

EXERCICES CORRIGE**ENNONCE**

Soit le tableau de données Y :

	Y1	Y2	Y3
1	1	-1	1
2	0	0	0
3	-1	1	-1
4	0	0	0
5	1	-1	1
6	1	-1	1

1. Donner X pour le cas A.C.P.C ainsi que pour le cas A.C.P.N
2. Donner les éléments principaux
3. Calculer les qualités de représentation ainsi que les contributions.
4. Projeter les individus

SOLUTION**I. Cas A.C.P.C.**

1. On doit centrer Y :

X=

```

0.6666667 -0.6666667 0.6666667
-0.3333333 0.3333333 -0.3333333
-1.3333333 1.3333333 -1.3333333
-0.3333333 0.3333333 -0.3333333
0.6666667 -0.6666667 0.6666667
0.6666667 -0.6666667 0.6666667

```

- La matrice à diagonaliser est $\frac{1}{6}t(X)X = V$

V=

```

0.5555556 -0.5555556 0.5555556
-0.5555556 0.5555556 -0.5555556
0.5555556 -0.5555556 0.5555556

```

- Une seule valeur propre non nulle $\lambda=5/3$
- Vecteur propre normé est :

$$u = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} : \text{vecteur principal}$$

- **Composante principale :** $C=Xu = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

- **Coordonnées des variables :**

Département de Mathématiques & Informatique

SMI6-SID-+SMA6-STAT-, 28-3-2020

Pr. H.CHAMLAL

ANALYSE EXPLORATOIRE DE DONNEES

$$\sqrt{\lambda}u = \begin{matrix} \sqrt{5} & \text{Coordonnée de X1 sur l'axe principal} \\ -\sqrt{5} & \text{Coordonnée de X2 sur l'axe principal} \\ \sqrt{5} & \text{Coordonnée de X3 sur l'axe principal} \end{matrix}$$

- **Qualité de représentation des individus sur le premier axe**

$$ql(i) = \frac{c^2(i)}{\sum (X_j^2(i))}$$

On trouve :

- $\sum (X_j^2(i))$ pour $i=1,2,3,4,5$ et 6 sont :
1.3333333 0.3333333 5.3333333 0.3333333 1.3333333 1.3333333
- $c^2(i)$ pour $i=1,2,3,4,5$ et 6 sont :
1.3333333 0.3333333 5.3333333 0.3333333 1.3333333 1.3333333

Ainsi la qualité de représentation de chaque individu est 1 soit 100%

- **Qualité de représentation des variables sur le premier axe**

$$\cos^2(X_j) = (\text{cord}(X_j))^2 (\text{cas ACPN}) = \left(\frac{\text{cord}(X_j)}{\sigma_j} \right)^2 (\text{ACPC})$$

On trouve 1 pour chaque variable.

- **Contribution des individus à l'inertie expliquée par l'axe principal**

$$Ctr(i) = \frac{\frac{1}{6} c^2(i)}{\lambda}$$

On trouve :

0.13
0.033
0.53
0.033
0.13
0.13

- **Contribution des variables à l'inertie expliquée par l'axe principal**

$$\cos(X_j) = (\text{cord}(X_j)) (\text{cas ACPN}) = \left(\frac{\text{cord}(X_j)}{\sigma_j} \right) (\text{ACPC})$$

On trouve respectivement 1, -1 et 1

II. Cas A.C.P.N.

1. On doit centrer et réduire Y :

X=

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -4 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

- La matrice à diagonaliser est $\frac{1}{6}t(X)X = R$

R=

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Une seule valeur propre non nulle $\lambda=3$
- Vecteur propre normé est :

$$u = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} : \text{vecteur principal}$$

- Composante principale :** $C=Xu = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

- Coordonnées des variables :**

$$\sqrt{\lambda}u = \begin{matrix} 1 & \text{Coordonnée de } X_1 \text{ sur l'axe principal} \\ -1 & \text{Coordonnée de } X_2 \text{ sur l'axe principal} \\ 1 & \text{Coordonnée de } X_3 \text{ sur l'axe principal} \end{matrix}$$

- Qualité de représentation des individus sur le premier axe**

$$ql(i) = \frac{c^2(i)}{\sum (X_j^2(i))}$$

On trouve :

- $\sum (X_j^2(i))$ pour $i=1,2,3,4,5$ et 6 sont :
4/5 1/5 16/5 1/5 4/5 4/5
- $c^2(i)$ pour $i=1,2,3,4,5$ et 6 sont :
4/5 1/5 16/5 1/5 4/5 4/5

Ainsi la qualité de représentation de chaque individu est 1 soit 100%

- Qualité de représentation des variables sur le premier axe**

$$\cos^2(X_j) = (\text{cord}(X_j))^2 (\text{cas ACPN}) = \left(\frac{\text{cord}(X_j)}{\sigma_j} \right)^2 (\text{ACPC})$$

Département de Mathématiques & Informatique

SMI6-SID-+SMA6-STAT-, 28-3-2020

Pr. H.CHAMLAL

ANALYSE EXPLORATOIRE DE DONNEES

On trouve 1 pour chaque variable.

- **Contribution des individus à l'inertie expliquée par l'axe principal**

$$Ctr(i) = \frac{\frac{1}{6}c^2(i)}{\lambda}$$

On trouve :

0.13
0.033
0.53
0.033
0.13
0.13

- **Contribution des variables à l'inertie expliquée par l'axe principal**

$$cos(Xj) = (cord(Xj)) \quad (cas\ ACPN) = \left(\frac{cord(Xj)}{\sigma_j} \right) \quad (ACPC)$$

On trouve respectivement 1, -1 et 1