5_1

April 10, 2016

In [218]:
```
__author__ = 'Security'
import numpy as np
import scipy.stats as stats
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.integrate as integrate
```

In [219]:
```
def pdf(x, y):
    return stats.multivariate_normal.pdf((x, y),
                                         mean=[0, 0],
                                         cov=[[10, 8], [8, 10]]
                                        )
```

In [220]:
```
grid = np.mgrid[-5:5:0.05, -5:5:0.05]
density = np.array([[pdf(grid[0, i, j], grid[1, i, j])
                       for i in range(grid[0].shape[0])]
                       for j in range(grid[0].shape[1])])  #плотность распределения
```

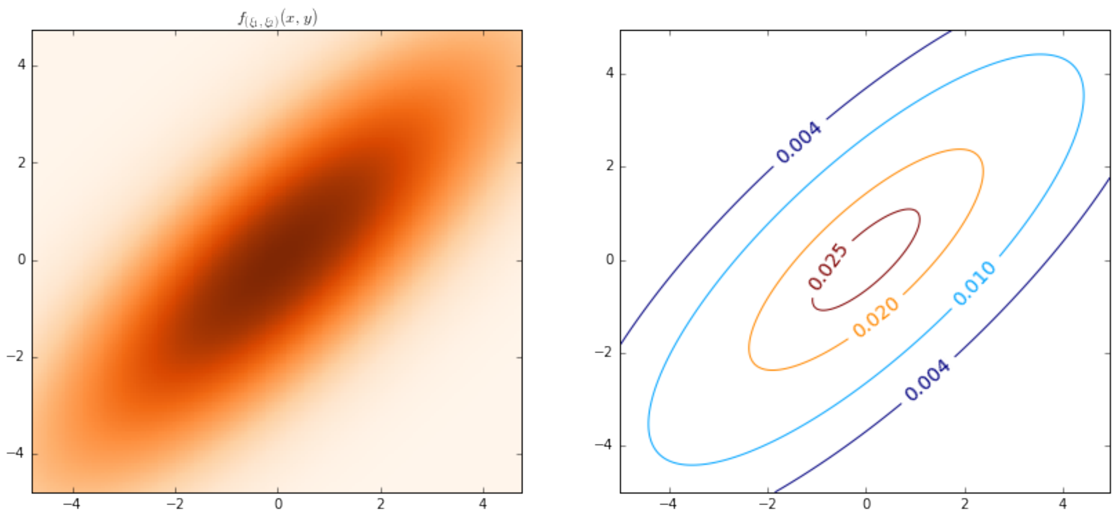
In [221]:
```
def draw_density_plot(grid, density, title):
    plt.figure(figsize=(14, 6))
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.pcolormesh(grid[0], grid[1], density, cmap='Oranges')  # закрашивание области
    plt.xlim((np.min(grid[0]) + 0.2, np.max(grid[0]) - 0.2))
    plt.ylim((np.min(grid[1]) + 0.2, np.max(grid[1]) - 0.2))
    plt.title(title)

    plt.subplot(1, 2, 2)
    CS = plt.contour(grid[0], grid[1], density, [0.004, 0.01, 0.02, 0.025])  # нарисовать ука
    plt.clabel(CS, fontsize=14, inline=1, fmt='%1.3f')
    plt.xlim((np.min(grid[0]), np.max(grid[0])))
    plt.ylim((np.min(grid[1]), np.max(grid[1])))

    plt.show()
```

1 Построим график плотности для $N(a, \Sigma)$

In [222]:
```
draw_density_plot(grid, density, r'$f_{(\xi_1, \xi_2)}(x, y)$')
```



Вычислим условную плотность по формуле $f_{(\xi_1|\xi_2)}(x|y) = \frac{f_{(\xi_1,\xi_2)}(x,y)}{f_{\xi_2}(y)}$, где плотность $f_{\xi_2}(y)$ найдем с помощью взятия интеграла от совместной плотности:

```
In [246]: def density_of_comp(pdf, y):
              return integrate.quad(lambda x: pdf(x, y), -np.inf, np.inf)[0]   #Интегрирование совместно
```

