BÖLÜM 3

TANIMSAL ÖLÇÜLER

Öğrenme Amaçları

- Merkezi Eğilim, Değişkenlik, Asimetri ve Basıklık Ölçüleri ve Özellikleri
- Anakütle için Tanımsal Ölçülerin Hesaplanması
- Frekans ve Gruplanmış Serilerin Tanımsal Ölçüler Hesabı
- Kutu Diyagramının Oluşturulması ve Yorumu
- Kovaryans ve Korelasyonun Hesaplanması

Özet Tanımlar

- **Merkezi Eğilim** (Ortalama);Verileri temsil eden tek bir değer
- **Değişkenlik** Merkezi eğilim ölçüsünün temsil gücü hakkında bilgi verir ve değişken değerlerinin ne kadar homojen dağıldığını gösterir.
- **Asimetri ve Basıklık Ölçüleri verilerin dağılımı hakkında bilgi verir** (Ortalamanın üzerinde veya altında bir toplanma olup olmadığı…)

Merkezi Eğilim Ölçüleri: Aritmetik Ortalama

- En sık kullanılan merkezi eğilim ölçüsüdür.

  - n büyüklüğünde bir örnek için

Örnek ortalaması

i. değer

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

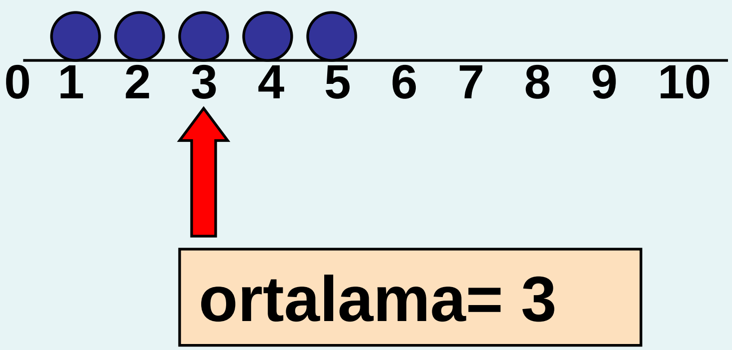
Örnek büyüklüğü

Gözlenen değerler

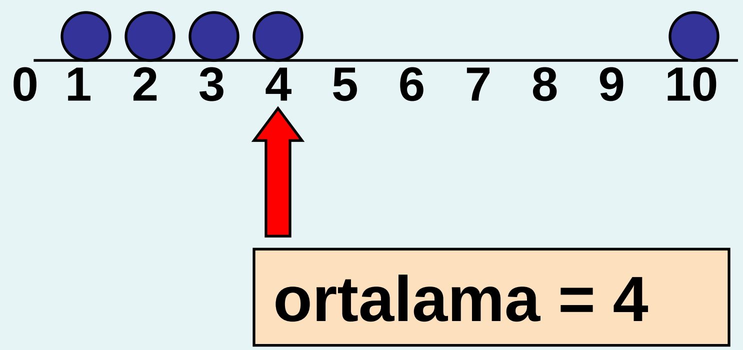
Merkezi Eğilim Ölçüleri: Aritmetik Ortalama

(devamı)

- En çok bilinen merkezi eğilim ölçüsüdür.
- Sapan değerlerden (outlier) etkilenir



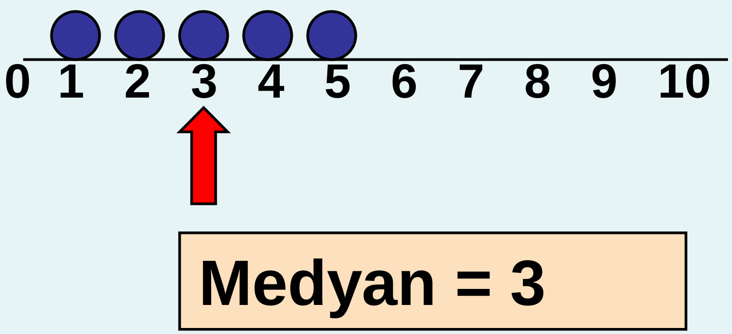
$$\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$$

