

Metody numeryczne 1
Lista nr 7

1. Rozwiąż równanie różniczkowe

$$\frac{dy}{dt} = \sin(ty)$$

dla $y(0) = 2, 2.5, 3$ i 3.5 . Wykreśl rozwiązania dla $0 \leq t \leq 6$.

2. Równanie ruchu wahadła matematycznego z tłumieniem oraz okresową siłą wymuszającą można przedstawić w postaci

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \frac{1}{Q} \frac{d\theta}{d\tau} + \sin \theta = A \cos(\tau\bar{\omega})$$

$$\text{gdzie } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \tau = \omega_0 t \quad \text{ i } \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Rozwiąż to równanie funkcją `scipy.integrate.solve_ivp()` dla:

- $Q = 2, \bar{\omega} = 2/3, A = 0.5, \dot{\theta}_0 = 0; \theta_0 = 0.01;$
- $Q = 2, \bar{\omega} = 2/3, A = 0.5, \dot{\theta}_0 = 0; \theta_0 = 0.3;$
- $Q = 2, \bar{\omega} = 2/3, A = 1.35, \dot{\theta}_0 = 0; \theta_0 = 0.3.$

Przedstaw na wykresach

- zależności $\theta(t)$
- trajektorie w przestrzeni fazowej $(\dot{\theta}, \theta)$.

3. Znajdź trajektorię piłki rzuconej ukośnie do powierzchni Ziemi

(a) zaniedbując opory powietrza,

(b) uwzględniając opory powietrza.

W drugim przypadku załóż, że siła oporu powietrza jest postaci

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} c_w \rho A \vec{v} |\vec{v}|$$

gdzie

$$\begin{array}{ll} c_w \simeq 0.35 & - \text{współczynnik oporu powietrza,} \\ \rho \simeq 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & - \text{gęstość powietrza,} \\ A [\text{m}^2] & - \text{pole przekroju poprzecznego piłki,} \\ \vec{v} & - \text{prędkość piłki.} \end{array}$$

Obliczenia przeprowadź dla różnych wielkości piłki, prędkości początkowych i kątów rzutu. Wyniki przedstaw na wykresie

4. Rozwiąż metodą strzałów równanie różniczkowe

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \sin(y) + 1 = 0$$

z następującymi warunkami brzegowymi $y(0) = 0$ i $y(\pi) = 0$.