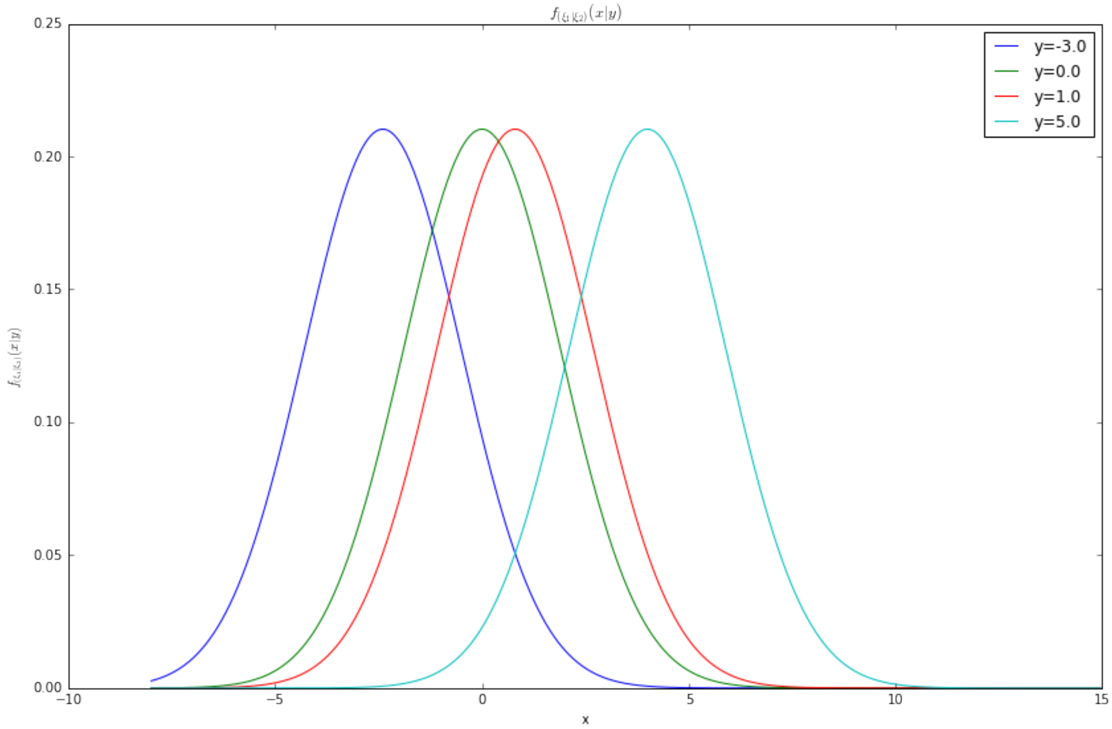
```
In [263]: def density_of_1_comp(pdf, x):
              return integrate.quad(lambda y: pdf(x, y), -np.inf, np.inf)[0]   #Интегрирование совместно
```

```
In [247]: ys = [-3.0, 0.0, 1.0, 5.0]
          comp_densities = [density_of_comp(pdf, y) for y in ys]
```

```
In [248]: grid_for_conditional_density = np.arange(-8, 15, 0.05)
          cond_density = [[pdf(x, ys[i]) / comp_densities[i]
                           for x in grid_for_conditional_density]
                           for i in range(len(ys))]
```

Наконец, нарисуем графики $f_{(\xi_1|\xi_2)}(x|y)$ для нужных нам y

```
In [253]: plt.figure(figsize=(14, 9))
          for i in range(len(ys)):
              plt.plot(grid_for_conditional_density, cond_density[i], label='y={:}'.format(ys[i]))
          plt.legend(loc='best')
          plt.ylabel(r'$f_{(\xi_1|\xi_2)}(x|y)$')
          plt.xlabel(r'x')
          plt.title(r'$f_{(\xi_1|\xi_2)}(x|y)$')
          plt.show()
```




```
In [254]: def cond_expectation_xi_xi_2(y):  #Посчитаем условное мат. ожидание с помощью интегрирования
              return integrate.quad(lambda x: x * pdf(x, y) / density_of_comp(pdf, y), -np.inf, np.inf)
```

```
In [264]: def expectation_xi():  #и мат. ожидание $\xi$
              return integrate.quad(lambda x: x * density_of_1_comp(pdf, x), -np.inf, np.inf)[0]
```

