałych zmian parametrów) wynosi około  $8^\circ$  dziennie, co również jest wartością niepomijalną. Wartość dziennej zmiany inklinacji jest rzędu  $10^{-5}$ , a uśredniona wartość jest pomijalnie niska. Parametry najbardziej powiązane z wyznaczeniem żywotności (wzór 4.5), czyli półos wielka i mimośrodowość mają niskie wartości średnich zmian dziennych, jednak przy analizie długotrwałych zmian wartości te będą miały duże znaczenie.

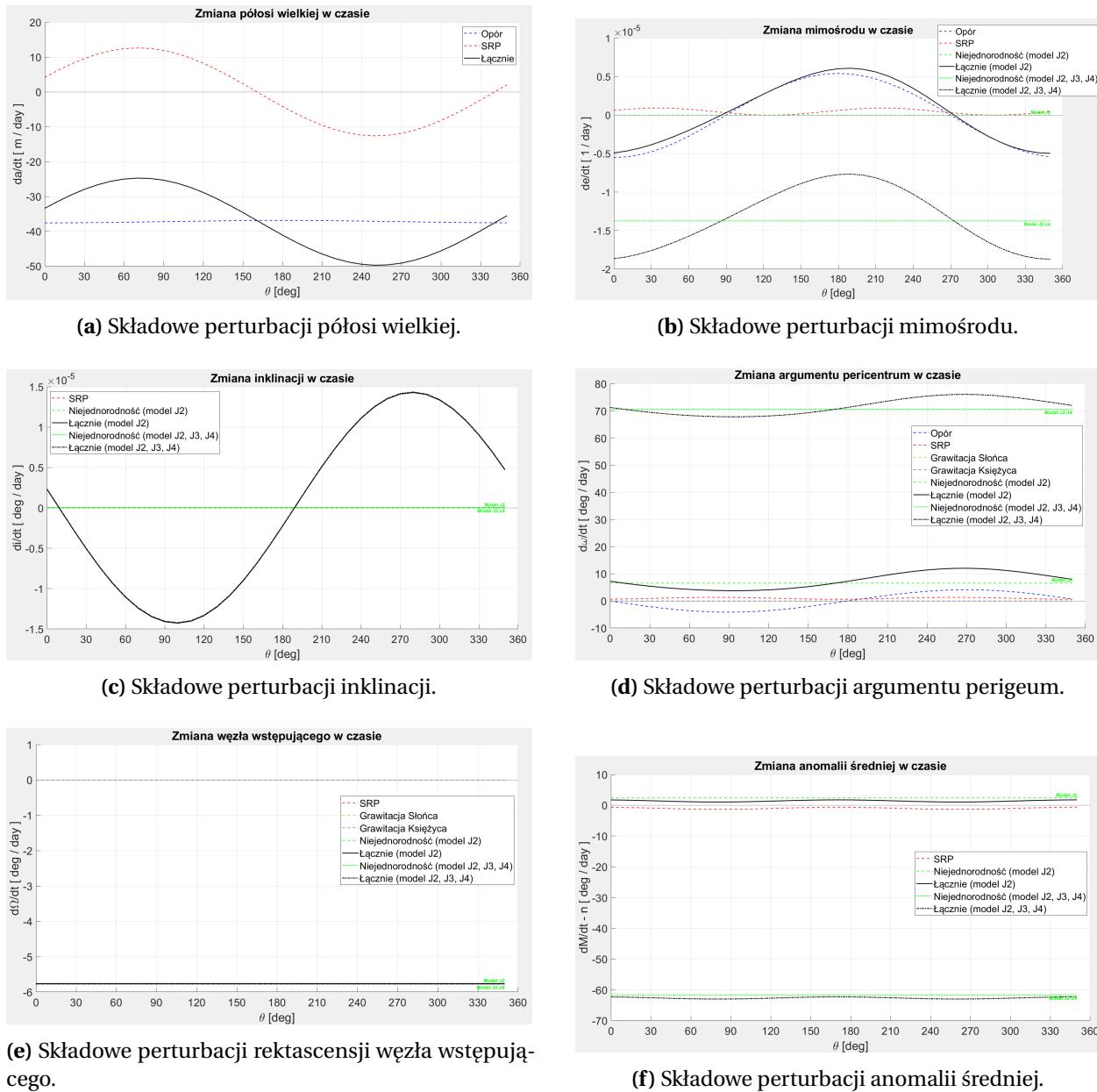
Dla satelity konstelacji Starlink, jako dla konstelacji o najniższej wysokości perigeum przeprowadzono analizę wpływu modelu niejednorodności planety na otrzymane wyniki.



**Rysunek 5.17.** Porównanie modeli perturbacji od niejednorodności Ziemi dla satelity Starlink-35257.

Wykres porównujący jedynie różnice między stałymi (niezależnymi od kąta  $\theta$ ) wartościami składowych perturbacji pokazuje jedynie różnice w wartościach między perturbacjami dla różnych modeli, jednak nie przedstawia tych różnic w perspektywie łącznych perturbacji, co zostało przedstawione na rysunku 5.19.

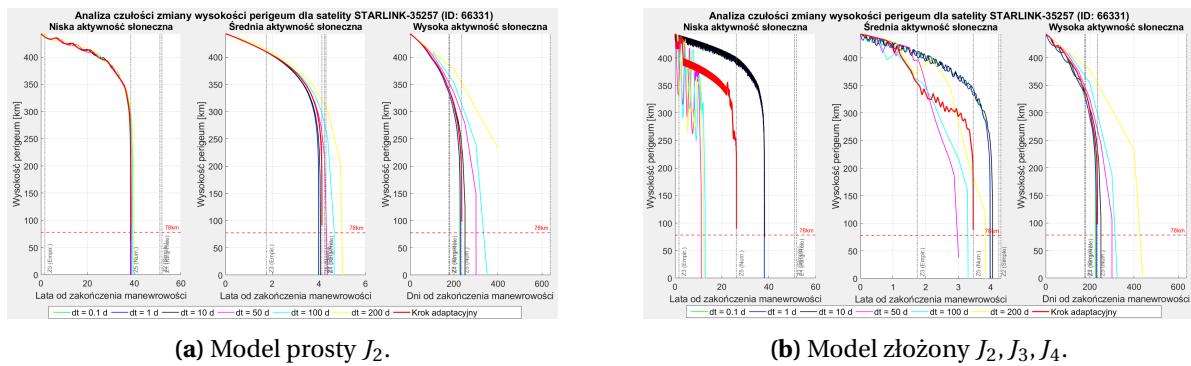
## 5. Wyniki i ich analiza



**Rysunek 5.18.** Składowe perturbacji parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Starlink-35257.

Zauważać można sinusoidalny charakter poszczególnych składowych, który wpływa na określony przebieg każdej z całkowitych perturbacji. Wpływ modelu niejednorodności nie ma znaczenia dla takich parametrów jak rektascensja węzła wstępującego, inklinacja czy półosią wielką, natomiast widoczne zmiany można dostrzec dla anomalii średniej, argumentu perigeum oraz mimośrodu. Znaczna różnica w perturbacjach mimośrodu jest zaskakująca, zważywszy na to, że w typowych analizach perturbacji od niejednorodności przyjmuje się pomijalny wpływ niejednorodności na zmiany mimośrodu, co omówiono w rozdziale 2.2.2. Na rysunku 2.14 w rozdziale 2.2.6 zauważać można istotny wpływ harmonicznych  $J_3$  oraz  $J_4$  dla orbit LEO, co może tłumaczyć otrzymywane różnice dla zmian mimośrodu.

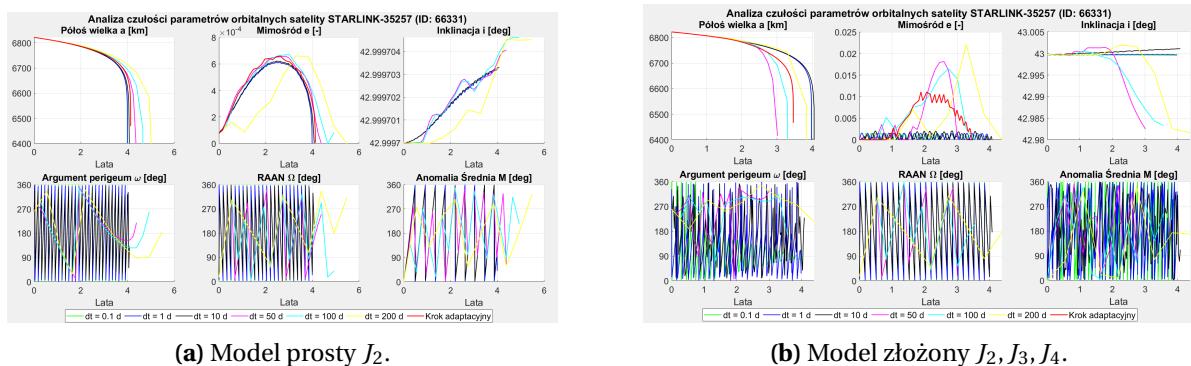
Dominującym źródłem perturbacji jest opór atmosfery oraz niejednorodność pola grawitacyjnego, co jest oczekiwany wynikiem dla orbit LEO o niskich wysokościach perigeum.



Rysunek 5.19. Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity Starlink-35257. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

Analiza czułości wysokości perigeum ma gładki charakter dla prostego modelu niejednorodności i oscylacyjny dla modelu złożonego. Dla prostego modelu wartości żywotności są najbardziej zbliżone do siebie dla średniej i wysokiej aktywności słonecznej. Jedynie żywotność empiryczna nie ma wartości zbliżonych do pozostałych metod dla żadnej z analizowanych aktywności słonecznych. Kroki czasowe 0, 1, 1 oraz 10 dni mają zbliżone wartości dla przebiegu z krokiem adaptacyjnym, natomiast wyższe wartości kroku czasowego obarzone są znacznym błędem, co zgadza się z obserwacjami przy walidacji wyników w rozdziale 5.1. Dla złożonego modelu niejednorodności, jedynie scenariusz wysokiej aktywności słonecznej prezentuje charakter krzywych zbliżony dla modelu prostego. Dla wysokiej aktywności, żywotności wyznaczone analitycznie i numerycznie dają zbliżone wyniki, natomiast żywotność empiryczna wskazuje na zupełnie inne wartości żywotności, tak samo jak w przypadku modelu prostego.

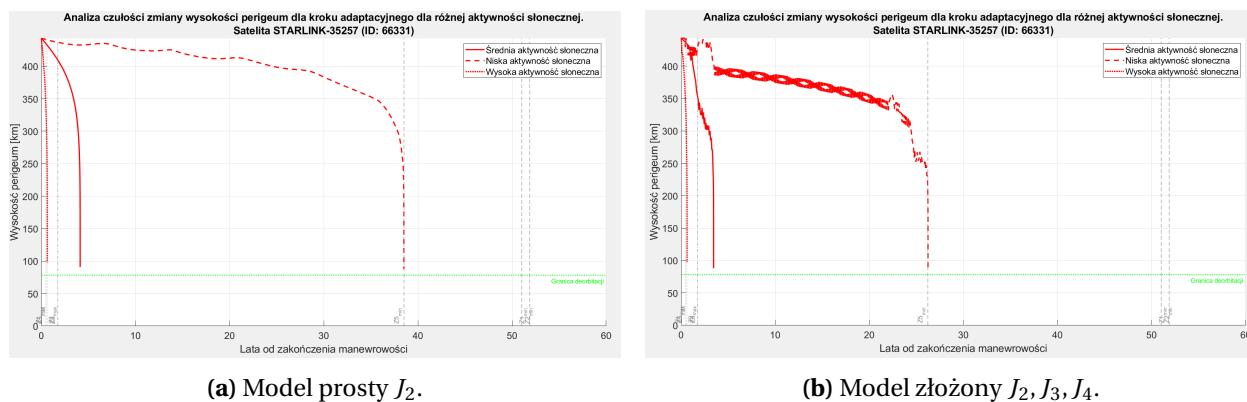
Dla wysokiej aktywności słonecznej, żywotności dla obu modeli mają bardzo zbliżone wartości. Dla średniej aktywności są one obarzone małą, ale widoczną różnicą, natomiast dla niskiej aktywności wyniki znacznie różnią się od siebie.



Rysunek 5.20. Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Starlink-35257. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

Oscylacyjny charakter krzywych dla modelu złożonego jest dobrze ukazany na rysunku 5.20b w przypadku analizy czułości mimośrodu. Wykresy zmian mimośrodu dla modelu złożonego znacznie różnią się od przebiegów dla modelu prostego, zarówno pod względem wartości jak i przebiegu funkcji, co wynika z różnic między perturbacją mimośrodu zaobserwowaną przy rysunku 5.18b. Pozostałe przebiegi potwierdzają wniosek, iż krok czasowy powyżej 10 dni obarczony jest widocznym błędem.

## 5. Wyniki i ich analiza



**Rysunek 5.21.** Życotność (metoda 5) satelity Starlink-35257 dla trzech modeli gęstości atmosfery. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

Zakres żywotności otrzymany dla złożonego modelu niejednorodności jest widocznie węższy niż dla modelu prostego. Żywotności analityczne (metoda 1 i 2) nie są czułe na zmiany modelu niejednorodności i wskazują na te same wartości żywotności dla obu modeli. Żywotność dla wysokiej i średniej aktywności słonecznej nie różni się tak znacząco dla obu modeli jak w przypadku niskiej aktywności.

Ze względu na nierzeczywisty (znaczące oscylacja, które nie są widoczne w przypadku danych rzeczywistych w rozdziale 5.1) charakter przebiegu zmian wysokości perigeum w czasie, wyniki otrzymane dla modelu złożonego mogą być mało miarodajne, szczególnie dla analizy przy niskiej aktywności słonecznej.

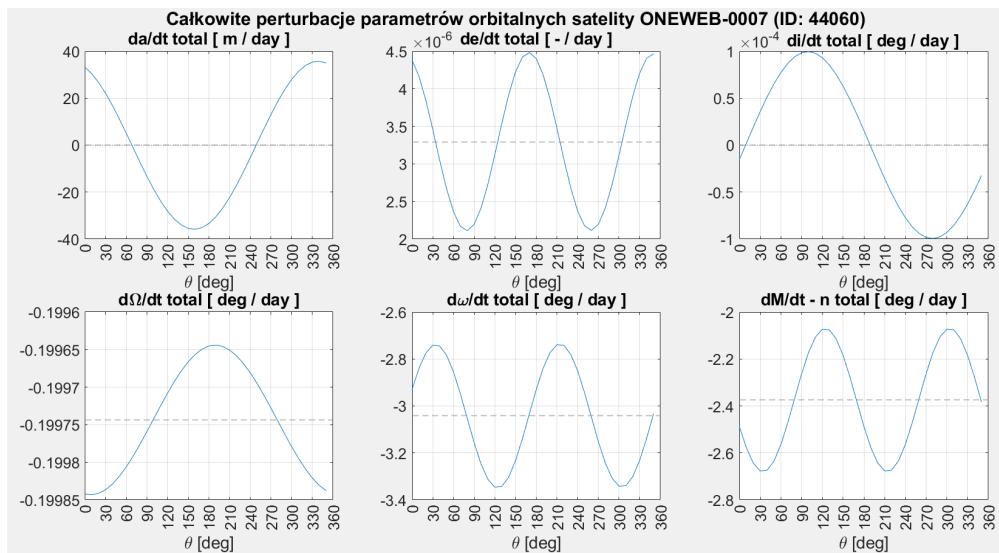
### **5.2.2. Wyniki szczegółowe: OneWeb**

Początkowe parametry orbitalne wraz z danymi fizycznymi i datą odniesienia do analizy zebrano w tabeli 5.7.

**Tabela 5.7.** Początkowe parametry orbitalne satelity OneWeb-0007.

Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	07-12-2025, 04:24:43	-
Ekscentryczność	0,0002217	-
Półosi wielka	7579,776	km
Wysokość perigeum	1200,095	km
Inklinacja	87,8985	°
Argument perigeum	80,9786	°
Rektascensja węzła wstępującego	297,5484	°
Masa	148	kg
Długość	1,3	m
Srednica	1	m
Rozpiętość	5	m

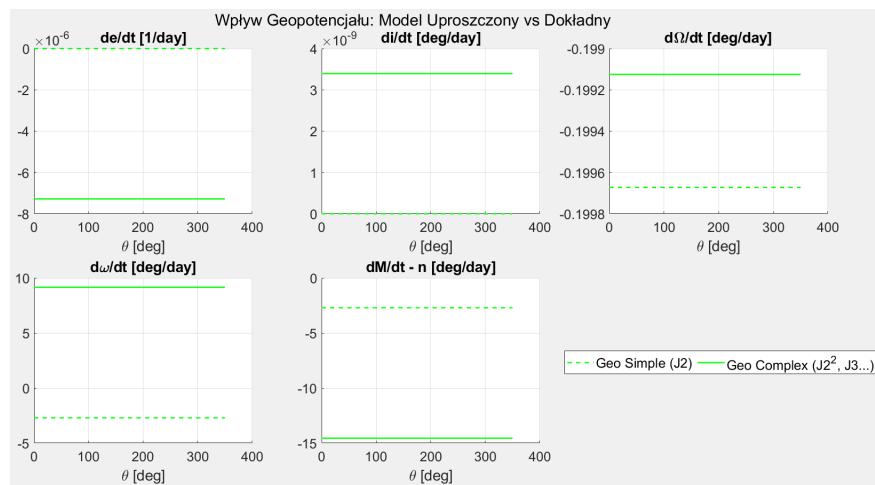
Wyniki obliczeń zaprezentowano na wykresach 5.22, 5.23, 5.24, 5.25, 5.26, 5.27.



Rysunek 5.22. Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity OneWeb-0007.

Krzywe perturbacji, podobnie jak w przypadku satelity Starlink, mają przebieg okresowy, jako suma funkcji trygonometrycznych o różnych okresach (szczegółowe składowe na rysunku 5.24). Największe zmiany dobowe również osiągane są dla argumentu perigeum, natomiast maksymalne wartości tych zmian wynoszą  $3,35^\circ$  w ciągu dnia, co jest niemal czterokrotnie niższą wartością niż dla satelity Starlink. Wartość dzienną zmiany inklinacji jest rzędu  $10^{-4}$  (dziesięciokrotnie większa niż dla satelity Starlink), natomiast uśredniona wartość również jest pomijalnie mała. Uśredniona zmiana półosi wielkiej jest bliska零, natomiast uśredniona zmiana mimośrodu jest rzędu  $10^{-6}$ .

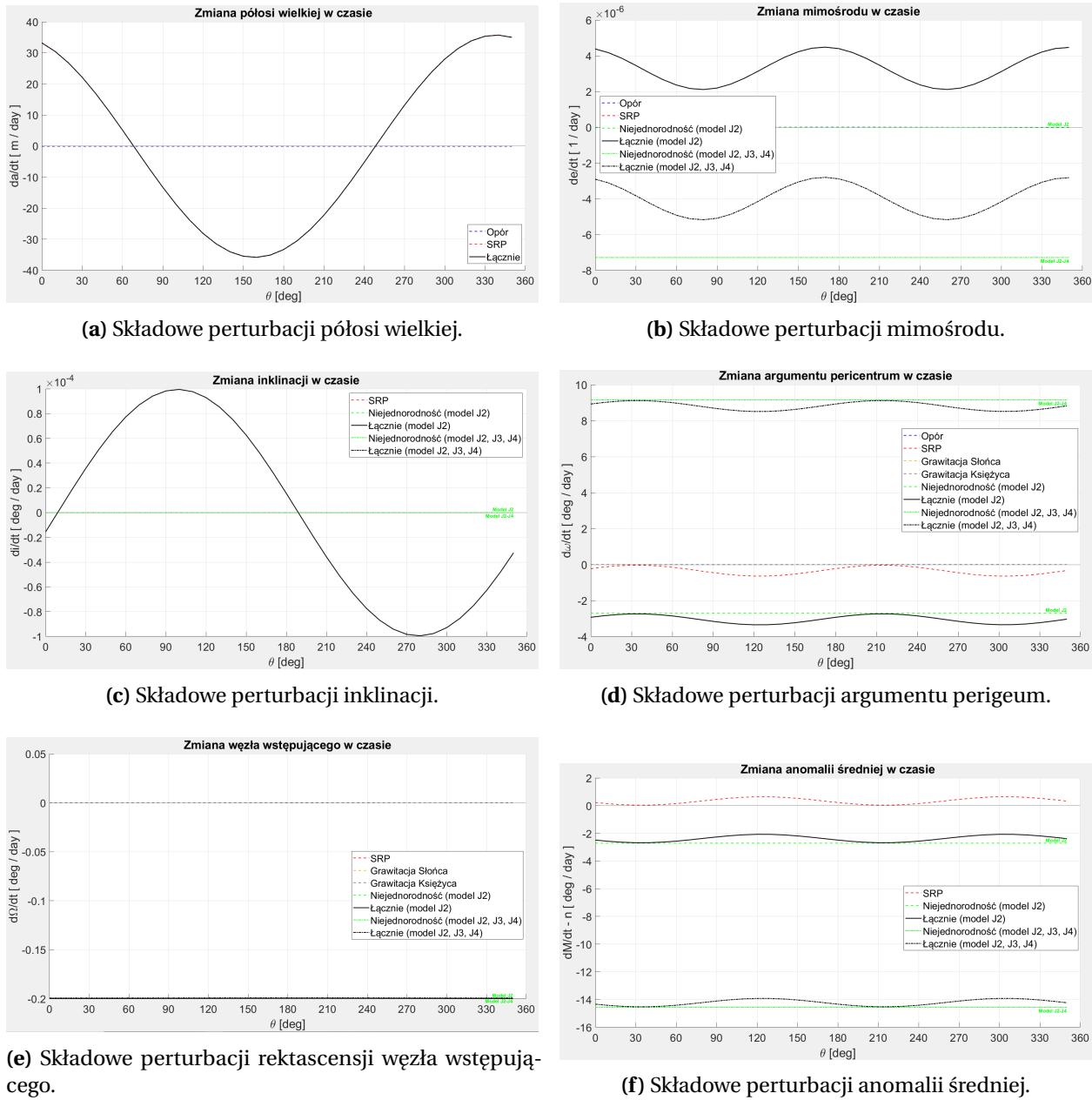
Dla satelity konstelacji OneWeb, jako dla konstelacji LEO o najwyższej wysokości perigeum przeprowadzono analizę wpływu modelu niejednorodności planety na otrzymane wyniki.



Rysunek 5.23. Porównanie modeli perturbacji od niejednorodności Ziemi dla satelity OneWeb-0007.

Kolejny raz widoczna jest znaczna różnica w wartości zmian mimośrodu, która związana jest wyłącznie z modelem niejednorodności. Znaczącej zmianie ulega także przyrost argumentu perigeum oraz przyrost anomalii średniej.

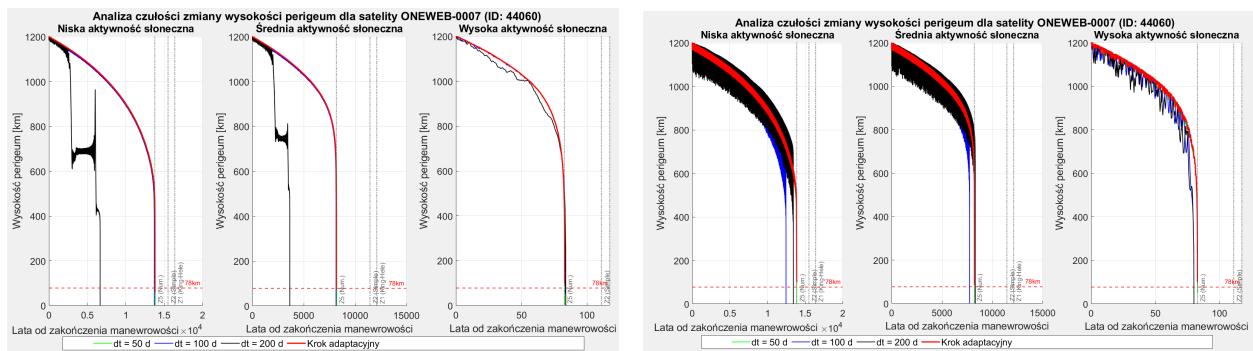
## 5. Wyniki i ich analiza



**Rysunek 5.24.** Składowe perturbacji parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity OneWeb-0007.

Model niejednorodności drastycznie zmienia wartość przyrost mimośrodu (wykres 5.24b) również dla obiektu na wyższych wysokościach perigeum orbity LEO. Istotne zmiany można także dostrzec dla anomali średniej (wykres 5.24f) oraz dla argumentu perigeum (wykres 5.24d).

Poza niejednorodnością, kluczowym źródłem perturbacji dla satelity OneWeb jest ciśnienie promieniowania słonecznego, co można zaobserwować na rysunkach 5.24a oraz 5.24c. Wraz ze wzrostem wysokości perigeum orbity, maleje wpływ oporu atmosferycznego, a rośnie wpływ ciśnienia promieniowania słonecznego, co jest zgodne z literaturą (rozdział 2.2.6).

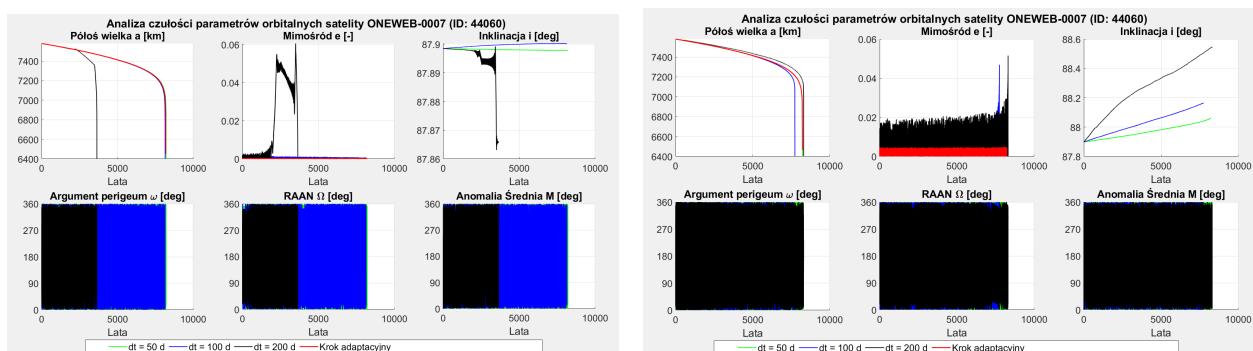
(a) Model prosty  $J_2$ .(b) Model złożony  $J_2, J_3, J_4$ .

**Rysunek 5.25.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity **OneWeb-0007**. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

Z uwagi na czas obliczeń przekraczający godziny, dla orbit LEO o wysokościach perigeum przekraczających typowe 500 km konieczne było ograniczenie wektora kroków czasowych poprzez usunięcie najmniejszych kroków czasowych. Obliczenia dla satelity OneWeb zostały przeprowadzone dla kroków 50, 100 oraz 200 dni, które dla satelitów Starlink i satelitów w rozdziale 5.1 obliczały żywotność z widoczną niedokładnością. Z uwagi na to, że otrzymane żywotności są rzędu tysięcy lat, możliwość wystąpienia zauważalnych odchyleń został pominięty. Wyniki analityczne wskazują żywotności podobnego rzędu wielkości. Kroki czasowe 50 oraz 100 dni wykazują podobny przebieg krzywej w porównaniu do kroku adaptacyjnego. Krok 200 dni powoduje oscylacje dla początkowych lat, następnie następuje znaczny spadek wysokości, narastające oscylacje i kolejny nagły spadek, co może wynikać zarówno z błędu dyskretyzacji (bardzo duży krok czasowy), jak i z niestabilności numerycznej.

Metoda empiryczna nie została uwzględniona ze względu na wysokości orbit znacznie przekraczające zakres stosowności metody (rysunek 4.4). Dla niskiej aktywności słonecznej wszystkie trzy analizowane metody wskazują na podobną żywotność satelity. Wraz ze wzrostem aktywności słonecznej różnica między wynikami analitycznymi, a numerycznymi ulega zwiększeniu.

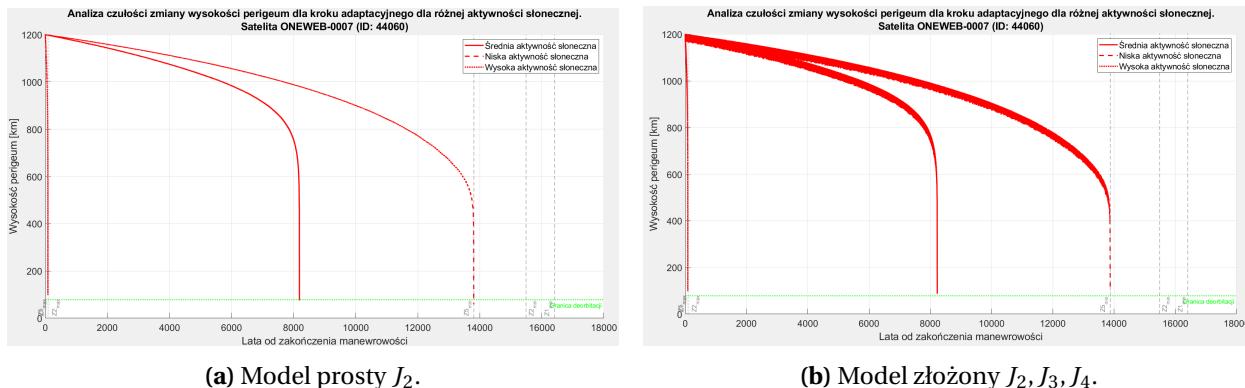
Dla modelu złożonego oscylacje widoczne są na każdej analizowanej aktywności słonecznej, natomiast dla każdego z analizowanych kroków czasowych wyniki są podobne do wyników z krokiem adaptacyjnym i również do wyników dla modelu prostego.

(a) Model prosty  $J_2$ .(b) Model złożony  $J_2, J_3, J_4$ .

**Rysunek 5.26.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity **OneWeb-0007**. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

## 5. Wyniki i ich analiza

Ze względu na żywotność wyrażoną w tysiącach lat, przebiegi funkcji zmiany kątów argumentu perigeum, rektascensji węzła wstępującego i anomalii średniej są nieczytelne. Problem z krokiem czasowym 200 dni dla modelu prostego jest dobrzeauważalny dla zmiany mimośrodu i inklinacji. Dla modelu złożonego, na wykresie zmiany mimośrodu widoczne są największe oscylacje, które mogą być powodem oscylacyjnego przebiegu na rysunku 5.25.



**Rysunek 5.27.** Żywotność (metoda 5) satelity **OneWeb-0007** dla trzech modeli gęstości atmosfery. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi.

Otrzymane zakresy żywotności są bardzo podobne dla obu modeli. Jest to bardzo szeroki zakres (od 80 do 15000 lat) i wynika z nieznanych warunków aktywności słonecznej, które przekładają się zarówno na perturbacje SRP, jak i na inne wartości gęstości atmosferycznej, istotniejsze dla niższych wysokości. Zakres otrzymany metodą numeryczną jest większy od zakresu otrzymanego metodami analitycznymi, dzięki czemu możliwe jest dokładniejsze wstępne określenie szacowanej żywotności satelity na wyższych wysokościach perigeum, takich jak satelity z konstelacji OneWeb.

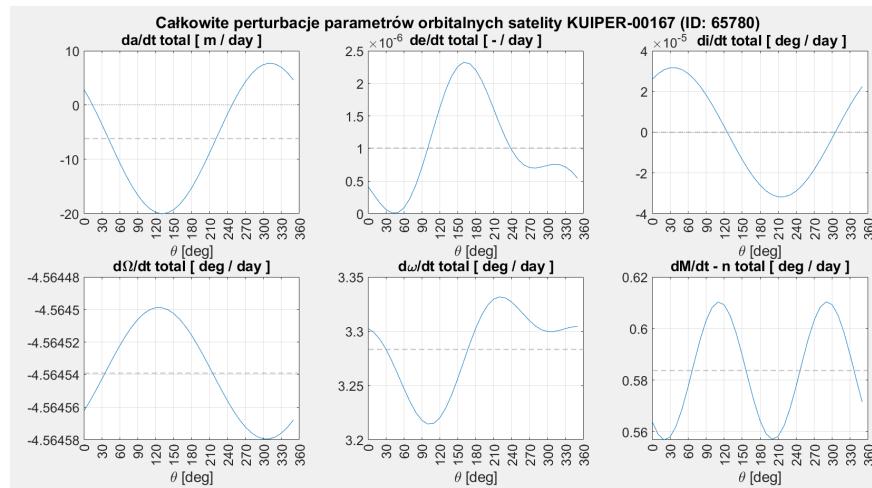
### 5.2.3. Wyniki szczegółowe: Kuiper

Początkowe parametry orbitalne wraz z danymi fizycznymi i datą odniesienia do analizy zebrane w tabeli 5.8.

