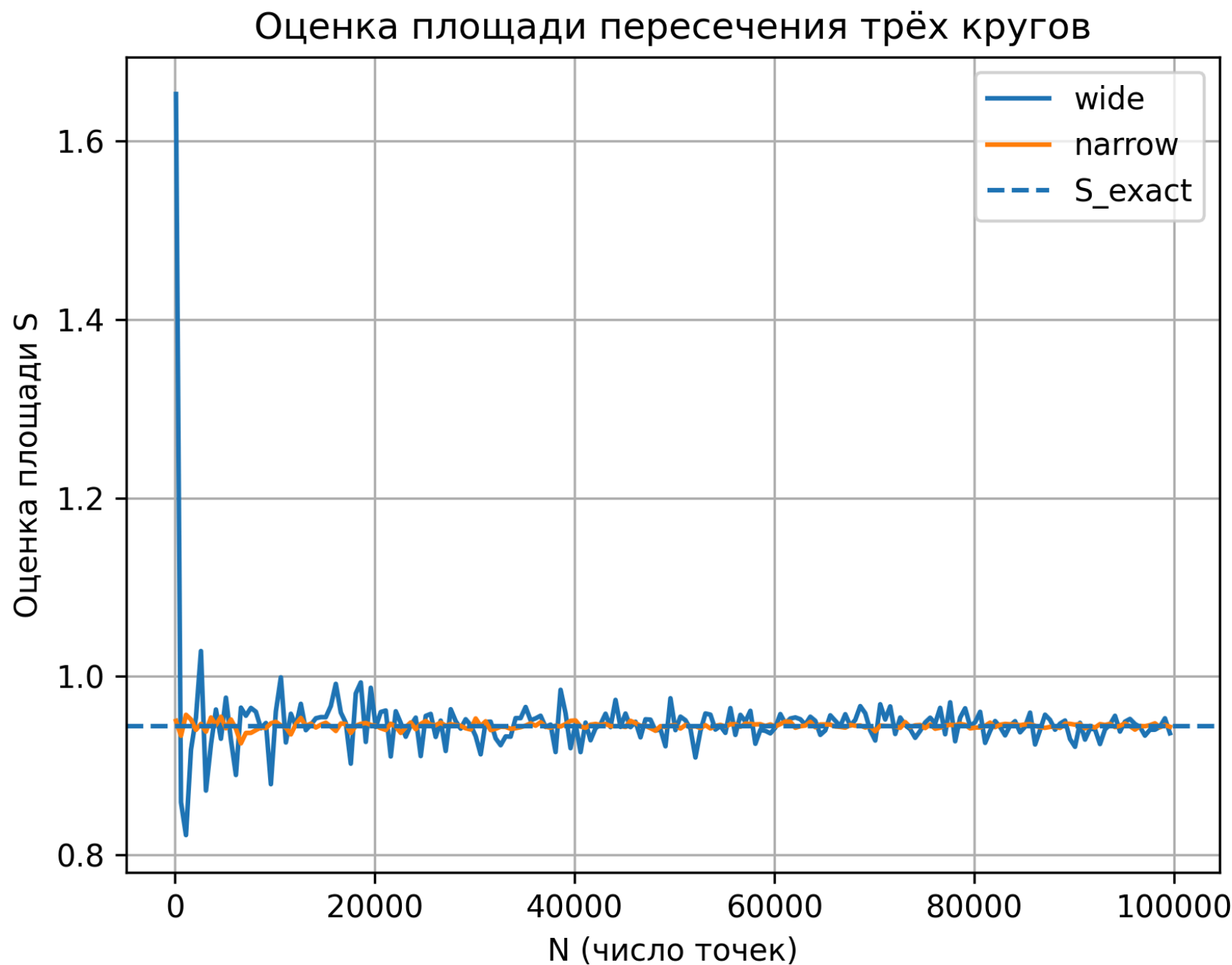


график 1: S(N)



