9_2

May 13, 2016

```
In [14]: import numpy as np
         import matplotlib.pyplot as plt
         import scipy.stats as stats
         %matplotlib inline
```

```
In [53]: sample = np.array([float(line.rstrip('\n')) for line in open('9_2_Malyshev.txt', 'r')])
```

Т.к. $X_i = \beta_1 + i\beta_2 + \varepsilon_0 + \ldots + \varepsilon_i$, то

$$X_0 = \beta_1 + \varepsilon_0$$

$$X_1 - X_0 = \beta_2 + \varepsilon_1$$

$$\ldots$$

$$X_n - X_{n-1} = \beta_2 + \varepsilon_n$$

Получаем линейно-регрессионную модель для $\vec{Y} = (X_0, X_1 - X_0, \ldots, X_n - X_{n-1})^T$

$$\vec{Y} = Z(\beta_1, \beta_2)^T + \vec{\epsilon}$$

```
In [54]: Y = np.array([sample[0]] + [sample[i] - sample[i-1] for i in range(1, len(sample))])
```

```
In [59]: n = len(sample)
         Z = np.array([[1, 0]] + [[0, 1] for i in range(n-1)])
```

Учитывая, что оценка (β_1, β_2) равна

$$(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)^T = (Z^T Z)^{-1} Z^T \vec{Y}$$

```
In [60]: def estimation_of_bettas(Y, Z):
             return np.dot(np.dot(np.linalg.inv(np.dot(Z.transpose(),Z)),Z.transpose()),Y)  # dot - one
```

```
In [75]: betas_est = estimation_of_bettas(Y, Z)
         print(betas_est)  # оценка \beta_1, \beta_2
```

```
[ 626.348568      6.05324828]
```

Несмещенная оценка σ^2 равна

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}|Y - Z\hat{\Theta}|^2 = \frac{1}{n-1}\sum(Y_i - \overline{Y})^2$$

```
In [70]: def sigma_sqrt_estimation(Y):
             n = len(Y[1:])  # т.к. мы берем \epsilon_i, где i ≥ 1
             avg = np.average(Y[1:])
             return 1/(n-1) * np.sum((Y[1:] - avg)**2)
```

```
In [79]: sigma_sqrt = sigma_sqrt_estimation(Y)  #оценка \sigma^2
         print(sigma_sqrt)
```

```
0.04673124236
```

Из соотношения \$$\varepsilon$\_$i = \varepsilon$\_$\Theta\beta$\_2\$$\sigma_t^2$ равна

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{\sigma^2}{\beta_2^2}$$

```
In [76]: sigma_sqrt_t = sigma_sqrt / betas_est[1]
```

```
In [77]: print(sigma_sqrt_t)
```

```
0.00772002735931
```

Вывод. Оценка начального растояния равна

$$\hat{\beta}_1 = 626.348568$$

скорость равна

$$\hat{\beta}_2 = 6.05324828$$

дисперсия ошибки равна

$$\hat{\sigma^2} = 0.04673124236,$$

а оценка дисперсии отчета времени равна

$$\hat{\sigma_t^2} = 0.00772002735931.$$