

Astronomisches Institut  
Universität Bern  
Prof. Dr. A. Jäggi

**Abgabetermin: 21. März 2025**

Betreuer: Linda Geisser, Martin Lasser  
ExWi Zi. 204, Zi. 212  
linda.geisser@unibe.ch  
martin.lasser@unibe.ch  
Sprechzeiten: Bitte vorbeikommen

## Numerische Methoden der Physik

### Serie 1 - Statistik

Zufallsvariablen und Ausreisser

## Aufgaben

### Zentrale Momente (1)

Zeigen Sie für das zentrale Moment zweiter Ordnung, dass

$$E([X - \mu]^2) = E(X^2) - \mu^2 \quad (1)$$

gilt, wobei  $\mu = E(X)$ . Zeigen Sie analog, dass für das zentrale Moment dritter Ordnung

$$E([X - \mu]^3) = E(X^3) - 3\mu E(X^2) + 2\mu^3 \quad (2)$$

gilt.

### Zentrale Momente (2)

Man betrachte zwei Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ , die folgende Bedingungen erfüllen:

$$V(X) = 50, \quad V(X + Y) = 80 \quad \text{und} \quad V(X - Y) = 40. \quad (3)$$

Bestimmen Sie  $V(Y)$  und  $\sigma_{XY}$ .

### Werfen von zwei Würfeln

Das Zufallsexperiment "Einmaliges Werfen von zwei Würfeln" kann durch die Zufallsvariable

$X$  = Summe der aufliegenden Augenzahlen

beschrieben werden.  $X$  nimmt dabei diskrete Werte 2, ..., 12 an, zu denen die Wahrscheinlichkeiten entsprechend abgeleitet werden können.

- Erstellen Sie eine Wertetabelle mit den Wahrscheinlichkeiten sowie
- eine Zeichnung für die Dichte- und Verteilungsfunktion der Zufallsvariable  $X$ .
- Wie gross sind der Erwartungswert und die Varianz von  $X$ ?

## Ausreisserdetektion

Anhand der Beobachtungsresiduen, die die Differenz der mit SLR gemessenen und berechneten Distanzen zum Satelliten LARES angeben, soll ein mittleres Modell ermittelt werden. Dabei soll auch die zugehörige Unsicherheit bestimmt werden. Die Datei `obs_res_LARES.dat` enthält Beobachtungszeiten als Modifiziertes Julianisches Datum sowie die Beobachtungsresiduen zu LARES in mm.

- Bestimmen Sie den Mittelwert der Beobachtungsresiduen pro Monat (September, Oktober und November) aus den Messwerten. Beachten Sie, dass die Messwerte auch Ausreisser bzw. grobe Fehler enthalten können, die es zuvor zu finden und zu eliminieren gilt. Schreiben Sie eine entsprechende Funktion, die dies für einen beliebigen Datensatz automatisch durchführt.
- Analysieren Sie die von groben Fehlern bereinigten Messwerte und leiten Sie die Unsicherheiten ab, mit der die monatlichen Mittelwerte bestimmt werden können.
- Welche Beiträge in Beobachtungsresiduen können für Ausreisser verantwortlich sein?

## Abgabe

Laden Sie Ihr(e) Skript(e) und die Plots sowie eine ein- bis zweiseitige, ordentlich formatierte Zusammenfassung der Ergebnisse auf *ILIAS* → *Numerische Methoden der Physik* → *Abgaben* hoch. Verwenden Sie bitte die Skript- und Dateinamen:

```
serie1_< Nachname > .py  
serie1_< Nachname > .pdf
```

Abgabetermin ist Freitag, der **21. März 2025**.