

Индивидуальное задание 2 — RISC-V (FPU). Гиперболический синус через степенной ряд

Студент: Бюрчиев Тимур Зольванович

Группа: 248

Вариант: 2

Условие задачи:

Разработать программу, вычисляющую с помощью степенного ряда с точностью не хуже 0,1% значение функции гиперболического синуса

$$sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

для заданного параметра x .

Запуск и состав проекта

Настройки RARS

- Show Labels Window (symbol table)
 - Program arguments provided to program
 - Popup dialog for input syscalls (5,6,7,8,12)
 - Addresses displayed in hexadecimal
 - Values displayed in hexadecimal
-
- Assemble file upon opening
 - Assemble all files in directory
 - Assemble all files currently open
 - Assembler warnings are considered errors
 - Initialize Program Counter to global 'main' if defined
 - Derive current working directory
-
- Permit extended (pseudo) instructions and formats
 - Self-modifying code
 - 64 bit
-
- [Editor...](#)
- [Highlighting...](#)
- [Exception Handler...](#)
- [Memory Configuration...](#)

Самое важное:

- Assemble all files currently open
- Initialize Program Counter to global 'main' if defined

Не держать открытыми одновременно `main_autotests.asm`, `main.asm`, так как в обоих прописан main. Сначала открыть 3 файла: `sinh_series.asm`, `macros.asm`, `main.asm`. Потом заменить `main.asm` на `main_autotests.asm`.

Состав файлов:

- `sinh_series.asm` — подпрограмма, которая вычисляет $\sinh(x)$ по ряду.
- `main_autotests.asm` — автономные тесты: прогон набора x , печать $x/calc/ref/rel/status$ блоками и сводки. Использует макросы.
- `macros.asm` — библиотека макросов.

- `main.asm` — интерактивный ввод `x` с клавиатуры и вывод результата.
-

Описание метода

Используется разложение в степенной ряд (ряд Тейлора):

$$\sinh(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

Член ряда обновляется рекуррентно без факториалов:

$$\text{term}_{k+1} = \text{term}_k \cdot \frac{x^2}{(2k+2)(2k+3)}$$

Сумма накапливается в `sum`. Остановка по **относительной точности**:

$$|\text{term}| \leq \varepsilon_{\text{rel}} \cdot \max(1, |\text{sum}|)$$

где `sum` — частичная сумма, `eps_rel = 1e-3`. Также предусмотрен **жёсткий лимит итераций** `max_iter` для защиты от зацикливания.

Выбор метрики сравнения:

Для тестов из RARS применяется относительная ошибка

$$\text{rel} = \frac{|calc - ref|}{\max(1, |ref|)}$$

Порог прохождения: `thr_rel = 1e-3` (0.1%).

Набор тестов и покрытие

Входной набор XS :

`0.0, ±0.001, ±0.5, ±1.0, ±2.0, ±5.0, ±10.0, ±15.0, ±20.0` (всего 17 значений)

Покрывает:

- Ноль и окрестность нуля
- Средние $|x|$ (сходимость ряда и точность).
- Большие $|x|$ до 20 (потенциальный рост числа членов/переполнения).
- Чётную/нечётную симметрию (знаки \pm).

Метрика сравнения:

$$\text{rel} = \frac{|calc - ref|}{\max(1, |ref|)}, \quad \text{threshold} = 10^{-3}$$

где `ref = math.sinh(x)` (эталон в Python).