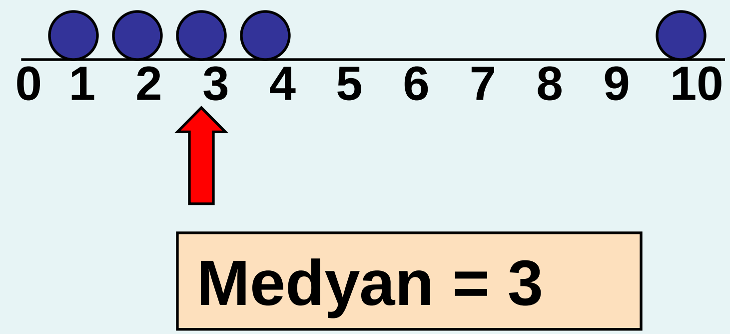


$$\frac{1+2+3+4+10}{5}=\frac{20}{5}=4$$

Merkezi Eğilim Ölçüleri: Medyan

- Sıralanmış verilerde, medyan “tam ortadaki değere ” karşılık gelir verilerin (50% sinin üzerinde, 50% sinin altında)





- Sapan değerlerden (outlier) etkilenmez.

Merkezi Eğilim Ölçüleri: Medyan'ın Hesaplanması

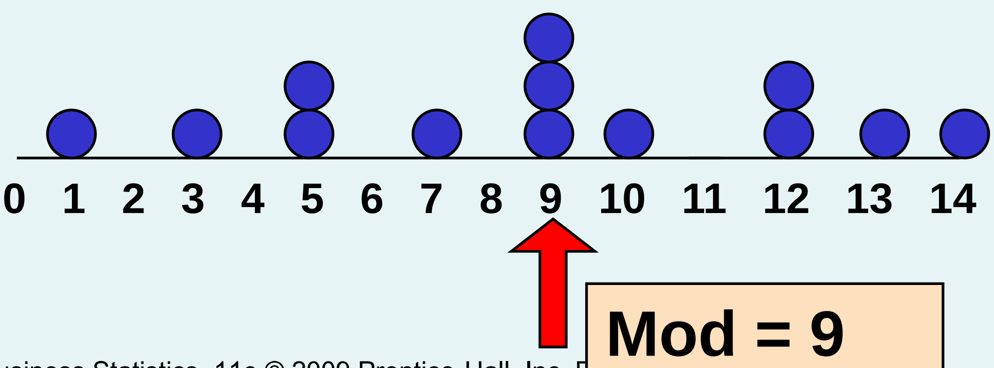
- Veriler küçükten büyüğe sıralandığında

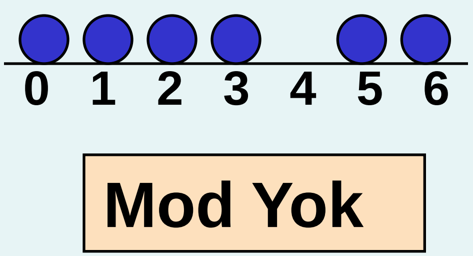
$$Medyan = \frac{n+1}{2} .sayi$$

- Veri sayısı tek ise, medyan tam ortadaki değere karşılık gelir
- Veri sayısı çift ise tam ortadaki iki sayının ortalamasına eşittir.

Merkezi Eğilim Ölçüleri: Mod

- En sık tekrarlanan değer
- Sapan değerlerden etkilenmez.
- Nicel ve Nitel veriler (nominal ölçekli) için hesaplanabilir
- Mod hesaplanamayabilir.
- Birden fazla mod olabilir





Merkezi Eğilim Ölçüleri: Örnek

Ev fiyatları:

$2,000,000
$500,000
$300,000
$100,000
$100,000

Toplam **$3,000,000**

- **Ortalama** ($3,000,000/5) = **$600,000**
- **Medyan:** Sıralanmış değerlerin ortası= **$300,000**
- **Mod:** En sık tekrarlanan değer = **$100,000**

Merkezi Eğilim Ölçüleri: Hangisi Seçilmeli?

- Sapan değer (outlier) olmadığında en sık kullanılan Aritmetik Ortalamadır.
- Medyan sapan değerlerden etkilenmediğinden sıklıkla kullanılır. Bu uygulamada medyanın kullanılması daha doğrudur.
- Bazı durumlarda hem medyan hem aritmetik ortalamanın birlikte yorumlanması uygundur.

