Isométries du plan

💡 Ces exercices servent à vous approprier la méthode pour déterminer une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Vous trouverez des compléments dans mes documents *Méthodes*, section 6.2.

Exercice 1. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 20

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{24} & \frac{5}{24}\sqrt{23} \\ \frac{5}{24}\sqrt{23} & \frac{1}{24} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 2. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 20

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{7}\sqrt{33} & -\frac{4}{7} \\ -\frac{4}{7} & -\frac{1}{7}\sqrt{33} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 3. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 20

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 4. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 21

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 5. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 21

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{14} & -\frac{1}{14}\sqrt{187} \\ \frac{1}{14}\sqrt{187} & \frac{3}{14} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 6. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 21

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 7. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 21

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5}\sqrt{6} \\ -\frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 8. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 9. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 10. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 11. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 23

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{32}\sqrt{1023} & \frac{1}{32} \\ \frac{1}{32} & \frac{1}{32}\sqrt{1023} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 12. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomor- → page 23

phisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{12}{17}\sqrt{2} & \frac{1}{17} \\ \frac{1}{17} & -\frac{12}{17}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 13. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 23

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{13}\sqrt{165} & \frac{2}{13} \\ -\frac{2}{13} & -\frac{1}{13}\sqrt{165} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 14. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 15. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 16. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 17. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{35} \\ \frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 18. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 19. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 20. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 21. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 22. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \\ \frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 23. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 24. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{6}{31}\sqrt{26} & \frac{5}{31} \\ -\frac{5}{31} & -\frac{6}{31}\sqrt{26} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 25. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{58}\sqrt{3363} & \frac{1}{58} \\ -\frac{1}{58} & \frac{1}{58}\sqrt{3363} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 26. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 27. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{183} & \frac{4}{183}\sqrt{2093} \\ \frac{4}{183}\sqrt{2093} & -\frac{1}{183} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 28. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 28

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{32}\sqrt{1023} & \frac{1}{32} \\ \frac{1}{32} & -\frac{1}{32}\sqrt{1023} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 29. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 28

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 30. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 28

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{27} & \frac{5}{27}\sqrt{29} \\ -\frac{5}{27}\sqrt{29} & -\frac{2}{27} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 31. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 32. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{4}{7}\sqrt{3} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{4}{7}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 33. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 34. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 35. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 30

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 36. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 30

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 37. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 30

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 38. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 31

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 39. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 31

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 40. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 31

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 41. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 32

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{58}\sqrt{371} & -\frac{5}{58} \\ -\frac{5}{58} & \frac{3}{58}\sqrt{371} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 42. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 32

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 43. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 32

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 44. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 33

$$A = \begin{pmatrix} \frac{10}{23} & \frac{1}{23}\sqrt{429} \\ \frac{1}{23}\sqrt{429} & -\frac{10}{23} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 45. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 33

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{19} & \frac{6}{19}\sqrt{10} \\ -\frac{6}{19}\sqrt{10} & \frac{1}{19} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 46. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 33

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{35} \\ -\frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 47. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{5}\sqrt{6} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 48. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} \frac{6}{413}\sqrt{4738} & -\frac{1}{413} \\ \frac{1}{413} & \frac{6}{413}\sqrt{4738} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 49. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 50. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{30}\sqrt{899} & -\frac{1}{30} \\ \frac{1}{30} & \frac{1}{30}\sqrt{899} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 51. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 52. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 53. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5}\sqrt{21} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5}\sqrt{21} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 54. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 36

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 55. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 36

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 56. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 36

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 57. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 36

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\sqrt{15} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 58. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 59. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} \frac{4}{105}\sqrt{689} & \frac{1}{105} \\ \frac{1}{105} & -\frac{4}{105}\sqrt{689} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 60. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{16}\sqrt{255} \\ -\frac{1}{16}\sqrt{255} & -\frac{1}{16} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 61. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{10}\sqrt{11} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{3}{10}\sqrt{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 62. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{83} & \frac{2}{83}\sqrt{1722} \\ -\frac{2}{83}\sqrt{1722} & -\frac{1}{83} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 63. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 64. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 65. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} \frac{127}{554} & -\frac{1}{554}\sqrt{290787} \\ \frac{1}{554}\sqrt{290787} & \frac{127}{554} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 66. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 67. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 68. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 69. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{13}\sqrt{165} & -\frac{2}{13} \\ \frac{2}{13} & -\frac{1}{13}\sqrt{165} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 70. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 71. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6}\sqrt{35} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{35} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 72. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{35} \\ \frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 73. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 74. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 41

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{9}\sqrt{77} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9}\sqrt{77} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 75. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 41

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{392} & -\frac{1}{392}\sqrt{153655} \\ \frac{1}{392}\sqrt{153655} & \frac{3}{392} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 76. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 41