**Tabela 5.8.** Początkowe parametry orbitalne satelity **Kuiper-00167**.

Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	07-12-2025, 09:00:03	-
Ekscentryczność	0,001109	-
Półosi wielka	6944,700	km
Wysokość perigeum	558,998	km
Inklinacja	51,9032	°
Argument perigeum	324,7822	°
Rektascensja węzła wstępującego	95,1307	°
Masa	490	kg
Długość	1,8	m
Średnica	0,7	m
Rozpiętość	5	m

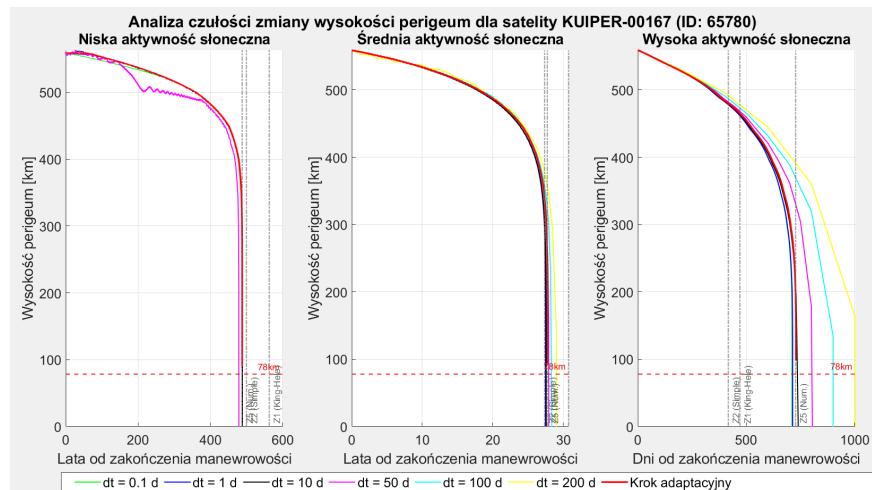
Wyniki obliczeń zaprezentowano na wykresach 5.28, 5.29, 5.30, 5.31.



**Rysunek 5.28.** Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Kuiper-00167.

Przebiegi perturbacji są funkcjami okresowymi, jako suma funkcji sinusoidalnych o różnych okresach. Dla przyrostu mimośrodu i argumentu perigeum zauważalny jest brak symetrii pionowej przebiegu. Jest to skutek sumy kilku funkcji sinusoidalnych o różnych okresach, ale podobnej amplitudzie, co oznacza, że pewne źródła perturbacji mają wpływ podobnego rzędu wielkości.

Przyrosty poszczególnych parametrów orbitalnych są podobnych wartości co dla satelity Starlink (rozdział 5.2.1), ponieważ obie konstelacje znajdują się na orbitach o podobnych wysokościach perigeum. Z tego względu, oczekiwane wartości żywotności powinny być podobnego rzędu wielkości (wyższe ze względu na wyższą orbitę) porównując do konstelacji Starlink (rysunek 5.21).

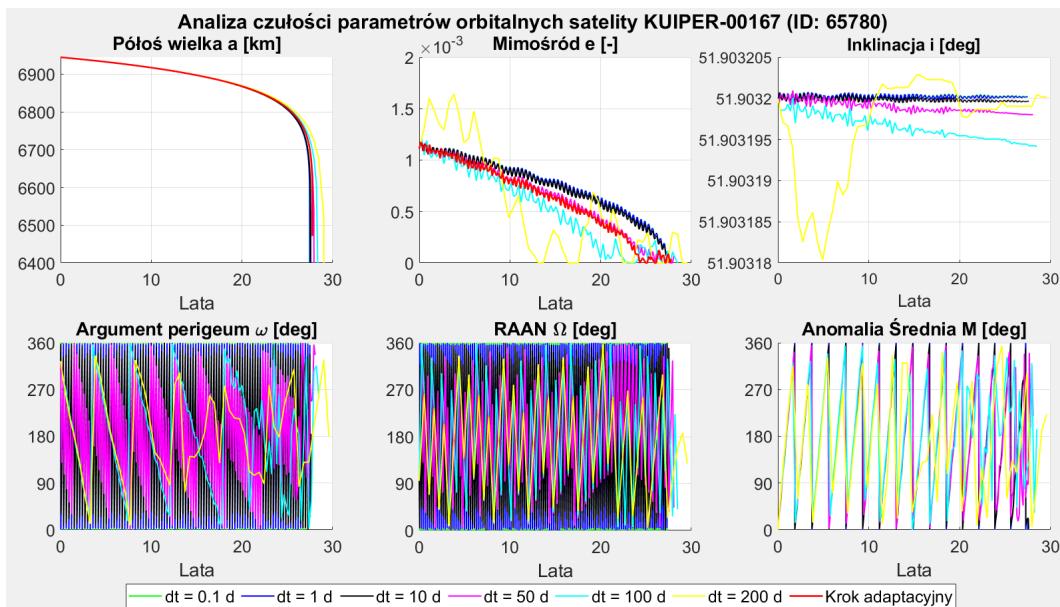


**Rysunek 5.29.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity Kuiper-00167.

Analiza czułości wykazała, że metody analityczne i numeryczna miały największą zbieżność wyników dla średniej aktywności słonecznej. Wartość kroku czasowego, dla którego wyniki obarczone są widoczną rozbieżnością od pozostałych wynosi minimum 50 dni, co jest wartością typową dla satelitów na niższych wysokościach orbity LEO.

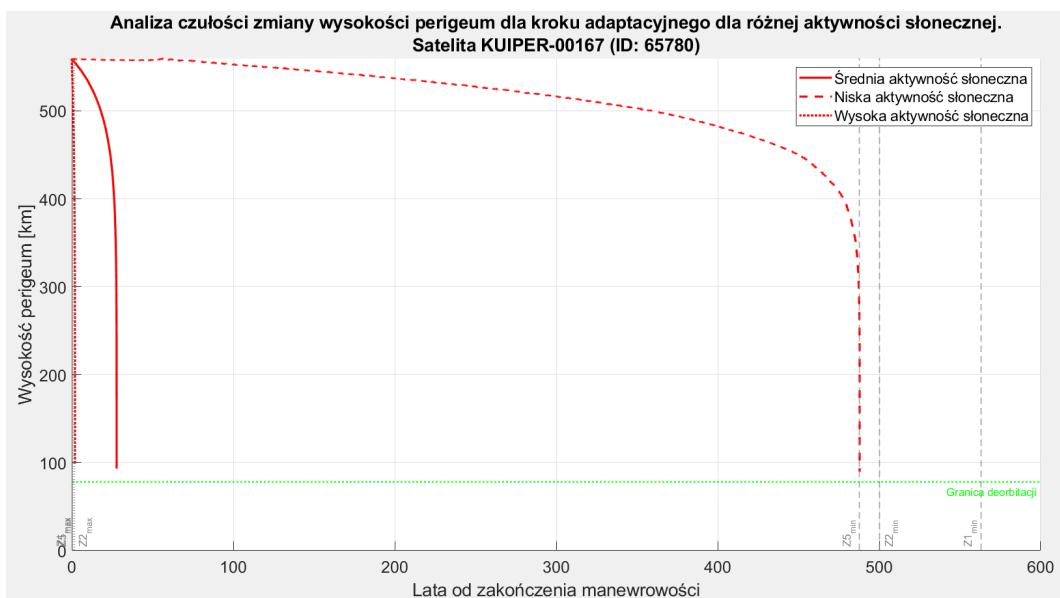
Brak uwzględnienia metody empirycznej wynika z przekroczenia początkowej wysokości perigeum poza zakres stosownalności (rysunek 4.4).

## 5. Wyniki i ich analiza



Rysunek 5.30. Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Kuiper-00167.

Parametry orbitalne wykazują podobne przebiegi dla kroków czasowych poniżej 200 dni, jednakże są one najbardziej zbliżone dla kroków czasowych poniżej 50 dni. Na wykresie zmian mimośrodowości i inklinacji (rysunek 5.30) widoczne są oscylacje, których źródło może wynikać z niestabilności numerycznej.



Rysunek 5.31. Żywotność (metoda 5) satelity Kuiper-00167 dla trzech modeli gęstości atmosfery.

Otrzymany zakres żywotności jest szeroki (500 lat), ale jednocześnie węższy niż zakres dla metod analitycznych. Otrzymany zakres żywotności jest znacznie węższy niż zakres dla satelity z konstelacji OneWeb (rysunek 5.27) i szerszy od zakresu dla satelity z konstelacji Starlink (rysunek 5.21), co zgadza się z intuicją, z powodu wyższej wysokości perigeum od satelity Starlink i zdecydowanie niższej wysokości niż satelita OneWeb.

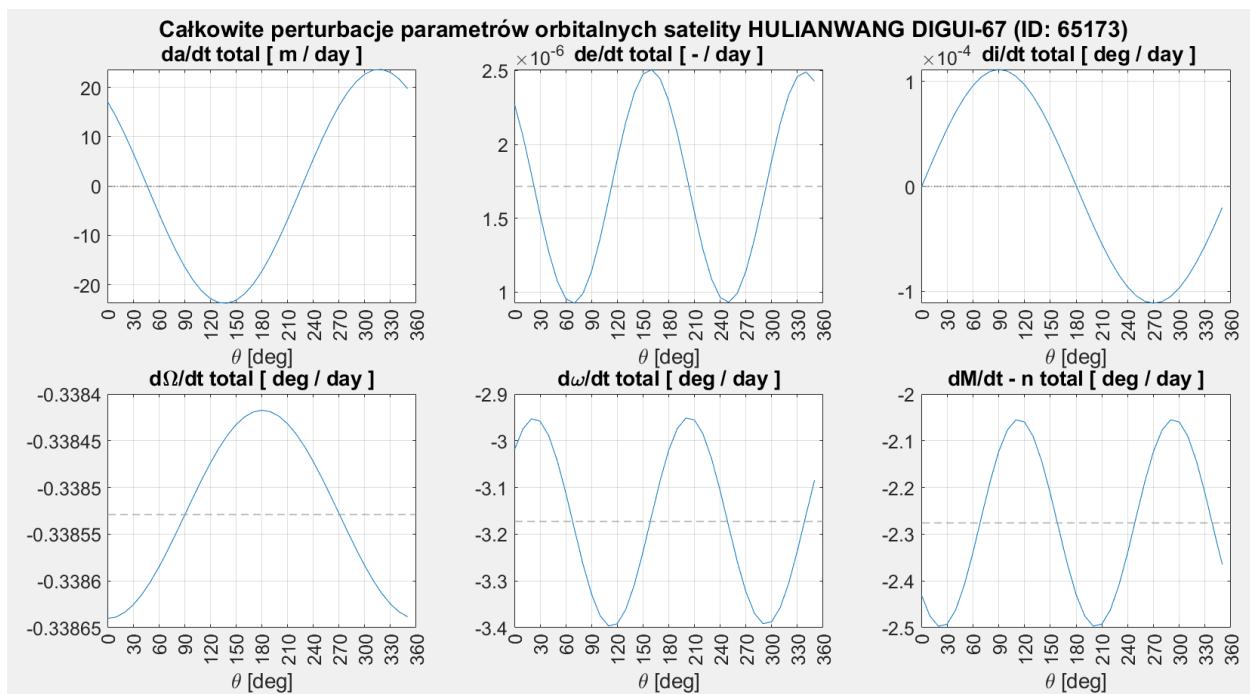
### 5.2.4. Wyniki szczegółowe: Guowang

Początkowe parametry orbitalne wraz z danymi fizycznymi i datą odniesienia do analizy zebrane w tabeli 5.9.

**Tabela 5.9.** Początkowe parametry orbitalne satelity **Hulianwang DIGUI-67**.

Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	07-12-2025, 07:59:28	-
Ekscentryczność	0,0002026	-
Półosi wielka	7545,907	km
Wysokość perigeum	1166,379	km
Inklinacja	86,4923	°
Argument perigeum	89,5067	°
Rektascensja węzła wstępującego	316,8421	°
Masa	800	kg
Długość	3	m
Średnica	1	m
Rozpiętość	10	m

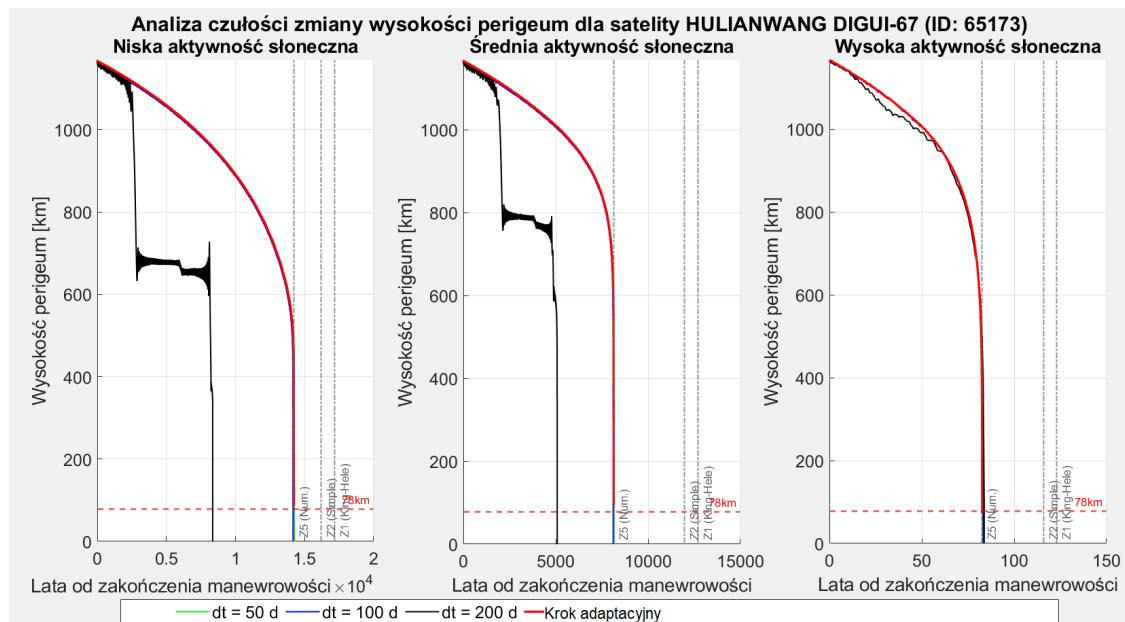
Wyniki obliczeń zaprezentowano na wykresach 5.32, 5.33, 5.34, 5.35.



**Rysunek 5.32.** Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity **Hulianwang DIGUI-67**.

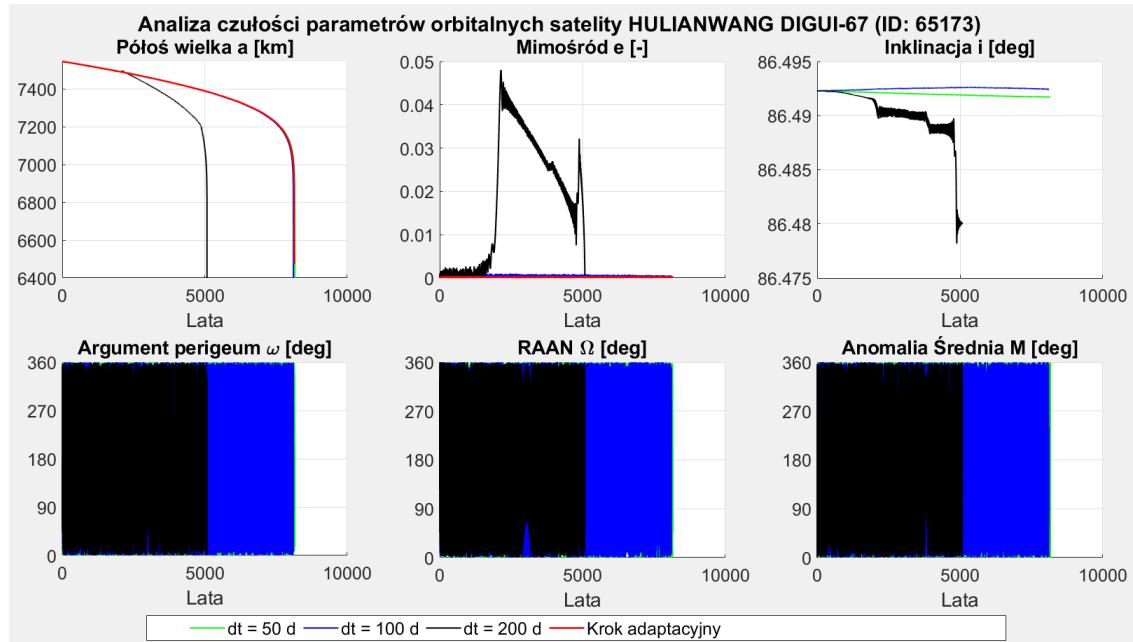
Przebieg całkowitych perturbacji jest bardzo zbliżony do przebiegu uzyskanego dla konstelacji OneWeb (rysunek 5.22), co wynika z podobnej wysokości periguem konstelacji Guowang.

## 5. Wyniki i ich analiza



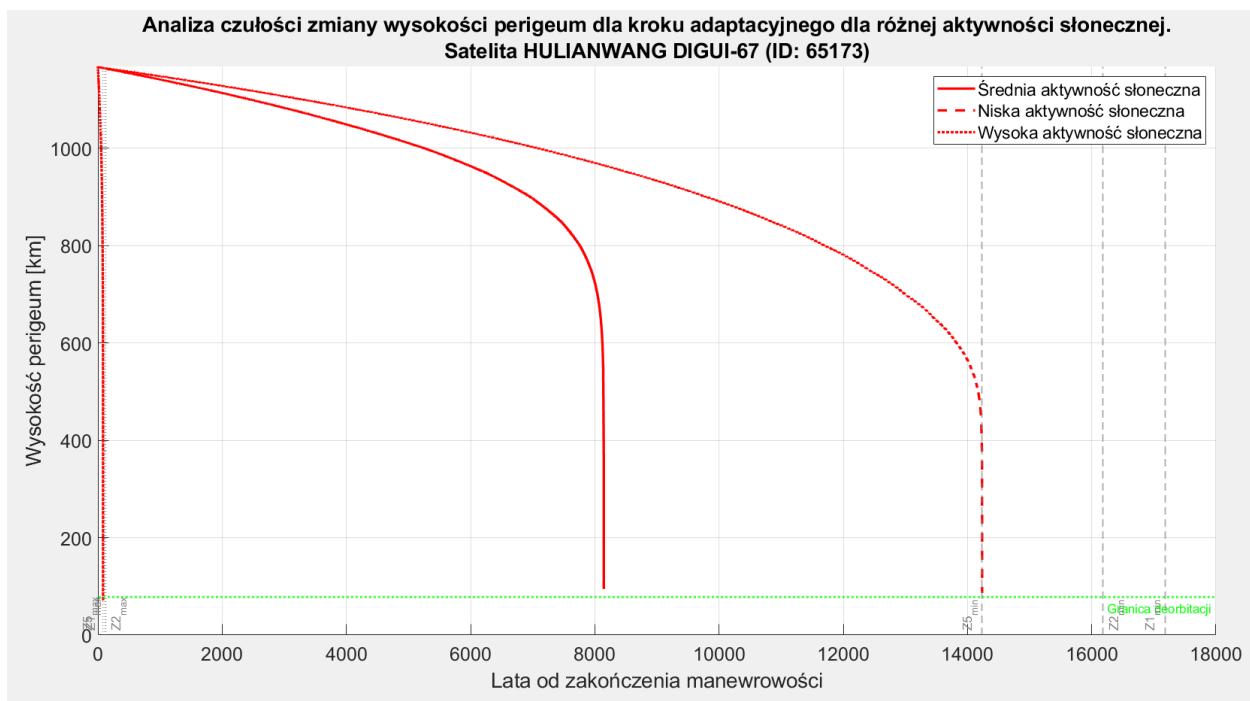
**Rysunek 5.33.** Analiza czułości zmiany wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satality **Hulianwang DIGUI-67**.

Wyniki analizy czułości zmiany wysokości perigeum są bardzo zbliżone do wyników uzyskanych dla satality z konstelacji OneWeb (rysunek 5.25a). Otrzymane żywotności również są bardzo zbliżone.



**Rysunek 5.34.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satality **Hulianwang DIGUI-67**.

Z uwagi na bardzo podobny charakter otrzymanych krzywych w porównaniu do wyników uzyskanych dla satality z konstelacji OneWeb (rysunek 5.26a) dodatkowa analiza otrzymanych wykresów nie jest konieczna.



Rysunek 5.35. Żywotność (metoda 5) satelity **Hulianwang DIGUI-67** dla trzech modeli gęstości atmosfery.

Tak samo jak na poprzednich wykresach, otrzymany zakres żywotności jest bardzo podobny do zakresu otrzymanego dla satelity z konstelacji OneWeb (rysunek 5.27a).

W porównaniu do zakresów żywotności satelitów o niższych wysokościach perigeum można zauważać, że szacowana żywotność dla średniej aktywności słonecznej jest zbliżona do średniej wartości z otrzymanego zakresu żywotności. Dla satelitów o niższej wysokości perigeum szacowana żywotność dla średniej aktywności słonecznej jest zbliżona do minimalnej wartości z całego zakresu żywotności (rysunki 5.21a, 5.31). Może to wynikać z dominującego wpływu perturbacji SRP dla wyższych wysokości, która nie oddziałuje w sposób tak dynamiczny jak wpływ podwyższonej gęstości atmosfery dla niższych wysokości.

### 5.2.5. Wyniki szczegółowe: Qianfan

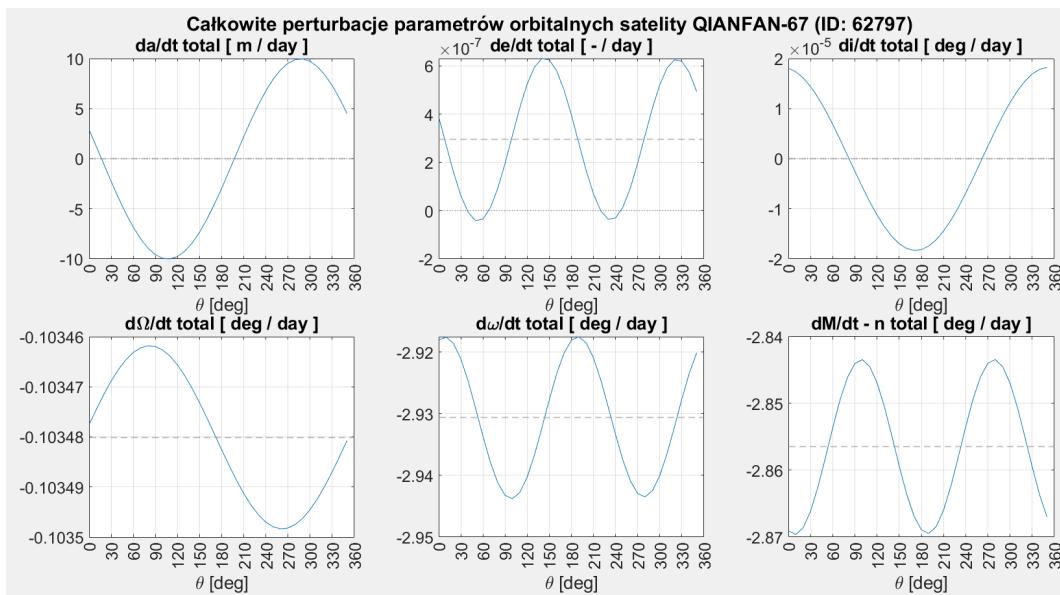
Początkowe parametry orbitalne wraz z danymi fizycznymi i datą odniesienia do analizy zebrano w tabeli 5.10.

**Tabela 5.10.** Początkowe parametry orbitalne satelity **Qianfan-67**.

Parametr	Wartość	Jednostka
Data chwili początkowej	07-12-2025, 07:47:14	-
Ekscentryczność	0,0014712	-
Półosi wielka	7446,657	km
Wysokość perigeum	1057,701	km
Inklinacja	88,9769	°
Argument perigeum	7,9039	°
Rektascensja węzła wstępującego	103,6176	°
Masa	267	kg
Długość	0,3	m
Średnica	3	m
Rozpiętość	10	m

Wyniki obliczeń zaprezentowano na wykresach 5.36, 5.37, 5.38, 5.39.

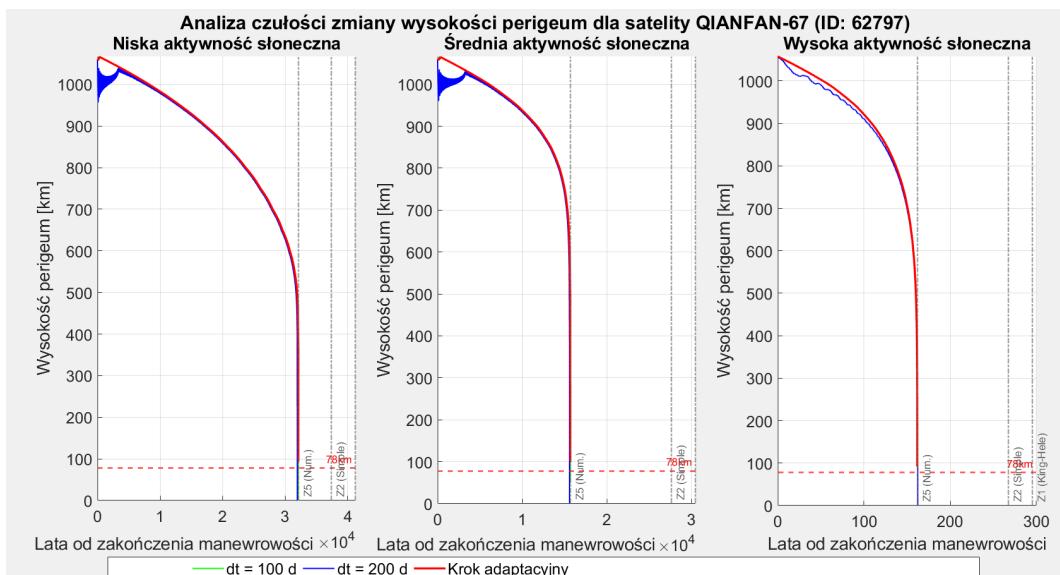
## 5. Wyniki i ich analiza



**Rysunek 5.36.** Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satality Qianfan-67.

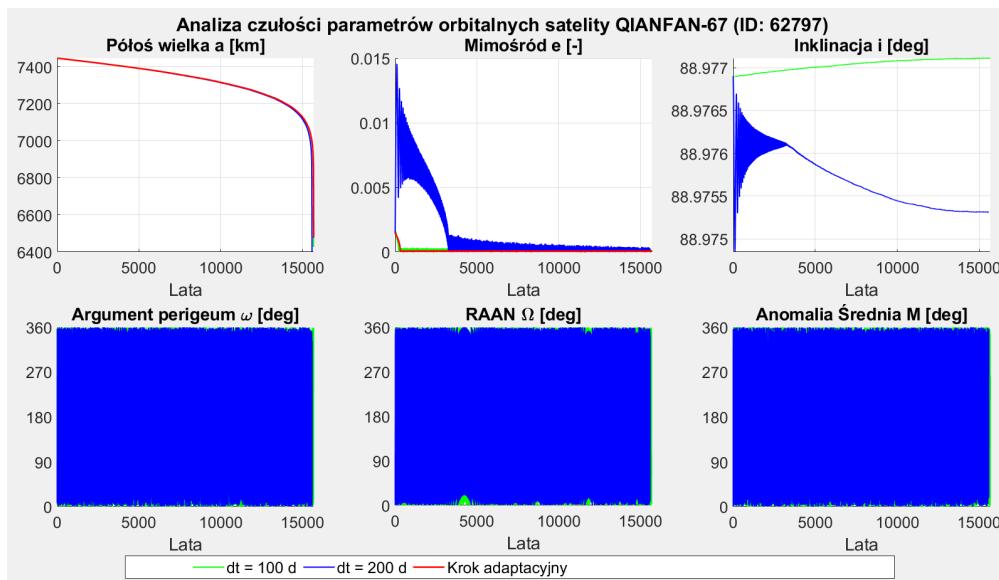
Otrzymane wykresy całkowitych perturbacji są funkcjami okresowymi, tak jak w przypadku pozostałych satelitów.

Dla przyrostu mimośrodu można zauważyc wyjątkowo niską wartość maksymalną, rzędu  $10^{-7}$ .



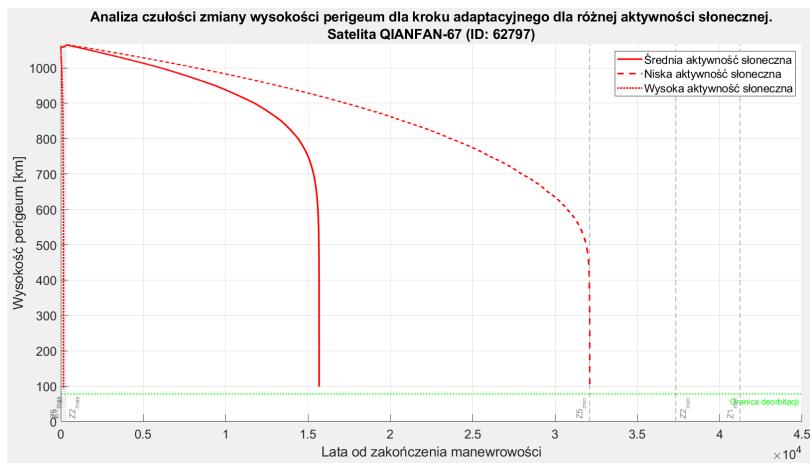
**Rysunek 5.37.** Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satality Qianfan-67.

Pomimo wysokości orbitalnej porównywalnej do satelitów z konstelacji OneWeb i Guowang, otrzymane analizy czułości różnią się od wcześniejszych (rysunki 5.26a, 5.34), ze względu na nietypowy przebieg krzywych dla niskiej i średniej aktywności słonecznej dla kroku czasowego 200 dni. Dla początkowych lat symulacji krzywa wysokości perigeum wpada w oscylacje, z których przechodzi na gładki przebieg, zbieżny do przebiegów otrzymanych dla niższych i adaptacyjnych kroków czasowych. Dodatkowo, żywotności numeryczne dla każdej aktywności słonecznej są mniejsze niż żywotności analityczne.



**Rysunek 5.38.** Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity Qianfan-67.

Analiza czułości pólów wielkiej, mimośrodu i inklinacji ma również inny przebieg niż otrzymany na rysunkach 5.26a, 5.34. Przede wszystkim, zauważać można bardzo podobne przebiegi zmian pólów wielkiej dla wszystkich analizowanych kroków czasowych. Przebieg mimośrodu i inklinacji przez początkowe lata symulacji ulega gwałtownym zmianom, po czym ulega ustabilizowaniu, co może mieć bezpośredni wpływ na przebieg krzywej zmiany wysokości perigeum na wykresie 5.37.



**Rysunek 5.39.** Żywotność (metoda 5) satelity Qianfan-67 dla trzech modeli gęstości atmosfery.

Zakres żywotności uzyskany metodą numeryczną jest węższy od zakresu analitycznego, jednak wartości żywotności zdecydowanie przewyższają (ponad dwukrotnie) żywotności uzyskane dla satelitów o podobnych wysokościach perigeum (rysunki 5.27a, 5.35).

Satelity reprezentujące konstelacje OneWeb, Guowang i Qianfan pomimo podobnych danych fizycznych oraz wysokościach perigeum generowały wyniki o widocznych różnicach. Powodem różnic w wynikach jest mimośrodowość początkowa, która dla satelitów OneWeb i Guowang wynosiła około 0,0002, natomiast dla satelity z konstelacji Qianfan wynosiła 0,0015, co jest siedmiokrotnie wyższą wartością.

### 5.3. Wyniki zbiorcze dla konstelacji satelitów

Przejście od analizy jednostkowej do ujęcia statystycznego dla całych konstelacji pozwoli na ocenę globalnego trendu żywotności współczesnych systemów satelitarnych w zależności od ich architektury orbitalnej. Zestawienie wyników dla setek obiektów ujawniło wyraźną korelację między wysokością operacyjną a realną zdolnością do pasywnej deorbitacji.