Geometrik Ortalama & Geometrik Ortalamaya Göre Getiri Oranı

- Geometrik Ortalama

$$\overline{X}_G = (X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n)^{1/n}$$

- Geometrik Ortlamaya Göre Getiri Oranı
  - Yatırımın zamana göre getirisini ölçer

$$\overline{R}_G = [(1+R_1)\times(1+R_2)\times\cdots\times(1+R_n)]^{1/n} - 1$$

  - i. zaman periyodundaki getiri

Geometrik Ortalamaya Göre Getiri Oranı: Örnek

$100,000 bir yatırım birinci yılın sonunda $50,000'a düşüyor ikinci yılın sonunda yine $100,000'a çıkıyor

$$\underbrace{X_1 = \$100{,}000 \quad X_2}_{\text{50\% azaldı}} = \$50{,}000 \quad \underbrace{ X_3}_{\text{100\% arttı}} = \$100{,}000$$

2 yılın getirisi sıfırdır çünkü başlangıç ve bitiş değeri aynıdır

The Geometric Mean Rate of Return: Example

(continued)

Bir yıllık getirileri temel alarak aritmetik ortalama hesaplandığında

Aritmetik Ort. Getiri Oranı:

$$\overline{X} = \frac{(-.5) + (1)}{2} = .25 = 25\%$$

YANLIŞ SONUÇ

Geometrik Ort. Getiri Oranı:

$$\begin{aligned} \overline{R}_G &= [(1+R_1)\times(1+R_2)\times\cdots\times(1+R_n)]^{1/n} - 1 \\ &= [(1+(-.5))\times(1+(1))]^{1/2} - 1 \\ &= [(.50)\times(2)]^{1/2} - 1 = 1^{1/2} - 1 = 0\% \end{aligned}$$

Daha temsil edici sonuç

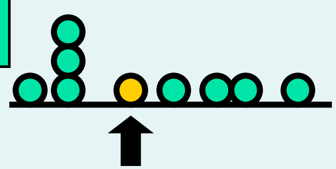
Merkezi Eğilim Ölçüleri: ÖZET

Merkezi Eğilim

- **Aritmetik Ortalama**

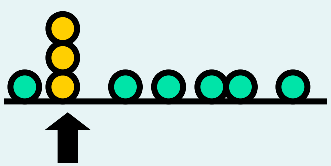
  $$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

- **Medyan**

  Sıralanmış Verilerde Ortadaki değer

- **Mod**

  En sık gözlenen değer

- **Geometrik Ortalama**

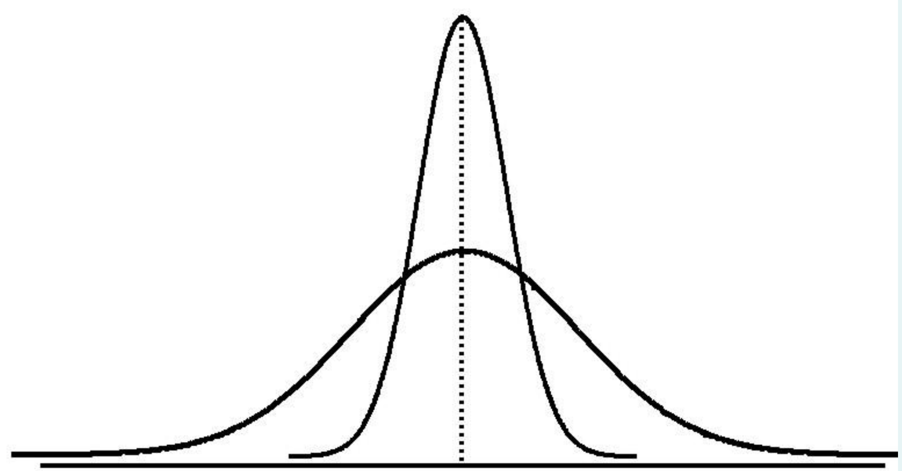
  $$\overline{X}_G = (X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n)^{1/n}$$

  Ortalama değişim oranı

Değişkenlik (Dağılım) Ölçüleri

Değişkenlik

- **Range (Aralık)**
- **Varyans**
- **Standart Sapma**
- **Değişkenlik Katsayısı**