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{27}\sqrt{182} & -\frac{1}{27} \\ -\frac{1}{27} & \frac{2}{27}\sqrt{182} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 77. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 78. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{21} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5}\sqrt{21} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 79. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{25} & -\frac{4}{25}\sqrt{39} \\ \frac{4}{25}\sqrt{39} & \frac{1}{25} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 80. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{9}\sqrt{77} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{1}{9}\sqrt{77} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 81. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 43

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & -\frac{3}{11}\sqrt{13} \\ \frac{3}{11}\sqrt{13} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 82. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 43

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 83. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 43

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{32}\sqrt{111} & -\frac{5}{32} \\ \frac{5}{32} & \frac{3}{32}\sqrt{111} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 84. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{13}\sqrt{42} & \frac{1}{13} \\ -\frac{1}{13} & -\frac{2}{13}\sqrt{42} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 85. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{18}\sqrt{323} & -\frac{1}{18} \\ -\frac{1}{18} & -\frac{1}{18}\sqrt{323} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 86. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{69} & -\frac{2}{69}\sqrt{1190} \\ \frac{2}{69}\sqrt{1190} & -\frac{1}{69} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 87. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \\ \frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 88. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & -\frac{4}{9}\sqrt{5} \\ -\frac{4}{9}\sqrt{5} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 89. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{20}\sqrt{39} & \frac{19}{20} \\ -\frac{19}{20} & -\frac{1}{20}\sqrt{39} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 90. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 91. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 92. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 46

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{11} & \frac{2}{11}\sqrt{30} \\ \frac{2}{11}\sqrt{30} & \frac{1}{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 93. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 46

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{7}\sqrt{5} & \frac{2}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{3}{7}\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 94. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 46

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{11} & \frac{4}{11}\sqrt{7} \\ \frac{4}{11}\sqrt{7} & -\frac{3}{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 95. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 96. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 97. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 98. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 99. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 48

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 100. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 48

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Si c'est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Corrigé 1. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{24}\right)^2 + \left(\frac{5}{24}\sqrt{23}\right)^2 = \frac{1}{576} + \frac{575}{576} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{24}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{24}\sqrt{23}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{24}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{24}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{24}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{5}{23}\sqrt{23}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 2. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\sqrt{33}\right)^2 = \frac{16}{49} + \frac{33}{49} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{7}\sqrt{33}$ et $\sin(\theta) = -\frac{4}{7}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{7}\sqrt{33}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{7}\sqrt{33}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{7}\sqrt{33}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{4}\sqrt{33} - \frac{7}{4}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 3. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, 2\sqrt{2} - 3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 4. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 5. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{3}{14}\right)^2 + \left(\frac{1}{14}\sqrt{187}\right)^2 = \frac{9}{196} + \frac{187}{196} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{14}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{14}\sqrt{187}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{14}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{3}{14}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 6. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{4}{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{3}{5}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{5}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $(1, -3)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 7. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont ← page 2

unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{5}\sqrt{6}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 8. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 9. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 10. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis ← page 2

que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 11. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{32}\right)^2 + \left(-\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)^2 = \frac{1}{1024} + \frac{1023}{1024} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{32}\sqrt{1023}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{32}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur : ← page 2

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{1023} + 32\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 12. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{17}\right)^2 + \left(\frac{12}{17}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{289} + \frac{288}{289} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{12}{17}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{17}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{12}{17}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur : ← page 2

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{12}{17}\sqrt{2}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{12}{17}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -12\sqrt{2} + 17\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 13. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{13}\right)^2 + \left(-\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)^2 = \frac{4}{169} + \frac{165}{169} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{13}\sqrt{165}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{13}$: il suffit ← page 3

de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 14. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 15. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -2\sqrt{2}+3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 16. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 17. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2=\frac{1}{36}+\frac{35}{36}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{6}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta=\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 18. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2=\frac{1}{25}+\frac{24}{25}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{2}{5}\sqrt{6}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{5}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 4
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right),\sin\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\,2\sqrt{6}+5\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 19. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}+\frac{16}{25}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{3}{5}$ et $\sin(\theta)=\frac{4}{5}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 4
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi-\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 20. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 4
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 21. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 4
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 22. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{5}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}\sqrt{6}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 4
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 23. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, 2\sqrt{2} + 3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 24. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{5}{31}\right)^2 + \left(-\frac{6}{31}\sqrt{26}\right)^2 = \frac{25}{961} + \frac{936}{961} = 1$, donc les colonnes de A sont ← page 5

unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{6}{31}\sqrt{26}$ et $\sin(\theta) = -\frac{5}{31}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{6}{31}\sqrt{26}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{6}{31}\sqrt{26}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 25. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{58}\right)^2 + \left(\frac{1}{58}\sqrt{3363}\right)^2 = \frac{1}{3364} + \frac{3363}{3364} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{58}\sqrt{3363}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{58}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{58}\sqrt{3363}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{58}\sqrt{3363}\right)$. ← page 5