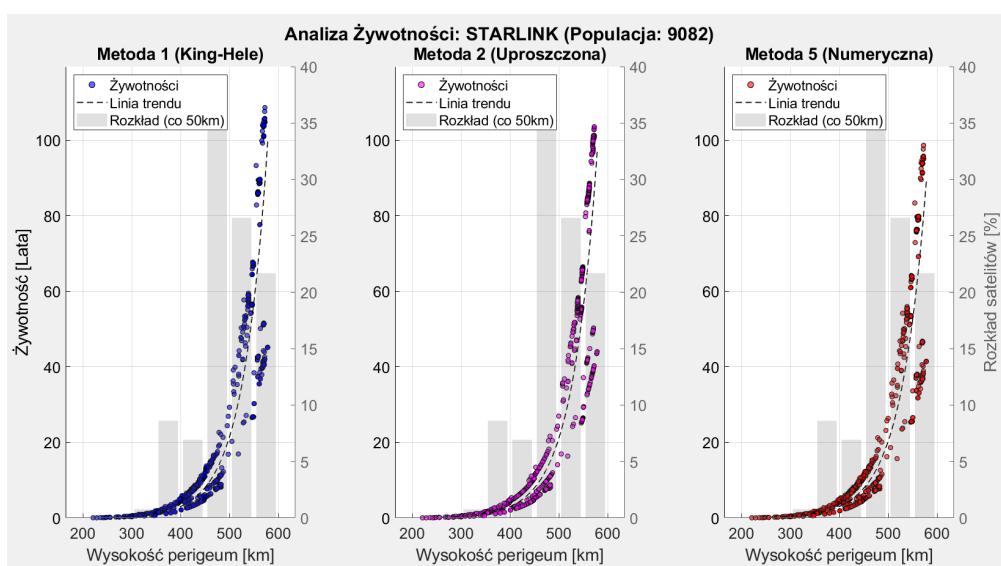
Dane fizyczne (masa, wymiary) wszystkich satelitów największych konstelacji zostały zebrane w załączniku 3.

#### 5.3.1. Wyniki dla konstelacji Starlink

Wszystkie satelity konstelacji Starlink, stanowiącej zdecydowaną większość aktywnych satelitów LEO, znajdują się w przedziale wysokości perigeum [200; 600] km, z czego jedynie 17% znajduje się na orbitach poniżej 450 km, a największa ich część, bo aż 35% w przedziale wysokości perigeum [450; 500] km. Średnia żywotność w danych obszarach została zebrana w tabeli 5.11, a także zaprezentowana na rysunku 5.40.

**Tabela 5.11.** Uśrednione żywotności satelitów konstelacji **Starlink** wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum.

Zakres wysokości perigeum [km]	Udział satelitów [%]	Uśredniona żywotność [lata]
200-250	0,3	0,1 (40 dni)
250-300	0,7	0,35 (130 dni)
300-350	1	1
350-400	8	2,5
400-450	7	5
450-500	35	8
500-550	26	45
550-600	22	90

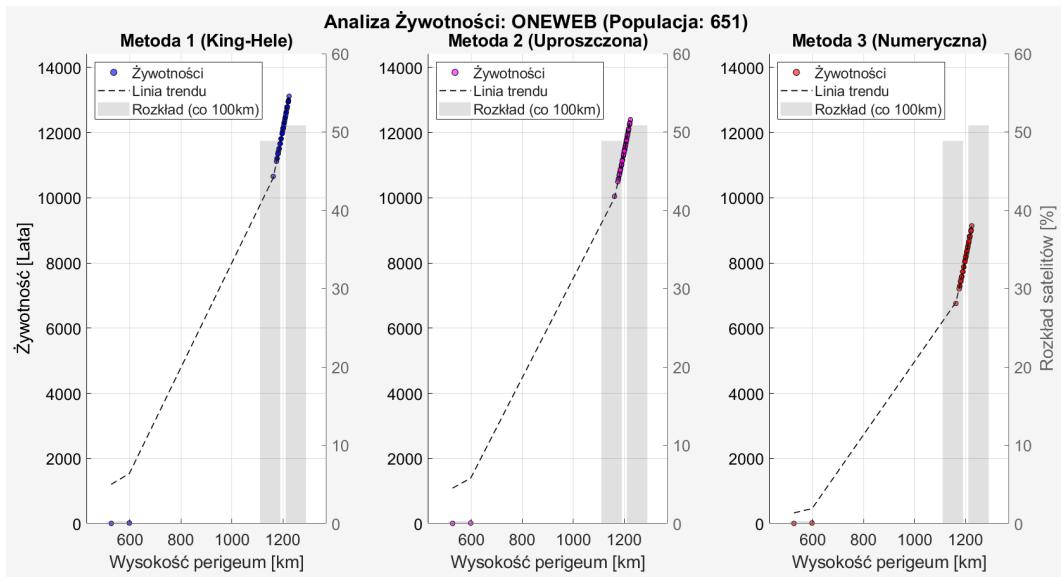


**Rysunek 5.40.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **Starlink** dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

Linia trendu określająca żywotność w zależności od wysokości perigeum dla konstelacji Starlink jest funkcją wykładniczą. Na podstawie danych z tabeli 5.40, 48% wszystkich satelitów z konstelacji Starlink ma średnią żywotność przekraczającą 45 lat, a 52% ma żywotność poniżej 48 lat, w większości przekraczającą 8 lat.

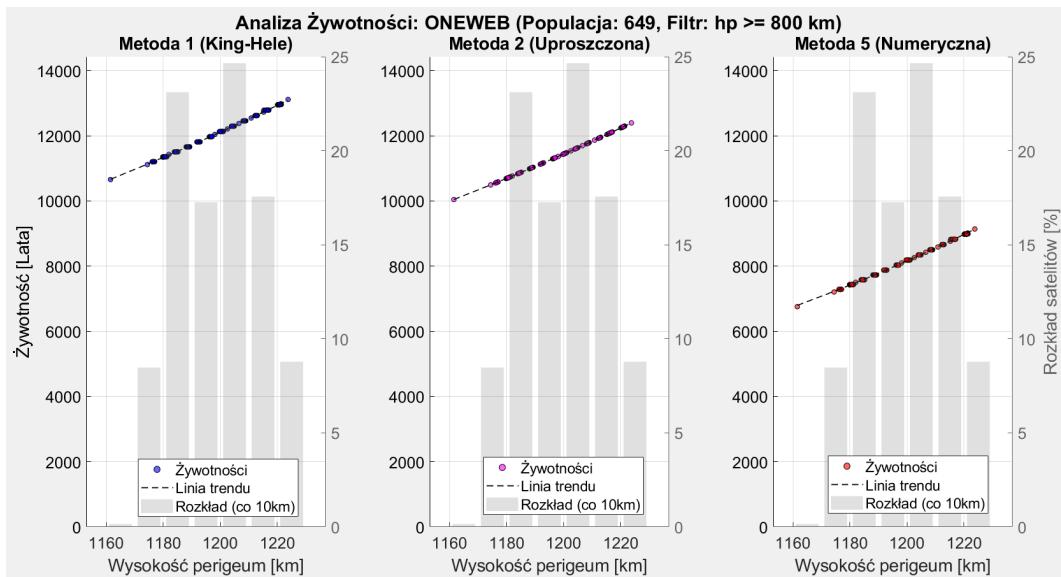
### 5.3.2. Wyniki dla konstelacji OneWeb

Konstelacja OneWeb jest najliczniejszą konstelacją LEO znajdująca się na wysokości powyżej 1000 km. Rozkład wszystkich satelitów wraz z żywotnością został przedstawiony na rysunku 5.41.



**Rysunek 5.41.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **OneWeb** dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

Dwie satelity OneWeb znajdują się na znacznie niższych orbitach niż pozostałe, co zaburza czytelną interpretację wykresu. Wykres zawierający jedynie satelity na wyższych orbitach zaprezentowano na rysunku 5.42



**Rysunek 5.42.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **OneWeb** na wyższych partiach orbity LEO dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

Rozkład satelitów w przedziale wysokości perigeum [1170; 1230] km jest rozkładem zbliżonym do rozkładu normalnego. Linia trendu w tym przedziale, będąca zależnością żywotności od

## 5. Wyniki i ich analiza

wysokości perigeum jest funkcją liniową. Średnia żywotność w danych obszarach została zebrana w tabeli 5.12.

**Tabela 5.12.** Uśrednione żywotności satelitów konstelacji **OneWeb** wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum.

Zakres wysokości perigeum [km]	Udział satelitów [%]	Uśredniona żywotność [lata]
500-1170	0,5	20
1170-1180	8	7300
1180-1190	23	7500
1190-1200	17	8000
1200-1210	24,5	8400
1210-1220	18	8800
1220-1230	9	9000

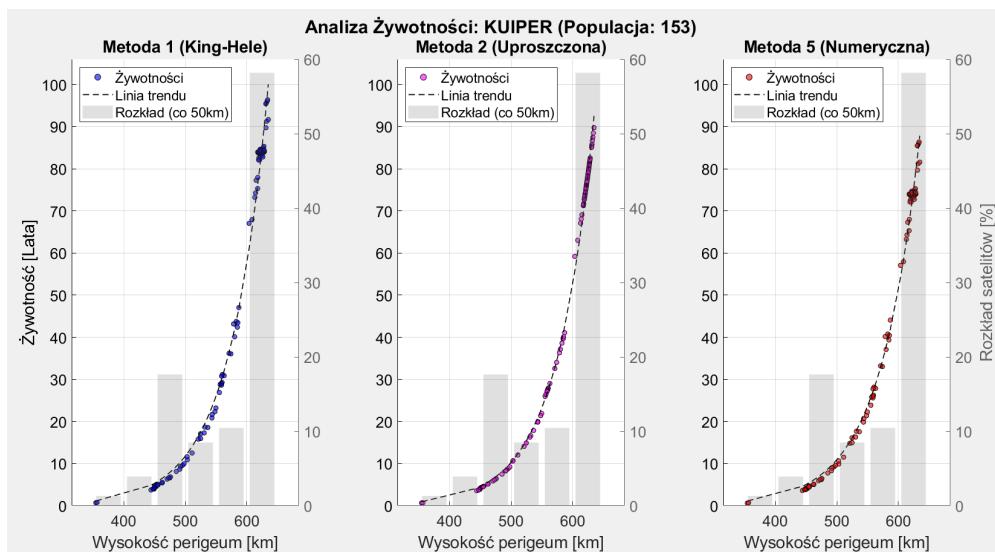
Na podstawie danych z tabeli 5.41, niemal wszystkie satelity z konstelacji OneWeb potrzebują powyżej 7000 lat do naturalnej deorbitacji.

### 5.3.3. Wyniki dla konstelacji Kuiper

Większość satelitów z konstelacji Kuiper (prawie 60%) znajduje się w przedziale wysokości perigeum [600; 650] km, a pozostałe satelity rozmieszczone są na orbitach o wysokościach perigeum w przedziale [350; 600] km. Średnia żywotność w danych obszarach została zebrana w tabeli 5.13, a także zaprezentowana na rysunku 5.43.

**Tabela 5.13.** Uśrednione żywotności satelitów konstelacji **Kuiper** wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum.

Zakres wysokości perigeum [km]	Udział satelitów [%]	Uśredniona żywotność [lata]
350-400	2	0,65 (240 dni)
400-450	4	4
450-500	17	7
500-550	9	15
550-600	10	35
600-650	58	75



**Rysunek 5.43.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **Kuiper** dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

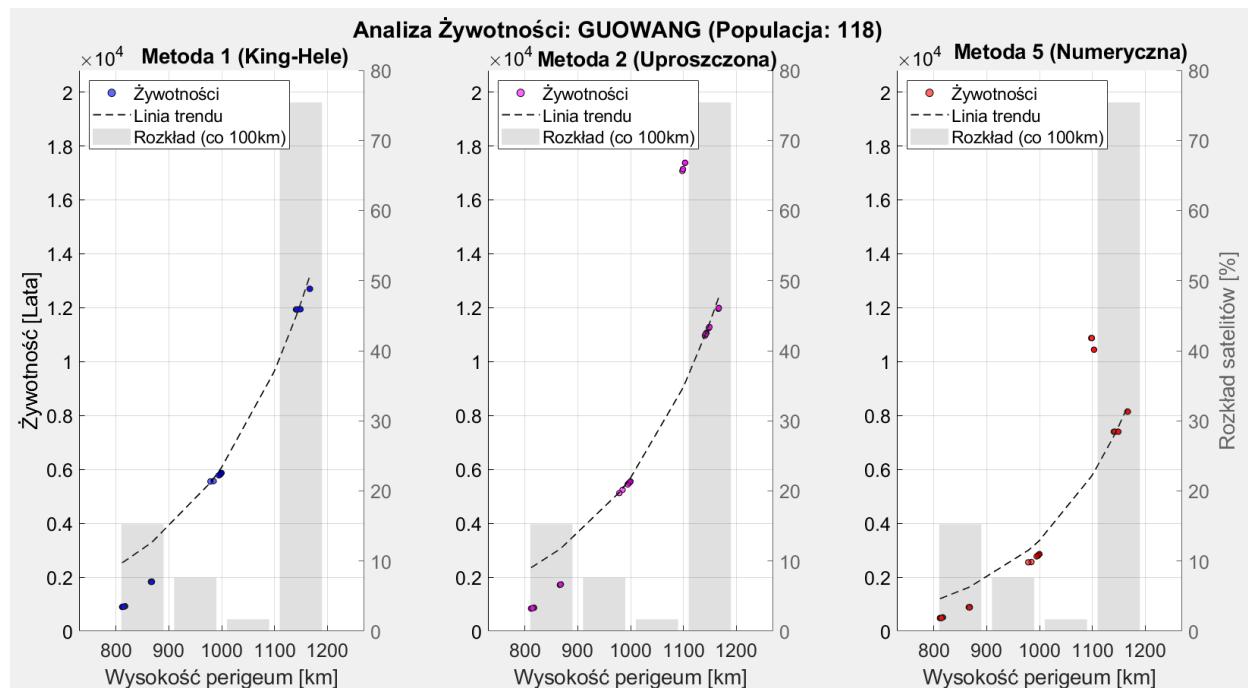
Na podstawie danych z tabeli 5.43, ponad 20% wszystkich aktywnych satelitów z konstelacji Kuiper nie potrzebuje więcej niż 7 lat, aby ulec naturalnej deorbitacji. W przypadku prawie 60% żywotność satelitów przekracza 75 lat.

### 5.3.4. Wyniki dla konstelacji Guowang

Ponad 75% wszystkich satelitów z konstelacji Guowang znajduje się w przedziale wysokości perigeum [1100; 1200] km, a pozostałe satelity rozmieszczone są na orbitach o wysokościach w przedziale [800; 1100] km. Średnia żywotność w danych obszarach została zebrana w tabeli 5.14, a także zaprezentowana na rysunku 5.44.

**Tabela 5.14.** Uśrednione żywotności satelitów konstelacji **Guowang** wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum.

Zakres wysokości perigeum [km]	Udział satelitów [%]	Uśredniona żywotność [lata]
800-900	15	880
900-1000	8	2800
1000-1100	2	11000
1100-1200	75	7500



**Rysunek 5.44.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **Guowang** dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

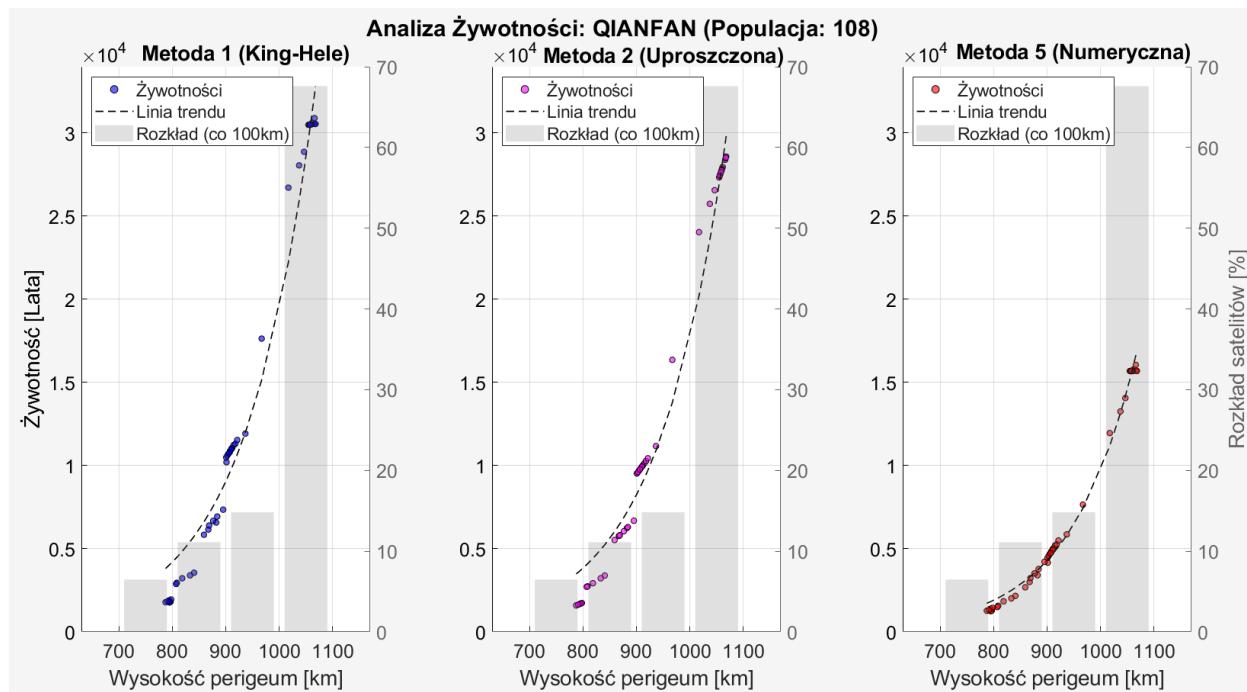
Na podstawie danych z tabeli 5.44, wszystkie satelity z konstelacji Guowang potrzebują więcej niż 880 lat, aby ulec naturalnej deorbitacji. 2% z nich, w wersji **Hulianwwang JISHU SHIYAN** osiąga żywotność przekraczającą 11000 lat.

### 5.3.5. Wyniki dla konstelacji Qianfan

Około 70% wszystkich satelitów z konstelacji Qianfan znajduje się w przedziale wysokości perigeum [1000; 1100] km. Pozostałe satelity rozmieszczone są na orbitach o wysokościach w przedziale [700; 1000] km. Średnia żywotność w danych obszarach została zebrana w tabeli 5.15, a także zaprezentowana na rysunku 5.45.

**Tabela 5.15.** Uśrednione żywotności satelitów konstelacji **Qianfan** wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum.

Zakres wysokości perigeum [km]	Udział satelitów [%]	Uśredniona żywotność [lata]
700-800	7	1250
800-900	11	2500
900-1000	14	4700
1000-1100	68	16000

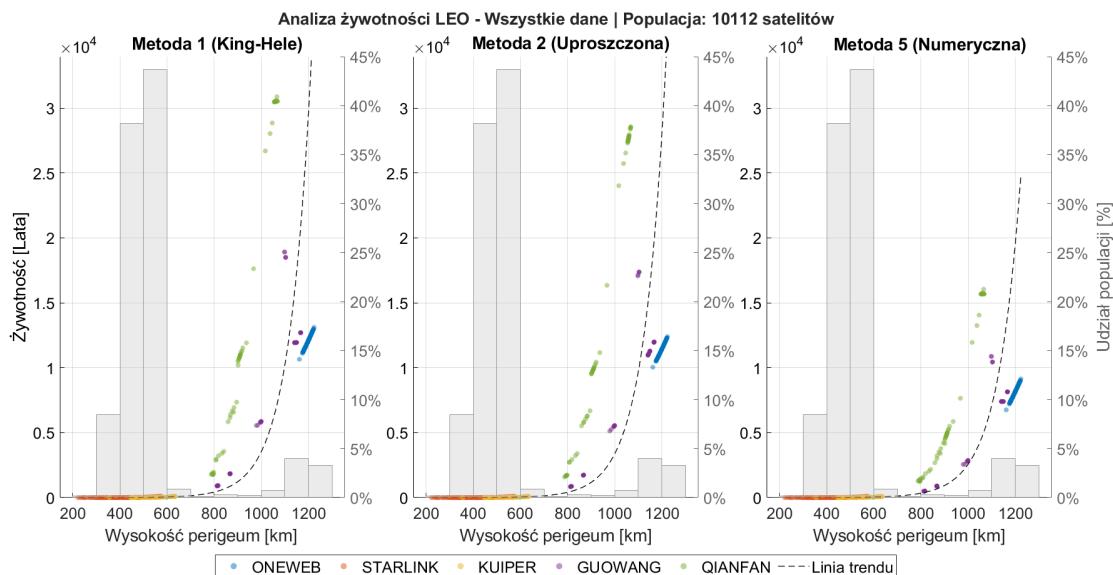


**Rysunek 5.45.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów **Qianfan** dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

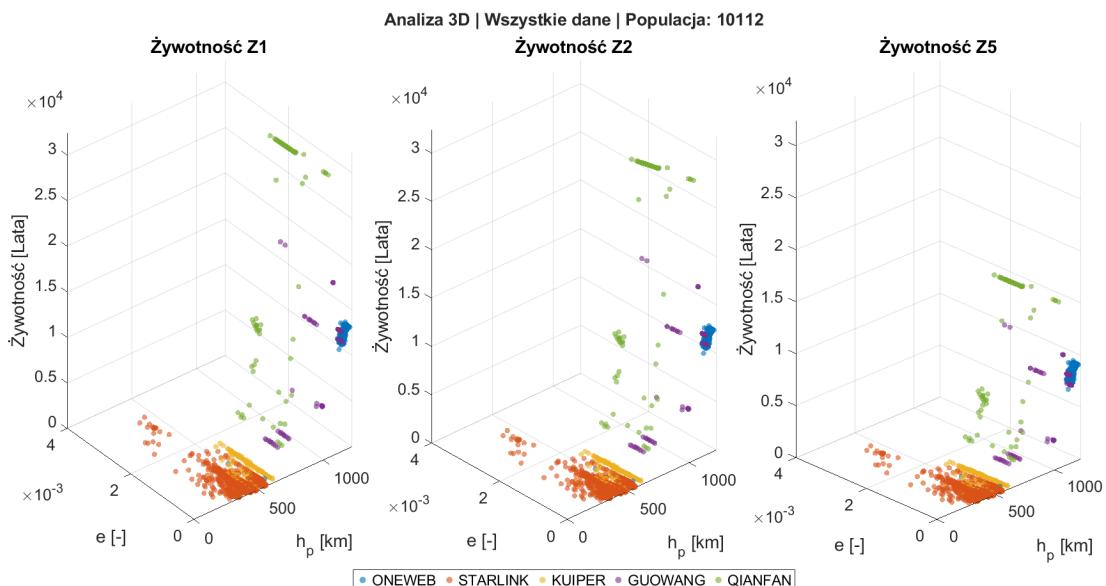
Na podstawie danych z tabeli 5.44, wszystkie satelity z konstelacji Qianfan osiągają żywotność przekraczającą 1000 lat. Ponadto, 68% z nich, osiąga żywotność przekraczającą 16000 lat.

#### 5.4. Zestawienie i porównanie wyników

Zebrano dane dotyczące żywotności każdej z analizowanych satelitów. Dane te przedstawiono na wspólnym wykresie żywotności w funkcji wysokości perigeum (rysunek 5.46) oraz na wykresie żywotności w funkcji wysokości perigeum i mimośrodu (rysunek 5.47).



**Rysunek 5.46.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.

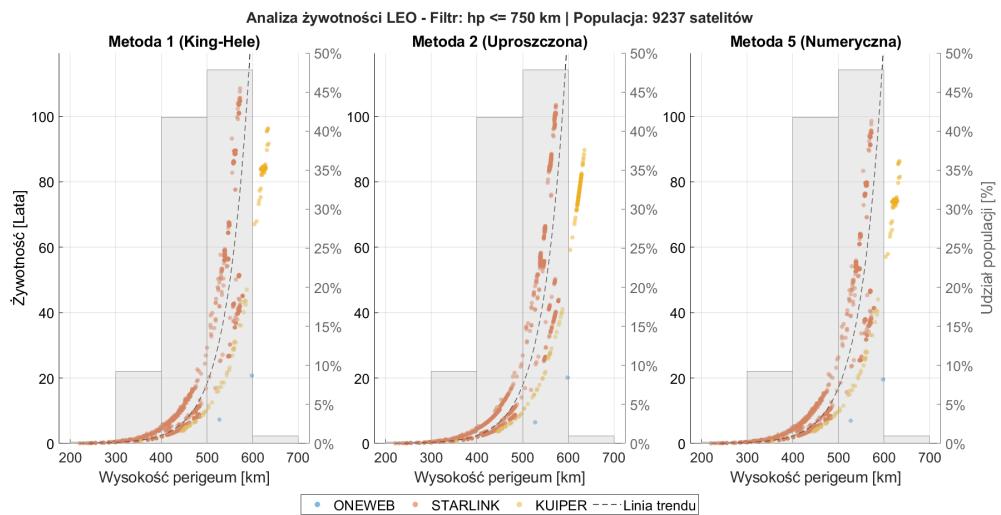


**Rysunek 5.47.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów dla średniej gęstości atmosfery w funkcji wysokości perigeum i ekscentryczności.

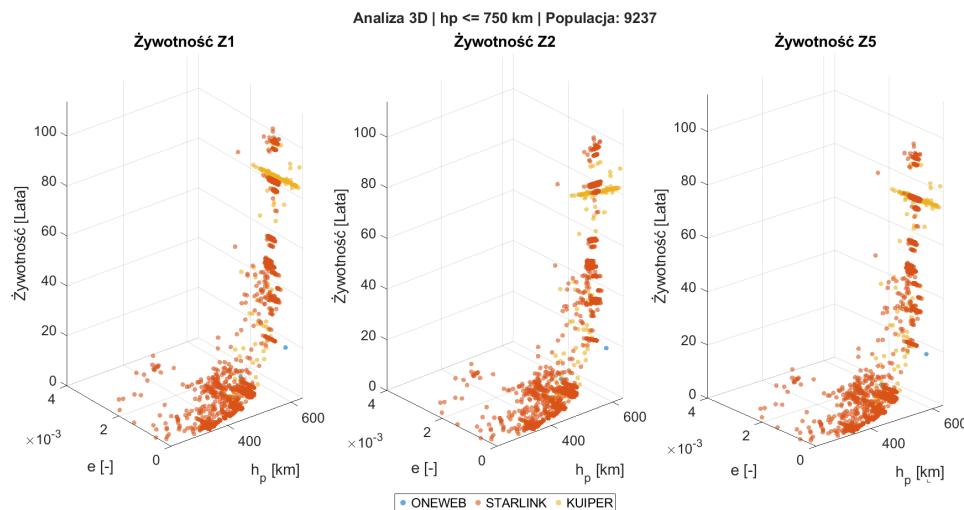
Na podstawie wykresów z rysunków 5.46 oraz 5.47 można stwierdzić, że większość (ponad 80%) wszystkich satelitów konstelacyjnych znajduje się między 400 a 600 kilometrem wysokości perigeum. Zdecydowaną większość satelitów w tym przedziale wysokości stanowią satelity **Starlink** oraz, w znacznie mniejszym stopniu, **Kuiper**. Większość satelitów na wyższych wysokościach charakteryzuje się małymi ekscentrycznościami, więc są to orbity zbliżone do kołowych.

## 5. Wyniki i ich analiza

Aby lepiej zwizualizować żywotność satelitów na niższych wysokościach, stworzono wykresy na rysunkach 5.48 oraz 5.49, zbierające dane satelitów do wysokości perigeum 750 km.



**Rysunek 5.48.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów do wysokości perigeum 750 km dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum.



**Rysunek 5.49.** Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów do wysokości perigeum 750 km dla średniej gęstości atmosfery w funkcji wysokości perigeum i ekscentryczności.

Na podstawie wykresów z rysunków 5.48 oraz 5.49 można zauważać podział na dwie główne krzywe trendów, na których rozkładają się wyniki żywotności konstelacji satelitarnych. Zależą one od danych fizycznych satelitów, takich jak współczynnik balistyczny  $C_B$ . Ekscentryczności orbit o małych wysokościach perigeum nierzadko charakteryzują się dużą wartością mimośrodu, przekraczającą 0,002, co może sugerować trwający proces deorbitacji.

Wszystkie satelity poniżej 700 kilometra wysokości perigeum mieszą się w czasie deorbitacji nieprzekraczającym 100 lat. Należy mieć na uwadze, że są to wyniki dla średniej aktywności słonecznej, której wpływ na żywotność ma ogromne znaczenie. Otrzymane wyniki obarczone są także niepewnością związaną z nieprecyzyjnymi danymi fizycznymi (symulacje przeprowadzone są w oparciu o dane GCAT, które nie są danymi rzeczywistymi tylko pewnym założeniem).

## 6. Wnioski i podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono syntezę wyników przeprowadzonych badań oraz sformułowano wnioski końcowe dotyczące wpływu perturbacji orbitalnych na żywotność satelitów wchodzących w skład współczesnych konstelacji. Na podstawie wykonanych symulacji numerycznych oraz analizy porównawczej różnych metod obliczeniowych dokonano oceny stabilności środowiska LEO oraz wskazano kluczowe czynniki determinujące czas przebywania obiektów na orbicie. Rozdział kończy się wskazaniem propozycji usprawnień opracowanego modelu oraz nakreśleniem kierunków dalszych prac badawczych w tym obszarze.

### 6.1. Ocena wpływu perturbacji na żywotność satelitów

Przeprowadzona analiza wykazała, że istotnym czynnikiem determinującym żywotność satelitów na orbitach LEO jest opór aerodynamiczny, którego intensywność jest bezpośrednio skorelowana z gęstością atmosfery oraz aktywnością słoneczną. Wykresy żywotności uzyskane dla metod 1, 2 i 5 stanowią bezpośredni dowód na to, że wysokość perigeum jest krytycznym parametrem determinującym długofalowe bezpieczeństwo środowiska orbitalnego. Niewielkie obniżenie tego parametru skutkuje wykładniczym wzrostem siły oporu i gwałtowną deorbitacją.

Szczególnie istotnym wnioskiem płynącym z badań jest skala wpływu cyklu aktywności słonecznej na uzyskiwane wyniki. Symulacje wykazały, że zmienność strumienia promieniowania słonecznego prowadzi do uzyskania bardzo szerokiego zakresu przewidywanej żywotności dla tych samych parametrów orbitalnych. W zależności od fazy cyklu, czas przebywania satelity na orbicie może różnić się o kilkaset procent, co czyni aktywność słoneczną najbardziej nieprzewidywalnym i kluczowym czynnikiem w planowaniu misji oraz strategii deorbitacyjnych.

Zastosowanie autorskiej metody numerycznej z adaptacyjnym krokiem czasowym (metoda 5) pozwoliło na uzyskanie wyników o wysokiej zbieżności z danymi historycznymi obiektów. Wykazano, że metody analityczne, choć skuteczne do wstępnych oszacowań dla orbit kołowych, obarczone są znacznym błędem w przypadku orbit o wyższym mimośrodzie lub w fazach gwałtownej deorbitacji. Symulacje potwierdziły również, że ciśnienie promieniowania słonecznego staje się istotnym czynnikiem perturbacyjnym dopiero na wysokościach powyżej 700–800 km, gdzie siły aerodynamiczne ulegają znacznemu osłabieniu.

Modelowanie numeryczne potwierdziło ponadto, że wpływ niejednorodności pola grawitacyjnego Ziemi (harmoniczne  $J_2, J_3, J_4$ ) odgrywa kluczową rolę w ewolucji orientacji orbity. Wpływa ono w szczególności na precesję węzłów oraz obrót linii apsyd, co w dłuższej perspektywie modyfikuje warunki, w jakich satelita oddziałuje z atmosferą w pobliżu perigeum, pośrednio wpływając na tempo degradacji orbity.

### 6.2. Wnioski

Głównym wnioskiem z analizy porównawczej jest dominujący wpływ niepewności modelu gęstości atmosfery na szeroki zakres wyników końcowych. Rozpiętość żywotności między scenariuszami minimalnej i maksymalnej aktywności słonecznej (szczególnie widoczna na rysunkach 5.15, 5.31, 5.39) jest kilkukrotnie wyższa niż różnice wynikające z doboru kroku czasowego czy złożoności modelu niejednorodności planety. Potwierdza to, że precyzyjna prognoza żywotności obiektu na orbicie LEO jest nierozerwalnie związana z cyklem aktywności Słońca.

