**4.9 Breve introducción a la Estadística Bayesiana.**

En esta sección se mencionarán ciertos conceptos referidos a la estadística bayesiana que resultan importantes para el estudio del último índice considerado, el índice empírico de Bayes.

El teorema de Bayes fue desarrollado por Thomas Bayes en 1763, donde se expresa la probabilidad condicional de un suceso aleatorio A dado un evento B, mediante la distribución de probabilidad condicional del evento B dado A y la distribución de probabilidad marginal sólo de A.

En otras palabras, sea {𝐴1, 𝐴2, …, 𝐴𝑖, …, 𝐴𝑛} un conjunto de sucesos mutuamente excluyentes y exhaustivos, y tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales 𝑃(𝐵|𝐴𝑖). Entonces, la probabilidad 𝑃(𝐴𝑖|𝐵) viene dada por la expresión (Bayes, 1763):

𝑃(𝐴𝑖 |𝐵) =

donde:

* 𝑃(𝐴𝑖) son las probabilidades a priori.
* 𝑃(𝐵|𝐴𝑖) es la probabilidad de 𝐵 en la hipótesis 𝐴𝑖.
* 𝑃(𝐴𝑖|𝐵) son las probabilidades a posteriori.

Además, cabe destacar que, cuando 𝐴1, 𝐴2, …, 𝐴n son n sucesos mutuamente excluyentes, uno de los cuales ha de ocurrir necesariamente; entonces, la ley de la probabilidad total establece que:

𝑃(𝐵) =

En el caso continuo, sería:

𝑃(𝐵) =

Donde 𝑓(𝑥) es la función de densidad de la variable aleatoria X evaluada en 𝑥, 𝑃(𝐵|𝑥) es la probabilidad de B suponiendo que X=𝑥 y Ω es el espacio paramétrico de X. Dando lugar a la siguiente modificación a la fórmula de Bayes:

𝑃(𝐴𝑖|𝐵) = ó 𝑃(𝐴𝑖|𝐵) =

La estadística Bayesiana se basa en la “interpretación subjetiva” de la probabilidad, utilizando la percepción existente, por parte del investigador, como una variable modificadora (distribución a priori) de los datos muestrales, que dan lugar a una distribución (a posteriori) con la que formular inferencias con respecto al parámetro de interés.

La intervención directa del criterio del investigador en los datos muestrales convierte a la estadística Bayesiana en un instrumento muchas veces considerado controvertido, dado que esto puede interpretarse, como que la manipula los datos muestrales con el fin de demostrar lo que uno quiere en lugar de dejar que los datos, por sí solos, demuestren o no el objeto de estudio.

Sin embargo, la aportación subjetiva del investigador no tiene que ser considerada negativa, ya que esta aportación puede darse a causa de conocimientos previos adquiridos por medio de otros estudios anteriores o por la intuición experta del profesional, que a diario observa la situación que interesa estudiar.

La distribución de los datos en función de la distribución a priori es conocida como verosimilitud de los datos.

Por otro lado, la probabilidad a posteriori es aquella que resulta de aplicar conjuntamente la probabilidad a priori y la verosimilitud de los datos.

Un problema que se presenta en muchas ocasiones es que las muestras son pequeñas, con lo que no se cumple los requisitos necesarios para utilizar el Teorema Central del Límite, esto no es necesario en la estadística Bayesiana, con lo que puede ser una herramienta de gran utilidad, si no única, en ciertas condiciones.