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 26. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur : ← page 5

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 27. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{183}\right)^2 + \left(\frac{4}{183}\sqrt{2093}\right)^2 = \frac{1}{33489} + \frac{33488}{33489} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{183}$ et $\sin(\theta) = \frac{4}{183}\sqrt{2093}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{183}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{183}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{183}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{46}\sqrt{2093}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 28. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{32}\right)^2 + \left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)^2 = \frac{1}{1024} + \frac{1023}{1024} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{32}\sqrt{1023}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{32}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{32}\sqrt{1023}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{1023} + 32\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 29. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 6
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -2\sqrt{2} + 3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 30. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{27}\right)^2 + \left(-\frac{5}{27}\sqrt{29}\right)^2 = \frac{4}{729} + \frac{725}{729} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de ← page 6

la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{27}$ et $\sin(\theta) = -\frac{5}{27}\sqrt{29}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{27}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{2}{27}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 31. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 32. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(-\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{49} + \frac{48}{49} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{4}{7}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{7}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 33. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 34. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{5}\sqrt{6}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{5}$: il suffit de prendre ← page 7

$\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\, 2\sqrt{6}+5\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 35. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\, \sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 36. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\, \sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 37. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice ← page 7

de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 38. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 39. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 40. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{2}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 41. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{5}{58}\right)^2 + \left(-\frac{3}{58}\sqrt{371}\right)^2 = \frac{25}{3364} + \frac{3339}{3364} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{3}{58}\sqrt{371}$ et $\sin(\theta) = -\frac{5}{58}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{3}{58}\sqrt{371}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{58}\sqrt{371}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{58}\sqrt{371}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{3}{5}\sqrt{371} - \frac{58}{5}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 42. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 43. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice ← page 8

de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ 2\sqrt{2}-3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 44. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{10}{23}\right)^2 + \left(\frac{1}{23}\sqrt{429}\right)^2 = \frac{100}{529} + \frac{429}{529} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{10}{23}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{23}\sqrt{429}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{10}{23}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{10}{23}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{10}{23}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \frac{1}{33}\sqrt{429}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 45. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{19}\right)^2 + \left(-\frac{6}{19}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{1}{361} + \frac{360}{361} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{19}$ et $\sin(\theta) = -\frac{6}{19}\sqrt{10}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{19}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{19}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 46. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{35}{36} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{6}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 47. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{5}\sqrt{6}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 48. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{413}\right)^2 + \left(\frac{6}{413}\sqrt{4738}\right)^2 = \frac{1}{170569} + \frac{170568}{170569} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{6}{413}\sqrt{4738}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{413}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{6}{413}\sqrt{4738}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{6}{413}\sqrt{4738}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 49. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 50. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{30}\right)^2 + \left(\frac{1}{30}\sqrt{899}\right)^2 = \frac{1}{900} + \frac{899}{900} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de ← page 9

la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{30}\sqrt{899}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{30}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{30}\sqrt{899}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{30}\sqrt{899}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 51. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 52. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{2}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 53. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{5}\sqrt{21}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{2}\sqrt{21} + \frac{5}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 54. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 55. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 56. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 57. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{4}\sqrt{15}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{4}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 58. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 59. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{105}\right)^2 + \left(\frac{4}{105}\sqrt{689}\right)^2 = \frac{1}{11025} + \frac{11024}{11025} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{4}{105}\sqrt{689}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{105}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{4}{105}\sqrt{689}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{105}\sqrt{689}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{105}\sqrt{689}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -4\sqrt{689} + 105\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 60. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{16}\right)^2 + \left(-\frac{1}{16}\sqrt{255}\right)^2 = \frac{1}{256} + \frac{255}{256} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{16}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{16}\sqrt{255}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{16}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{16}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 61. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(-\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)^2 = \frac{1}{100} + \frac{99}{100} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{3}{10}\sqrt{11}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{10}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 62. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{83}\right)^2 + \left(-\frac{2}{83}\sqrt{1722}\right)^2 = \frac{1}{6889} + \frac{6888}{6889} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{83}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{83}\sqrt{1722}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{83}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{83}\right)$. ← page 12

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 63. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$. ← page 12

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 64. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$. ← page 12

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 65. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{127}{554}\right)^2 + \left(\frac{1}{554}\sqrt{290787}\right)^2 = \frac{16129}{306916} + \frac{290787}{306916} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{127}{554}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{554}\sqrt{290787}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{127}{554}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{127}{554}\right)$. ← page 12