Konfrontacja uproszczonych metod (metoda 1, 2 i 3) z zaawansowaną metodą numeryczną (metoda 5) wykazała, że modele uproszczone są wystarczające do wstępного szacowania rzędów wielkości, jednak obarczone są dużym błędem w przypadkach orbit o wysokim mimośrodzie lub przy przekroczeniu zakresów stosownalności dla wysokich orbit.

Metoda numeryczna z adaptacyjnym krokiem czasowym stanowi bardzo dobry kompromis między dokładnością a czasem wykonywania obliczeń. Kluczowym aspektem w prawidłowym działaniu tej metody jest odpowiednie zdefiniowanie warunków zmiany kroku oraz warunków końca obliczeń, mających za zadanie zabezpieczenie obliczeń przed błędami numerycznymi w końcowej fazie deorbitacji.

Na podstawie przeprowadzonych badań, ze szczególnym uwzględnieniem rysunków 5.40 oraz 5.43, można sformułować krytyczne wnioski dotyczące bezpieczeństwa środowiska orbitalnego. Choć dominująca część satelitów na bardzo niskich orbitach LEO naturalnie spełnia wymogi IADC [1] dotyczące deorbitacji w czasie krótszym niż 25 lat, analiza statystyczna ukazuje, że w przypadku pełnej konstelacji Starlink, liczącej aktualnie dziewięć tysięcy jednostek, około połowa z nich, przy założeniu całkowicie pasywnej deorbitacji bezpośrednio z wysokości operacyjnej, charakteryzuje się czasem przebywania na orbicie przekraczającym te normy. Oznacza to, że w przypadku awarii systemów napędowych ponad 4500 satelitów może stać się długotrwałymi śmieci kosmicznymi. W literaturze [68] wskazuje się, że operatorzy nowoczesnych konstelacji planują deorbitację w ciągu zaledwie 5 lat od zakończenia misji. Symulacje wykonane w niniejszej pracy dowodzą, że osiągnięcie tak krótkiego okresu żywotności bez wsparcia aktywnego systemu napędowego jest niemożliwe dla znaczającej części konstelacji operującej na standardowych wysokościach. Stąd kluczowym warunkiem bezpieczeństwa jest niemal stu procentowa niezawodność systemów deorbitacyjnych. Brak skutecznego usunięcia nieaktywnych jednostek przy jednoczesnej dynamicznej wymianie generacji satelitów (wymiana co ok. 5 lat) doprowadzi do gwałtownego zagęszczenia populacji obiektów, drastycznie zwiększając ryzyko wystąpienia syndromu Kesslera. Zagrożenie to potęguje planowana rozbudowa istniejących systemów oraz wprowadzanie nowych konstelacji, takich jak chińskie projekty Guowang czy Qianfan. Problem ten nabiera jeszcze większego znaczenia na wysokościach powyżej 1000 km, gdzie pasywna żywotność mierzona jest w tysiącach lat, a niezawodność systemów usuwania musi być bliska 100%, aby uniknąć permanentnego zaśmiecenia tych powłok.

Wyniki pracy wskazują na krytyczną potrzebę optymalizacji architektury konstelacji pod kątem minimalizacji liczby jednostek przy zachowaniu pełnego pokrycia radiowego. Ze względu na wykazaną ekstremalnie długą żywotność pasywną na wysokościach powyżej 1000 km, każdy nadmiarowy satelita stanowi wieloletnie zagrożenie w przypadku awarii. Projekt powinien dążyć do maksymalizacji efektywności każdego węzła konstelacji, ograniczając generowanie śmieci kosmicznych już na etapie planowania.

Istotna jest również konieczność rewizji międzynarodowych norm bezpieczeństwa. Tradytionalne kryterium 25 lat [1] staje się niewystarczające w dobie konstelacji satelitarnych. Niezbędne jest dążenie do skrócenia czasu deorbitacji do standardu 5 lat, promowanego obecnie przez ESA [2]. W przyszłości konieczne może okazać się wprowadzenie jeszcze bardziej restrykcyjnych limitów, co wymusi na operatorach stosowanie wysoce niezawodnych i szybkich systemów deorbitacyjnych jako standardu konstrukcyjnego. Taka dyscyplina pozwoli na utrzymanie dynamicznej równowagi między nowymi misjami a tempem oczyszczania przestrzeni okoziemskiej.

### 6.2.1. Propozycje usprawnień modelu

Mimo wysokiej wiarygodności opracowanego narzędzia, proces walidacji wskazał na obszary wymagające dalszego rozwoju. Głównym źródłem niepewności pozostaje model gęstości atmosfery, którego fluktuacje wywołane nagłymi zmianami aktywności słonecznej mogą prowadzić do rozbieżności w prognozowanej dacie deorbitacji. W związku z tym, planowane usprawnienia modelu powinny obejmować:

- Implementację bardziej zaawansowanych modeli atmosfery, takich jak JB-2008, lepiej odwzorowujących dynamikę egzosfery podczas burz geomagnetycznych.
- Powiązanie dat analiz satelitów z cyklami słonecznymi aby lepiej sprecyzować przewidywaną aktywność słoneczną w okresie deorbitacji.
- Uwzględnienie zmian współczynnika balistycznego  $C_B$  w czasie, wynikających ze zmiennej orientacji satelity względem wektora prędkości.
- Uwzględnienie zmian współczynnika oporu  $C_D$  w czasie, wynikającego ze zmiennej prędkości i zmiennych warunków atmosferycznych.
- Rozszerzenie analizy o wpływ "drugoplanowych" perturbacji takich jak: perturbacje elektromagnetyczne, ciśnienie albedo Ziemi, wiatr słoneczny, relatywistyka, emisja termiczna promieniowania. Może to zwiększyć precyzję prognoz dla obiektów o bardzo dużym stosunku powierzchni do masy.

## 6.3. Podsumowanie

Opracowane narzędzie, oparte na metodzie z adaptacyjnym krokiem czasowym, udowodniło swoją skuteczność nie tylko w odtwarzaniu trajektorii historycznych obiektów, ale przede wszystkim w prognozowaniu zachowania systemów, które dopiero zaczną definiować architekturę przestrzeni kosmicznej w nadchodzących dekadach. Wyniki symulacji przeprowadzonych dla konstelacji rzucają nowe światło na problematykę śmieci kosmicznych. W dobie planowania dziesiątek tysięcy nowych obiektów na orbicie, precyzyjne modelowanie wpływu perturbacji - od subtelnego ciśnienia promieniowania słonecznego po gwałtowne zmiany gęstości atmosfery - staje się fundamentem, bez którego zrównoważona eksploracja kosmosu nie będzie możliwa.

Niniejsza praca zamyka pewien etap badań nad żywotnością obiektów LEO, pozostawiając otwarte pole do dalszego usprawniania modeli prognostycznych. Przedstawione analizy oraz stworzone oprogramowanie mogą posłużyć jako punkt wyjścia do opracowania systemów autonomicznego zarządzania ruchem orbitalnym, które mogą stać się nieodzownym elementem infrastruktury kosmicznej. Zachowanie drożności orbit dla przyszłych pokoleń jest naszym wspólnym obowiązkiem, a klucz do jego wypełnienia leży w połączeniu inżynierskiej precyzji z globalną odpowiedzialnością za wspólne dziedzictwo, jakim jest przestrzeń okoziemska.



## Bibliografia

- [1] Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (IADC), „Report on the Status of the Space Debris Environment”, United Nations Office for Outer Space Affairs (UNOOSA), sprawozdanie techniczne, 2025, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: [https://www.unoosa.org/res/oosadoc/data/documents/2025/aac\\_105c\\_12025crp/aac\\_105c\\_12025crp\\_10\\_0\\_html/AC105\\_C1\\_2025\\_CRP10E.pdf](https://www.unoosa.org/res/oosadoc/data/documents/2025/aac_105c_12025crp/aac_105c_12025crp_10_0_html/AC105_C1_2025_CRP10E.pdf).
- [2] ESA Space Debris Office, „ESA's annual space environment report”, ESA Space Debris Office, sprawozdanie techniczne, 2025, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: [https://www.esa.int/Space\\_Safety/Space\\_Debris/ESA\\_Space\\_Environment\\_Report\\_2025](https://www.esa.int/Space_Safety/Space_Debris/ESA_Space_Environment_Report_2025).
- [3] R. R. Bate, D. D. Mueller i J. E. White, *Fundamentals of Astrodynamics*, 1 wyd. Dover Publications, 1971, ISBN: 0-486-60061-0.
- [4] H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, 1 wyd. Elsevier, 2005, ISBN: 0-7506-6169-0.
- [5] R. H. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics (Revised Edition)*, 1 wyd. AIAA, 1999, ISBN: 1-56347-342-9.
- [6] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*, 1 wyd. Cambridge University Press, 1997, ISBN: 0-521-55072-6.
- [7] C. D. Brown, *Elements of Spacecraft Design*, 1 wyd. AIAA, 2002, ISBN: 1-56347-524-3.
- [8] D. G. King-Hele, *Satellite Orbits in an Atmosphere: Theory and Application*, 1 wyd. Springer, 1987, ISBN: 978-0-216-92252-5.
- [9] G. R. Hintz, *Orbital Mechanics and Astrodynamics*, 1 wyd. Springer, 2015, ISBN: 978-3-319-09443-4. DOI: [10.1007/978-3-319-09444-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-09444-1).
- [10] J. E. Prussing i B. A. Conway, *Orbital Mechanics*, 1 wyd. Oxford University Press, 1993, ISBN: 0-19-507834-9.
- [11] J. R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, 1 wyd. Springer, 1978, ISBN: 978-90-277-1204-2. DOI: [10.1007/978-94-009-9907-7](https://doi.org/10.1007/978-94-009-9907-7).
- [12] J. Kindracki, „Mechanika Nieba”, Materiał z wykładu, 2024.
- [13] „Węzeł (astronomia)”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [https://pl.wikipedia.org/wiki/W%C4%99ze%C5%82\\_\(astronomia\)](https://pl.wikipedia.org/wiki/W%C4%99ze%C5%82_(astronomia)).
- [14] Ł. Boruc, „Dynamika ruchu rakiet i pojazdów kosmicznych”, Materiał z wykładu, 2025.
- [15] F. L. Markley i J. L. Crassidis, *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*, 1 wyd. Springer, 2014, ISBN: 978-1-4939-0801-1. DOI: [10.1007/978-1-4939-0802-8](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-0802-8).
- [16] U. Walter, *Astronautics: The Physics of Space Flight*, 3 wyd. Springer, 2019, ISBN: 978-3-319-74372-1. DOI: [10.1007/978-3-319-74373-8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-74373-8).
- [17] C. D. Hall, *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*, [Dostęp: 21.10.2025], 2000. URL: <https://www.scribd.com/document/711727083/Spacecraft-Attitude-Dynamics-and-Control-Christopher-D-Hall>.
- [18] L. Dell'Elce, M. Arnst i G. Kerschen, „Probabilistic Assessment of the Lifetime of Low-Earth-Orbit Spacecraft: Uncertainty Characterization”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, t. 38, nr 5, s. 900–912, 2014, [Dostęp: 21.10.2025]. DOI: [10.2514/1.G000148](https://doi.org/10.2514/1.G000148). URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G000148>.

## 6. Bibliografia

---

- [19] D. Crockett, „Geosynchronous Earth Orbit/Low Earth Orbit Space Object Inspection and Debris Disposal: A Preliminary Analysis Using a Carrier Satellite With Deployable Small Satellites”, rozprawa doktorska, Utah State University, 2013. URL: <https://digitalcommons.usu.edu/etd/1749/>.
- [20] K. Kurek, „Telekomunikacja Satelitarna”, Materiał z wykładu, 2025.
- [21] L. Dell’Elce, „Satellite Orbits in the Atmosphere: Uncertainty Quantification, Propagation and Optimal Control”, rozprawa doktorska, Université de Liège, 2015. URL: [https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/180705/1/PhDThesis\\_DellElce.pdf](https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/180705/1/PhDThesis_DellElce.pdf).
- [22] NASA, „Models of Earth’s Atmosphere (90 to 2500 km)”, National Aeronautics i Space Administration, sprawozdanie techniczne, 1973, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19730018598>.
- [23] „Atmosphere properties”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.braeunig.us/space/atmos.htm>.
- [24] European Cooperation for Space Standardization, „Space engineering – Space environment”, ECSS Secretariat, ESA-ESTEC, sprawozdanie techniczne, 2020, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: <https://ecss.nl/standard/ecss-e-st-10-04c-rev-1-space-environment-15-june-2020/>.
- [25] G. Beutler, *Methods of Celestial Mechanics Volume II: Application to Planetary System, Geodynamics and Satellite Geodesy*, 1 wyd. Springer, 2005, ISBN: 978-3-540-40750-8.
- [26] P. Fortescue, G. Swinerd i J. Stark, *Spacecraft Systems Engineering*, 4 wyd. Wiley, 2011, ISBN: 9780470750124.
- [27] G. Tommei i in., „Space Mechanics”, University of Pisa, sprawozdanie techniczne, 2019, [Dostęp 6.10.2025]. URL: <https://people.unipi.it/tommei/wp-content/uploads/sites/124/2019/04/spacemechanics.pdf>.
- [28] J. von Puttkamer, „Survey and Comparative Analysis of Current Geophysical Models”, NASA George C. Marshall Space Flight Center, sprawozdanie techniczne, 1969, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19690017591>.
- [29] M. A. Afful, „Orbital Lifetime Predictions of Low Earth Orbit Satellites and the effect of a DeOrbitSail”, Master’s Thesis, Stellenbosch University, 2013. URL: <https://scholar.sun.ac.za/items/1fce22ee-4e6e-48e4-a45e-7c6ff08fd70a>.
- [30] Y. Kozai, „The Motion of a Close Earth Satellite”, *The Astronomical Journal*, t. 64, s. 367–377, 1959. DOI: 10.1086/107957.
- [31] D. A. Vallado, *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, 4 wyd. Microcosm Press / Springer, 2013, ISBN: 978-1-881883-19-1.
- [32] D. N. J. du Toit, J. J. du Plessis i W. H. Steyn, „Using Atmospheric Drag for Constellation Control of Low Earth Orbit Micro-satellites”, w: *Proceedings of the Tenth Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites (SmallSat 1996)*, [Dostęp: 21.10.2025], 1996. URL: <https://digitalcommons.usu.edu/smallsat/1996/>.
- [33] G. Seeber, *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*, 1 wyd. Walter de Gruyter, 1993, ISBN: 3-11-012753-9.
- [34] C. A. Kluever, *Space Flight Dynamics*, 2 wyd. Wiley, 2018, ISBN: 978-1-119-15782-3.
- [35] P. S. Arroyo, „Mission and Thermal Analysis of the UPC CubeSat”, Master’s thesis, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), 2009. URL: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/8766>.

- [36] J. R. Wertz i W. J. Larson, red., *Space Mission Analysis and Design*, 3 wyd. Microcosm Press / Kluwer Academic Publishers, 1999, ISBN: 978-0-7923-5901-2.
- [37] „The Ecliptic: the Sun”. [Dostęp: 24.03.2025]. URL: [https://astro.dur.ac.uk/~ams/users/solar\\_year.html](https://astro.dur.ac.uk/~ams/users/solar_year.html).
- [38] J. Kennewell, „Satellite Orbital Decay Calculations”, IPS Radio & Space Services, Australian Government - Bureau of Meteorology, sprawozdanie techniczne, 1999, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: <https://www.sws.bom.gov.au/Category/Educational/Space%20Weather/Space%20Weather%20Effects/SatelliteOrbitalDecayCalculations.pdf>.
- [39] E. V. P. Smith i D. M. Gottlieb, „Solar flux and its variations”, *Space Science Reviews*, t. 16, nr 5-6, s. 771–802, 1974, [Dostęp: 6.10.2025]. DOI: 10.1007/BF00182600. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00182600>.
- [40] D. G. King-Hele, *Theory of Satellite Orbits in an Atmosphere*, 1 wyd. Butterworths, 1964.
- [41] „Debris Reentry”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/reentry/>.
- [42] J. McDowell, „Jonathan’s Space Pages: Satellite Constellations”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://planet4589.org/space/con/star/hiplots.html>.
- [43] „Starlink: Satellite Technology”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.starlink.com/technology>.
- [44] „Starlink Satellite Constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.eoportal.org/satellite-missions/starlink>.
- [45] „SpaceX Starlink satellites made 50,000 collision-avoidance maneuvers in the past 6 months. What does that mean for space safety?” [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.space.com/spacex-starlink-50000-collision-avoidance-maneuvers-space-safety>.
- [46] „Satellite Live Map”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://satellitemap.space/>.
- [47] „OneWeb Minisatellite Constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.eoportal.org/satellite-missions/oneweb>.
- [48] „OneWeb LEO Constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.eutelsat.com/satellite-network/oneweb-leo-constellation>.
- [49] „OneWeb vouches for high reliability of its deorbit system”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://spacenews.com/oneweb-vouches-for-high-reliability-of-its-deorbit-system/>.
- [50] M. Julianne, *China in the Race to Low Earth Orbit: Perspectives on the Future Internet Constellation Guowang*, 1 wyd. IFRI, 2023, ISBN: 979-10-373-0712-5.
- [51] „China is developing plans for a 13,000-satellite megaconstellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://spacenews.com/china-is-developing-plans-for-a-13000-satellite-communications-megaconstellation/>.
- [52] „China launches 8th batch of satellites for 13,000-strong internet megaconstellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.space.com/space-exploration/launches-spacecraft/china-launches-8th-batch-satellites-guowang-satnet-internet-megaconstellation-video>.
- [53] „China’s Guowang megaconstellation is more than another version of Starlink”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://arstechnica.com/space/2025/08/china-may-have-taken-an-early-lead-in-the-race-for-a-military-megaconstellation/>.

## 6. Bibliografia

---

- [54] „Developing and testing China’s Guowang constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.thespacereview.com/article/5004/1>.
- [55] „Observers’ Report: First Views of the Chinese “Thousand Sails” Satellites”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://skyandtelescope.org/astronomy-news/observers-report-first-views-of-the-chinese-thousand-sails-satellites/>.
- [56] „Amazon lays out constellation service goals, deployment and deorbit plans to FCC”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://spacenews.com/amazon-lays-out-constellation-service-goals-deployment-and-deorbit-plans-to-fcc/>.
- [57] „Amazon contracts nine Atlas 5 missions for Kuiper broadband satellites”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://spacenews.com/amazon-contracts-nine-atlas-5-missions-for-kuiper-broadband-satellites/>.
- [58] „Project Kuiper”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.eoportal.org/satellite-missions/projectkuiper>.
- [59] „Satellite internet constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite\\_internet\\_constellation](https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_internet_constellation).
- [60] „Globalstar Details Next-Generation LEO Constellation in FCC Filing”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.satellitetoday.com/connectivity/2025/02/19/globalstar-details-next-generation-leo-constellation-in-fcc-filing/>.
- [61] „Iridium NEXT”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.eoportal.org/satellite-missions/iridium-next?>.
- [62] „Gunter’s Space Page - Orbcomm”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [https://space.skyrocket.de/doc\\_sdat/orbcomm.htm](https://space.skyrocket.de/doc_sdat/orbcomm.htm).
- [63] „Falls Church-based Lynk is officially seeking FCC approval for its space cell phone network”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://technical.ly/dc/2021/05/25/lynk-fcc-license/>.
- [64] „«Sfiera» połučiła «Efir» i biudžet”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.kommersant.ru/doc/3689790>.
- [65] „IRIS<sup>2</sup>: the new EU Secure Satellite Constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [https://defence-industry-space.ec.europa.eu/eu-space/iris2-secure-connectivity\\_en](https://defence-industry-space.ec.europa.eu/eu-space/iris2-secure-connectivity_en).
- [66] E. Kulu. „NewSpace Telesat Constellation”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.newspace.im/constellations/telesat>.
- [67] T. J. Colvin, J. Karcz i G. Wusk, „Cost and Benefit Analysis of Orbital Debris Remediation”, NASA—Office of Technology, Policy, i Strategy (OTPS), NASA Headquarters, sprawozdanie techniczne, 2023, [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2023/03/otps--cost\\_and\\_benefit\\_analysis\\_of\\_orbital\\_debris\\_remediation--final.pdf](https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2023/03/otps--cost_and_benefit_analysis_of_orbital_debris_remediation--final.pdf).
- [68] NASA Orbital Debris Program Office, „Orbital Debris Quarterly News (ODQN), Issues 1996 - 2025”, NASA Johnson Space Center, sprawozdanie techniczne, 1996, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/quarterly-news/>.
- [69] P. C. Anderson, „The Orbital Dynamics of Advanced Planetary Observation Systems”, [Dostęp: 21.10.2025], rozprawa doktorska, University of Strathclyde, Department of Mechanical i Aerospace Engineering, 2013. URL: <https://strathprints.strath.ac.uk/>

- 45266/1/Anderson\_P\_Pure\_The\_Orbital\_Dynamics\_of\_Advanced\_Planetary\_Observation\_Systems\_PhDThesis\_2013.pdf.
- [70] „New observations confirm unintended emissions from satellite constellations”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.skao.int/en/news/478/new-observations-confirm-unintended-emissions-satellite-constellations>.
- [71] S. F. D. Carl D. Murray, *Solar System Dynamics*, 6 wyd. Cambridge University Press, 2009, ISBN: 978-0-521-57295-8.
- [72] NASA, „Jason Postlaunch Satellite Characteristics for POD activities”, International Laser Ranging Service (ILRS), sprawozdanie techniczne, 2001, [Dostęp: 6.10.2025]. URL: [https://ilrs.cddis.eosdis.nasa.gov/docs/Jason-1\\_specs.pdf](https://ilrs.cddis.eosdis.nasa.gov/docs/Jason-1_specs.pdf).
- [73] Z. Fortuna, B. Macukow i J. Wąsowski, *Metody numeryczne*, 7 wyd. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2017, ISBN: 978-83-01-19312-6.
- [74] C. Peat. „Heavens-Above: Satellite predictions and catalog”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.heavens-above.com>.
- [75] G. D. Krebs. „Gunter’s Space Page”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://space.skyrocket.de/index.html>.
- [76] E. Kulu. „NewSpace Constellations”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.newspace.im>.
- [77] „Mermaid Chart Generator”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://www.mermaidchart.com/app/user/onboarding>.
- [78] T. Kelso. „Frequently Asked Questions: Two-Line Element Set Format”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: <https://celestrak.org/columns/v04n03/>.
- [79] CASTOR. „B-STAR drag term”. [Dostęp: 21.10.2025]. URL: [http://www.castor2.ca/03\\_Mechanics/03\\_TLE/B\\_Star.html](http://www.castor2.ca/03_Mechanics/03_TLE/B_Star.html).
- [80] N. Z. Miura, „Comparison and Design of Simplified General Perturbation Models (SGP4) and Code for NASA Johnson Space Center, Orbital Debris Program Office”, Graduate Project, California Polytechnic State University, 2009. URL: [https://www.researchgate.net/publication/304165915\\_COMPARISON\\_AND\\_DESIGN\\_OF\\_SIMPLIFIED\\_GENERAL\\_PERTURBATION\\_MODELS\\_SGP4\\_AND\\_CODE\\_FOR\\_NASA\\_JOHNSON\\_SPACE\\_CENTER\\_ORBITAL\\_DEBRIS\\_PROGRAM\\_OFFICE](https://www.researchgate.net/publication/304165915_COMPARISON_AND_DESIGN_OF_SIMPLIFIED_GENERAL_PERTURBATION_MODELS_SGP4_AND_CODE_FOR_NASA_JOHNSON_SPACE_CENTER_ORBITAL_DEBRIS_PROGRAM_OFFICE).
- [81] F. R. Hoots i R. L. Roehrich, „Models for Propagation of NORAD Element Sets”, Aerospace Defense Center, sprawozdanie techniczne Spacetrack Report No. 3, 1980. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA093554>.

## Wykaz symboli i skrótów

**CHEOS** – China High-resolution Earth Observation System  
**CPS** – Centre for the Protection of the Dark and Quiet Sky  
**ECI** – Earth-Centered Inertial Coordinate System  
**ESA** – European Space Agency  
**GCAT** – General Catalog of Artificial Space Objects  
**GEO** – Geostationary Earth Orbit  
**IADC** – Inter-Agency Space Debris Coordination Committee  
**IAU** – International Astronomical Union  
**IRIS<sup>2</sup>** – Infrastructure for Resilience, Interconnectivity and Security by Satellite  
**ISS** – International Space Station  
**JB** – Jacchia-Bowman  
**JCA** – Just-in-time Collision Avoidance  
**LEO** – Low Earth Orbit  
**MEO** – Medium Earth Orbit  
**MPT** – Metal Plasma Thruster  
**MSISE** – Mass Spectrometer Incoherent Scatter Extended  
**NASA** – National Aeronautics and Space Administration  
**RTN** – Radial-Tangential-Normal Coordinate System  
**SGP4** – Simplified General Perturbations 4  
**SRP** – Solar Radiation Pressure  
**TLE** – Two Line Element  
**USA** – United States of America

$A [m^2]$  – pole przekroju poprzecznego

$A_D [m^2]$  – rzut przekroju poprzecznego na płaszczyznę prostopadłą do wektora prędkości

$A_{SRP} [m^2]$  – rzut przekroju poprzecznego na płaszczyznę prostopadłą do kierunku Słońca

$a [m]$  – półosi wielka orbity

$a_R \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  – przyspieszenie działające na satelitę w kierunku radialnym

$a_T \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  – przyspieszenie działające na satelitę w kierunku tangencjalnym

$a_W \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  – przyspieszenie działające na satelitę w kierunku normalnym

$a_S [m]$  – średnia odległość Ziemi od Słońca

$a_0 [m]$  – półosi wielka orbity po zakończeniu manewrowania obiektu

$a' [m]$  – półosi wielka orbity w czasie końca żywotności

$B \left[ \frac{1}{s} \right]$  – parametr obliczany przy wyznaczeniu żywotności satelity

$B^* [-]$  – współczynnik oporu B-STAR

$b [m]$  – półosi mała orbity

$b_s [m]$  – rozpiętość satelity

$c \left[ \frac{m}{s} \right]$  – prędkość światła w próżni

$C_B \left[ \frac{kg}{m^2} \right]$  – współczynnik balistyczny satelity

$C_D [-]$  – współczynnik oporu satelity

$C_P [-]$  – współczynnik refleksyjności

$D [rad]$  – faza roku, liczona od dnia aphelium Ziemi, 4 Lipca

$d_s [m]$  – średnica (szerokość) satelity

$\frac{da}{dt} \left[ \frac{m}{s} \right]$  – zmiana półosi wielkiej orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{da}{dt \text{ atm}} \left[ \frac{m}{s} \right]$  – zmiana półosi wielkiej orbity od wpływu oporu atmosferycznego

$\frac{de}{dt} \left[ \frac{1}{s} \right]$  – zmiana ekscentryczności orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{de}{dt \text{ atm}} \left[ \frac{1}{s} \right]$  – zmiana ekscentryczności orbity od wpływu oporu atmosferycznego

$\frac{de}{dt \text{ niejed}} \left[ \frac{1}{s} \right]$  – zmiana ekscentryczności orbity od wpływu niejednorodności Ziemi

$\frac{di}{dt} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana inklinacji orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{di}{dt \text{ niejed}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana inklinacji orbity od wpływu niejednorodności Ziemi

$\frac{dk}{dt} \left[ \frac{1}{s} \right]$  – zmiana parametru k

$\frac{dk}{dt q} \left[ \frac{1}{s} \right]$  – zmiana parametru k spowodowana perturbacją q

$\frac{dM}{dt} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana anomalii średniej orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{dM}{dt \text{ niejed}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana anomalii średniej orbity od wpływu niejednorodności Ziemi

$\frac{d\Omega}{dt} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana rektascensji węzła wstępującego orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{d\Omega}{dt \text{ Moon}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana rektascensji węzła wstępującego orbity od wpływu Księżyca

$\frac{d\Omega}{dt \text{ niejed}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana rektascensji węzła wstępującego orbity od wpływu spłaszczenia Ziemi

$\frac{d\Omega}{dt \text{ Sun}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana rektascensji węzła wstępującego orbity od wpływu Słońca

$\frac{d\Omega}{dt \text{ 3body}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana rektascensji węzła wstępującego orbity od wpływu trzeciego ciała

$\frac{dw}{dt} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum orbity spowodowana perturbacjami

$\frac{dw}{dt \text{ atm}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum od wpływu oporu atmosferycznego

$\frac{dw}{dt \text{ Moon}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum orbity od wpływu Księżyca

$\frac{dw}{dt \text{ niejed}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum orbity od wpływu niejednorodności Ziemi

$\frac{dw}{dt \text{ Sun}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum orbity od wpływu Słońca

$\frac{dw}{dt \text{ 3body}} \left[ \frac{rad}{s} \right]$  – zmiana argumentu perigeum orbity od wpływu trzeciego ciała

$E [rad]$  – anomalia ekscentryczna (mimośrodowa)

$e [-]$  – ekscentryczność (mimośrodowość) orbity

$e_0 [-]$  – ekscentryczność orbity po zakończeniu manewrowania obiektu

$e' [-]$  – ekscentryczność orbity w czasie końca żywotności

$\bar{e} [-]$  – przeskalowana ekscentryczność do wyznaczenia empirycznej żywotności

$F_D [N]$  – siła oporu aerodynamicznego

$F_e \left[ \frac{W}{m^2} \right]$  – średnia energia słoneczna dostarczana w okolicy Ziemi

$f_{SRP} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$  – przyspieszenie zakłócające od ciśnienia promieniowania słonecznego

$G \left[ \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right]$  – stała grawitacyjna

$H_{p0} [m]$  – skala wysokości dla perigeum

$H_0 [m]$  – skala wysokości na wysokości odniesienia

$\vec{h} \left[ \frac{m^2}{s} \right]$  – moment orbitalny

$h_0 [m]$  – wysokość odniesienia

## 6. Wykaz symboli i skrótów

---

- $\bar{h}_p$  [–] – przeskalowana wysokość perigeum do wyznaczenia empirycznej żywotności  
 $h_a$  [m] – wysokość apogeum  
 $h_p$  [m] – wysokość perigeum  
 $h'_p$  [m] – wysokość perigeum deorbitacji satelity  
 $I_1$  [–] – funkcja Bessela pierwszego rodzaju i pierwszego rzędu  
 $i$  [rad] – inklinacja orbity  
 $i_3$  [rad] – inklinacja orbity ciała perturbującego odniesiona do ziemskiego równika  
 $i_{moon}$  [rad] – inklinacja orbity Księżyca względem równika  
 $i_{sun}$  [rad] – inklinacja orbity Słońca względem równika  
 $J_2$  [–] – druga harmoniczna związana ze spłaszczeniem Ziemi  
 $J_3$  [–] – trzecia harmoniczna związana ze spłaszczeniem Ziemi  
 $J_4$  [–] – czwarta harmoniczna związana ze spłaszczeniem Ziemi  
 $k$  [–] – przykładowy parametr  
 $k_0$  [–] – początkowy przykładowy parametr  
 $M$  [rad] – anomalia średnia  
 $m$  [kg] – całkowita masa obiektu kosmicznego  
 $m_p$  [kg] – masa planety  
 $N_{life}$  [rev] – liczba pełnych obiegów orbity, jakie obiekt wykona w trakcie swojego istnienia  
 $n \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$  – ruch średni orbity (ang. mean motion)  
 $n_{moon} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$  – ruch średni Księżyca  
 $n_{sun} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$  – ruch średni Słońca  
 $n_{obr} \left[ \frac{\text{rev}}{\text{day}} \right]$  – liczba pełnych obrotów orbity w ciągu 1 dnia  
 $n_3 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$  – ruch średni ciała perturbującego  
 $P_{SRP} \left[ \frac{N}{\text{m}^2} \right]$  – ciśnienie promieniowania słonecznego  
 $p$  [m] – parametr perigeum (ang. semi-latus rectum)  
 $R$  [N] – składowa promieniowa siły perturbującej orbitę  
 $R_0$  [–] – cosinus kierunkowy w kierunku radialnym  
 $R^2$  [–] – współczynnik determinacji  
 $R_E$  [m] – promień Ziemi  
 $R_P$  [m] – promień planety  
 $R_{SRP} \left[ \frac{m}{\text{s}^2} \right]$  – składowa promieniowa przyspieszenia od ciśnienia promieniowania słonecznego  
 $\vec{r}$  [m] – promień wodzący orbity  
 $r_a$  [m] – promień apogeum orbity  
 $r_p$  [m] – promień perigeum orbity  
 $r_{p0}$  [m] – promień perigeum orbity po zakończeniu manewrowania obiektu  
 $r'_p$  [m] – promień perigeum orbity w czasie końca żywotności  
 $r_S$  [m] – średnia odległość obiektu od Słońca  
 $T$  [N] – składowa tangencjalna siły perturbującej orbitę  
 $T_0$  [–] – cosinus kierunkowy w kierunku tangencjalnym  
 $T_S$  [s] – okres obiegu orbity  
 $T_{SRP} \left[ \frac{m}{\text{s}^2} \right]$  – składowa tangencjalna przyspieszenia od ciśnienia promieniowania słonecznego  
 $t$  [–] – dzień dla którego wyznaczane są parametry orbitalne orbity