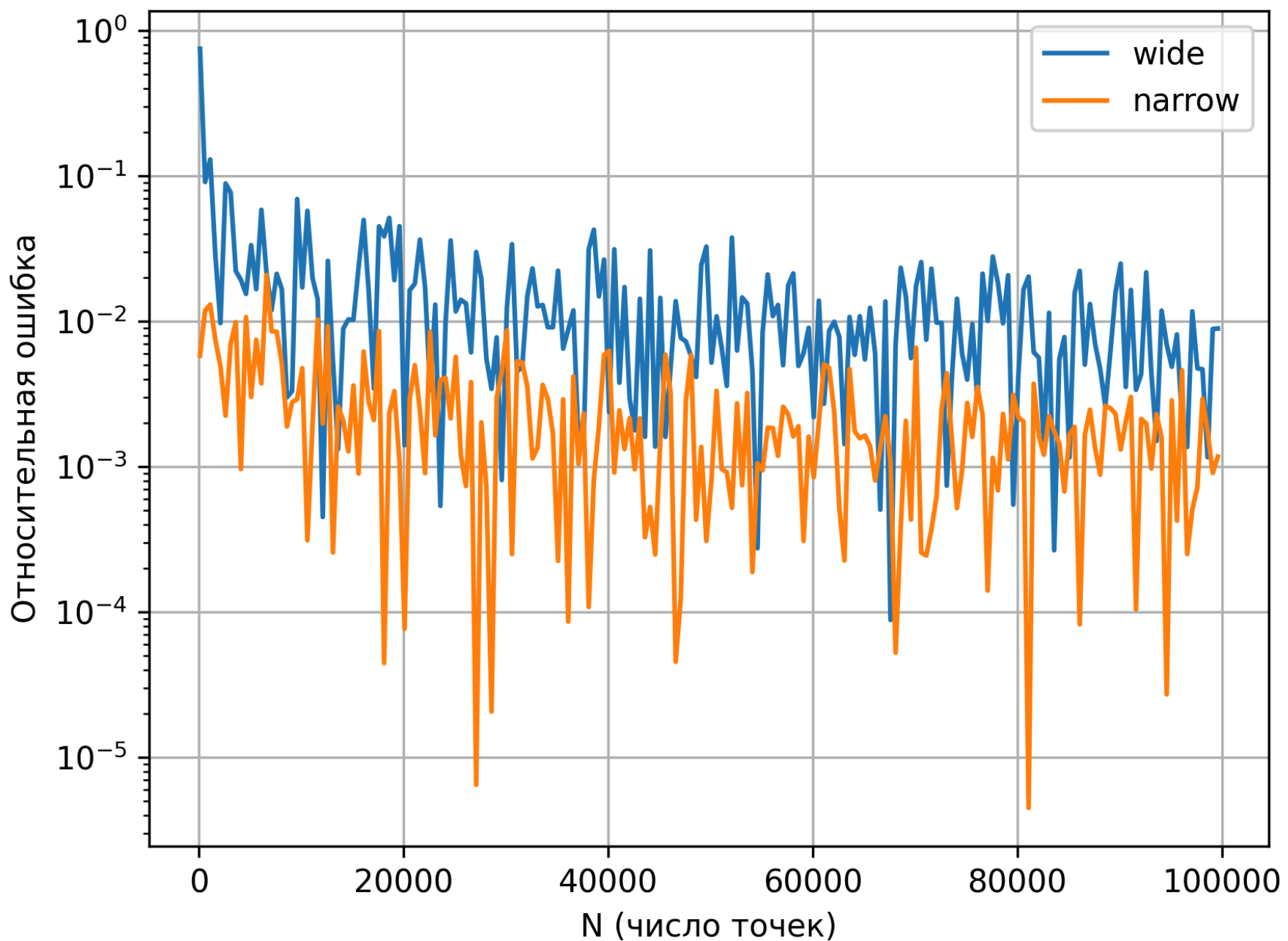
$S_{exact} \approx 0.9445$

Выводы по графику

1. При малых N (первые сотни точек) оценка через широкий прямоугольник сильно нестабильна: на самом первом шаге она завышает площадь почти до 1.65, то есть даёт ошибку порядка десятков процентов. Это связано с тем, что в большой области мало попаданий в целевую фигуру, и несколько случайных точек сильно искажают результат.
2. По мере роста N кривая wide опускается к окрестности истинного значения, но ещё долго остаётся «зубчатой»: даже при десятках тысяч точек оценки заметно колеблются вокруг линии S_{exact} .
3. Оценка через узкий прямоугольник ведёт себя заметно спокойнее. Уже при относительно малых N она стартует рядом с истинной площадью, без крупных выбросов, и быстро входит в узкий коридор значений вокруг S_{exact} .
4. Начиная примерно с N порядка 10–20 тысяч, кривая narrow визуальнo практически совпадает с горизонтальной линией S_{exact} , тогда как линия wide всё ещё остаётся более шумной. Это показывает, что для узкой области даже умеренное количество точек даёт достаточно точную и устойчивую оценку площади.

график 2: ошибка(N)

Относительная ошибка метода Монте-Карло



Выводы по графику

1. Для широкого прямоугольника при малых N ошибка очень велика. При $N \approx 100$ она достигает величины порядка единицы, то есть оценка может отличаться от истинного значения почти на 100 %. Далее, по мере увеличения N, верхняя граница колебаний постепенно опускается до уровня нескольких процентов (10^{-2}), но даже при N порядка десятков тысяч ошибка заметно колеблется и редко опускается ниже 10^{-3} .
2. Для узкого прямоугольника кривые начинаются существенно ниже: стартовые значения ошибки находятся примерно на уровне 10^{-2} – 10^{-3} . По мере роста N на графике регулярно появляются провалы до 10^{-4} и ниже, причём основная масса точек лежит заметно ниже, чем у wide.
3. Оба графика демонстрируют общий тренд убывания ошибки при увеличении N: верхняя «оболочка» значений постепенно спадает. Это соответствует теории о том, что стандартное отклонение оценки уменьшается примерно как $1/\sqrt{N}$. Однако из-за случайного характера метода отдельные точки сильно колеблются вокруг этой тенденции.

Общий вывод

Полученные эмпирические результаты подтверждают две ключевые особенности метода Монте-Карло. Во-первых, при росте числа испытаний оценки действительно приближаются к аналитическому значению площади, а измеряемая ошибка постепенно снижается. Во-вторых, точность и устойчивость оценок сильно зависят от области моделирования, в которой генерируются случайные точки: чем компактнее эта область и чем лучше она следует форме целевой фигуры, тем меньше дисперсия и тем быстрее метод даёт приемлемый результат при ограниченном числе испытаний.