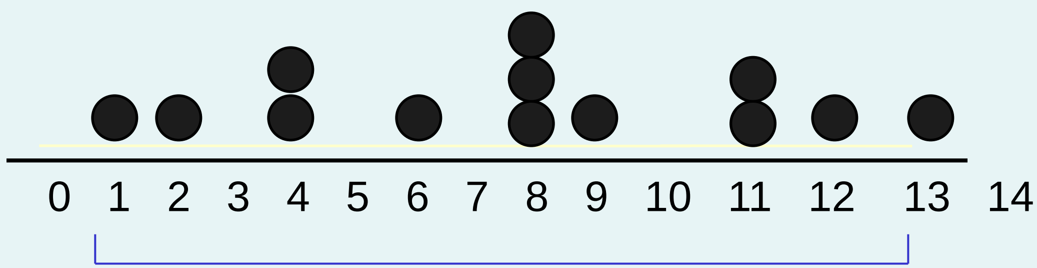
Aynı merkezli farklı değişkenliğe sahip

Değişkenlik Ölçüleri: Range (Aralık)

- En basit değişkenlik ölçüsüdür
- En büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark:

$$\text{Aralık} = X_{\text{enbüy}} - X_{\text{enküç}}$$

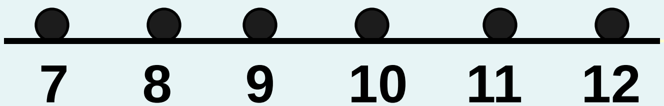
Örnek:



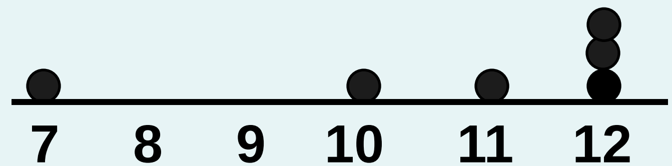
Aralık= 13 - 1 = 12

Measures of Variation: Aralık (Range)

- Verilerin dağılımını göz ardı eder.



Range = 12 - 7 = 5



Range = 12 - 7 = 5

- Sapan değerlere (outlier) karşı hassas

1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,**5**

Aralık = 5 - 1 = 4

1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,**120**

Aralık = 120 - 1 = 119

Değişkenlik Ölçüleri :Varyans

- Değerlerin ortalamadan ortama ne kadar saptığını gösteren ölçü

  - Örnek varyansı:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Burada $\bar{x}$ = aritmetik ortalama

n = örnek büyüklüğü

xi=x'in i . değeri

Değişkenlik Ölçüleri : Standart Sapma

- En sık kullanılan değişkenlik ölçüsü
- Ortalama etrafındaki dağılımı gösterir
- Varyansın kareköküdür
- Verilerin birimleri ile standart sapmanın birimi aynıdır

  - Örnek standart sapması:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Değişkenlik Ölçüleri : Standart Sapma

Standart sapmanın hesaplama adımları

1. Her bir değerle ortalama arasındaki fark hesaplanır
2. Her bir farkın karesi alınır
3. Bu farklar toplanır
4. Bu toplam (n-1)’e bölünür.
5. Elde edilen örnek varyansının karekökü alınarak standart sapma değerine ulaşılır.