$t_{Jul4}[-]$  – dzień odniesienia, określający dzień aphelium orbity Ziemi  
 $t_{life}[s]$  – żywotność obiektu kosmicznego  
 $\vec{U}[N]$  – siła wypadkowa perturbująca orbitę  
 $u[rad]$  – argument szerokości geocentrycznej (ang. argument od latitude)  
 $\vec{v}\left[\frac{m}{s}\right]$  – wypadkowa prędkość na orbicie  
 $v_a\left[\frac{m}{s}\right]$  – prędkość w apogeum orbity  
 $v_{circ}\left[\frac{m}{s}\right]$  – prędkość na orbicie kołowej  
 $v_p\left[\frac{m}{s}\right]$  – prędkość w perygeum orbity  
 $v_r\left[\frac{m}{s}\right]$  – składowa promieniowa prędkości  
 $v_\perp\left[\frac{m}{s}\right]$  – składowa prędkości prostopadła do promienia wodzącego  
 $W[N]$  – składowa normalna siły perturbującej orbitę  
 $W_0[-]$  – cosinus kierunkowy w kierunku normalnym  
 $W_{SRP}\left[\frac{m}{s^2}\right]$  – składowa normalna przyspieszenia od ciśnienia promieniowania słonecznego  
 $Z[years]$  – Żywotność  
 $Z_1[years]$  – Żywotność wyznaczona metodą 1 (King-Hele)  
 $Z_2[years]$  – Żywotność wyznaczona metodą 2 (Uproszczona)  
 $Z_3[years]$  – Żywotność wyznaczona metodą 3 (Empiryczna)  
 $Z_4[years]$  – Żywotność wyznaczona metodą 4 (autorska uproszczona)  
 $Z_5[years]$  – Żywotność wyznaczona metodą 5 (autorska numeryczna)  
 $Z_{max}[years]$  – Żywotność wyznaczona dla wysokiej aktywności słonecznej  
 $Z_{min}[years]$  – Żywotność wyznaczona dla niskiej aktywności słonecznej

$\Delta t[s]$  – krok czasowy, przyrost czasu w jakim analizowane jest działanie perturbacji  
 $\Delta_{\Delta t}[-]$  – wyznacznik trójmianu kwadratowego funkcji żywotności obiektu kosmicznego  
 $\epsilon[rad]$  – kąt nachylenia ekiptyki względem równika ziemskiego  
 $\epsilon\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$  – właściwa energia mechaniczna ciała w ruchu orbitalnym  
 $\vec{\gamma}_p\left[\frac{m}{s^2}\right]$  – wypadkowe przyspieszenie wynikające z perturbacji orbitalnych  
 $\lambda[rad]$  – długość ekiptyczna Słońca  
 $\mu\left[\frac{m^3}{s^2}\right]$  – parametr grawitacyjny  
 $\mu_E\left[\frac{m^3}{s^2}\right]$  – parametr grawitacyjny Ziemi  
 $\Omega[rad]$  – rektascensja węzła wstępującego  
 $\omega[rad]$  – argument perigeum  
 $\rho\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  – gęstość atmosferyczna na danej wysokości  
 $\rho_0\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  – gęstość atmosferyczna na wysokości odniesienia  
 $\rho_B\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  – gęstość atmosferyczna zależna od promienia Ziemskego  
 $\rho_{p0}\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  – gęstość atmosferyczna dla perigeum  
 $\theta[rad]$  – anomalia prawdziwa

$\Upsilon$  – punkt Barana  
 $\Omega$  – węzeł wstępujący

# Spis rysunków

2.1 Krzywe stożkowe. Opracowanie własne na podstawie [11]. . . . .	12
2.2 Podział orbit ze względu na kształt [12]. . . . .	12
2.3 Elementy orbity. Opracowanie własne na podstawie [13]. . . . .	14
2.4 Anomalia prawdziwa ( $\theta$ ), ekscentryczna ( $E$ ) i średnia ( $M$ ) [14]. . . . .	14
2.5 Zobrazowanie parametru perigeum [11]. . . . .	15
2.6 Składowe $v_r$ i $v_\perp$ prędkości obiektu na orbicie. Opracowanie własne na podstawie [4].	16
2.7 Układ sił R, T, W perturbujących orbitę idealną. Opracowanie własne na podstawie [6].	18
2.8 Atmosferyczna skala wysokości i gęstości do wysokości 35 786 km. Opracowanie własne na podstawie [23]. . . . .	19
2.9 Wizualizacja zmniejszenia ekscentryczności orbity na skutek działania perturbacji od oporu atmosferycznego. Opracowanie własne na podstawie [16]. . . . .	20
2.10 Wartości współczynników do obliczenia perturbacji od spłaszczenia pola grawitacyjnego Ziemi. Opracowanie własne na podstawie [9]. . . . .	21
2.11 Interpretacja geometryczna harmonicznych $J_2, J_3$ i $J_4$ . Opracowanie własne na podstawie [28]. . . . .	21
2.12 Wizualizacja skutku zmiany rektascensji węzła wstępującego i argumentu perigeum. Opracowanie własne na podstawie [16]. . . . .	22
2.13 Wizualizacja zwiększania ekscentryczności orbity na skutek działania perturbacji od promieniowania słonecznego. Opracowanie własne na podstawie [16]. . . . .	27
2.14 Wpływ różnych źródeł perturbacji w zależności od wysokości orbity LEO. Opracowanie własne na podstawie [26]. . . . .	29
2.15 Wpływ różnych źródeł perturbacji w zależności od wysokości orbity. Opracowanie własne na podstawie [16]. . . . .	29
2.16 Schemat czynników mających wpływ na rzeczywistą wartość żywotności obiektu kosmicznego. Opracowanie własne na podstawie [21]. . . . .	30
2.17 Wykres służący do wyznaczenia żywotności obiektu kosmicznego metodą empiryczną. Opracowanie własne na podstawie [11]. . . . .	32
2.18 Wizualizacja rozmieszczenia satelitów konstelacji Starlink na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:20. . . . .	34
2.19 Wizualizacja satelity Starlink [43]. . . . .	34
2.20 Wizualizacja rozmieszczenia satelitów konstelacji OneWeb na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:12. . . . .	35
2.21 Wizualizacja satelity OneWeb [47]. . . . .	35
2.22 Wizualizacja rozmieszczenia satelitów różnych konstelacji na orbicie wokół Ziemi [46]. Stan na dzień 28.10.2025, godzina 17:20. . . . .	37
2.23 Liczba obiektów kosmicznych na przestrzeni 70 lat z podziałem na orbity docelowe. Opracowanie własne na podstawie [68]. . . . .	38
2.24 Porównanie gęstości przestrzennej obiektów kosmicznych na orbicie LEO. . . . .	38
2.25 Rozkład obiektów kosmicznych na orbitach LEO. . . . .	39
2.26 Liczba satelitów należących do konstelacji na orbicie LEO na przestrzeni lat. Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	39

2.27 Liczba startów na orbitę na przestrzeni lat z podziałem na liczbę wysyłanych jednorazowo ładunków użytecznych. Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	39
2.28 Liczba obiektów powracających do atmosfery w poszczególnych latach z podziałem według typu orbity. Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	40
2.29 Aktywność startowa ładunków użytecznych na orbitach LEO według roku. Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	40
2.30 Liczba obiektów kosmicznych na przestrzeni 70 lat z podziałem na rodzaj obiektu. . . . .	41
2.31 Regiony orbitalne objęte szczególną ochroną przed śmieciami kosmicznymi. Opracowanie własne na podstawie [19]. . . . .	42
2.32 Udział misji spełniających wymogi oczyszczania chronionego regionu LEO (żywoność 5 lat). Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	42
2.33 Prognozowana liczba obiektów większych niż 10 cm na orbicie LEO w latach 2025–2225 – porównanie scenariuszy z kontynuacją i bez kontynuacji startów. . . . .	43
2.34 Prognozowana liczba katastrofalnych kolizji na orbitach LEO w latach 2025–2225 – porównanie scenariuszy z kontynuacją i bez kontynuacji startów. . . . .	43
2.35 Czas osiągnięcia rentowności dla różnych typów remediacji śmieci kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [67]. . . . .	44
4.1 Zdigitalizowane i ekstrapolowane dane dla metody empirycznej, wraz z $R^2$ dla każdej z ekstrapolowanych krzywych. . . . .	47
4.2 Wykresy powierzchniowe $f(h_p, e)$ wraz z interpolacją powierzchniową (funkcje trzeciego stopnia) dla dwóch przedziałów mimośrodowości i $R^2$ względem zapisanych punktów i ekstrapolowanych linii. . . . .	48
4.3 Wykres powierzchniowy $f(h_p, e)$ wraz z interpolacją powierzchniową (funkcja piątego stopnia) dla pełnego przedziału mimośrodowości i $R^2$ względem zapisanych punktów i ekstrapolowanych linii. Widoczny efekt Runge'go [73]. . . . .	48
4.4 Porównanie metod wyznaczania żywotności w funkcji wysokości perigeum oraz w funkcji ekscentryczności. . . . .	50
4.5 Przyjęty do obliczeń model gęstości atmosfery dla orbit LEO, w zależności aktywności słonecznej. Dane na wykresie na podstawie [22], [23], [24]. . . . .	51
4.6 Schemat blokowy przedstawiający algorytm działania programu <i>zywotnosc.m</i> . Schemat stworzony na stronie [77]. . . . .	54
4.7 Schemat blokowy przedstawiający algorytm działania programu <i>zywotnosc_zbiorowa.m</i> . Schemat stworzony na stronie [77]. . . . .	55
4.8 Przykład danych TLE. Źródło danych [74]. . . . .	56
5.1 Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Tintin A</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	60
5.2 Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Tintin A</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	61
5.3 Żywotność (metoda 5) satelity <b>Tintin A</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	61
5.4 Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>GRACE-1</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	62
5.5 Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>GRACE-1</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	63

5.6	Żywotność (metoda 5) satelity <b>GRACE-1</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	63
5.7	Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Tiangong</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	64
5.8	Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Tiangong</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	65
5.9	Żywotność (metoda 5) satelity <b>Tiangong</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	65
5.10	Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>PW-Sat</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	66
5.11	Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>PW-Sat</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	67
5.12	Żywotność (metoda 5) satelity <b>PW-Sat</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	67
5.13	Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>PW-Sat 2</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	68
5.14	Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>PW-Sat 2</b> wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	69
5.15	Żywotność (metoda 5) satelity <b>PW-Sat 2</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery wraz z danymi rzeczywistymi. . . . .	69
5.16	Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Starlink-35257</b> . . . . .	71
5.17	Porównanie modeli perturbacji od niejednorodności Ziemi dla satelity <b>Starlink-35257</b> . . . . .	71
5.18	Składowe perturbacji parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Starlink-35257</b> . . . . .	72
5.19	Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Starlink-35257</b> . Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	73
5.20	Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Starlink-35257</b> . Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	73
5.21	Żywotność (metoda 5) satelity <b>Starlink-35257</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	74
5.22	Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>OneWeb-0007</b> . . . . .	75
5.23	Porównanie modeli perturbacji od niejednorodności Ziemi dla satelity <b>OneWeb-0007</b> . . . . .	75
5.24	Składowe perturbacji parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>OneWeb-0007</b> . . . . .	76
5.25	Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>OneWeb-0007</b> . Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	77
5.26	Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>OneWeb-0007</b> . Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	77
5.27	Żywotność (metoda 5) satelity <b>OneWeb-0007</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery. Porównanie modeli niejednorodności Ziemi. . . . .	78
5.28	Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Kuiper-00167</b> . . . . .	79

5.29 Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Kuiper-00167</b> . . . . .	79
5.30 Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Kuiper-00167</b> . . . . .	80
5.31 Żywotność (metoda 5) satelity <b>Kuiper-00167</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery. . . . .	80
5.32 Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Hulianwang DIGUI-67</b> . . . . .	81
5.33 Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Hulianwang DIGUI-67</b> . . . . .	82
5.34 Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Hulianwang DIGUI-67</b> . . . . .	82
5.35 Żywotność (metoda 5) satelity <b>Hulianwang DIGUI-67</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery. . . . .	83
5.36 Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Qianfan-67</b> . . . . .	84
5.37 Analiza czułości zmian wysokości perigeum dla trzech modeli gęstości atmosfery dla satelity <b>Qianfan-67</b> . . . . .	84
5.38 Analiza czułości zmian parametrów orbitalnych dla średniej gęstości atmosfery dla satelity <b>Qianfan-67</b> . . . . .	85
5.39 Żywotność (metoda 5) satelity <b>Qianfan-67</b> dla trzech modeli gęstości atmosfery. . . . .	85
5.40 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>Starlink</b> dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	86
5.41 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>OneWeb</b> dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	87
5.42 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>OneWeb</b> na wyższych partiach orbity LEO dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	87
5.43 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>Kuiper</b> dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	88
5.44 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>Guowang</b> dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	89
5.45 Żywotność (metoda 1, 2, 5) konstelacji satelitów <b>Qianfan</b> dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	90
5.46 Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	91
5.47 Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów dla średniej gęstości atmosfery w funkcji wysokości perigeum i ekscentryczności. . . . .	91
5.48 Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów do wysokości perigeum 750 km dla średniej gęstości atmosfery wraz z procentowym udziałem satelitów na danych wysokościach perigeum. . . . .	92
5.49 Żywotność (metoda 1, 2, 5) wszystkich analizowanych konstelacji satelitów do wysokości perigeum 750 km dla średniej gęstości atmosfery w funkcji wysokości perigeum i ekscentryczności. . . . .	92

## Spis tabel

2.1 Porównanie generacji satelitów Starlink. Opracowanie własne na podstawie [44]. . . . .	34
2.2 Zestawienie innych konstelacji satelitarnych LEO [59]. . . . .	37
2.3 Dane liczbowe z zakresu śmieci kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [2]. Stan na dzień 08.01.2026r. . . . .	40
2.4 Klasyfikacja obiektów kosmicznych. Opracowanie własne na podstawie [2]. . . . .	41
4.1 Wartości stałych przyjętych do obliczeń . . . . .	46
4.2 Parametry gabarytowe i orbitalne dla założonego obiektu kosmicznego do porównania stosownalności metod wyznaczania żywotności. . . . .	50
4.3 Zestawienie funkcji zaimplementowanych w programach <code>zywotnosc.m</code> oraz <code>zywotnosc_zbiorowa.m</code> . . . . .	53
4.4 Interpretacja danych z TLE [78]. . . . .	57
5.1 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>Tintin A</b> . . . . .	60
5.2 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>GRACE-1</b> . . . . .	62
5.3 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>TIANGONG-1</b> . . . . .	64
5.4 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>PW-Sat</b> . . . . .	66
5.5 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>PW-Sat 2</b> . . . . .	68
5.6 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>Starlink-35257</b> . . . . .	70
5.7 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>OneWeb-0007</b> . . . . .	74
5.8 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>Kuiper-00167</b> . . . . .	78
5.9 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>Hulianwang DIGUI-67</b> . . . . .	81
5.10 Początkowe parametry orbitalne satelity <b>Qianfan-67</b> . . . . .	83
5.11 Uśrednione żywotności satelitów konstelacji <b>Starlink</b> wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum. . . . .	86
5.12 Uśrednione żywotności satelitów konstelacji <b>OneWeb</b> wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum. . . . .	88
5.13 Uśrednione żywotności satelitów konstelacji <b>Kuiper</b> wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum. . . . .	88
5.14 Uśrednione żywotności satelitów konstelacji <b>Guowang</b> wraz z udziałem procento- wym w określonych przedziałach wysokości perigeum. . . . .	89
5.15 Uśrednione żywotności satelitów konstelacji <b>Qianfan</b> wraz z udziałem procentowym w określonych przedziałach wysokości perigeum. . . . .	90

## Spis załączników

1. Kod źródłowy programu <code>zywotnosc.m</code> . . . . .	111
2. Kod źródłowy programu <code>zywotnosc_zbiorowa.m</code> . . . . .	143
3. Zestawienie parametrów konstelacji satelitarnych . . . . .	151

## Załącznik 1. Kod źródłowy programu zywotnosc.m

```
1 clc; clear; close all;
2 fprintf('==== INICJALIZACJA ===\n');
3
4 % 1. DANE I STAŁE
5 data = readmatrix("MSISE.txt");
6 Const.h0 = data(:,1); Const.H = data(:,2); Const.rho0 = data(:,3);
7 Const.rho01 = data(:,4); Const.rhomin = data(:,5); Const.rhomid = data(:,6);
8 Const.rhomax = data(:,7);
9
10 load('coeffs_X.mat');
11 ObliczZ3_handle = @(e_query, h_query) ObliczZ3(e_query, h_query, coeff1, ...
12 deg1, mx1, sx1, my1, sy1, coeff2, deg2, mx2, sx2, my2, sy2);
13
14 Const.R_E = 6.378e6; Const.mi = 3.986e14; Const.J_2 = 1082.6e-6; Const.c = 2.9979e8;
15 Const.epsilon_deg = 23.44; Const.a_S = 1.496e11; Const.r_S = 1.496e11;
16 Const.G = 6.674e-11; Const.n_sun = 1.99e-7; Const.n_moon = 2.66e-6;
17 Const.i_sundeg = 23.49; Const.i_moondeg = 28.6 + 23.49; Const.hpp = 78000;
18 Const.r_pp = Const.hpp + Const.R_E; Const.J_3 = -2.5327e-6; Const.J_4 = -1.6196e-6;
19
20 % 2. POBRANIE DANYCH
21 fprintf('Numery przypadków testowych: 38083, 43814, 27391, 43216, 37820 \n');
22 ID_Sateliety = input('Podaj ID satelity (SATCAT): ');
23 test_IDs = [38083, 43814, 27391, 43216, 37820];
24
25 if ismember(ID_Sateliety, test_IDs)
26 sat = Dane_Excel(ID_Sateliety, 'DeorbitowaneSateliety.xlsx', Const);
27 else
28 sat = Dane_Full(ID_Sateliety, Const);
29 end
30
31 m = sat.Masa;
32 len = sat.Wymiary_Raw(1); span = sat.Wymiary_Raw(3);
33 A_SRP = len*span; A_D = A_SRP*0.2;
34
35 h_p_km = sat.Orbita.h_per; h_a_km = sat.Orbita.h_apo;
36 i_deg = sat.Orbita.inc; OMEGA_deg = sat.Orbita.raan; omega_deg = sat.Orbita.argPer;
37 C_D = 2.2; C_P = 1.2; t_date = sat.Czas_PL;
38
39 r_p = h_p_km*1000 + Const.R_E; r_a = h_a_km*1000 + Const.R_E;
40 a = 0.5*(r_p + r_a); e = (r_a - r_p)/(r_a + r_p);
41 i = deg2rad(i_deg); OMEGA = deg2rad(OMEGA_deg); omega = deg2rad(omega_deg);
42 n = sqrt(Const.mi/a^3); C_B = m/A_D/C_D; T_S = 2*pi/sqrt(Const.mi)*a^(3/2);
43
44 % --- Metody 1, 2, 3, 4 ---
45 fprintf('\n==== ANALIZA WSTEPNA ===\n');
46 [res_avg, res_vec] = ObliczPerturbacje(a, e, i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SRP, ...
47 C_D, C_P, t_date, Const.rho0, Const);
48
49 %WykresyPerturbacji(res_vec, sat, ID_Sateliety);
50 PorownajModele(res_vec);
```

```

51 [Z1, Z2, Z3, Z4] = ObliczZywotnosci(a, e, n, r_p, h_p_km*1000, C_B, T_S, ...
52 res_avg, Const.rho0, Const, ObliczZ3_handle, 1);
53 [Z1min, Z2min, ~, ~] = ObliczZywotnosci(a, e, n, r_p, h_p_km*1000, C_B, T_S, ...
54 res_avg, Const.rhomin, Const, ObliczZ3_handle, 0);
55 [Z1max, Z2max, ~, ~] = ObliczZywotnosci(a, e, n, r_p, h_p_km*1000, C_B, T_S, ...
56 res_avg, Const.rhomax, Const, ObliczZ3_handle, 0);

57

58 % --- METODA 5 ---
59 [Z5, t_nom, h_nom, a_nom, e_nom] = ObliczZ5(a, e, i, OMEGA, ...
60 omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Const.rho0, Const, 1);
61 [Z5min, t_nommin, h_nommin, a_nommin, e_nommin] = ObliczZ5(a, ...
62 e, i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Const.rhomin, Const, 0);
63 [Z5max, t_nommax, h_nommax, a_nommax, e_nommax] = ObliczZ5(a, ...
64 e, i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Const.rhomax, Const, 0);

65

66 fprintf('\n==== ANALIZA CZUŁOŚCI ===');

67

68 Scenarios = {
69   Const.rho0,    Z1,      Z2,      Z5,      t_nom,      h_nom,      a_nom,      (e_nom ...
70   ),      'Średnia', 2;
71   Const.rhomin, Z1min,  Z2min,  Z5min,  t_nommin,  h_nommin,  a_nommin, (e_nommin ...
72   ),      'Niska', 1;
73   Const.rhomax, Z1max,  Z2max,  Z5max,  t_nommax,  h_nommax,  a_nommax, (e_nommax ...
74   ),      'Wysoka', 3
75 };
76

77 order = [2, 1, 3];

78

79 for j = 1:3
80 k = order(j);

81

82 curr_rho = Scenarios{k, 1};
83 curr_desc = Scenarios{k, 9};
84 plot_idx = Scenarios{k, 10};

85

86 fprintf('\n---> Rysowanie wykresu %d/3: %s aktywność słoneczna...', ...
87 plot_idx, curr_desc);

88

89 Z_struct_curr.Z1 = Scenarios{k, 2};
90 Z_struct_curr.Z2 = Scenarios{k, 3};
91 Z_struct_curr.Z3 = Z3;
92 Z_struct_curr.Z4 = Z4;
93 Z_struct_curr.Z5 = Scenarios{k, 4};

94

95 Adapt_struct_curr.t_nom = Scenarios{k, 5};
96 Adapt_struct_curr.h_nom = Scenarios{k, 6};
97 Adapt_struct_curr.a_nom = Scenarios{k, 7};
98 Adapt_struct_curr.e_nom = Scenarios{k, 8};

99

100 WysokoscPerigeum(curr_rho, sat, ID_Sateliety, Const, a, e, i, OMEGA, omega, ...
101 m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Z_struct_curr, Adapt_struct_curr, curr_desc, plot_idx);

102

103

```

```

104 if k == 1
105 AnalizaCzulosciParametrow(curr_rho, sat, ID_Sateliety, Const, a, e, ...
106 i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Z_struct_curr, Adapt_struct_curr);
107 end
108
109 end
110
111 WysokoscPerigeumZbiorcza(Scenarios, Z3, sat, ID_Sateliety, Const, t_date);
112
113 fprintf('\n UKOŃCZONO CAŁĄ ANALIZĘ \n');
114
115 function WysokoscPerigeumZbiorcza(Scenarios, Z3_val, sat, ID_Sateliety, Const, t_date)
116
117 max_lifetime = 0;
118 for k = 1:size(Scenarios, 1)
119 vals = [Scenarios{k, 2}, Scenarios{k, 3}, Scenarios{k, 4}, Z3_val];
120 max_lifetime = max(max_lifetime, max(vals(isfinite(vals))));
121 end
122
123 styles_rho = {'-', '--', ':'};
124 labels_rho = {'Średnia', 'Niska', 'Wysoka'};
125
126 fig_h = figure('Name', 'Analiza Zbiorcza - Wysokość Perigeum', ...
127 'Units', 'normalized', 'Position', [0.05 0.05 0.9 0.85]);
128 hold on; grid on;
129
130 title({['Analiza czułości zmiany wysokości perigeum dla kroku ' ...
131 'adaptacyjnego dla różnej aktywności słonecznej.']; ...
132 sprintf('Satelita %s (ID: %d)', sat.Nazwa, ID_Sateliety)}));
133
134 ylabel('Wysokość perigeum [km]');
135 xlabel('Dni od zakończenia manewrowości');
136
137 yline(Const.hpp/1000, 'g:', 'LineWidth', 2.0, ...
138 'Label', 'Granica deorbitacji', ...
139 'LabelVerticalAlignment', 'bottom', ...
140 'HandleVisibility', 'off');
141
142 ylim([0 inf]);
143
144 legend_entries = [];
145 legend_txt = {};
146
147 % RYSOWANIE KRZYWYCH ADAPTACYJNYCH (Czerwone)
148 for k = 1:size(Scenarios, 1)
149 style = styles_rho{k};
150 desc = labels_rho{k};
151
152 t_ad = Scenarios{k, 5};
153 h_ad = Scenarios{k, 6};
154
155 if ~isempty(t_ad)
156 d_ad = t_ad * 365.25;

```

```

157 p = plot(d_ad, h_ad, style, 'Color', 'r', 'LineWidth', 2.0);
158 legend_entries = [legend_entries, p];
159 legend_txt{end+1} = sprintf('%s aktywność słoneczna', desc);
160 end
161 end
162
163 % SKALOWANIE CZASU (Dni -> Lata, jeśli > 3 lata)
164 time_scale = 1;
165 time_label = 'Dni od zakończenia manewrowości';
166 if max_lifetime > 3
167 time_scale = 365.25;
168 time_label = 'Lata od zakończenia manewrowości';
169 end
170
171 if time_scale > 1
172 all_lines = findobj(gca, 'Type', 'line');
173 for L = all_lines'
174 if max(L.XData) > (max_lifetime * 0.5)
175 L.XData = L.XData / time_scale;
176 end
177 end
178 xlabel(time_label);
179 end
180
181 % DANE RZECZYWISTE (TLE) - Czarne
182 if isfield(sat.Orbita, 'vec')
183 d_real = days(sat.Orbita.vec.Czas - t_date) / time_scale;
184 pr = plot(d_real, sat.Orbita.vec.h_per, 'k-', 'LineWidth', 2.5);
185 pr.Color = [0 0 0 0.8];
186
187 legend_entries = [legend_entries, pr];
188 legend_txt{end+1} = 'Rzeczywiste dane';
189 end
190
191 % LINIE ŻYWOTNOŚCI (Pionowe)
192 v_color = [0.5 0.5 0.5];
193
194 for k = 1:size(Scenarios, 1)
195 if k == 1
196 continue;
197 end
198
199 zs = [Scenarios{k, 2}, Scenarios{k, 3}, Scenarios{k, 4}];
200 names = {'Z1', 'Z2', 'Z5'};
201 style = styles_rho{k};
202
203 for z_idx = 1:length(zs)
204 val = zs(z_idx);
205 nm = names{z_idx};
206
207 if isinfinite(val) && val > 0
208 pos = (val * 365.25) / time_scale;
209 lbl_suffix = '';

```

```

210 if k==2, lbl_suffix=_('min'); elseif k==3, lbl_suffix=_('max'); end
211
212 h_align = 'left';
213 if strcmp(nm, 'Z2')
214 h_align = 'right';
215 else
216 h_align = 'left';
217 end
218
219 xline(pos, style, 'Color', v_color, 'LineWidth', 1.0, ...
220 'Label', [nm, lbl_suffix], 'LabelVerticalAlignment', ...
221 'bottom', 'LabelHorizontalAlignment', h_align, ...
222 'LabelOrientation', 'aligned', 'HandleVisibility', 'off');
223 end
224 end
225 end
226
227 if isnan(Z3_val) && Z3_val > 0
228 pos_z3 = (Z3_val * 365.25) / time_scale;
229 xline(pos_z3, '_.', 'Color', v_color, 'LineWidth', 1.0, 'Label', 'Z3', ...
230 'LabelVerticalAlignment', 'bottom', 'LabelHorizontalAlignment', ...
231 'left', 'LabelOrientation', 'aligned', 'HandleVisibility', 'off');
232 end
233
234 legend(legend_entries, legend_txt, 'Location', 'northeast');
235 current_xlim = xlim;
236 max_x_visible = (max_lifetime * 365.25) / time_scale;
237 if max_x_visible > current_xlim(2)
238 xlim([0, max_x_visible * 1.1]);
239 end
240 end
241
242 function WysokoscPerigeum(rho_val, sat, ID_Satelite, Const, a, e, i, OMEGA, omega, ...
243 m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Z_struct, Adapt_struct, activity_label, subplot_idx)
244
245 Z1 = Z_struct.Z1; Z2 = Z_struct.Z2; Z4 = Z_struct.Z4; Z5 = Z_struct.Z5;
246 sim_days = max(400, (max([1.5*Z1, 1.5*Z2, Z4/20, 400/365]) * 365));
247 lifetimes = [Z1, Z2];
248 valid_Z = lifetimes(lifetimes > 0 & isnan(lifetimes));
249 if isempty(valid_Z), valid_Z = 1; end
250 L_ref_days = min(valid_Z) * 365;
251 dt_candidates = [0.1, 1, 10, 50, 100, 200];
252 max_steps_limit = 300000;
253 dt_vec = dt_candidates( (sim_days ./ dt_candidates) <= max_steps_limit );
254 styles = {'g', 'b', 'k', 'm', 'c', 'y'};
255 legend_labels = {};
256 plots_h = [];
257 fig_name = 'Czułość - Wysokość Perigeum (Multi-View)';
258
259 if subplot_idx == 1
260 fig_h = figure('Name', fig_name, 'Units', 'normalized', [', ...
261 'Position'], [0.05 0.15 0.9 0.6]);
262 sgtitle(sprintf(['Analiza czułości zmiany wysokości perigeum dla satelity ' ...

