

Metody numeryczne 1  
Lista nr 6

1. Korzystając z metody różnicy centralnej rzędu  $h^4$  oblicz pierwszą, drugą i trzecią pochodną funkcji

$$f(x) = \ln \left( \tanh \left( \frac{x}{x^2 + 1} \right) \right)$$

w punkcie  $x=0.2$ . Dla jakich wartości  $h$  obliczone pochodne mają największą dokładność?

2. Na podstawie danych z tabeli oblicz  $f'(0.2)$  najdokładniej, jak to tylko możliwe:

$x$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	0.0	0.078348	0.13891	0.192916	0.244981

3. Korzystając z interpolacji wielomianowej, oblicz  $f'(0)$  i  $f''(0)$ , jeśli

$x$	-2.2	-0.3	0.8	1.9
$f(x)$	-15.18	10.962	1.92	-2.04

4. Oblicz całkę

$$\int_{-1}^1 \cos(2 \cos^{-1} x) dx$$

korzystając ze wzoru Simpsona dla 3, 5 i 7 węzłów. Wyjaśnij wyniki.

5. Okres  $T$  wahadła matematycznego o długości  $L$  zadany jest wzorem

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} h(\theta_0)$$

gdzie  $g$  to przyspieszenie ziemskie, a  $\theta_0$  to amplituda oraz

$$h(\theta_0) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \sin^2 \theta}}$$

Oblicz  $h(15^\circ)$ ,  $h(30^\circ)$  i  $h(45^\circ)$ . Porównaj te wartości z  $h(0) = \pi/2$  stosowanym w przybliżeniu harmonicznym.

6. Oblicz całkę

$$\int_1^{\pi} \frac{\ln x}{x^2 - 2x + 2} dx$$

metodą Gaussa-Legendre'a dla 2 i 4 węzłów.

7. Oblicz całkę

$$\int_{-1}^1 \frac{\cos x - e^x}{\sin x} dx$$

z co najmniej 10 dokładnymi cyframi dziesiętnymi.

8. Oblicz numerycznie całkę

$$\int_0^1 dx \int_0^x dy \sin(\pi x) \sin(\pi(y-x))$$