

Exercices d'Optimisation avec Python

Heriniaina Razafinjatovo

Objectif

Ce support présente une série d'exercices sur l'optimisation de fonctions, avec et sans contraintes, ainsi que sur la programmation linéaire. Les solutions doivent être mises en œuvre avec les bibliothèques `scipy.optimize` de Python.

1. Optimisation sans contraintes

Exercice 1

Minimiser la fonction suivante :

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + xy$$

- Implémenter cette fonction en Python.
- Utiliser `scipy.optimize.minimize` avec la méthode 'BFGS'.
- Afficher la solution optimale.

Exercice 2

Un algorithme d'analyse de logs cherche à minimiser une fonction de coût associée à deux flux :

$$C(x, y) = x^2 + y^2 - 3x - 4y + xy$$

Utiliser Python pour déterminer les valeurs optimales de x et y .

2. Optimisation avec contraintes

Exercice 3

Minimiser la fonction :

$$f(x, y) = (x - 2)^2 + (y + 1)^2$$

Sous la contrainte d'égalité :

$$x + 2y = 3$$

Utiliser la méthode 'SLSQP' dans `scipy.optimize.minimize`.

Exercice 4

Une tâche de répartition de charge entre deux serveurs cherche à minimiser :

$$L(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + xy$$

Sous la contrainte : $x + y = 100$. Trouver la meilleure répartition.

3. Programmation linéaire

Exercice 5 (Forme canonique)

Résoudre le problème :

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiser} & Z = 3x + 2y \\ \text{sous contraintes :} & \begin{cases} x + y \leq 4 \\ x \leq 2 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

Utiliser `scipy.optimize.linprog`, en transformant le problème en minimisation.

Exercice 6

Un data center souhaite maximiser l'utilisation de ses ressources :

— Tâche CPU : 3 unités de CPU, 1 unité I/O, gain = 5

— Tâche I/O : 2 unités de CPU, 2 unités I/O, gain = 4

Capacités : 18 CPU, 12 I/O. Formuler et résoudre avec `linprog`.