```

```

263 '%s (ID: %d)', sat.Nazwa, ID_Satellyty), 'FontWeight', 'bold', 'FontSize', 14);
264 else
265 fig_h = findobj('Type', 'figure', 'Name', fig_name);
266 if isempty(fig_h)
267 fig_h = figure('Name', fig_name, 'Units', 'normalized', ...
268 'Position', [0.05 0.15 0.9 0.6]);
269 else
270 figure(fig_h);
271 end
272 end
273
274 subplot(1, 3, subplot_idx);
275 hold on; grid on;
276 title(sprintf('%s aktywnośc słoneczna', activity_label), 'FontWeight', 'bold');
277 ylabel('Wysokość perigeum [km]');
278 xlabel('Dni od zakończenia manewrowości');
279 yline(Const.hpp/1000, 'r--', 'LineWidth', 1.5, 'Label', '78km', ...
280 'HandleVisibility', 'off');
281 ylim([0 inf]);
282
283 for idx = 1:length(dt_vec)
284 dt_val = dt_vec(idx);
285 sim_days_sensitivity = max(sim_days, L_ref_days * 2.5);
286
287 [t_sim, h_sim, ~, ~, ~, ~, ~, ~] = Symulacja(a, e, i, OMEGA, omega, m, ...
288 A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, rho_val, Const, dt_val, sim_days_sensitivity);
289
290 if ~isempty(t_sim)
291 d_sim = days(t_sim - t_sim(1));
292 curr_style = styles{mod(idx-1, length(styles)) + 1};
293
294 p = plot(d_sim, h_sim/1000, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
295 plots_h = [plots_h, p];
296 end
297 legend_labels{end+1} = sprintf('dt = %.4g d', dt_val);
298 end
299
300 time_scale = 1;
301 time_label = 'Dni od zakończenia manewrowości';
302 if exist('Z5', 'var') && Z5 > 3
303 time_scale = 365.25;
304 time_label = 'Lata od zakończenia manewrowości';
305 end
306
307 if time_scale > 1
308 for ph = plots_h
309 if isvalid(ph) && max(ph.XData) > (Z5 * 1.5)
310 ph.XData = ph.XData / time_scale;
311 end
312 end
313 xlabel(gca, time_label);
314 end
315
```

```

316 % --- DANE RZECZYWISTE ---
317 if isfield(sat.Orbita, 'vec')
318 d_real = days(sat.Orbita.vec.Czas - t_date) / time_scale;
319 p_real = plot(d_real, sat.Orbita.vec.h_per, '-.', 'Color', ...
320 'k', 'LineWidth', 0.8);
321 plots_h = [plots_h, p_real];
322 legend_labels{end+1} = 'Rzeczywiste wartości';
323 end
324
325 % --- METODA ADAPTACYJNA ---
326 legend_labels_main = legend_labels;
327 if isfield(Adapt_struct, 't_nom') && ~isempty(Adapt_struct.t_nom)
328 d_nom = (Adapt_struct.t_nom * 365.25) / time_scale;
329 p_nom = plot(d_nom, Adapt_struct.h_nom, 'r-', 'LineWidth', 2);
330 plots_h = [plots_h, p_nom];
331 legend_labels_main{end+1} = 'Krok adaptacyjny';
332 end
333
334 % --- LINIE PIONOWE ---
335 line_labels = {'Z1 (King-Hele)', 'Z2 (Simple)', 'Z3 (Empir.)', 'Z5 (Num.)'};
336 vals_Z = [Z1, Z2, Z_struct.Z3, Z5];
337 line_color = [0.4 0.4 0.4 0.6];
338 max_val_to_show = 0;
339
340 for k = 1:length(vals_Z)
341 L_yrs = vals_Z(k);
342 if isnan(L_yrs) && L_yrs > 0
343 pos_val = (L_yrs * 365.25) / time_scale;
344 xline(pos_val, '-.', line_labels{k}, 'Color', line_color, ...
345 'LineWidth', 1.2, 'LabelVerticalAlignment', 'bottom', ...
346 'LabelHorizontalAlignment', 'right', 'HandleVisibility', 'off');
347 max_val_to_show = max(max_val_to_show, pos_val);
348 end
349 end
350
351 if max_val_to_show > xlim(gca).*(1)
352 xlim([0, max(xlim(gca).*(1), max_val_to_show * 1.1)]);
353 end
354
355 if subplot_idx == 3
356 lgd = legend(plots_h, legend_labels_main, 'Orientation', 'horizontal');
357 set(lgd, 'Units', 'normalized');
358 set(lgd, 'Position', [0.1, 0.02, 0.8, 0.05]);
359 end
360 end
361
362 function AnalizaCzulosciParametrow(rho_val, sat, ID_Satellyty, Const, a, e, ...
363 i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Z_struct, Adapt_struct)
364
365 Z1 = Z_struct.Z1; Z2 = Z_struct.Z2; Z4 = Z_struct.Z4; Z5 = Z_struct.Z5;
366
367 sim_days = max(400, (max([1.5*Z1, 1.5*Z2, Z4/20, 400/365]) * 365));
368 lifetimes = [Z1, Z2];

```

```

369 valid_Z = lifetimes(lifetimes > 0 & isnan(lifetimes));
370 if isempty(valid_Z), valid_Z = 1; end
371 L_ref_days = min(valid_Z) * 365;
372 dt_candidates = [0.1, 1, 10, 50, 100, 200];
373 max_steps_limit = 300000;
374 dt_vec = dt_candidates( (sim_days ./ dt_candidates) <= max_steps_limit );
375 styles = {'g', 'b', 'k', 'm', 'c', 'y'};
376 legend_labels = {};
377 plots_legend_handles = [];

378
379 fig_elem = figure('Name', 'Czułość - Elementy Orbitalne', 'Units', ...
380 'normalized', 'Position', [0.1 0.15 0.8 0.7]);
381 sgtitle(sprintf('Analiza czułości parametrów orbitalnych satelity %s (ID: %d)', ...
382 sat.Nazwa, ID_Sateliety), 'FontWeight', 'bold', 'FontSize', 14);
383
384 ax_a = subplot(2,3,1); hold on; title('Położenie wielka a [km]');
385 grid on; xlabel('Dni'); ylim(ax_a, [6400 inf]);
386 ax_e = subplot(2,3,2); hold on; title('Mimośród e [-]');
387 grid on; xlabel('Dni');
388 ax_i = subplot(2,3,3); hold on; title('Inklinacja i [deg]');
389 grid on; xlabel('Dni');
390 ax_w = subplot(2,3,4); hold on; title(['Argument perigeum \omega [deg]']);
391 grid on; xlabel('Dni');
392 ax_O = subplot(2,3,5); hold on; title('RAAN \Omega [deg]');
393 grid on; xlabel('Dni');
394 ax_M = subplot(2,3,6); hold on; title('Anomalia Średnia M [deg]');
395 grid on; xlabel('Dni');

396
397 for idx = 1:length(dt_vec)
398 dt_val = dt_vec(idx);
399 sim_days_sensitivity = max(sim_days, L_ref_days * 2.5);

400
401 [t_sim, ~, a_sim, e_sim, i_sim, O_sim, w_sim, M_sim] = Symulacja(a, ...
402 e, i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, rho_val, ...
403 Const, dt_val, sim_days_sensitivity);

404
405 if ~isempty(t_sim)
406 d_sim = days(t_sim - t_sim(1));
407 curr_style = styles{mod(idx-1, length(styles)) + 1};
408 p = plot(ax_a, d_sim, a_sim/1000, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
409 plot(ax_e, d_sim, e_sim, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
410 plot(ax_i, d_sim, i_sim, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
411 plot(ax_w, d_sim, w_sim, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
412 plot(ax_O, d_sim, O_sim, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
413 plot(ax_M, d_sim, M_sim, curr_style, 'LineWidth', 1.2);
414 plots_legend_handles = [plots_legend_handles, p];
415 end
416 legend_labels{end+1} = sprintf('dt = %.4g d', dt_val);
417 end

418
419 time_scale = 1;
420 time_label = 'Dni';
421 if exist('Z5', 'var') && Z5 > 3

```

```

422 time_scale = 365.25;
423 time_label = 'Lata';
424 end
425
426 all_axes = [ax_a, ax_e, ax_i, ax_w, ax_0, ax_M];
427 if time_scale > 1
428 for ax = all_axes
429 lines = findobj(ax, 'Type', 'line');
430 for L = lines'
431 if max(L.XData) > (Z5 * 1.5)
432 L.XData = L.XData / time_scale;
433 end
434 end
435 xlabel(ax, time_label);
436 end
437 end
438
439 % --- DANE RZECZYWISTE ---
440 if isfield(sat.Orbita, 'vec')
441 d_real = days(sat.Orbita.vec.Czas - t_date) / time_scale;
442 real_style = '-.'; real_color = 'k'; real_width = 0.8;
443
444 p_real = plot(ax_a, d_real, sat.Orbita.vec.semiMajorAxis, ...
445 real_style, 'Color', real_color, 'LineWidth', real_width);
446 plot(ax_e, d_real, sat.Orbita.vec.ecc, real_style, 'Color', ...
447 real_color, 'LineWidth', real_width);
448 plot(ax_i, d_real, sat.Orbita.vec.inc, real_style, 'Color', ...
449 real_color, 'LineWidth', real_width);
450 plot(ax_w, d_real, sat.Orbita.vec.argPer, real_style, 'Color', ...
451 real_color, 'LineWidth', real_width);
452 plot(ax_0, d_real, sat.Orbita.vec.raan, real_style, 'Color', ...
453 real_color, 'LineWidth', real_width);
454 plot(ax_M, d_real, zeros(size(d_real)), real_style, 'Color', ...
455 real_color, 'LineWidth', real_width);
456
457 plots_legend_handles = [plots_legend_handles, p_real];
458 legend_labels{end+1} = 'Rzeczywiste';
459 end
460
461 % --- METODA ADAPTACYJNA ---
462 if isfield(Adapt_struct, 't_nom') && ~isempty(Adapt_struct.t_nom)
463 d_nom = (Adapt_struct.t_nom * 365.25) / time_scale;
464
465 if isfield(Adapt_struct, 'a_nom') && isfield(Adapt_struct, 'e_nom')
466 adapt_style = 'r-'; width = 1.5;
467 p_nom = plot(ax_a, d_nom, Adapt_struct.a_nom, adapt_style, ...
468 'LineWidth', width);
469 plot(ax_e, d_nom, Adapt_struct.e_nom, adapt_style, ...
470 'LineWidth', width);
471
472 plots_legend_handles = [plots_legend_handles, p_nom];
473 legend_labels{end+1} = 'Krok adaptacyjny';
474 end

```

```

475 end
476
477 ylim(ax_w, [0 360]); yticks(ax_w, 0:90:360);
478 ylim(ax_0, [0 360]); yticks(ax_0, 0:90:360);
479 ylim(ax_M, [0 360]); yticks(ax_M, 0:90:360);
480
481 lgd = legend(plots_legend_handles, legend_labels, 'Orientation', 'horizontal');
482 set(lgd, 'Units', 'normalized');
483 set(lgd, 'Position', [0.1, 0.02, 0.8, 0.05]);
484
485 end
486
487 function [t_out, h_out, a_out, e_out, i_out, O_out, w_out, M_out] = Symulacja( ...
488 a0, e0, i0, O0, w0, m, AD, ASRP, CD, CP, t0, rho_val, C, dt, max_days)
489 est_steps = ceil(max_days/dt) + 10;
490 if isempty(t0.TimeZone)
491 t_hist = NaT(est_steps, 1);
492 else
493 t_hist = NaT(est_steps, 1, 'TimeZone', t0.TimeZone);
494 end
495
496 h_hist = zeros(est_steps, 1); a_hist = zeros(est_steps, 1);
497 e_hist = zeros(est_steps, 1); i_hist = zeros(est_steps, 1);
498 O_hist = zeros(est_steps, 1); w_hist = zeros(est_steps, 1);
499 M_hist = zeros(est_steps, 1);
500 ca = a0; ce = e0; ci = i0; c0 = O0; cw = w0; ct = t0; cM = 0;
501 step = 1; elapsed = 0;
502
503 while elapsed <= max_days
504 hp = ca * (1 - ce) - C.R_E;
505
506 if step > length(h_hist)
507 block = 1000;
508 h_hist = [h_hist; zeros(block,1)];
509 a_hist = [a_hist; zeros(block,1)];
510 e_hist = [e_hist; zeros(block,1)];
511 i_hist = [i_hist; zeros(block,1)];
512 O_hist = [O_hist; zeros(block,1)];
513 w_hist = [w_hist; zeros(block,1)];
514 M_hist = [M_hist; zeros(block,1)];
515
516 if isempty(ct.TimeZone)
517 t_hist = [t_hist; NaT(block,1)];
518 else
519 t_hist = [t_hist; NaT(block,1,'TimeZone',ct.TimeZone)];
520 end
521 end
522
523 t_hist(step) = ct; h_hist(step) = hp; a_hist(step) = ca;
524 e_hist(step) = ce; i_hist(step) = rad2deg(ci); O_hist(step) = rad2deg(c0);
525 w_hist(step) = rad2deg(cw); M_hist(step) = rad2deg(mod(cM, 2*pi));
526
527 if hp < C.hpp, break; end

```

```

528 if ca <= C.R_E, break; end
529
530 [res, ~] = ObliczPerturbacje(ca, ce, ci, c0, cw, m, AD, ASRP, CD, ...
531 CP, ct, rho_val, C);
532
533 ca = ca + res.da_dtS * dt; ce = ce + res.de_dtS * dt;
534 ci = ci + deg2rad(res.di_dtS * dt); c0 = c0 + deg2rad(res.dOMEGA_dtS * dt);
535 cw = cw + deg2rad(res.domega_dtS * dt); cM = cM + deg2rad(res.dM_dtS * dt);
536
537 if ce < 1e-12, ce = 1e-12; end
538 if ce >= 1, break; end
539
540 ct = ct + days(dt);
541 elapsed = elapsed + dt;
542 step = step + 1;
543 end
544
545 idx = 1:step;
546 t_out = t_hist(idx); h_out = h_hist(idx);
547 a_out = a_hist(idx); e_out = e_hist(idx);
548 i_out = mod(i_hist(idx), 360); O_out = mod(O_hist(idx), 360);
549 w_out = mod(w_hist(idx), 360); M_out = mod(M_hist(idx), 360);
550 end
551
552 function [rho_val, H_i] = Gestosc(r_query_meters, Const, rho_input)
553
554 R_E = Const.R_E; h0 = Const.h0; H = Const.H;
555 h_query = (r_query_meters - R_E) / 1000;
556
557 idx = find(h0 <= h_query, 1, 'last');
558
559 if isempty(idx)
560 idx = 1;
561 end
562
563 if h_query == h0(idx)
564 rho_val = rho_input(idx);
565 return;
566 end
567
568 H_i = H(idx); h0_i = h0(idx); rho_base = rho_input(idx);
569
570 rho_val = rho_base * exp(-(h_query - h0_i)/H_i);
571 end
572
573 function satelliteData = Dane_Full(satID, Const)
574
575 if nargin < 1 || isempty(satID)
576 fprintf('Wprowadzanie interaktywne.\n');
577 satID = input('Podaj ID satelity (SATCAT, np. 25544): ');
578 end
579
580 fprintf('--- POBIERANIE DANYCH DLA SATELITY ID: %d ---\n', satID);

```

```

581
582 satName = "Nieznany";
583 line1 = ""; line2 = "";
584 found_tle_local = false;
585
586 %% Orbital Data (TLE)
587 local_tle_file = 'active_tle_catalog.txt';
588
589 % Sprawdzenie bazy lokalnej
590 if exist(local_tle_file, 'file')
591 try
592
593 fileText = fileread(local_tle_file); % Wczytujemy cały plik jako tekst
594
595 % Szukamy wzorca dla Linii 1: "1 25544U" (spacja + ID + litera)
596 % ID musi mieć 5 cyfr, więc używamy %05d
597 pattern = sprintf('1 %05d', satID);
598 idx = strfind(fileText, pattern);
599
600 if ~isempty(idx)
601 % Musimy wyciągnąć linię przed (Nazwa) i linię po (Linia 2)
602 % Dzielimy fragment tekstu na linie
603 % Bierzemy margines +/- 200 znaków wokół znaleziska
604 startPos = max(1, idx(1) - 100);
605 endPos = min(length(fileText), idx(1) + 200);
606 chunk = fileText(startPos:endPos);
607 chunkLines = splitlines(chunk);
608
609 % Szukamy linii w wycinku
610 localIdx = find(contains(chunkLines, pattern), 1);
611
612 if ~isempty(localIdx) && localIdx > 1 && length(chunkLines) > localIdx
613 satName = strtrim(chunkLines{localIdx-1});
614 line1 = chunkLines{localIdx};
615 line2 = chunkLines{localIdx+1};
616
617 % Dodatkowa weryfikacja czy Linia 2 pasuje do ID
618 if startsWith(strtrim(line2), sprintf('2 %05d', satID))
619 found_tle_local = true;
620 fprintf('  Znaleziono dane orbitalne.\n');
621 end
622 end
623 end
624 catch
625 fprintf('  Błąd odczytu pliku lokalnego. Poszukiwanie online.\n');
626 end
627 else
628 fprintf('  Brak lokalnej bazy TLE (%s).\n', local_tle_file);
629 end
630
631 % Pobieranie z Internetu (jeśli brak lokalnie)
632 if ~found_tle_local
633 fprintf('1. Pobieranie danych orbitalnych z Celestrak (ONLINE)... \n');

```

```

634 url_tle = sprintf( ...
635 'https://celestak.org/NORAD/elements/gp.php?CATNR=%d&FORMAT=TLE' , ...
636 satID);
637
638 try
639 options = weboptions('Timeout', 30, 'UserAgent', 'Mozilla/5.0');
640 tle_text = webread(url_tle, options);
641 lines = splitlines(strtrim(tle_text));
642
643 if length(lines) >= 3
644 satName = strtrim(lines{1});
645 line1 = lines{2};
646 line2 = lines{3};
647 else
648 error('Otrzymano puste lub błędne TLE.');
649 end
650 catch
651 error('Błąd pobierania TLE (możliwy ban IP lub złe ID).');
652 end
653 end
654
655 % --- PARSONAWIE DANYCH TLE ---
656 try
657 epochStr = line1(19:32);
658 yy = str2double(epochStr(1:2));
659 if yy < 57, year = 2000 + yy; else, year = 1900 + yy; end
660 doy = str2double(epochStr(3:end));
661 t_utc = datetime(year, 1, 1, 'TimeZone', 'UTC') + days(doy - 1);
662 t_pl = t_utc; t_pl.TimeZone = 'Europe/Warsaw';
663
664 inc = str2double(line2(9:16));
665 raan = str2double(line2(18:25));
666 ecc = str2double(['0.' line2(27:33)]);
667 argPer = str2double(line2(35:42));
668 meanMotion = str2double(line2(53:63));
669
670 mu = Const.mi;
671 n_rad_s = meanMotion * (2 * pi) / 86400;
672 a_m = (mu / n_rad_s^2)^(1/3);
673 a_km = a_m / 1000;
674 h_per = a_km * (1 - ecc) - Const.R_E/1000;
675 h_apo = a_km * (1 + ecc) - Const.R_E/1000;
676 catch
677 error('Błąd parsowania linii TLE. Dane mogą być uszkodzone.');
678 end
679
680 %% Dane Fizyczne (GCAT)
681 fprintf('2. Analiza katalogu fizycznego GCAT...\n');
682 url_gcat = 'https://planet4589.org/space/gcat/tsv/cat/satcat.tsv';
683 local_gcat_file = 'satcat_physical.tsv';
684 needDownload = true;
685 if exist(local_gcat_file, 'file')
686 fprintf(' Używam lokalnego katalogu %s.\n', local_gcat_file);

```

```

687 needDownload = false;
688 else
689 fprintf('    Brak pliku %s.\n', local_gcat_file);
690 end
691
692 if needDownload
693 fprintf('    Pobieranie katalogu (ok. 15-20 MB) na dysk...\\n');
694 try
695 options = weboptions('Timeout', 60, 'UserAgent', 'Mozilla/5.0');
696 websave(local_gcat_file, url_gcat, options);
697 fprintf('    Pobrano pomyślnie.\n');
698 catch
699 fprintf('    Błąd pobierania katalogu!\\n');
700 end
701 end
702
703 mass = NaN; len = NaN; dia = NaN; span = NaN; source = "Brak";
704
705 % Skanowanie pliku w poszukiwaniu naszego satelity
706 if exist(local_gcat_file, 'file')
707 fid = fopen(local_gcat_file, 'r');
708
709 % 1. Znalezienie nagłówka i mapowanie kolumn
710 idx_ID = 2; idx_Mass = 16; idx_Len = 22; idx_Dia = 24;
711 idx_Span = 26;
712 headerFound = false;
713
714 % Skanujemy max 100 pierwszych linii w poszukiwaniu nagłówka
715 for i=1:100
716 line = fgetl(fid);
717 if ~ischar(line), break; end
718 if contains(line, 'Satcat') && contains(line, 'Mass')
719 headers = split(string(line), sprintf('\\t'));
720 for k = 1:length(headers)
721 hName = strtrim(headers(k));
722 if hName == "Satcat", idx_ID = k; end
723 if hName == "Mass", idx_Mass = k; end
724 if hName == "Length", idx_Len = k; end
725 if hName == "Diameter", idx_Dia = k; end
726 if hName == "Span", idx_Span = k; end
727 end
728 headerFound = true;
729 break;
730 end
731 end
732
733 % 2. Szukanie konkretnego ID (Skanowanie liniowe)
734 % Nie wczytujemy całego pliku do RAM, tylko lecimy linijką po linijce
735 if headerFound
736 while ~feof(fid)
737 line = fgetl(fid);
738 if ~ischar(line), break; end
739
```

```

740 % Szybki check czy linia zawiera ID
741 if contains(line, num2str(satID))
742 parts = split(string(line), sprintf('\t'));
743
744 % Sprawdzamy czy to właściwa kolumna
745 if length(parts) >= idx_ID
746 valID = str2double(parts(idx_ID));
747 if valID == satID
748 cleanVal = @(val) str2double(replace(val, "-", "NaN"));
749
750 if length(parts) >= idx_Mass, mass = cleanVal(parts( ...
751 idx_Mass)); end
752 if length(parts) >= idx_Len, len = cleanVal(parts( ...
753 idx_Len)); end
754 if length(parts) >= idx_Dia, dia = cleanVal(parts( ...
755 idx_Dia)); end
756 if length(parts) >= idx_Span, span = cleanVal(parts( ...
757 idx_Span)); end
758
759 if ~isnan(mass) || ~isnan(len)
760 source = "Katalog Jonathana McDowell'a (Lokalny)";
761 else
762 source = "Katalog GCAT";
763 end
764 break;
765 end
766 end
767 end
768 end
769 else
770 fprintf(' Nie udało się zmapować kolumn w pliku GCAT.\n');
771 end
772 fclose(fid);
773 else
774 fprintf(' Brak pliku katalogu. Pomijam dane fizyczne.\n');
775 end
776
777 %% Wyświetlenie Wyników
778 fprintf('-----\n');
779 fprintf(' SATELITA: %s (ID: %d)\n', satName, satID);
780 fprintf('-----\n');
781 fprintf('Czas danych (PL):      %s\n', datestr(t_pl, 'yyyy-mm-dd HH:MM:SS'));
782 fprintf('-----\n');
783
784 if ~isnan(mass)
785 fprintf('Masa:          %.2f kg\n', mass);
786 else
787 fprintf('Masa:          Brak danych w katalogu\n');
788 end
789
790 gotDims = false;
791 if ~isnan(len), fprintf('Długość (Length):      %.2f m\n', len);
792 gotDims = true; end

```

```

793 if ~isnan(dia), fprintf('Średnica (Diameter): %.2f m\n', dia);
794 gotDims = true; end
795 if ~isnan(span), fprintf('Rozpiętość (Span): %.2f m\n', span);
796 gotDims = true; end
797
798 if ~gotDims
799 fprintf('Wymiary: Brak danych w katalogu\n');
800 end
801
802 fprintf('Źródło danych fiz.: %s\n', source);
803 fprintf('-----\n');
804 fprintf('Ekscentryczność: %.7f\n', ecc);
805 fprintf('Inklinacja: %.4f deg\n', inc);
806 fprintf('Wys. Perigeum: %.2f km\n', h_per);
807 fprintf('Wys. Apogeum: %.2f km\n', h_apo);
808 fprintf('RAAN: %.4f deg\n', raan);
809 fprintf('Arg. Perigeum: %.4f deg\n', argPer);
810 fprintf('Obiegi dzienne: %.8f\n', meanMotion);
811 fprintf('=====\\n');

812 %% Zapis do struktury wyjściowej
813 satelliteData.Nazwa = satName; satelliteData.Masa = mass;
814 satelliteData.Wymiary_Raw = [len, dia, span]; satelliteData.Czas_PL = t_pl;
815
816 satelliteData.Orbita.ecc = ecc; satelliteData.Orbita.inc = inc;
817 satelliteData.Orbita.raan = raan; satelliteData.Orbita.argPer = argPer;
818 satelliteData.Orbita.meanMotion = meanMotion;
819 satelliteData.Orbita.h_per = h_per; satelliteData.Orbita.h_apo = h_apo;
820
821 end
822
823 function satelliteData = Dane_Excel(satID, excelFileName, Const)
824
825 %% Wczytanie danych z Excela
826 sheetName = num2str(satID);
827
828 %% Wczytujemy z zachowaniem oryginalnych nagłówków
829 opts = detectImportOptions(excelFileName, 'Sheet', sheetName);
830 opts.VariableNamingRule = 'preserve';
831 rawTable = readtable(excelFileName, opts);
832
833 %% Przetwarzanie danych
834 satNameStr = string(rawTable.OBJECT_NAME{1});
835
836 %% Masa i Wymiary
837 mass_vec = rawTable.Masa; len_vec = rawTable.Length;
838 dia_vec = rawTable.Diameter; span_vec = rawTable.Span;
839
840 t_pl_vec = datetime(rawTable.EPOCH, 'InputFormat', 'yyyy-MM-dd''T''HH:mm:ss.SSSSSS');
841
842 ecc_vec = rawTable.ECCENTRICITY; inc_vec = rawTable.INCLINATION;
843 raan_vec = rawTable.RA_OF_ASC_NODE; argPer_vec = rawTable.ARG_OF_PERICENTER;
844 meanMotion_vec = rawTable.MEAN_MOTION; n_rad_s = meanMotion_vec .* (2*pi / 86400);
845 a_vec = ((Const.mi ./ n_rad_s.^2).^(1/3)) / 1000;

```

```

846 r_per_vec = a_vec .* (1 - ecc_vec); r_apo_vec = a_vec .* (1 + ecc_vec);
847 h_per_vec = r_per_vec - Const.R_E / 1000; h_apo_vec = r_apo_vec - Const.R_E / 1000;
848
849 %% Wyświetlenie
850 fprintf('n=====\\n');
851 fprintf(' SATELITA: %s (ID: %d)\\n', satNameStr, satID);
852 fprintf('=====\\n');
853 fprintf('Zakres danych: %s -> %s\\n', datestr(min( ...
854 t_pl_vec)), datestr(max(t_pl_vec)));
855 fprintf('-----\\n');
856 fprintf('Masa: %.2f kg\\n', mass_vec(1));
857 fprintf('Długość (Length): %.2f m\\n', len_vec(1));
858 fprintf('Średnica (Diameter): %.2f m\\n', dia_vec(1));
859 fprintf('Rozpiętość (Span): %.2f m\\n', span_vec(1));
860 fprintf('-----\\n');
861 fprintf('Ekscentryczność: %.7f\\n', ecc_vec(1));
862 fprintf('Inklinacja: %.4f deg\\n', inc_vec(1));
863 fprintf('Wys. Perigeum: %.2f km\\n', h_per_vec(1));
864 fprintf('Wys. Apogeum: %.2f km\\n', h_apo_vec(1));
865 fprintf('RAAN: %.4f deg\\n', raan_vec(1));
866 fprintf('Arg. Perigeum: %.4f deg\\n', argPer_vec(1));
867 fprintf('Obiegi dzienne: %.8f\\n', meanMotion_vec(1));
868 fprintf('=====\\n');

869
870 %% Zapis do struktury wyjściowej
871 satelliteData.Nazwa = satNameStr; satelliteData.Masa = mass_vec(1);
872 satelliteData.Wymiary_Raw = [len_vec(1), dia_vec(1), span_vec(1)];
873 satelliteData.Czas_PL = t_pl_vec(1);

874
875 satelliteData.Orbita.ecc = ecc_vec(1); satelliteData.Orbita.inc = inc_vec(1);
876 satelliteData.Orbita.raan = raan_vec(1); satelliteData.Orbita.argPer = argPer_vec(1);
877 satelliteData.Orbita.meanMotion = meanMotion_vec(1);
878 satelliteData.Orbita.h_per = h_per_vec(1); satelliteData.Orbita.h_apo = h_apo_vec(1);

879
880 satelliteData.Orbita.vec.Czas = t_pl_vec; satelliteData.Orbita.vec.ecc = ecc_vec;
881 satelliteData.Orbita.vec.inc = inc_vec; satelliteData.Orbita.vec.raan = raan_vec;
882 satelliteData.Orbita.vec.argPer = argPer_vec;
883 satelliteData.Orbita.vec.meanMotion = meanMotion_vec;
884 satelliteData.Orbita.vec.h_per = h_per_vec; satelliteData.Orbita.vec.h_apo = h_apo_vec;
885 satelliteData.Orbita.vec.semiMajorAxis = a_vec;
886 end

887
888 function [Zywotnosc_1, Zygotnosc_2, Zygotnosc_3, Zygotnosc_4] = ObliczZywotnosci( ...
889 a, e, n, r_p, h_p, C_B, T_S, avg, rho_val, Const, ObliczZ3_handle, wynik)
890
891 mi = Const.mi; R_E=Const.R_E; h0=Const.h0; H=Const.H;
892 rpp = Const.r_pp; dadt = avg.da_dtS; dedt = avg.de_dtS;

893
894 % METODA 1 - King-Hele
895 [rhop0, Hp0_km] = Gestosc(r_p, Const, rho_val);
896 Hp0 = Hp0_km * 1000;
897
898 B = n / C_B * rhop0 * a * e * besseli(1, a * e / Hp0) * exp(-e ...

```

```

899 * (1 + a / Hp0));
900
901 if B ~= 0
902 Zywotnosc_1s = e ^ 2 * (1 - 11 / 6 * e + 29 / 16 * e ^ 2 + 7 / 8 * ...
903 Hp0 / a) / 2 / B;
904 else
905 Zywotnosc_1s = Inf;
906 end
907 Zywotnosc_1 = Zywotnosc_1s / 3600 / 24 / 365;
908
909 % METODA 2 - Uproszczona
910 if e > 0.005
911 Zywotnosc_2 = NaN;
912 else
913 Zywotnosc_2s = Hp0 * C_B / rhop0 / sqrt(mi * a) * (1 - ...
914 exp(-(a - R_E) / Hp0) * (1 + (a - R_E) / 2 / a));
915 Zywotnosc_2 = Zywotnosc_2s / 3600 / 24 / 365;
916 end
917
918 % METODA 3 - Empiryczna
919 if h_p >= 150000 && h_p <= 550000
920 NC = ObliczZ3_handle(e, h_p / 1000);
921 Zywotnosc_3s = NC * C_B * T_S;
922 Zywotnosc_3 = Zywotnosc_3s / 3600 / 24 / 365;
923 else
924 Zywotnosc_3 = NaN;
925 end
926
927 % METODA 4 - Autorska, Uproszczona
928 dadt_srednia = mean(dadt); ddt_srednia = mean(dadt);
929
930 a_delta = dadt_srednia * ddt_srednia;
931 b_delta = a * ddt_srednia + dadt_srednia * (1 - e);
932 c_delta = r_p - rpp;
933 Delta = b_delta ^ 2 - 4 * a_delta * c_delta;
934
935 if Delta >= 0
936 Zywotnosc_4x = (-b_delta - sqrt(Delta)) / 2 / a_delta;
937 Zywotnosc_4s = (-b_delta + sqrt(Delta)) / 2 / a_delta;
938 Zywotnosc_4 = max(Zywotnosc_4x, Zywotnosc_4s) / 365;
939 else
940 Zywotnosc_4 = NaN;
941 end
942
943 % WYSWIETLANIE
944 if wynik == 1
945 fprintf('--- WYNIKI OBLICZEŃ ŻYWOTNOŚCI ---\n');
946 if Zywotnosc_1 < 1
947 fprintf('Metoda 1 (Dziki Wzór): %.1f dni\n', Zywotnosc_1 * 365);
948 else
949 fprintf('Metoda 1 (Dziki Wzór): %.4f lat\n', Zywotnosc_1);
950 end
951 if e > 0.005