Результаты тестов

С клавиатуры

```
Assemble: assembling C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\main.asm,
C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\macros.asm, C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\sinh_series.asm

Assemble: operation completed successfully.

Note: |x| > 20 may slow convergence or overflow.

Enter x (double): 12
Using eps_rel = 1e-3, max_iter = 200
sinh(x) = 81362.14270300337
```

Авто-тесты

Формат вывода по каждому тесту:

```
-----
Test #<i>
x=<значение>
calc=<значение из sinh_series>
ref=<значение math.sinh>
rel=<относительная ошибка>
status: OK|FAIL
```

```
Assemble: assembling C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\main_autotests.asm,
C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\macros.asm, C:\Users\timur\Riscv Projects\ihw-2\ihw 9\sinh_series.asm
```

```
Assemble: operation completed successfully.
```

```
Test #14
```

```
x=15.0
```

```
calc=1634067.477332553
```

```
ref=1634508.6862359024
```

```
rel=2.6993365472136277E-4
```

```
status: OK
```

```
-----
```

```
Test #15
```

```
x=-15.0
```

```
calc=-1634067.477332553
```

```
ref=-1634508.6862359024
```

```
rel=2.6993365472136277E-4
```

```
status: OK
```

```
-----
```

```
Test #16
```

```
x=20.0
```

```
calc=2.4254725709287572E8
```

```
ref=2.4258259770489514E8
```

```
rel=1.4568486096604497E-4
```

```
status: OK
```

```
-----
```

```
Test #17
```

```
x=-20.0
```

```
calc=-2.4254725709287572E8
```

```
ref=-2.4258259770489514E8
```

```
rel=1.4568486096604497E-4
```

```
status: OK
```

```
-----
```

```
Passed: 17 / 17
```

Full output

```
-----
```

```
Test #1
```

```
x=0.0
```

```
calc=0.0
ref=0.0
rel=0.0
status: OK
-----
Test #2
x=0.001
calc=0.0010000001666666666
ref=0.001000000166666675
rel=8.456776945386935E-18
status: OK
-----
Test #3
x=-0.001
calc=-0.0010000001666666666
ref=-0.001000000166666675
rel=8.456776945386935E-18
status: OK
-----
Test #4
x=0.5
calc=0.52109375
ref=0.5210953054937474
rel=1.5554937473627461E-6
status: OK
-----
Test #5
x=-0.5
calc=-0.52109375
ref=-0.5210953054937474
rel=1.5554937473627461E-6
status: OK
-----
Test #6
x=1.0
calc=1.1751984126984127
ref=1.1752011936438014
rel=2.3663568448341467E-6
status: OK
-----
Test #7
x=-1.0
calc=-1.1751984126984127
ref=-1.1752011936438014
rel=2.3663568448341467E-6
status: OK
```

Test #8
 $x=2.0$
 $\text{calc}=3.626807760141093$
 $\text{ref}=3.626860407847019$
 $\text{rel}=1.4516055211840474\text{E}-5$
 status: OK

Test #9
 $x=-2.0$
 $\text{calc}=-3.626807760141093$
 $\text{ref}=-3.626860407847019$
 $\text{rel}=1.4516055211840474\text{E}-5$
 status: OK

Test #10
 $x=5.0$
 $\text{calc}=74.20089899580796$
 $\text{ref}=74.20321057778875$
 $\text{rel}=3.115204804201847\text{E}-5$
 status: OK

Test #11
 $x=-5.0$
 $\text{calc}=-74.20089899580796$
 $\text{ref}=-74.20321057778875$
 $\text{rel}=3.115204804201847\text{E}-5$
 status: OK

Test #12
 $x=10.0$
 $\text{calc}=11012.483691068705$
 $\text{ref}=11013.232874703393$
 $\text{rel}=6.802576892837547\text{E}-5$
 status: OK

Test #13
 $x=-10.0$
 $\text{calc}=-11012.483691068705$
 $\text{ref}=-11013.232874703393$
 $\text{rel}=6.802576892837547\text{E}-5$
 status: OK

Test #14
 $x=15.0$
 $\text{calc}=1634067.477332553$

```
ref=1634508.6862359024
rel=2.6993365472136277E-4
status: OK
-----
Test #15
x=-15.0
calc=-1634067.477332553
ref=-1634508.6862359024
rel=2.6993365472136277E-4
status: OK
-----
Test #16
x=20.0
calc=2.4254725709287572E8
ref=2.4258259770489514E8
rel=1.4568486096604497E-4
status: OK
-----
Test #17
x=-20.0
calc=-2.4254725709287572E8
ref=-2.4258259770489514E8
rel=1.4568486096604497E-4
status: OK
-----
Passed: 17 / 17

-- program is finished running (0) --
```

