Abstract

- Using "Poisson Image Editing" technique from SigGraph 2004 to make two images fuse together.
- 已知target的被贴图区域的边缘一圈的像素值,以及贴图的散度,使用拉普拉斯算子,运用泊松方程求出融合图像被贴图区域的像素值。使用共轭梯度法求解,并使用稀疏矩阵运算库 scipy 进行加速。
 - 注意:对于图片融合任务,我们使用三个图片进行一次融合,分别是source (源图像)、mask (即源图像ROI部分的掩膜)、target (待插入贴图的图像),我们将源图像ROI部分称为贴图。

Keyword

- Poisson Equation
- Laplacian Operator
- Sparse Matrix
- Conjugate Gradient Iteration

Principle

泊松方程

- <u>泊松方程</u>是数学中的一个常见的**偏微分方程**。
- 公式: $\Delta f = \Omega$
 - ▽梯度:一阶微分(离散形式)

$$rac{df(x)}{dx} = rac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

○ △散度: 二阶微分 (离散形式)

$$rac{d^2f(x)}{dx^2}=rac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}$$

- 随着h->0,式子的值也越来越逼近微分结果,而对于离散形式的图片来说,h最小为1,即相邻像素的距离。因此,二阶微分可以转换成如下卷积的形式:
 - --维

$$[1,-2,1]$$

■ 二维,又称拉普拉斯卷积核

$$egin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \ 1 & -4 & 1 \ 0 & 1 & 0 \ \end{bmatrix}$$

偏微分方程

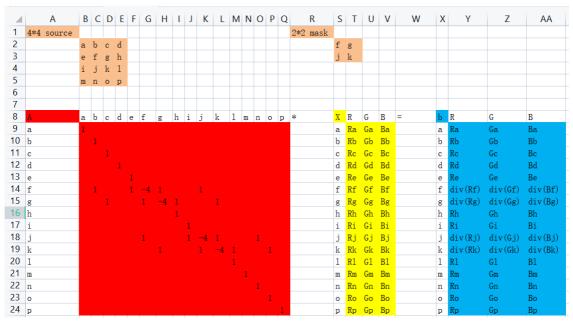
- WIKI
- Partial Differential Equation, 简称PDE。
- 指含有未知函数及其偏导数的方程,符合这个关系的函数是这个方程的解。

梯度共轭法

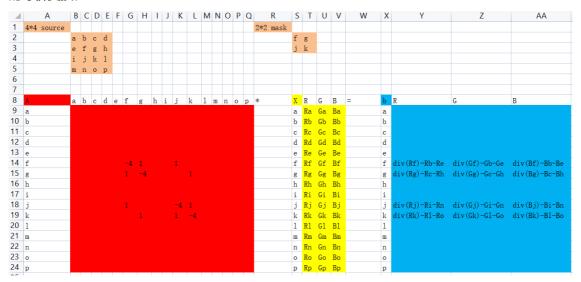
- WIKI
- 适用于系数矩阵为**实正定对称的稀疏矩阵**的线性方程组的求解。

Mathematics

1. 设原图为4 * 4矩阵, 其ROI为中间2 * 2的小矩形区域, 构建泊松方程。



2. 因为需要使用梯度共轭法求解方程,这要求系数矩阵是实正定对称的稀疏矩阵,故对方程进行一定的等价变换。



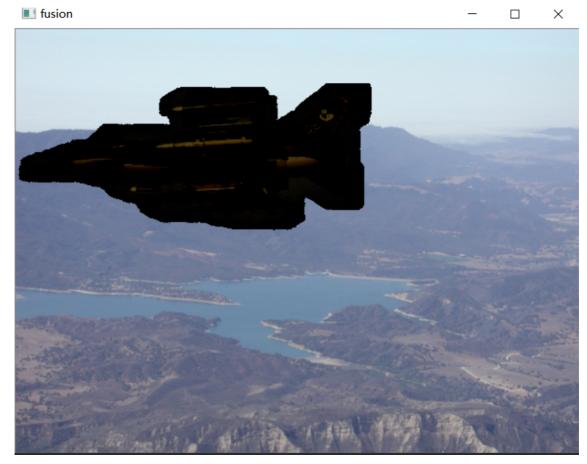
3. 注意,如果令内部区域为不规则图形,如将f-g-i作为内部区域,则更有助于理解方程的等价变换之后代码应该怎么写。这里留给读者自行验证。

Coding

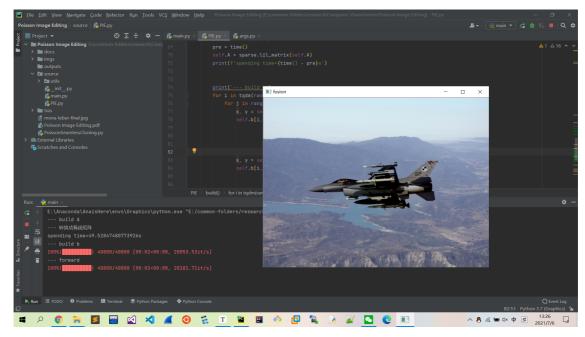
1. 第一个问题, 贴图内部像素值太大, 且边缘有毛刺。



2. 毛刺显然可以通过改变mask的判断方式解决,即将mask图中偏向于黑色的像素全部算作mask,属于数据层面的不严谨;而颜色全都过大则是由于读入的图片在进行计算时会出现溢出,导致结果不准确,可以通过强制类型转换破除计算过程中像素值为0-255的限制。



3. 最后这个bug比较难找,经观察,泊松方程解出的解非常小。再观察系数矩阵A和值矩阵b,发现b的值非常小,应该是边缘部分的真实值没有成功过渡给b。最终成功找出代码错误,完成复现。



4. 检查调整target图片ROI区域的代码正确性。

fusion



5. 检查其它图片示例的代码正确性。



Conclusion

• 从飞机的融合图片可以看出来贴图周围有明显的泛白,但是鹰的融合图片又没有这个问题,应继续对数值运算部分进行debug。

References

- Poisson Image Editing
- 从泊松方程的解法,聊到泊松图像融合
- <u>Seamless cloning</u>
- Code of huajh