Değişkenlik Ölçüleri : Örnek standart sapması: Örnek

Örnek Veriler (X_i) : 10 12 14 15 17 18 18 24

n = 8 Ortalama= $\bar{X}$ = 16

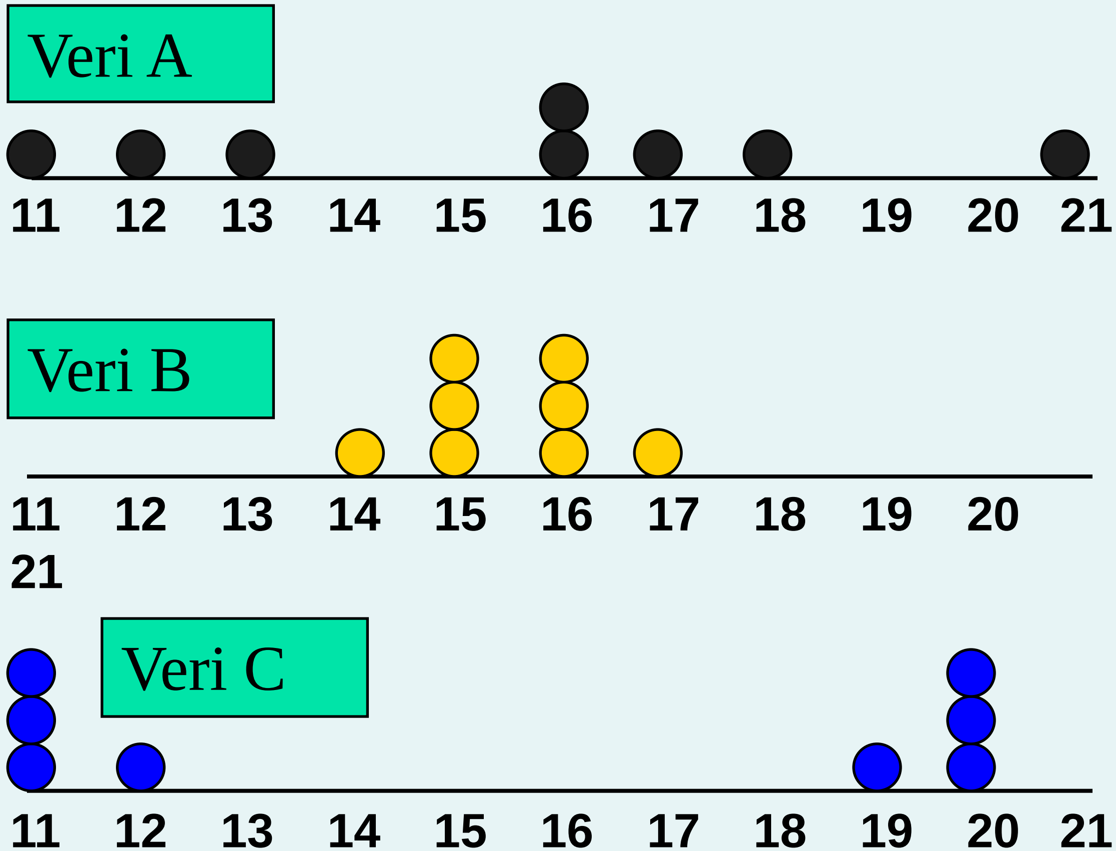
$$S = \sqrt{\frac{(10-\bar{X})^2 + (12-\bar{X})^2 + (14-\bar{X})^2 + \cdots + (24-\bar{X})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(10-16)^2 + (12-16)^2 + (14-16)^2 + \cdots + (24-16)^2}{8-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{7}} = \boxed{4.3095}$$