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 66. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{4}\sqrt{2},\frac{1}{4}\sqrt{6}+\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 67. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 68. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 69. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{13}\right)^2+\left(-\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)^2=\frac{4}{169}+\frac{165}{169}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{13}\sqrt{165}$ et $\sin(\theta)=\frac{2}{13}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi-\arccos\left(\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 70. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 71. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2+\left(-\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2=\frac{1}{36}+\frac{35}{36}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{6}\sqrt{35}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{6}$: il suffit de prendre $\theta=-\pi+\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)\right),-\sin\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,-\sqrt{35}-6\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 72. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2=\frac{1}{36}+\frac{35}{36}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{6}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\right)\right),\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\frac{1}{5}\sqrt{35}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 73. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, ← page 14

et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 74. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)^2 = \frac{4}{81} + \frac{77}{81} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{9}\sqrt{77}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{9}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{2}\sqrt{77} - \frac{9}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 75. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{3}{392}\right)^2 + \left(\frac{1}{392}\sqrt{153655}\right)^2 = \frac{9}{153664} + \frac{153655}{153664} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{392}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{392}\sqrt{153655}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{392}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{3}{392}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 76. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{27}\right)^2 + \left(-\frac{2}{27}\sqrt{182}\right)^2 = \frac{1}{729} + \frac{728}{729} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{27}\sqrt{182}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{27}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{27}\sqrt{182}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{27}\sqrt{182}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\,\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{27}\sqrt{182}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -2\sqrt{182} - 27\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 77. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\,\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\,\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 78. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{5}\sqrt{21}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 79. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\sqrt{39}\right)^2 = \frac{1}{625} + \frac{624}{625} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{25}$ et $\sin(\theta) = \frac{4}{25}\sqrt{39}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{25}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{25}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 80. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{9}\right)^2 + \left(-\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)^2 = \frac{4}{81} + \frac{77}{81} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec ← page 15

$\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{9}\sqrt{77}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{9}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\sqrt{77}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{77} - \frac{9}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 81. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{11}\right)^2 + \left(\frac{3}{11}\sqrt{13}\right)^2 = \frac{4}{121} + \frac{117}{121} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{11}$ et $\sin(\theta) = \frac{3}{11}\sqrt{13}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{2}{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{2}{11}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 82. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3} + 2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 83. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{5}{32}\right)^2 + \left(\frac{3}{32}\sqrt{111}\right)^2 = \frac{25}{1024} + \frac{999}{1024} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{32}\sqrt{111}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{32}$: il suffit de ← page 15

prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{32}\sqrt{111}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{3}{32}\sqrt{111}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 84. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{13}\right)^2 + \left(-\frac{2}{13}\sqrt{42}\right)^2 = \frac{1}{169} + \frac{168}{169} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{13}\sqrt{42}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{13}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{13}\sqrt{42}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{2}{13}\sqrt{42}\right)$. ← page 16

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 85. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{18}\right)^2 + \left(\frac{1}{18}\sqrt{323}\right)^2 = \frac{1}{324} + \frac{323}{324} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{18}\sqrt{323}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{18}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{18}\sqrt{323}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur : ← page 16

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{18}\sqrt{323}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{18}\sqrt{323}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{323} - 18\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 86. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{69}\right)^2 + \left(\frac{2}{69}\sqrt{1190}\right)^2 = \frac{1}{4761} + \frac{4760}{4761} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{69}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{69}\sqrt{1190}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{69}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{1}{69}\right)$. ← page 16

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour* θ *multiple de* $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ *ou* $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 87. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis ← page 16

que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 88. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{9}\right)^2 + \left(-\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{1}{81} + \frac{80}{81} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{9}$ et $\sin(\theta) = -\frac{4}{9}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{9}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 16
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 89. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{19}{20}\right)^2 + \left(-\frac{1}{20}\sqrt{39}\right)^2 = \frac{361}{400} + \frac{39}{400} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{20}\sqrt{39}$ et $\sin(\theta) = -\frac{19}{20}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{20}\sqrt{39}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 17
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{20}\sqrt{39}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 90. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 17
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 91. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, ← page 17

et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 92. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{2}{11}\sqrt{30}\right)^2 = \frac{1}{121} + \frac{120}{121} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{11}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{11}\sqrt{30}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 17
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{5}\sqrt{30}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 93. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(-\frac{3}{7}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{4}{49} + \frac{45}{49} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{3}{7}\sqrt{5}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{7}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{3}{7}\sqrt{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 17
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{7}\sqrt{5}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{7}\sqrt{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{7}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 94. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{3}{11}\right)^2 + \left(\frac{4}{11}\sqrt{7}\right)^2 = \frac{9}{121} + \frac{112}{121} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec ← page 17

$\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{11}$ et $\sin(\theta) = \frac{4}{11}\sqrt{7}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{11}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{11}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{2}{7}\sqrt{7}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 95. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 18
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 96. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 18
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 97. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 18
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 98. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, ← page 18

et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 99. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, ← page 18
et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 100. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont ← page 19
unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).