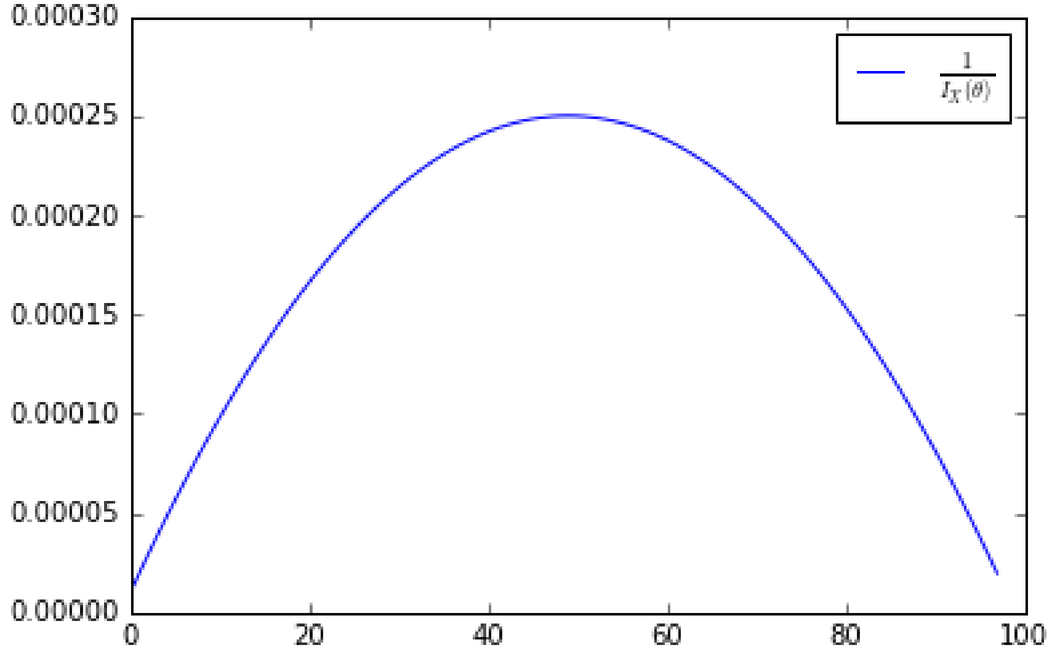
4_3

March 28, 2016

```
In [25]: __author__ = 'Security'
         import numpy as np
         import scipy.stats as stats
         %matplotlib inline
         import matplotlib.pyplot as plt
         from multiprocessing.dummy import Pool

In [26]: theta = 0.5
         N = 1000
         K = 500
         thsRange = np.arange(0.01, 0.99, 0.01)

In [27]: def getBernSample(theta):
             return stats.bernoulli.rvs(p=theta, size=N)

         def bernFisherInfo(p, n):
             return n/(p * (1-p))

In [28]: def drawPlot():
             data = [1/bernFisherInfo(p, N) for p in np.arange(0.01, 0.99, 0.01)]
             plt.plot(data, label=r'$\frac{1}{I_{X}(\theta)}$')
             plt.legend(loc='best')
             plt.ylim(0, 0.0003)
             plt.show()

In [29]: drawPlot()
```



Как видно из графика нижнюю оценку дисперсии можно более точно оценить при значениях θ близких к нулю и единицы

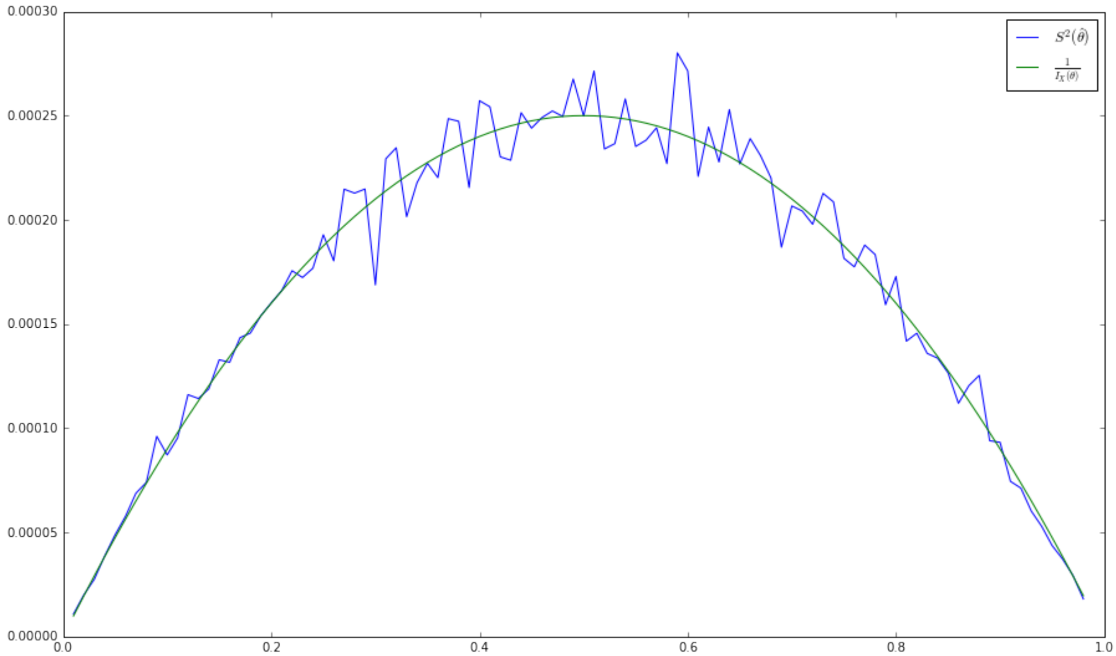
Для бернулевского распределения эффективная оценка $\hat{\theta} = \overline{X}$

```
In [30]: def getEffectiveEst(sample):
             return np.average(sample)
```

```
In [37]: def getS2(sample):
             return np.average(np.array(sample) ** 2) - (np.average(sample) ** 2)
```

```
In [40]: dispersions = []
         for th in thsRange:
             effEstimates = [getEffectiveEst(getBernSample(th)) for _ in range(K)]
             dispersions.append(getS2(effEstimates))
```

```
In [44]: plt.figure(figsize=(15, 9))
         plt.plot(thsRange, dispersions, label=r'$S^2({\hat{\theta}})$')
         plt.plot(thsRange, [1/bernFisherInfo(p, N) for p in thsRange], label=r'$\frac{1}{I_{X}(\theta)}
         plt.legend(loc='best')
         plt.show()
```



На графике видно, что бутстрепная оценка дисперсии для эффективной оценки совпадает с нижней оценкой в неравенстве Рао-Крамера

```
In [ ]:
```