Ortalamadan ortalama olarak ne kadar fark var

Standart sapmaların Karşılaştırılması

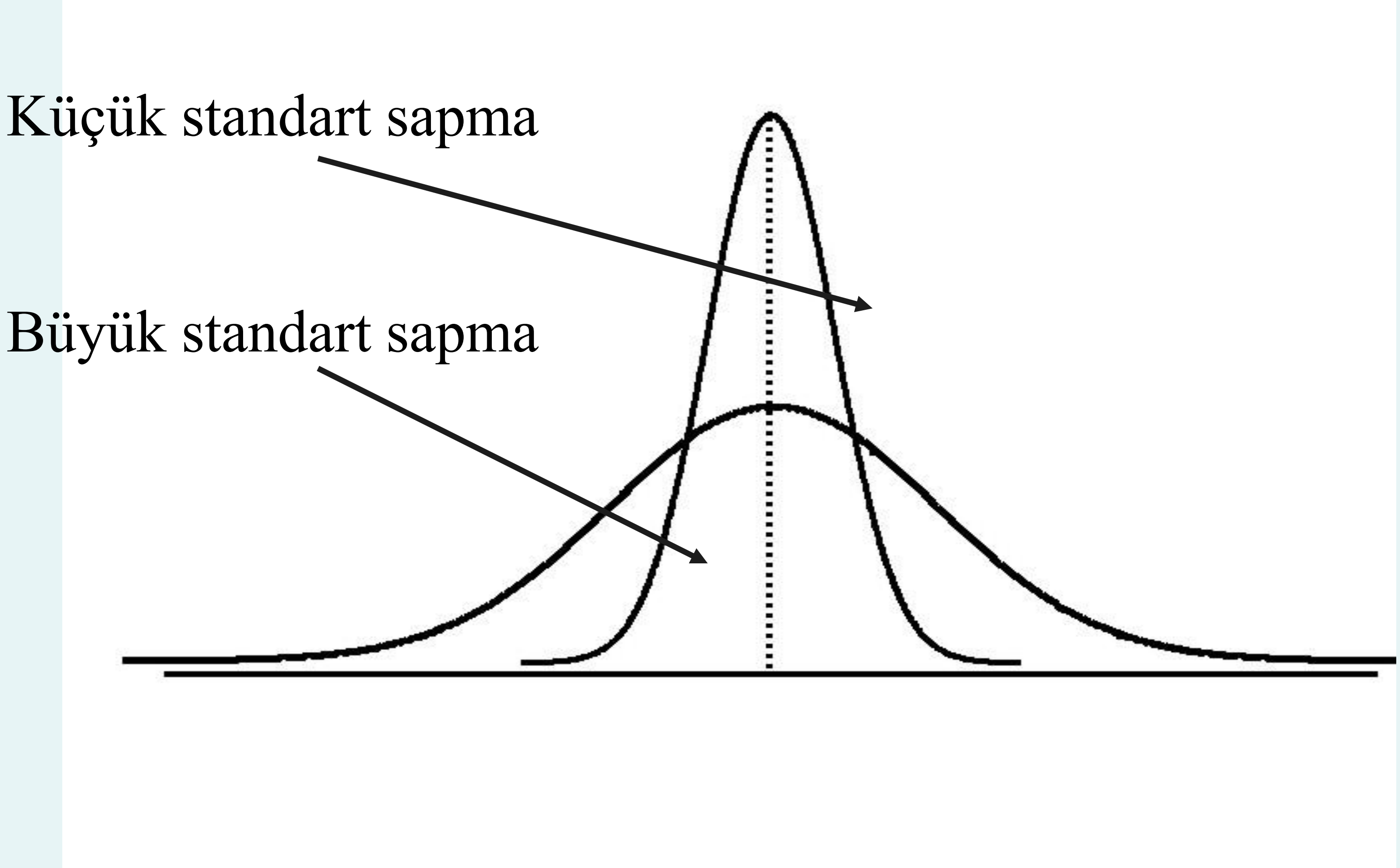


Ortalama= 15.5
S = 3.338

Ortalama = 15.5
S = 0.926

Ortalama= 15.5
S = 4.570

Standart Sapmaların Karşılaştırılması



Değişkenlik Ölçüleri: Özellikler

- Değerler birbirine yaklaştıkça aralık, varyans ve standart sapma değerleri küçülür
- Tüm değerler aynı ise (değişkenlik yok), tüm değişkenlik ölçüleri sıfır olur
- Değişkenlik ölçüleri negatif olamaz.

Değişkenlik Ölçüleri: Değişkenlik Katsayısı

- Kısmi değişimleri verir
- Yüzde (%) olarak ifade edilir.
- Farklı birimlerde ölçülen iki veya daha fazla değişkenin değişkenliğinin karşılaştırılmasını sağlar.

$$D.K = \left(\frac{S}{\overline{X}} \right) \cdot 100\%$$

Değişkenlik Katsayısı

- Stock A:
  - Ortalama fiyat= $50
  - Standart sapma = $5

$$D.K_A = \left(\frac{S}{\overline{X}}\right) \cdot 100\% = \frac{\$5}{\$50} \cdot 100\% = 10\%$$

- Stock B:
  - Ortalama Fiyat= $100
  - Standart Sapma= $5

$$D.K_B = \left(\frac{S}{\overline{X}}\right) \cdot 100\% = \frac{\$5}{\$100} \cdot 100\% = 5\%$$

Her iki stokun st. Sapma değeri aynı ancak, B'nin değişkenliği ortalamasına göre daha dü

Anakütle İçin Tanımsal Ölçüler

- Anakütle Ortalaması: μ

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_N}{N}$$

μ = Anakütle Ortalaması

N = Anakütle Birim Sayısı

X_i = X değişkenin i. değeri

Anakütle Varyansı: σ^2

- Anakütle Varyansı

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}$$

Where μ = Anakütle Ort

N = Anakütle Birim Sayısı

X_i = X değişkenin i. değeri

Anakütle Standart Sapması: σ

- Anakütle Standart Sapması

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}}$$

Örnek İstatistikleri ve Anakütle Parametreleri

Ölçü	A.K Parametresi	Örnek İstatistiği
Ortalama	μ *veya* $\bar{X}$	$\bar{X}$
Varyans	σ^2	s^2
Standart Sapma	σ	s