

Astronomisches Institut  
Universität Bern  
Prof. Dr. A. Jäggi

**Abgabetermin: 30. Mai 2025**  
Betreuer: Linda Geisser, Martin Lasser  
ExWi Zi. 204, Zi. 212  
linda.geisser@unibe.ch  
martin.lasser@unibe.ch  
Sprechzeiten: Bitte vorbeikommen

## Numerische Methoden der Physik

### Serie 5 - Fourierreihe und Filterung

GRACE-Akzelerometer

## Aufgaben

Für die Aufgaben steht der Datensatz `GRCAT07001.ACC` zur Verfügung (ASCII-Datei). Der Aufbau der Datei ist im Header angegeben. Verwenden Sie für alle Aufgaben die linearen Beschleunigungen in S-Richtung [mm/s<sup>2</sup>]. Die Zeit in der ersten Spalte ist in Bruchteilen eines Tages gegeben. Zur schnelleren Berechnung ist ein Sampling von 10 s zu verwenden.

## Filterung

Erzeugen Sie eine gefilterte Messreihe für die GRACE-A S-Akzelerometerdaten (along-track) mit einem gleitenden Polynom vom Grad  $q$  über jeweils  $2n + 1$  aufeinanderfolgende Messwerte. Das Zeitfenster der verwendeten Messungen ist um den gefilterten Funktionswert zu zentrieren. Es sollen  $q$  und  $n$  wählbar sein. Verwenden Sie  $q \in \{0, 1, 2\}$  und eine Fensterbreite von 10 Minuten.

- Stellen Sie die ursprünglichen sowie die gefilterten Messwerte und den Hochpassanteil im unproblematischen Teil dar. Erzeugen Sie auch einen Zoom für den Zeitbereich einer Stunde.
- Erzeugen Sie ein Amplituden- und Leistungsspektrum (z.B. durch Fast Fourier Transformation mittels der *Numpy*-Funktion `fft`) der ursprünglichen sowie der hochpass- und tiefpassgefilterten Reihen. Diskutieren Sie den Bereich mit Perioden bis zu 30 Minuten.
- Wenden Sie sich nun den Messzeiten zu, in welchen das gleitende Polynom nicht gebildet werden kann. Welche sinnvollen Filterwerte können hier definiert und berechnet werden? Implementieren Sie eine entsprechende Lösung.

## Diskrete Fouriertransformation

Stellen Sie die GRACE-A S-Beschleunigungen durch folgende Funktion dar:

$$a(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \cos(i\omega t) + b_i \sin(i\omega t)) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{2\pi}{|t_N - t_1|} \quad (1)$$

- Für die Grundperiode des Signals werde die Länge des Datenintervalls hergenommen. Bestimmen Sie die Unbekannten  $a_0$ ,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  der Fourierreihe (Gl. 1) mit der Methode der kleinsten Quadrate unter der Annahme, sämtliche Beobachtungen seien unabhängig und von gleicher Genauigkeit. Stellen Sie für die unterschiedlichen Werte von  $m \in \{30, 120, 720, 1440\}$  die Messwerte, die bestimmte Funktion, sowie die Verbesserungen in einer Graphik dar. Wie gross ist der maximale Entwicklungsgrad  $m_{\max}$  der Reihe?

- Verwenden Sie die zuvor bestimmten Koeffizienten der Fourierreihe und stellen Sie das Amplitudenspektrum für die verschiedene Werte von  $m$  dar. Welche Perioden erkennen Sie in den Messungen? Benutzen Sie auch die *Numpy*-Funktion `fft`, um ein Amplitudenspektrum darzustellen und mit dem zuvor berechneten Spektrum zu vergleichen.

## Abgabe

Laden Sie Ihr(e) Skript(e) und die Plots sowie eine ein- bis zweiseitige, ordentlich formatierte Zusammenfassung der Ergebnisse auf *ILIAS* → *Numerische Methoden der Physik* → *Abgaben* hoch. Verwenden Sie bitte die Skript- und Dateinamen:

`serie5_< Nachname > .py`  
`serie5_< Nachname > .pdf`

Abgabetermin ist Freitag, der **30. Mai 2025**.