Кросс-проверка на Python

Скрипт валидирует эталон `math.sinh(x)`:

```
import math

XS = [0.0, 0.001, -0.001, 0.5, -0.5, 1.0, -1.0, 2.0, -2.0, 5.0, -5.0, 10.0,
-10.0, 15.0, -15.0, 20.0, -20.0]

for i, x in enumerate(XS, 1):
    ref = math.sinh(x)
    print("-----")
    print(f"Test #{i}")
```

```
print(f"x={x}")
print(f"ref={ref}")
```

Output:

```
-----
Test #1
x=0.0
ref=0.0
-----
Test #2
x=0.001
ref=0.001000000166666675
-----
Test #3
x=-0.001
ref=-0.001000000166666675
-----
Test #4
x=0.5
ref=0.5210953054937474
-----
Test #5
x=-0.5
ref=-0.5210953054937474
-----
Test #6
x=1.0
ref=1.1752011936438014
-----
Test #7
x=-1.0
ref=-1.1752011936438014
-----
Test #8
x=2.0
ref=3.6268604078470186
-----
Test #9
x=-2.0
ref=-3.6268604078470186
-----
Test #10
x=5.0
ref=74.20321057778875
```

```
-----  
Test #11  
x=-5.0  
ref=-74.20321057778875  
-----  
Test #12  
x=10.0  
ref=11013.232874703393  
-----  
Test #13  
x=-10.0  
ref=-11013.232874703393  
-----  
Test #14  
x=15.0  
ref=1634508.6862359024  
-----  
Test #15  
x=-15.0  
ref=-1634508.6862359024  
-----  
Test #16  
x=20.0  
ref=242582597.70489514  
-----  
Test #17  
x=-20.0  
ref=-242582597.70489514
```

Screen

The screenshot shows a terminal window titled "Run akos-ihw2-pyCheck". The output displays three test cases (Test #7, Test #8, and Test #9) comparing the program's result with the Python reference value. The tests involve different values of x: -1.0, 2.0, and -2.0 respectively.

```
↑ Test #7
↓ x=-1.0
≡ ref=-1.1752011936438014
-----
☰ Test #8
🖨️ x=2.0
🗑️ ref=3.6268604078470186
-----
☰ Test #9
🖨️ x=-2.0
🗑️ ref=-3.6268604078470186
-----
```

Изменения по уровням оценки

- **4–5 баллов:**

- `main.asm` — интерактивный ввод `x` и печать результата.
(скриншот: ввод значения `x` и вывод `sinh(x)`)

- **6–7 баллов:**

- Подпрограмма `sinh_series` с параметрами в регистрах (`fa0/fa1/a0`), возврат в `fa0`.
- Локальные переменные на стеке, сохранение `ra`.

- **8 баллов:**

- Отдельная тестовая программа `main_autotests.asm` без ввода.
- Набор тестов, покрывающий разные ситуации: `0.0, ±0.001, ±0.5, ±1.0, ±2.0, ±5.0, ±10.0, ±15.0, ±20.0`.
- Кросс-проверка Python `math.sinh` (скрипт в разделе выше).

- **9 баллов:**

- Макросы для ввода/вывода и обёртки вычислений (`macros.asm`).

Ограничения и замечания

- Вычисления в `double`: при очень больших $|x|$ возможны переполнения/медленная сходимость. Тестовый диапазон ограничен $|x| \leq 20$ — все тесты проходят с `rel ≤ 1e-3`.
- Порог `eps_rel = 1e-3` и `max_iter = 4000` подобраны для устойчивости в тестовом наборе.