```

```

952 fprintf(['Metoda 2 (Uproszczona):      Mimośrodowość e nie jest , ...
953 'pomijalna. Metoda poza zakresem stosowalności (e>0,005).\n']);
954 elseif Zywotnosc_2 < 1
955 fprintf('Metoda 2 (Uproszczona):      %.1f dni\n', Zywotnosc_2 * 365);
956 else
957 fprintf('Metoda 2 (Uproszczona):      %.4f lat\n', Zywotnosc_2);
958 end
959 if h_p >= 150000 && h_p <= 550000
960 if Zywotnosc_3 < 1
961 fprintf('Metoda 3 (Empiryczna):      %.1f dni\n', Zywotnosc_3 * 365);
962 else
963 fprintf('Metoda 3 (Empiryczna):      %.4f lat\n', Zywotnosc_3);
964 end
965 else
966 fprintf(['Metoda 3 (Empiryczna):      Wysokość h_p poza , ...
967 'zakresem stosowalności (150-550 km).\n']);
968 end
969 end
970 end
971
972 function WykresyPerturbacji(vec, sat, ID_Sateliety)
973
974 theta_deg = vec.theta_deg; dadt = vec.dadt; dadt_atm = vec.dadt_atm;
975 dadt_SRP = vec.dadt_SRP; dedt = vec.dedt; dedt_atm = vec.dedt_atm;
976 dedt_SRP = vec.dedt_SRP; dedt_nie_jed = vec.geo_simple.de;
977 dedt_nie_jed_C = vec.geo_complex.de; dedt_C = vec.dedt_C;
978 didt = vec.didt; didt_SRP = vec.didt_SRP; didt_nie_jed = vec.geo_simple.di;
979 didt_nie_jed_C = vec.geo_complex.di; didt_C = vec.didt_C; dMdt = vec.dMdt;
980 dMdt_SRP = vec.dMdt_SRP; dMdt_nie_jed = vec.geo_simple.dM;
981 dMdt_nie_jed_C = vec.geo_complex.dM; dMdt_C = vec.dMdt_C; domegadt = vec.domegadt;
982 domegadt_atm = vec.domegadt_atm; domegadt_SRP = vec.domegadt_SRP;
983 domeganie_jed = vec.geo_simple.domega; domegasun = vec.sun_simple.domega;
984 domegamoon = vec.moon_simple.domega; domegad_nie_jed_C = vec.geo_complex.domega;
985 domegadt_C = vec.domegadt_C; dOMEAGdt = vec.dOMEAGdt; dOMEAGdt_SRP = vec.dOMEAGdt_SRP;
986 dOMEAGnie_jed = vec.geo_simple.dOMEGA; dOMEAGsun = vec.sun_simple.dOMEGA;
987 dOMEAGmoon = vec.moon_simple.dOMEGA; dOMEAGdt_nie_jed_C = vec.geo_complex.dOMEGA;
988 dOMEAGdt_C = vec.dOMEAGdt_C;
989
990 c_SRP = 'r'; c_Atm = 'b'; c_Geo = 'g'; c_Sun = [0.93, 0.69, 0.13];
991 c_Moon = [0.45, 0.45, 0.45]; c_Tot = 'k';
992 s_Comp = '--'; s_Tot = '-'; s_C = '-.'; w_Comp = 1.2; w_Tot = 1.5;
993 x_pos = 350;
994
995 fprintf('Generowanie wykresów perturbacji...\n');
996
997 %% Wykres 1: Półoś wielka (a)
998 figure;
999 hold on;
1000 plot(theta_deg, dadt_atm, 'Color', c_Atm, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1001 plot(theta_deg, dadt_SRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1002 plot(theta_deg, dadt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1003 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1004
```

```

1005 xlabel('\theta [deg]');
1006 xlim([0 360]);
1007 xticks(0:30:360);
1008 ylabel('da/dt [ m / day ]');
1009 title('Zmiana p\u0142osi wielkiej w czasie');
1010 legend('Op\u0142', 'SRP', 'L\u0142cznie');
1011 grid on;
1012
1013 %% Wykres 2: Mimo\u0142rod (e)
1014 figure;
1015 hold on;
1016 plot(theta_deg, dedtAtm, 'Color', c_Atm, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1017 plot(theta_deg, dedtSRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1018 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dedtnie jed, 'Color', ...
1019 c_Geo, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1020 plot(theta_deg, dedt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1021 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dedtnie jedC, 'Color', ...
1022 c_Geo, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Comp);
1023 plot(theta_deg, dedtC, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1024 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1025 text(x_pos, dedtnie jed, 'Model J2', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1026 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1027 text(x_pos, dedtnie jedC, 'Model J2-J4', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1028 'top', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');

1029 xlabel('\theta [deg]');
1030 xlim([0 360]);
1031 xticks(0:30:360);
1032 ylabel('de/dt [ 1 / day ]');
1033 title('Zmiana mimo\u0142rodu w czasie');
1034 legend('Op\u0142', 'SRP', 'Niejednorodno\u0144 (model J2)', ...
1035 'L\u0142cznie (model J2)', 'Niejednorodno\u0144 (model J2, J3, J4)', ...
1036 'L\u0142cznie (model J2, J3, J4)' );
1037 grid on;
1038
1039 %% Wykres 3: Inklinacja (i)
1040 figure;
1041 hold on;
1042 plot(theta_deg, didtSRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1043 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * didtnie jed, 'Color', ...
1044 c_Geo, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1045 plot(theta_deg, didt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1046 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * didtnie jedC, 'Color', ...
1047 c_Geo, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Comp);
1048 plot(theta_deg, didtC, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1049 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1050 text(x_pos, didtnie jed, 'Model J2', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1051 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1052 text(x_pos, didtnie jedC, 'Model J2-J4', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1053 'top', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');

1054 xlabel('\theta [deg]');
1055 xlim([0 360]);
1056
```

```

1058 xticks(0:30:360);
1059 ylabel('di/dt [ deg / day ]');
1060 title('Zmiana inklinacji w czasie');
1061 legend('SRP', 'Niejednorodność (model J2)', 'Łącznie (model J2)', ...
1062 'Niejednorodność (model J2, J3, J4)', 'Łącznie (model J2, J3, J4)');
1063 grid on;
1064
1065 %% Wykres 4: Anomalia średnia (M)
1066 figure;
1067 hold on;
1068 plot(theta_deg, dMdtSRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1069 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dMdtniejed, 'Color', c_Geo, ...
1070 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1071 plot(theta_deg, dMdt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1072 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dMdtniejedC, 'Color', c_Geo, ...
1073 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Comp);
1074 plot(theta_deg, dMdtC, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1075
1076 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1077
1078 text(x_pos, dMdtniejed, ' Model J2', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1079 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1080 text(x_pos, dMdtniejedC, ' Model J2-J4', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1081 'top', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1082
1083 xlabel('\theta [deg]');
1084 xlim([0 360]);
1085 xticks(0:30:360);
1086 ylabel('dM/dt - n [ deg / day ]');
1087 title('Zmiana anomalii średniej w czasie');
1088 legend('SRP', 'Niejednorodność (model J2)', 'Łącznie (model J2)', ...
1089 'Niejednorodność (model J2, J3, J4)', 'Łącznie (model J2, J3, J4)');
1090 grid on;
1091
1092 %% Wykres 5: Argument pericentrum (omega)
1093 figure;
1094 hold on;
1095 plot(theta_deg, domegadtatm, 'Color', c_Atm, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1096 plot(theta_deg, domegadtsRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1097 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * domegasun, 'Color', ...
1098 c_Sun, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1099 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * domegamoon, 'Color', ...
1100 c_Moon, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1101 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * domeganiejed, 'Color', ...
1102 c_Geo, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1103 plot(theta_deg, domegadt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1104 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * domegadtniejedC, 'Color', ...
1105 c_Geo, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Comp);
1106 plot(theta_deg, domegadtC, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1107 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1108 text(x_pos, domeganiejed, ' Model J2', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1109 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1110 text(x_pos, domegadtniejedC, ' Model J2-J4', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...

```

```

1111 'top', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1112
1113 xlabel('\theta [deg]');
1114 xlim([0 360]);
1115 xticks(0:30:360);
1116 ylabel('d\omega/dt [ deg / day ]');
1117 title('Zmiana argumentu pericentrum w czasie');
1118 legend('Opór', 'SRP', 'Grawitacja Słońca', 'Grawitacja Księżyca', ...
1119 'Niejednorodność (model J2)', 'Łącznie (model J2)', ...
1120 'Niejednorodność (model J2, J3, J4)', 'Łącznie (model J2, J3, J4)');
1121 grid on;
1122
1123 %% Wykres 6: Węzeł wstępujący (OMEGA)
1124 figure;
1125 hold on;
1126 plot(theta_deg, dOMEAGdtSRP, 'Color', c_SRP, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1127 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dOMEAsun, 'Color', ...
1128 c_Sun, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1129 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dOMEAmoon, 'Color', ...
1130 c_Moon, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1131 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dOMEAniejed, 'Color', ...
1132 c_Geo, 'LineStyle', s_Comp, 'LineWidth', w_Comp);
1133 plot(theta_deg, dOMEAGdt, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_Tot, 'LineWidth', w_Tot);
1134 plot(theta_deg, ones(size(theta_deg)) * dOMEAdniejedC, 'Color', ...
1135 c_Geo, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1136 plot(theta_deg, dOMEAGdtC, 'Color', c_Tot, 'LineStyle', s_C, 'LineWidth', w_Tot);
1137 yline(0, 'Color', [0.3 0.3 0.3], 'LineWidth', 0.5, 'HandleVisibility', 'off');
1138
1139 text(x_pos, dOMEAniejed, ' Model J2', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1140 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1141 text(x_pos, dOMEAdniejedC, ' Model J2-J4', 'Color', c_Geo, 'VerticalAlignment', ...
1142 'top', 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 9, 'FontWeight', 'bold');
1143
1144 xlabel('\theta [deg]');
1145 xlim([0 360]);
1146 xticks(0:30:360);
1147 ylabel('d\Omega/dt [ deg / day ]');
1148 title('Zmiana węzła wstępującego w czasie');
1149 legend('SRP', 'Grawitacja Słońca', 'Grawitacja Księżyca', ...
1150 'Niejednorodność (model J2)', 'Łącznie (model J2)', ...
1151 'Niejednorodność (model J2, J3, J4)', 'Łącznie (model J2, J3, J4)');
1152 grid on;
1153
1154 %% Jedno okno z 6 wykresami (TOTAL)
1155 figure;
1156 sgttitle(sprintf(['Całkowite perturbacje parametrów orbitalnych satelity ' ...
1157 '%s (ID: %d)'], sat.Nazwa, ID_Sateliety), 'FontWeight', 'bold', 'FontSize', 14);
1158 subplot(2, 3, 1);
1159 plot(theta_deg, dadt);
1160 title('da/dt total [ m / day ]');
1161 xlabel('\theta [deg]');
1162 xlim([0 360]);
1163 xticks(0:30:360);

```

```

1164 grid on;
1165 yline(mean(dadt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1166 'HandleVisibility', 'off');
1167 if min(dadt) <= 0 && max(dadt) >= 0
1168 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1169 'HandleVisibility', 'off');
1170 end
1171
1172 subplot(2, 3, 2);
1173 plot(theta_deg, dedt);
1174 title('de/dt total [ - / day ]');
1175 xlabel('\theta [deg]');
1176 xlim([0 360]);
1177 xticks(0:30:360);
1178 grid on;
1179 yline(mean(dedt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1180 'HandleVisibility', 'off');
1181 if min(dedt) <= 0 && max(dedt) >= 0
1182 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1183 'HandleVisibility', 'off');
1184 end
1185
1186 subplot(2, 3, 3);
1187 plot(theta_deg, didt);
1188 title('di/dt total [ deg / day ]');
1189 xlabel('\theta [deg]');
1190 xlim([0 360]);
1191 xticks(0:30:360);
1192 grid on;
1193 yline(mean(didt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1194 'HandleVisibility', 'off');
1195 if min(didt) <= 0 && max(didt) >= 0
1196 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1197 'HandleVisibility', 'off');
1198 end
1199
1200 subplot(2, 3, 4);
1201 plot(theta_deg, dOmegaAdt);
1202 title('d\Omega/dt total [ deg / day ]');
1203 xlabel('\theta [deg]');
1204 xlim([0 360]);
1205 xticks(0:30:360);
1206 grid on;
1207 yline(mean(dOmegaAdt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1208 'HandleVisibility', 'off');
1209 if min(dOmegaAdt) <= 0 && max(dOmegaAdt) >= 0
1210 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1211 'HandleVisibility', 'off');
1212 end
1213
1214 subplot(2, 3, 5);
1215 plot(theta_deg, domegadt);
1216 title('d\omega/dt total [ deg / day ]');

```

```

1217 xlabel('theta [deg]');
1218 xlim([0 360]);
1219 xticks(0:30:360);
1220 grid on;
1221 yline(mean(domegadt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1222 'HandleVisibility', 'off');
1223 if min(domegadt) <= 0 && max(domegadt) >= 0
1224 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1225 'HandleVisibility', 'off');
1226 end
1227
1228 subplot(2, 3, 6);
1229 plot(theta_deg, dMdt);
1230 title('dM/dt - n total [ deg / day ]');
1231 xlabel('theta [deg]');
1232 xlim([0 360]);
1233 xticks(0:30:360);
1234 grid on;
1235 yline(mean(dMdt), '--', 'Color', [0.6 0.6 0.6], 'LineWidth', 1, ...
1236 'HandleVisibility', 'off');
1237 if min(dMdt) <= 0 && max(dMdt) >= 0
1238 yline(0, ':', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1, ...
1239 'HandleVisibility', 'off');
1240 end
1241 end
1242
1243 function [avg, vec] = ObliczPerturbacje(a, e, i, OMEGA, omega, m, ...
1244 A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, rho_vec, Const)
1245
1246 mi = Const.mi; R_E = Const.R_E; J_2 = Const.J_2; c = Const.c;
1247 epsilon_deg = Const.epsilon_deg; a_S = Const.a_S; r_S = Const.r_S;
1248
1249 if isempty(t_date.TimeZone), t_ref = datetime(year(t_date), 7, 4);
1250 else, t_ref = datetime(year(t_date), 7, 4, 'TimeZone', t_date.TimeZone); end
1251 D = 2 * pi / 365 * days(t_date - t_ref);
1252 day_of_year = day(t_date, 'dayofyear');
1253 lambda = deg2rad(mod((day_of_year - 80) * 360 / 365, 360));
1254 epsilon = deg2rad(epsilon_deg);
1255 f_SR = 1358 / (1.0004 + 0.0334 * cos(D)) / c * A_SR / m * C_P * (a_S / r_S) ^ 2;
1256 n = sqrt(mi / a ^ 3); n_deg_day = n * (180/pi) * 86400;
1257
1258 % Model Uproszczony Niejednorodności
1259 dOMEGA_S = (-3 / 2 * J_2 * n * cos(i) / (1 - e ^ 2) ^ 2 * (R_E / a) ^ ...
1260 2) * 86400 * 180 / pi;
1261 domega_S = (-3 / 4 * n * J_2 * (1 - 5 * cos(i) ^ 2) / (1 - e ^ ...
1262 2) ^ 2 * (R_E / a) ^ 2) * 86400 * 180 / pi;
1263 dM_perturb_S = (3 / 4 * n * J_2 * (3 * cos(i) ^ 2 - 1) / (1 - e ^ ...
1264 2) ^ (3 / 2) * (R_E / a) ^ 2) * 86400 * 180 / pi;
1265 dM_total_S = dM_perturb_S;
1266
1267 % Model Złożony Niejednorodności
1268 [de_C, di_C, dOMEGA_C, domega_C, dM_perturb_C] = ObliczNiejednorodnosc( ...
1269 a, e, i, omega, n, Const);

```

```

1270 dM_total_C = dM_perturb_C;
1271
1272 % Perturbacje Słońca/Księżyca
1273 n_obi = n * 3600 * 24 / 2 / pi;
1274 dOMEGA_moon = -3.4e-3 * cos(i) / n_obi; domegamoon = 1.7e-3 * (5 * ...
1275 cos(i)^2 - 1) / n_obi;
1276 dOMEGA_sun = -1.5e-3 * cos(i) / n_obi; domegasun = 0.8e-3 * (5 * ...
1277 cos(i)^2 - 1) / n_obi;
1278 i_sun = deg2rad(Const.i_sundeg); i_moon = deg2rad(Const.i_moondeg);
1279 dOMEGA3body_sun = (-3/8*Const.n_sun^2/n*(1+1.5*e^2)/sqrt(1-e^2)*(3* ...
1280 cos(i_sun)^2-1)*cos(i))*86400*180/pi;
1281 domega3body_sun = (3/8*Const.n_sun^2/n*(1-1.5*sin(i_sun)^2)/sqrt(1-e^ ...
1282 2)*(5*cos(i)^2-1+e^2))*86400*180/pi;
1283 dOMEGA3body_moon = (-3/8*Const.n_moon^2/n*(1+1.5*e^2)/sqrt(1-e^2)*(3* ...
1284 cos(i_moon)^2-1)*cos(i))*86400*180/pi;
1285 domega3body_moon = (3/8*Const.n_moon^2/n*(1-1.5*sin(i_moon)^2)/sqrt(1-e^ ...
1286 2)*(5*cos(i)^2-1+e^2))*86400*180/pi;
1287
1288 % ATMOSFERA i SRP
1289 theta_deg = 0:10:359; len_th = length(theta_deg);
1290 dadt = zeros(1, len_th); dadt_atm = zeros(1, len_th);
1291 dadt_SRP = zeros(1, len_th); dedt = zeros(1, len_th);
1292 dedt_atm = zeros(1, len_th); dedt_SRP = zeros(1, len_th);
1293 didt_SRP = zeros(1, len_th); dOMEGA_dt_SRP = zeros(1, len_th);
1294 domegadt_SRP = zeros(1, len_th); dM_dt_SRP = zeros(1, len_th);
1295
1296 for k = 1:len_th
1297 theta_val = deg2rad(theta_deg(k));
1298 u_val = omega + theta_val;
1299 r_val = a * (1 - e^2) / (1 + e * cos(theta_val));
1300 v_k = sqrt(mi * (2/r_val - 1/a));
1301 E_anom = 2 * atan(sqrt((1 - e)/(1 + e)) * tan(theta_val / 2));
1302 [rho_val, ~] = Gestosc(r_val, Const, rho_vec);
1303 F_D_val = 0.5 * rho_val * A_D * v_k ^ 2 * C_D;
1304
1305 dadt_atm(k) = (- 2 * F_D_val / m / n / sqrt(1 - e ^ 2) * sqrt(e ^ ...
1306 2 + 1 + 2 * e * cos(theta_val))) * 86400;
1307 dedt_atm(k) = (- F_D_val / m / n / a / sqrt(e ^ 2 + 1 + 2 * e * ...
1308 cos(theta_val)) * sqrt(1 - e ^ 2) * (2 * e + 2 * ...
1309 cos(theta_val))) * 86400;
1310 domegadt_atm(k) = (- 2 * F_D_val * sin(theta_val) / m / n / a / e / ...
1311 sqrt(e ^ 2 + 1 + 2 * e * cos(theta_val)) * sqrt(1 - e ^ ...
1312 2)) * 86400 * 180 / pi;
1313
1314 % SRP
1315 R_val = f_SR_P * (- cos(i/2)^2 * cos(epsilon/2)^2 * ...
1316 cos(lambda - (u_val) - OMEGA) - sin(i/2)^2 * ...
1317 sin(epsilon/2)^2 * cos(lambda - (u_val) + OMEGA) - 0.5 * ...
1318 sin(i) * sin(epsilon) * (cos(lambda - (u_val)) - ...
1319 cos(-lambda - (u_val))) - sin(i/2)^2 * cos(epsilon/2)^2 * ...
1320 cos(-lambda - (u_val) + OMEGA) - cos(i/2)^2 * sin(epsilon/2)^2 * ...
1321 cos(-lambda - (u_val) - OMEGA));
1322 T_val = f_SR_P * (- cos(i/2)^2 * cos(epsilon/2)^2 * sin(lambda - ...

```

```

1323 (u_val) - OMEGA) - sin(i/2)^2 * sin(epsilon/2)^2 * sin(lambda - ...
1324 (u_val) + OMEGA) - 0.5 * sin(i) * sin(epsilon) * (sin(lambda - ...
1325 (u_val)) - sin(-lambda - (u_val))) - sin(i/2)^2 * ...
1326 cos(epsilon/2)^2 * sin(-lambda - (u_val) + OMEGA) - ...
1327 cos(i/2)^2 * sin(epsilon/2)^2 * sin(-lambda - (u_val) - OMEGA));
1328 W_val = f_SRП * (sin(i) * cos(epsilon/2)^2 * sin(lambda - OMEGA) - ...
1329 sin(i) * sin(epsilon/2)^2 * sin(lambda + OMEGA) - cos(i) * ...
1330 sin(epsilon) * sin(lambda));
1331
1332 dadtSRP(k) = (2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * (e * sin(theta_val) * ...
1333 R_val + (1 + e * cos(theta_val))* T_val)) * 86400;
1334 dedtSRP(k) = (sqrt(1 - e ^ 2) / n / a * (sin(theta_val) * R_val + ...
1335 (cos(E_anom) + cos(theta_val)) * T_val)) * 86400;
1336 didtSRP(k) = (r_val / a ^ 2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * ...
1337 cos(theta_val + omega) * W_val) * 86400 * 180 / pi;
1338 dOMEГAdtSRP(k) = (r_val / a ^ 2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * ...
1339 sin(theta_val + omega) / sin(i) * W_val) * 86400 * 180 / pi;
1340 domegadtSRP(k) = (sqrt(1 - e ^ 2) / n / a / e * (- ...
1341 cos(theta_val) * R_val + (1 + 1 / (1 + e * cos(theta_val))) * ...
1342 sin(theta_val) * T_val - cos(i) * (dOMEГAdtSRP(k) / 86400 / ...
1343 180 * pi)) * 86400 * 180 / pi;
1344 dMdтSRP(k) = ((1 - e ^ 2) / n / a / e * ((-2 * e / (1 + e * ...
1345 cos(theta_val)) + cos(theta_val)) * R_val - (1 + 1 / (1 + e * ...
1346 cos(theta_val))) * T_val * sin(theta_val)) * 86400 * 180 / pi;
1347
1348 % Sumowanie
1349 dadt_S(k) = dadtatm(k) + dadtSRP(k); dedt_S(k) = dedtatm(k) + dedtSRP(k);
1350 didt_S(k) = didtSRP(k); dMdт_S(k) = dM_total_S + dMdтSRP(k);
1351 dOMEГAdt_S(k) = dOMEГAdtSRP(k) + dOMEГA_S + dOMEГA3bodysun + dOMEГA3bodymoon;
1352 domegadt_S(k) = (domegadtatm(k) + domegadtSRP(k) + domega_S + ...
1353 domega3bodysun + domega3bodymoon);
1354
1355 % Sumowanie Complex
1356 dadt_C(k) = dadtatm(k) + dadtSRP(k); dedt_C(k) = dedtatm(k) + dedtSRP(k) + de_C;
1357 didt_C(k) = didtSRP(k) + di_C; dMdт_C(k) = dM_total_C + dMdтSRP(k);
1358 dOMEГAdt_C(k) = dOMEГAdtSRP(k) + dOMEГA_C + dOMEГA3bodysun + dOMEГA3bodymoon;
1359 domegadt_C(k) = (domegadtatm(k) + domegadtSRP(k) + domega_C + ...
1360 domega3bodysun + domega3bodymoon);
1361 end
1362
1363 avg.da_dtS = mean(dadt_S); avg.de_dtS = mean(dedt_S); avg.di_dtS = mean(didt_S);
1364 avg.dOMEГA_dtS = mean(dOMEГAdt_S); avg.domega_dtS = mean(domegadt_S);
1365 avg.dM_dtS = mean(dMdт_S); avg.dM_dtC = mean(dMdт_C);
1366
1367 avg.da_dtC = mean(dadt_C); avg.de_dtC = mean(dedt_C); avg.di_dtC = mean(didt_C);
1368 avg.dOMEГA_dtC = mean(dOMEГAdt_C); avg.domega_dtC = mean(domegadt_C);
1369
1370 % Wektory dla wykresów
1371 vec.theta_deg = theta_deg; vec.dadt = dadt_S; vec.dadatm = dadtatm;
1372 vec.dadtSRP = dadtSRP; vec.dedt = dedt_S; vec.dedtatm = dedtatm;
1373 vec.dedtSRP = dedtSRP; vec.didt = didt_S; vec.didtSRP = didtSRP;
1374 vec.dMdт = dMdт_S; vec.dMdтSRP = dMdтSRP; vec.domegadt = domegadt_S;
1375 vec.domegadtatm = domegadtatm; vec.domegadtSRP = domegadtSRP;

```

```

1376 vec.d0MEGAdt = d0MEGAdt_S; vec.d0MEGAdtSRP = d0MEGAdtSRP;
1377 vec.geo_simple.de = 0; vec.geo_simple.di = 0;
1378 vec.geo_simple.d0MEGA = d0MEGA_S; vec.geo_simple.domega = domega_S;
1379 vec.geo_simple.dM = dM_total_S; vec.geo_complex.de = de_C;
1380 vec.geo_complex.di = di_C; vec.geo_complex.d0MEGA = d0MEGA_C;
1381 vec.geo_complex.domega = domega_C; vec.geo_complex.dM = dM_total_C;
1382 vec.d0MEGAdtC= d0MEGAdt_C; vec.domegadtC= domegadt_C; vec.dMdC= dMd_C;
1383 vec.didtC= didt_C; vec.dedtC= dedt_C; vec.dadtC= dadt_C;
1384 vec.sun_simple.domega = domegasun; vec.sun_simple.d0MEGA = d0MEGAsun;
1385 vec.moon_simple.domega = domegamoon; vec.moon_simple.d0MEGA = d0MEGAmoon;
1386 end
1387
1388 function X = ObliczZ3(e_query, h_query, coeff1, deg1, mx1, sx1, my1, ...
1389 sy1, coeff2, deg2, mx2, sx2, my2, sy2)
1390
1391 X = zeros(size(e_query));
1392
1393 for k = 1:numel(e_query)
1394 e = e_query(k);
1395 h = h_query(k);
1396
1397 if e <= 0.1
1398 xn = (h - mx1)/sx1;
1399 yn = (e - my1)/sy1;
1400 A = Wielomian([xn],[yn], deg1);
1401 log10N = A * coeff1(:);
1402 else
1403 xn = (h - mx2)/sx2;
1404 yn = (e - my2)/sy2;
1405 A = Wielomian([xn],[yn], deg2);
1406 log10N = A * coeff2(:);
1407 end
1408 X(k) = 10.^log10N;
1409 end
1410 end
1411
1412 function A = Wielomian(x, y, deg)
1413 count = 0;
1414 for d = 0:deg
1415 for i = 0:d
1416 j = d - i;
1417 count = count + 1;
1418 A(:,count) = (x(:).^i) .* (y(:).^j);
1419 end
1420 end
1421 end
1422
1423 function [dedt, didt, d0megadt, domegadt, dMd_perturb] = ObliczNiejednorodnosc( ...
1424 a, e, i, omega, n, Const)
1425
1426 R_E = Const.R_E; J_2 = Const.J_2; J_3 = Const.J_3; J_4 = Const.J_4;
1427
1428 p = a * (1 - e^2); RE_p = R_E / p; sin_i = sin(i); sin2_i = sin(i)^2;

```

```

1429 sin4_i = sin(i)^4; cos_i = cos(i); sin_2i = sin(2*i); sin_omega = sin(omega);
1430 cos_omega = cos(omega); sin_2omega = sin(2*omega); cos_2omega = cos(2*omega);
1431 cos_4omega = cos(4*omega); sqrt_1_e2 = sqrt(1 - e^2);
1432
1433 % de/dt
1434 term1 = -3/32 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sin2_i * (14 - 15* ...
1435 sin2_i) * e * (1 - e^2) * sin_2omega;
1436 term2 = -3/8 * n * J_3 * (RE_p)^3 * sin_i * (4 - 5* ...
1437 sin2_i) * (1 - e^2) * cos_omega;
1438 term3 = -15/32 * n * J_4 * (RE_p)^4 * sin2_i * (6 - 7* ...
1439 sin2_i) * e * (1 - e^2) * sin_2omega;
1440 ddt_rad_s = term1 + term2 + term3;
1441
1442 % di/dt
1443 term1 = 3/64 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sin_2i * (14 - 15* ...
1444 sin2_i) * e^2 * sin_2omega;
1445 term2 = 3/8 * n * J_3 * (RE_p)^3 * cos_i * (4 - 5* ...
1446 sin2_i) * e * cos_omega;
1447 term3 = 15/64 * n * J_4 * (RE_p)^4 * sin_2i * (6 - 7* ...
1448 sin2_i) * e^2 * sin_2omega;
1449 didt_rad_s = term1 + term2 + term3;
1450
1451 % dOmega/dt
1452 term1 = -3/2 * n * J_2 * (RE_p)^2 * cos_i;
1453 term2 = +15/16 * n * J_4 * (RE_p)^4 * cos_i * (4 - 7* ...
1454 sin2_i) * (1 + 1.5*e^2);
1455 term3 = -3/16 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * cos_i * (7 - 15* ...
1456 sin2_i) * e^2 * cos_2omega;
1457 term4 = -3/2 * n * J_3 * (RE_p)^3 * cot(i) * e * sin_omega * (15/4* ...
1458 sin2_i - 1);
1459 term5 = -15/16 * n * J_4 * (RE_p)^4 * cos_i * (3 - 7* ...
1460 sin2_i) * e^2 * cos_2omega;
1461 bracket = (9/4 + 3/2 * sqrt_1_e2) - sin2_i * (5/2 + 9/4 * ...
1462 sqrt_1_e2) + 1/4 * (1 + 5/4 * sin2_i) * e^2;
1463 term6 = -3/2 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * cos_i * bracket;
1464 dOmega_dt_rad_s = term1 + term2 + term3 + term4 + term5 + term6;
1465
1466 % domega/dt
1467 term1 = 3/4 * n * J_2 * (RE_p)^2 * (4 - 5*sin2_i);
1468 bracket1 = 12 - 103/4 * sin2_i + 215/16 * sin4_i + (7/4 - 9/8 * ...
1469 sin2_i - 45/32 * sin4_i) * e^2;
1470 term2 = 3/4 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * bracket1;
1471 bracket2 = 3/2 * (1 - 3/2 * sin2_i) * (4 - 5*sin2_i) * sqrt_1_e2;
1472 term3 = 3/4 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * bracket2;
1473 bracket3 = (16 - 62 * sin2_i + 49 * sin4_i) + 3/4 * (24 - 84 * ...
1474 sin2_i + 63 * sin4_i) * e^2;
1475 term4 = -15/32 * n * J_4 * (RE_p)^4 * bracket3;
1476 term5 = 3/64 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * cos_2omega * (-2 * (14 - 15* ...
1477 sin2_i));
1478 term6 = 3/64 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * cos_2omega * e^2 * (28 - 158* ...
1479 sin2_i + 135*sin4_i);
1480
1481 if e > 1e-9 && abs(sin_i) > 1e-9

```

```

1482 term7 = 3/8 * n * J_3 * (RE_p)^3 * (sin_omega / (e * ...
1483 sin_i)) * (4 - 5*sin2_i) * (sin2_i - e^2 * cos(i)^2);
1484 term8 = 3/4 * n * J_3 * (RE_p)^3 * (sin_omega / (e * ...
1485 sin_i)) * sin2_i * e^2 * (13 - 15*sin2_i);
1486 else
1487 term7 = 0; term8 = 0;
1488 end
1489
1490 term9 = -3/16 * n * J_4 * (RE_p)^4 * (3 * sin2_i * (6 - 7* ...
1491 sin2_i) + (-18 + 105*sin2_i - 189/2 * sin4_i) * e^2) * cos_2omega;
1492 domegadt_rad_s = (term1 + term2 + term3 + term4 + term5 + ...
1493 term6 + term7 + term8 + term9);
1494
1495 % dM/dt - n
1496 term1 = 3/2 * n * J_2 * (RE_p)^2 * (1 - 3/2 * sin2_i) * sqrt_1_e2;
1497 term2 = -15/8 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sqrt(1-e) * (-1 + 5/2 * ...
1498 sin2_i - 13/8 * sin4_i);
1499 term3 = -15/16 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sqrt(1-e) * e^2 * (-1 + ...
1500 sin2_i + 5/8 * sin4_i);
1501 term4 = -3/2 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (1 - e^2) * (1 - 3/2 * sin2_i);
1502 term5 = -45/128 * n * J_4 * (RE_p)^4 * sqrt_1_e2 * e^2 * (8 - 40* ...
1503 sin2_i + 35*sin4_i);
1504 term6 = -9/64 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sin2_i * sqrt_1_e2 * e^2 * (14 - ...
1505 15*sin2_i) * cos_2omega;
1506 term7 = 3/32 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * sin2_i * (1 - e^2)^(3/2) * (14 - ...
1507 15*sin2_i) * cos_2omega;
1508 term8 = -3/8 * n * J_3 * (RE_p)^3 * sin_i * sin_omega * sqrt_1_e2 * (4 - ...
1509 5*sin2_i) * (1 - 4*e^2)/e;
1510 if e < 1e-9, term8 = 0; end
1511 term9 = 15/64 * n * J_4 * (RE_p)^4 * sin2_i * cos_2omega * sqrt_1_e2 * (6 - ...
1512 7*sin2_i) * (2 - 5*e^2);
1513 term10 = 9/8 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (1/sqrt_1_e2) * (3 - 15/2 * ...
1514 sin2_i + 47/8 * sin4_i);
1515 term11 = 9/8 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (e^2/sqrt_1_e2) * (3/2 - 5* ...
1516 sin2_i + 117/16 * sin4_i);
1517 term12 = 9/64 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (e^4/sqrt_1_e2) * (1 + 5* ...
1518 sin2_i - 101/8 * sin4_i);
1519 term13 = 81/1024 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (e^4 * ...
1520 cos_4omega / sqrt_1_e2) * sin4_i;
1521 bracket_term14 = (70 - 123*sin2_i) * e^2 + 2 * (28 - 33*sin2_i) * e^4;
1522 term14 = 9/192 * n * J_2^2 * (RE_p)^4 * (cos_2omega / ...
1523 sqrt_1_e2) * sin2_i * bracket_term14;
1524 dMdt_rad_s = (term1 + term2 + term3 + term4 + term5 + term6 + term7 + ...
1525 term8 + term9 + term10 + term11 + term12 + term13 + term14);
1526
1527 conv_factor = (180/pi) * (24 * 3600);
1528
1529 ddedt = ddedt_rad_s * (24 * 3600); didt = didt_rad_s * conv_factor;
1530 d0megadt = d0megadt_rad_s * conv_factor; domegadt = domegadt_rad_s * conv_factor;
1531 dMdt_perturb = dMdt_rad_s * conv_factor;
1532 end
1533
1534 function [Z_num, t_out, h_out, a_out, e_out] = ObliczZ5( ...

