

Astronomisches Institut  
Universität Bern  
Prof. Dr. A. Jäggi

**Abgabetermin: 18. April 2025**

Betreuer: Linda Geisser, Martin Lasser  
ExWi Zi. 204, Zi. 212  
linda.geisser@unibe.ch  
martin.lasser@unibe.ch  
Sprechzeiten: Bitte vorbeikommen

## Numerische Methoden der Physik

### Serie 3 - Linearer Ausgleich

Meeresspiegelanstieg

## Aufgaben

### Linearer Ausgleich nach kleinsten Fehlerquadraten

Ausgehend vom Datensatz `SeaLevel_exclGIA.txt` ist mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ein Polynom mit vorgegebenem Grad  $n$  durch die Messwerte (mittlere Meereshöhe in [mm]) zu legen. Die Ausgleichung soll diesmal selbst programmiert werden. Nebst den zu bestimmenden Parametern (nämlich den Polynomkoeffizienten) soll das Programm auch deren formale Fehler und den Gewichtseinheitsfehler a-posteriori  $m_0$  ausgeben. Die ausgeglichenen Beobachtungen und deren Fehler sollen graphisch gemeinsam mit den Daten dargestellt werden. Plotten Sie die Residuen separat in einer weiteren Graphik. Berücksichtigen Sie eventuelle Ausreisser in den Daten und bereinigen Sie diese vorab. Achten Sie darauf, dass Sie ein "schönes" und ordentliches Template erstellen, da Sie Ihre Implementierung als Startgrundlage für viele weitere Kleinste-Quadrate-Probleme verwenden können.

Beantworten Sie die folgenden Fragen für den Fall  $n = 0$  (Bestimmung eines konstanten Offsets):

- Berechnen Sie den Mittelwert der Daten und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem ermittelten Offset. Was stellen Sie fest?
- Berechnen Sie die Standardabweichung der Daten und vergleichen Sie das Ergebnis mit  $m_0$ . Was stellen Sie fest?
- In welchem Zusammenhang steht die Standardabweichung mit dem formalen Fehler des bestimmten Offsets?

Beantworten Sie die folgenden Fragen für den Fall  $n = 1$  (Bestimmung einer Regressionsgerade):

- Berechnen Sie den Schwerpunkt der Daten und vergewissern Sie sich, dass die Regressionsgerade durch den Schwerpunkt der Daten geht.
- Benutzen Sie für die Zeitpunkte der Messungen einmal die absoluten Jahreszahlen und einmal relative Jahreszahlen, z.B. relativ zum ältesten Messwert. Welche Unterschiede stellen Sie in Ihren Resultaten fest? Erklären Sie die Koeffizienten 0. und 1. Grades.

Beantworten Sie folgende Fragen für ein Polynom vom Grad  $n$ :

- Berechnen Sie  $m_0$  auch nach der alternativen Formel und überzeugen Sie sich, dass Sie das gleiche Resultat erhalten.
- Modifizieren Sie Ihre Implementation so, dass Sie die Design-Matrix nicht explizit aufstellen und als Variable abspeichern müssen. Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit diese Vorgehensweise angewandt werden kann? Was ist der Vorteil dieser Vorgehensweise?

# Abgabe

Laden Sie Ihr(e) Skript(e) und die Plots sowie eine ein- bis zweiseitige, ordentlich formatierte Zusammenfassung der Ergebnisse auf *ILIAS* → *Numerische Methoden der Physik* → *Abgaben* hoch. Verwenden Sie bitte die Skript- und Dateinamen:

`serie3_< Nachname > .py`  
`serie3_< Nachname > .pdf`

Abgabetermin ist Freitag, der **18. April 2025**.