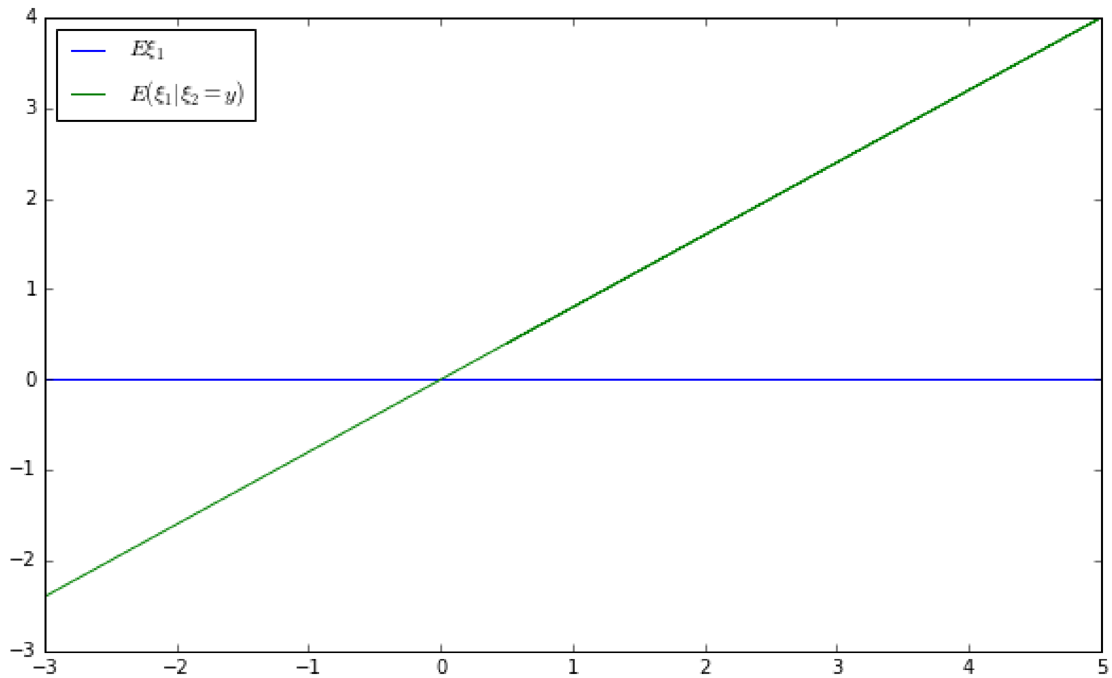
```
In [255]: grid_for_expectation = (-3, 5, 0.5)
```

```
In [256]: expectations = [cond_expectation_xi_xi_2(y) for y in grid_for_expectation]
```

```
In [267]: expectation_of_xi = expectation_xi()
```

Получим график

```
In [273]: plt.figure(figsize=(10, 6))
          plt.plot(grid_for_expectation, [expectation_of_xi for i in grid_for_expectation], label=r'$E\x
          plt.plot(grid_for_expectation, expectations, label=r'$E(\xi_{1} | \xi_{2}=y)$')
          plt.legend(loc='best')
          plt.show()
```



Наблюдаем, что условное мат. ожидание $E(\xi_1|\xi_2 = y)$ - линейная функция от y. Причем это полностью согласуется с теоретическими знаниями: если представить $\xi = \eta + \tau$, где τ и ξ_2 независимы, то $E(\xi_1|\xi_2 = y) = *(y + a) + E\tau$, где c, a - некоторые константы

```
In [ ]:
```