```

```

1535 a0, e0, i0, 00, w0, m, AD, ASRP, CD, CP, t0, rho_vec, C, wynik)
1536
1537 ca = a0; ce = e0; ci = i0; c0 = 00; cw = w0; ct = t0; elapsed_days = 0;
1538
1539 max_iter = 1000000; min_h = C.hpp; max_lifetime_years = 60000;
1540
1541 hist_t = zeros(max_iter, 1); hist_hp = zeros(max_iter, 1);
1542 hist_a = zeros(max_iter, 1); hist_e = zeros(max_iter, 1);
1543 rec_idx = 0; dt = 1.0;
1544
1545 for iter = 1:max_iter
1546 hp = ca * (1 - ce) - C.R_E;
1547
1548 rec_idx = rec_idx + 1; hist_t(rec_idx) = elapsed_days / 365.25;
1549 hist_hp(rec_idx) = hp / 1000; hist_a(rec_idx) = ca / 1000;
1550 hist_e(rec_idx) = ce;
1551
1552 if hp < min_h, break; end
1553 if isnan(hp) || isinf(hp)
1554 fprintf('BŁĄD: Wykryto NaN w iteracji %d.\n', iter); break;
1555 end
1556 if elapsed_days > max_lifetime_years * 365.25
1557 Z_num = max_lifetime_years; break;
1558 end
1559
1560 [res, ~] = ObliczPerturbacje(ca, ce, ci, c0, cw, m, AD, ASRP, CD, ...
1561 CP, ct, rho_vec, C);
1562
1563 da_dt = res.da_dtS; de_dt = res.de_dtS;
1564
1565 if abs(da_dt) < 1e-12, dt_a = 3650;
1566 else, dt_a = abs(5000 / da_dt); end
1567
1568 target_de = 0.002;
1569 if abs(de_dt) < 1e-12, dt_e = 3650;
1570 else, dt_e = abs(target_de / de_dt); end
1571
1572 dt = min([dt_a, dt_e]);
1573 if dt > 60, dt = 60; end
1574 if dt < 0.001, dt = 0.001; end
1575
1576 next_ca = ca + da_dt * dt; next_ce = ce + de_dt * dt;
1577
1578 if next_ce < 1e-12, next_ce = 1e-12;
1579 elseif next_ce > 0.999, next_ce = 0.999; dt = dt * 0.5; end
1580 if next_ca < C.R_E, hp = 0; break; end
1581
1582 ca = next_ca; ce = next_ce; ci = ci + deg2rad(res.di_dtS * dt);
1583 c0 = c0 + deg2rad(res.dOmega_dtS * dt); cw = cw + deg2rad(res.domega_dtS * dt);
1584 c0 = mod(c0, 2*pi); cw = mod(cw, 2*pi);
1585
1586 elapsed_days = elapsed_days + dt; ct = ct + days(dt);
1587 end

```

```

1588 Z_num = elapsed_days / 365.25;
1589
1590
1591 if wynik == 1
1592 if Z_num < 1
1593 fprintf('Metoda 4 (Numeryczna): %.1f dni\n', elapsed_days);
1594 else
1595 fprintf('Metoda 4 (Numeryczna): %.4f lat\n', Z_num);
1596 end
1597 end
1598
1599 if rec_idx > 0
1600 t_out = hist_t(1:rec_idx); h_out = hist_hp(1:rec_idx);
1601 a_out = hist_a(1:rec_idx); e_out = hist_e(1:rec_idx);
1602 else
1603 t_out = []; h_out = []; a_out = []; e_out = [];
1604 end
1605 end
1606
1607 function PorownajModele(vec)
1608
1609 theta = vec.theta_deg;
1610
1611 c_Geo = 'g'; s_Sim = '--'; s_Com = '-'; w_Lin = 1.5;
1612
1613 figure('Name', 'Porównanie Modeli Geopotencjału', 'Units', ...
1614 'normalized', 'Position', [0.2 0.2 0.6 0.6]);
1615
1616 de_S = vec.geo_simple.de; di_S = vec.geo_simple.di; d0_S = vec.geo_simple.d0MEGA;
1617 dw_S = vec.geo_simple.domega; dM_S = vec.geo_simple.dM;
1618 de_C = vec.geo_complex.de; di_C = vec.geo_complex.di; d0_C = vec.geo_complex.d0MEGA;
1619 dw_C = vec.geo_complex.domega; dM_C = vec.geo_complex.dM;
1620
1621 % de/dt
1622 subplot(2,3,1); hold on; grid on;
1623 h1 = plot(theta, ones(size(theta)) * de_S, 'Color', ...
1624 c_Geo, 'LineStyle', s_Sim, 'LineWidth', w_Lin);
1625 h2 = plot(theta, ones(size(theta)) * de_C, 'Color', ...
1626 c_Geo, 'LineStyle', s_Com, 'LineWidth', w_Lin);
1627 title('de/dt [1/day]'); xlabel('\theta [deg]');
1628
1629 % di/dt
1630 subplot(2,3,2); hold on; grid on;
1631 plot(theta, ones(size(theta)) * di_S, 'Color', ...
1632 c_Geo, 'LineStyle', s_Sim, 'LineWidth', w_Lin);
1633 plot(theta, ones(size(theta)) * di_C, 'Color', ...
1634 c_Geo, 'LineStyle', s_Com, 'LineWidth', w_Lin);
1635 title('di/dt [deg/day]'); xlabel('\theta [deg]');
1636
1637 % d0mega/dt
1638 subplot(2,3,3); hold on; grid on;
1639 plot(theta, ones(size(theta)) * d0_S, 'Color', ...
1640 c_Geo, 'LineStyle', s_Sim, 'LineWidth', w_Lin);

```

```

1641 plot(theta, ones(size(theta)) * d0_C, 'Color', ...
1642 c_Geo, 'LineStyle', s_Com, 'LineWidth', w_Lin);
1643 title('d\Omega/dt [deg/day]'); xlabel('\theta [deg]');
1644
1645 % domega/dt
1646 subplot(2,3,4); hold on; grid on;
1647 plot(theta, ones(size(theta)) * dw_S, 'Color', ...
1648 c_Geo, 'LineStyle', s_Sim, 'LineWidth', w_Lin);
1649 plot(theta, ones(size(theta)) * dw_C, 'Color', ...
1650 c_Geo, 'LineStyle', s_Com, 'LineWidth', w_Lin);
1651 title('d\omega/dt [deg/day]'); xlabel('\theta [deg]');
1652
1653 % dM/dt
1654 subplot(2,3,5); hold on; grid on;
1655 plot(theta, ones(size(theta)) * dM_S, 'Color', c_Geo, ...
1656 'LineStyle', s_Sim, 'LineWidth', w_Lin);
1657 plot(theta, ones(size(theta)) * dM_C, 'Color', ...
1658 c_Geo, 'LineStyle', s_Com, 'LineWidth', w_Lin);
1659 title('dM/dt - n [deg/day]'); xlabel('\theta [deg]');
1660
1661 sgtitle('Wpływ Geopotencjału: Model Uproszczony vs Dokładny');
1662
1663 lgd = legend([h1, h2], 'Geo Simple (J2)', 'Geo Complex (J2^2, J3...)', ...
1664 'Orientation', 'horizontal');
1665
1666 set(lgd, 'Units', 'normalized');
1667 set(lgd, 'Position', [0.25, 0.02, 0.5, 0.05]);
1668
1669 end

```

**Plik 1.** Kod źródłowy programu zywotnosc.m

## Załącznik 2. Kod źródłowy programu zywotnosc\_zbiorowa.m

```
1 clc; clear; close all;
2 fprintf('==== ANALIZA ŻYWOTNOŚCI KONSTELACJI ====\n');
3 fprintf('Wybierz konstelację do analizy:\n');
4 fprintf('1. STARLINK\n'); fprintf('2. ONEWEB\n'); fprintf('3. KUIPER\n');
5 fprintf('4. GUOWANG\n'); fprintf('5. QIANFAN\n');
6 choice_num = input('Twój wybór (1-5): ');
7 switch choice_num
8 case 1, target_constellation = 'STARLINK';
9 case 2, target_constellation = 'ONEWEB';
10 case 3, target_constellation = 'KUIPER';
11 case 4, target_constellation = 'GUOWANG';
12 case 5, target_constellation = 'QIANFAN';
13 otherwise, error('Nieprawidłowy wybór (wpisz liczbę 1-5).');
14 end
15 fprintf('Inicjalizacja modelu atmosfery...\n');
16 data = readmatrix("MSISE.txt");
17 Const.h0 = data(:,1); Const.H = data(:,2); Const.rho0 = data(:,3); Const.rho01 = data(:,4);
18 Const.rhomin = data(:,5); Const.rhomid = data(:,6); Const.rhomax = data(:,7);
19 Const.R_E = 6.378e6; Const.mi = 3.986e14; Const.J_2 = 1082.6e-6; Const.c = 2.9979e8;
20 Const.epsilon_deg = 23.44; Const.a_S = 1.496e11; Const.r_S = 1.496e11; Const.hpp = 78000;
21 Const.r_pp = Const.hpp + Const.R_E; C_D = 2.2; C_P = 1.2;
22
23 fprintf('Otwieranie pliku Excel i szukanie: %s...\n', target_constellation);
24 satellites = WczytajDane(target_constellation, Const);
25 num_sats = length(satellites);
26 if num_sats == 0
27 error('Nie znaleziono satelitów dla tej konstelacji.');
28 end
29 fprintf('Załadowano %d satelitów. Rozpoczynam obliczenia.\n', num_sats);
30 res_hp = nan(num_sats, 1); res_Z1 = nan(num_sats, 1);
31 res_Z2 = nan(num_sats, 1); res_Z5 = nan(num_sats, 1);
32 fprintf('Rozpoczynanie symulacji... (może to zająć kilka minut)\n');
33
34 for i = 1:num_sats
35 sat = satellites(i);
36 m = sat.m; A_D = sat.A_D; A_SRP = sat.A_SRP;
37
38 if isnan(m) || m <= 0 || isnan(A_D), continue; end
39
40 a = sat.a; ecc = sat.e; inc = sat.i; raan = sat.OMEGA; omega = sat.omega;
41 t_sim_start = sat.t_date;
42
43 n = sqrt(Const.mi / a^3); r_p = a * (1 - ecc); hp_km = (r_p - Const.R_E) / 1000;
44
45 if hp_km < 120 || hp_km > 2000, continue; end
46
47 C_B = m / A_D / C_D;
48
49 [z1_val, z2_val] = ObliczZywotnosci(a, ecc, n, r_p, C_B, Const);
50 z5_val = ObliczZ5(a, ecc, inc, raan, omega, m, ...
```

```

51 A_D, A_SR, C_D, C_P, t_sim_start, Const.rho0, Const);
52
53 res_hp(i) = hp_km; res_Z1(i) = z1_val; res_Z2(i) = z2_val; res_Z5(i) = z5_val; e_val(i) = ecc;
54
55 if mod(i, ceil(num_sats/10)) == 0 || i == num_sats
56 fprintf('Postęp: %d / %d (%.1f%%) | ID: %d | h_p: %.1f km | Z5: %.2f lat\n', ...
57 i, num_sats, (i/num_sats)*100, sat.ID, hp_km, z5_val);
58 end
59 end
60
61 nazwa_pliku_txt = [target_constellation, '.txt']; %Zapis do pliku tekstowego
62 fid = fopen(nazwa_pliku_txt, 'w');
63 fprintf(fid, 'ID_Sateliety Nazwa Sateliety hp Z1 Z2 Z5 e\n');
64 for i = 1:num_sats
65 fprintf(fid, '%d %s %.4f %.4f %.4f %.4f %8f\n', satellites(i).ID, satellites(i).Nazwa, ...
66 res_hp(i), res_Z1(i), res_Z2(i), res_Z5(i), e_val(i));
67 end
68 fclose(fid);
69 fprintf('Wyniki zapisano do pliku: %s\n', nazwa_pliku_txt);
70
71 fprintf('Generowanie wykresów...\n'); %Generowanie wykresów
72 figure('Name', ['Analiza: ' target_constellation], 'Units', 'normalized', ...
73 'Position', [0.05 0.1 0.9 0.6]);
74 sgttitle(sprintf('Analiza Żywotności: %s (Populacja: %d)', target_constellation, ...
75 sum(~isnan(res_Z5))), 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');
76
77 valid_mask = ~isnan(res_Z5) & res_hp > 0;
78 hp_plot = res_hp(valid_mask); z1_plot = res_Z1(valid_mask);
79 z2_plot = res_Z2(valid_mask); z5_plot = res_Z5(valid_mask);
80
81 max_y_val = max([max(z1_plot), max(z2_plot), max(z5_plot)]); % wspólny zakres osi y
82 if isempty(max_y_val) || isnan(max_y_val), max_y_val = 100; end
83 shared_ylim = [0, max_y_val * 1.1];
84
85 subplot(1, 3, 1);
86 Wykresy(hp_plot, z1_plot, 'b', 'Metoda 1 (King-Hele)', shared_ylim);
87 subplot(1, 3, 2);
88 Wykresy(hp_plot, z2_plot, 'm', 'Metoda 2 (Uproszczona)', shared_ylim);
89 subplot(1, 3, 3);
90 Wykresy(hp_plot, z5_plot, 'r', 'Metoda 3 (Numeryczna)', shared_ylim);
91
92 fprintf('Zakończono.\n');
93
94 function sateliety = WczytajDane(nazwa_konstelacji, Const)
95
96 plik_excel = 'Baza_Satelitow_LEO_2025.xlsx';
97 nazwa_upper = upper(nazwa_konstelacji);
98 szukana_nazwa_w_pliku = '';
99 arkusz_docelowy = '';
100
101 switch nazwa_upper
102 case 'STARLINK'
103 arkusz_docelowy = 'Starlinki';

```

```

104 case 'ONEWEB'
105 arkusz_docelowy = 'OneWeb';
106 case 'KUIPER'
107 arkusz_docelowy = 'Inne_Konstelacje'; szukana_nazwa_w_pliku = 'KUIPER';
108 case 'QIANFAN'
109 arkusz_docelowy = 'Inne_Konstelacje'; szukana_nazwa_w_pliku = 'QIANFAN';
110 case {'GUOWANG', 'HULIANWANG'}
111 arkusz_docelowy = 'Inne_Konstelacje'; szukana_nazwa_w_pliku = 'HULIANWANG';
112 otherwise
113 error('Nieznanana konstelacja: %s', nazwa_konstelacji);
114 end
115
116 fprintf(' -> Wczytywanie arkusza "%s" z pliku %s...\n', arkusz_docelowy, plik_excel);
117
118 opts = detectImportOptions(plik_excel, 'Sheet', arkusz_docelowy);
119 opts.VariableNamingRule = 'preserve';
120
121 T = readtable(plik_excel, opts);
122
123 if ~isempty(szukana_nazwa_w_pliku)
124 if ismember('Nazwa_TLE', T.Properties.VariableNames)
125 idx = contains(string(T.Nazwa_TLE), szukana_nazwa_w_pliku, 'IgnoreCase', true);
126 T = T(idx, :);
127 else
128 warning('Brak kolumny Nazwa_TLE w arkuszu. Nie można przefiltrować.');
129 end
130 end
131 satelity = struct(); R_E = Const.R_E; mu = Const.mi;
132
133 for k = 1:height(T)
134 row = T(k, :);
135
136 try
137 if isdatetime(row.Czas_PL)
138 satelity(k).t_date = row.Czas_PL;
139 else
140 satelity(k).t_date = datetime(row.Czas_PL, 'InputFormat', ...
141 'yyyy-MM-dd HH:mm:ss');
142 end
143 catch
144 satelity(k).t_date = datetime('now');
145 end
146
147 satelity(k).e = row.Ekscentrycznosc; satelity(k).i = deg2rad(row.Inklinacja_deg);
148 satelity(k).OMEGA = deg2rad(row.RAAN_deg); satelity(k).m = row.Mass;
149 satelity(k).omega = deg2rad(row.Arg_Perygeum_deg);
150 satelity(k).meanMotion = row.Obiegi_na_dzien;
151
152 n_rad_s(k) = satelity(k).meanMotion * (2 * pi) / 86400;
153 satelity(k).a = (mu / n_rad_s(k)^2)^(1/3);
154
155 L = row.Length; D = row.Diameter; S = row.Span;
156 if isnan(L), L = 1.0; end

```

```

157 if isnan(D), D = 1.0; end
158 if isnan(S), S = L; end
159
160 satelity(k).A_SRP = L * S; satelity(k).A_D = satelity(k).A_SRP * 0.2;
161 satelity(k).Nazwa = row.Nazwa_TLE; satelity(k).ID = row.ID;
162
163 valName = row.Nazwa_TLE;
164 if iscell(valName)
165 satelity(k).Nazwa = char(valName{1});
166 elseif isstring(valName)
167 satelity(k).Nazwa = char(valName);
168 else
169 satelity(k).Nazwa = char(valName);
170 end
171 end
172 end
173
174 function [Z1, Z2] = ObliczZywotnosci(a, e, n, r_p, C_B, Const)
175 [rhop0, Hp0_km] = Gestosc(r_p, Const, Const.rho0);
176
177 Hp0 = Hp0_km * 1000;
178
179 B = n / C_B * rhop0 * a * e * besseli(1, a * e / Hp0) * exp(-e * (1 + a / Hp0));
180 if B ~= 0
181 Z1s = e^2 * (1 - 11/6*e + 29/16*e^2 + 7/8*Hp0/a) / 2 / B;
182 Z1 = Z1s / 3600 / 24 / 365;
183 else
184 Z1 = NaN;
185 end
186 Z2s = Hp0 * C_B / rhop0 / sqrt(Const.mi * a) * (1 - exp(-(a - ...
187 Const.R_E)/Hp0) * (1 + (a - Const.R_E)/2/a));
188 Z2 = Z2s / 3600 / 24 / 365;
189 end
190
191 function Z_num = ObliczZ5(a0, e0, i0, 00, w0, m, AD, ASRP, CD, CP, t0, rho_vec, C)
192
193 ca = a0; ce = e0; ci = i0; c0 = 00; cw = w0; ct = t0; elapsed_days = 0;
194
195 max_iter = 100000; min_h = C.hpp; max_lifetime_years = 50000; rec_idx = 0;
196
197 for iter = 1:max_iter
198 hp = ca * (1 - ce) - C.R_E; rec_idx = rec_idx + 1;
199
200 if hp < min_h, break; end
201 if isnan(hp) || isinf(hp)
202 fprintf('BŁĄD: Wykryto NaN w iteracji %d.\n', iter); break;
203 end
204 if elapsed_days > max_lifetime_years * 365.25
205 Z_num = max_lifetime_years; break;
206 end
207
208 res = ObliczPerturbacje(ca, ce, ci, c0, cw, m, AD, ASRP, CD, CP, ct, C);
209
```

```

210 da_dt = res.da_dtS; de_dt = res.de_dtS;
211
212 if abs(da_dt) < 1e-12, dt_a = 3650;
213 else, dt_a = abs(5000 / da_dt); end
214
215 target_de = 0.002;
216 if abs(de_dt) < 1e-12, dt_e = 3650;
217 else, dt_e = abs(target_de / de_dt); end
218
219 dt = min([dt_a, dt_e]);
220 if dt > 60, dt = 60; end
221 if dt < 0.001, dt = 0.001; end
222
223 next_ca = ca + da_dt * dt; next_ce = ce + de_dt * dt;
224
225 if next_ce < 1e-12, next_ce = 1e-12;
226 elseif next_ce > 0.999, next_ce = 0.999; dt = dt * 0.5; end
227 if next_ca < C.R_E, hp = 0; break; end
228
229 ca = next_ca; ce = next_ce; ci = ci + deg2rad(res.di_dtS * dt);
230 c0 = c0 + deg2rad(res.dOMEGA_dtS * dt); cw = cw + deg2rad(res.domega_dtS * dt);
231 c0 = mod(c0, 2*pi); cw = mod(cw, 2*pi);
232
233 elapsed_days = elapsed_days + dt; ct = ct + days(dt);
234 end
235 Z_num = elapsed_days / 365.25;
236 end
237
238 function Wykresy(x, y, color, titleText, fixed_ylim)
239 yyaxis left
240 h_pts = scatter(x, y, 20, color, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'MarkerFaceAlpha', 0.6);
241 hold on; grid on;
242 xlabel('Wysokość perigeum [km]');
243 ylabel('Żywotność [Lata]');
244 ylim(fixed_ylim);
245
246 ax = gca; ax.YColor = 'k';
247 h_trend = [];
248
249 if length(x) > 5
250 [x_sort, idx] = sort(x);
251 y_sort = y(idx);
252 valid = y_sort > 0 & isfinite(y_sort);
253
254 if sum(valid) > 5
255 try
256 f = fit(x_sort(valid), y_sort(valid), 'exp1');
257 h_trend = plot(x_sort(valid), f(x_sort(valid)), 'k--', 'LineWidth', 1);
258 catch
259 p = polyfit(x_sort(valid), y_sort(valid), 2);
260 h_trend = plot(x_sort, polyval(p, x_sort), 'k--', 'LineWidth', 1);
261 end
262 end

```

```

263 end
264
265 yyaxis right
266
267 max_h = max(x);
268 if isempty(max_h), max_h = 0; end
269
270 if max_h <= 700
271 bin_step = 50;
272 else
273 bin_step = 100;
274 end
275
276 start_bin = floor(min(x) / bin_step) * bin_step;
277 end_bin = ceil(max(x) / bin_step) * bin_step;
278 if start_bin == end_bin, end_bin = start_bin + bin_step; end
279
280 edges = start_bin : bin_step : end_bin;
281
282 [counts, ~] = histcounts(x, edges); total_count = length(x);
283 percentages = (counts / total_count) * 100;
284
285 centers = edges(1:end-1) + bin_step/2;
286
287 h_bar = bar(centers, percentages, 0.8, 'FaceColor', [0.4 0.4 0.4], ...
288 'FaceAlpha', 0.2, 'EdgeColor', 'none');
289
290 ylabel('Rozkład satelitów [%]');
291 ax.YColor = [0.4 0.4 0.4];
292
293 title(titleText);
294 label_hist = sprintf('Rozkład (co %dkm)', bin_step);
295
296 if ~isempty(h_trend)
297 legend([h_pts, h_trend, h_bar], {'Żywotności', 'Linia trendu', ...
298 label_hist}, 'Location', 'northwest');
299 else
300 legend([h_pts, h_bar], {'Satelity', label_hist}, 'Location', 'northwest');
301 end
302 end
303
304 function [rho_val, H_i] = Gestosc(r_query_meters, Const, rho_input)
305
306 R_E = Const.R_E; h0 = Const.h0; H = Const.H;
307 h_query = (r_query_meters - R_E) / 1000; % [km]
308
309 idx = find(h0 <= h_query, 1, 'last');
310
311 if isempty(idx)
312 idx = 1;
313 end
314
315 if h_query == h0(idx)

```

```

316 rho_val = rho_input(idx);
317 return;
318 end
319
320 H_i      = H(idx); h0_i     = h0(idx); rho_base = rho_input(idx);
321
322 rho_val = rho_base * exp(-(h_query - h0_i)/H_i);
323 end
324
325 function avg = ObliczPerturbacje(a, e, i, OMEGA, omega, m, A_D, A_SR, C_D, C_P, t_date, Const)
326 mi = Const.mi; R_E = Const.R_E; J_2 = Const.J_2; c = Const.c;
327 epsilon_deg = Const.epsilon_deg; a_S = Const.a_S; r_S = Const.r_S;
328 h0 = Const.h0; H = Const.H; rho0 = Const.rho0; rho01 = Const.rho01;
329
330 epsilon = deg2rad(epsilon_deg);
331 n = sqrt(mi / a ^ 3); n_deg_day = n * (180/pi) * 86400; n obr = n * 3600 * 24 / 2 / pi;
332
333 if isempty(t_date.TimeZone), t_ref = datetime(year(t_date), 7, 4);
334 else, t_ref = datetime(year(t_date), 7, 4, 'TimeZone', t_date.TimeZone); end
335 D = 2 * pi / 365 * days(t_date - t_ref);
336 day_of_year = day(t_date, 'dayofyear');
337 lambda = deg2rad(mod((day_of_year - 80) * 360 / 365, 360));
338
339 f_SR = 1358 / (1.0004 + 0.0334 * cos(D)) / c * A_SR / m * C_P * (a_S / r_S) ^ 2;
340
341 dOMEGA_S = (-3 / 2 * J_2 * n * cos(i) / (1 - e ^ 2) ^ 2 * (R_E / a) ...
342 ^ 2) * 24 * 3600 * 180 / pi;
343 domega_S = (-3 / 4 * n * J_2 * (1 - 5 * cos(i) ^ 2) / (1 - e ^ ...
344 2) ^ 2 * (R_E / a) ^ 2) * 24 * 3600 * 180 / pi;
345 dM_perturb_S = (3 / 4 * n * J_2 * (3 * cos(i) ^ 2 - 1) / (1 - e ^ ...
346 2) ^ (3 / 2) * (R_E / a) ^ 2) * 24 * 3600 * 180 / pi;
347 dM_total_S = n_deg_day + dM_perturb_S;
348
349 dOMEGA_moon = -3.4e-3 * cos(i) / n obr; domegamoon = 1.7e-3 * (5 * ...
350 cos(i)^2 - 1) / n obr;
351 dOMEGA_sun = -1.5e-3 * cos(i) / n obr; domegasun = 0.8e-3 * (5 * ...
352 cos(i)^2 - 1) / n obr;
353 dOMEGA_3body = dOMEGA_moon + dOMEGA_sun; domega_3body = domegamoon + domegasun;
354
355 theta_deg = 0:10:359; len_th = length(theta_deg);
356 dadt_S = zeros(1, len_th); ddt_S = zeros(1, len_th);
357 didt_S = zeros(1, len_th); dOMEGAdt_S = zeros(1, len_th);
358 domegadt_S = zeros(1, len_th); dMdt_S = zeros(1, len_th);
359
360 for k = 1:len_th
361 theta_val = deg2rad(theta_deg(k)); u_val = omega + theta_val;
362 r_val = a * (1 - e^2) / (1 + e * cos(theta_val));
363 v_k = sqrt(mi * (2/r_val - 1/a));
364 E_anom = 2 * atan(sqrt((1 - e)/(1 + e)) * tan(theta_val / 2));
365 [rho_val, ~] = Gestosc(r_val, Const, Const.rho0);
366 F_D_val = 0.5 * rho_val * A_D * v_k ^ 2 * C_D;
367
368 dadt_atm = (- 2 * F_D_val / m / n / sqrt(1 - e ^ 2) * sqrt(e ^ 2 + ...

```

```

369 1 + 2 * e * cos(theta_val))) * 86400;
370 ddebtatm = (- F_D_val / m / n / a / sqrt(e ^ 2 + 1 + 2 * e * ...
371 cos(theta_val)) * sqrt(1 - e ^ 2) * (2 * e + 2 * ...
372 cos(theta_val))) * 86400;
373 domegadtatm = (- 2 * F_D_val * sin(theta_val) / m / n / a / e / ...
374 sqrt(e ^ 2 + 1 + 2 * e * cos(theta_val)) * sqrt(1 - e ^ ...
375 2)) * 86400 * 180 / pi;
376
377 R_val = f_SRP * (- cos(i/2)^2 * cos(epsilon/2)^2 * cos(lambda - ...
378 (u_val) - OMEGA) - sin(i/2)^2 * sin(epsilon/2)^2 * cos(lambda - ...
379 (u_val) + OMEGA) - 0.5 * sin(i) * sin(epsilon) * (cos(lambda - ...
380 (u_val)) - cos(-lambda - (u_val))) - sin(i/2)^2 * cos(epsilon/ ...
381 2)^2 * cos(-lambda - (u_val) + OMEGA) - cos(i/2)^2 * sin(epsilon/ ...
382 2)^2 * cos(-lambda - (u_val) - OMEGA));
383 T_val = f_SRP * (- cos(i/2)^2 * cos(epsilon/2)^2 * sin(lambda - ...
384 (u_val) - OMEGA) - sin(i/2)^2 * sin(epsilon/2)^2 * sin(lambda - ...
385 (u_val) + OMEGA) - 0.5 * sin(i) * sin(epsilon) * (sin(lambda - ...
386 (u_val)) - sin(-lambda - (u_val))) - sin(i/2)^2 * cos(epsilon/ ...
387 2)^2 * sin(-lambda - (u_val) + OMEGA) - cos(i/2)^2 * sin(epsilon/ ...
388 2)^2 * sin(-lambda - (u_val) - OMEGA));
389 W_val = f_SRP * (sin(i) * cos(epsilon/2)^2 * sin(lambda - OMEGA) - ...
390 sin(i) * sin(epsilon/2)^2 * sin(lambda + OMEGA) - cos(i) * ...
391 sin(epsilon) * sin(lambda));
392
393 dadtSRP = (2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * (e * sin(theta_val) * R_val ...
394 + (1 + e * cos(theta_val)) * T_val)) * 86400;
395 ddebtSRP = (sqrt(1 - e ^ 2) / n / a * (sin(theta_val) * R_val + ...
396 (cos(E_anom) + cos(theta_val)) * T_val)) * 86400;
397 didtSRP = (r_val / a ^ 2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * cos(theta_val + ...
398 omega) * W_val) * 86400 * 180 / pi;
399 dOMEGAdtSRP = (r_val / a ^ 2 / n / sqrt(1 - e ^ 2) * sin(theta_val ...
400 + omega) / sin(i) * W_val) * 86400 * 180 / pi;
401 domegadtSRP = (sqrt(1 - e ^ 2) / n / a / e * (- cos(theta_val) * ...
402 R_val + (1 + 1 / (1 + e * cos(theta_val))) * sin(theta_val) * ...
403 T_val - cos(i) * (dOMEGAdtSRP / 86400 / 180 * pi))) * (86400 * ...
404 180 / pi);
405 dMdtSRP = ((1 - e ^ 2) / n / a / e * ((-2 * e / (1 + e * ...
406 cos(theta_val)) + cos(theta_val)) * R_val - (1 + 1 / ...
407 (1 + e * cos(theta_val))) * T_val * sin(theta_val))) * (86400 * ...
408 180 / pi);
409
410 dadt_S(k) = dadtatm + dadtSRP; ddebt_S(k) = ddebtatm + ddebtSRP;
411 didt_S(k) = didtSRP; dOMEGAdt_S(k) = dOMEGAdtSRP + dOMEGA_S + dOMEGA_3body;
412 domegadt_S(k) = domegadtatm + domegadtSRP + domega_S + domega_3body;
413 dMdt_S(k) = dM_total_S + dMdtSRP;
414 end
415 avg.da_dtS = mean(dadt_S); avg.de_dtS = mean(debt_S);
416 avg.di_dtS = mean(didt_S); avg.dOMEGA_dtS = mean(dOMEGAdt_S);
417 avg.domega_dtS = mean(domegadt_S); avg.dM_dtS = mean(dMdt_S);
418 end

```

**Plik 2.** Kod źródłowy programu zywotnosc\_zbiorowa.m

### Załącznik 3. Zestawienie parametrów konstelacji satelitarnych

**Tabela 3.1.** Zestawienie parametrów gabarytowych satelitów testowanych w programie, wraz z przypadkami walidacyjnymi. Dane zebrane na podstawie [46].

Konstelacje					
Nazwa	Aktywnych	Masa [kg]	Długość [m]	Średnica [m]	Rozpiętość [m]
HULIANWANG JISHU SHIYAN	5	300	2,5	0,8	2,5
HULIANWANG DIGUI	113	800	3	1	10
KUIPER	153	490	1,8	0,7	5
QIANFAN	108	267	0,3	3	10
ONEWEB	651	148	1,3	1	5
Starlink V1.0	832	260	0,2	2,8	9
Starlink V1.5.0	138	290	0,2	2,8	9
Starlink V1.5.1	965	297	0,2	2,8	9
Starlink V1.5.2	225	300	0,2	2,8	9
Starlink V1.5.3	1342	305	0,2	2,8	9
Starlink V2MO	19	530	0,3	4,1	29
Starlink V2MO2	2284	575	0,3	4,1	29
Starlink V2M	2625	730	0,3	4,1	29
Starlink V2MD	652	960	0,3	4,1	29

Walidacja					
Nazwa	SATCAT ID	Masa [kg]	Długość [m]	Średnica [m]	Rozpiętość [m]
PW-SAT2	43814	3	0,2	0,1	2
TINTIN A	43216	350	1,5	1,5	6
PW-SAT	38083	1	0,1	0,1	1
TIANGONG-1	37820	8500	10,4	3,3	18,4
GRACE-1	27391	475	3,1	0,8	3,1